ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI
FAKULTA PEDAGOGICKÁ

DIPLOMOVÁ PRÁCE

2014 Lucie Landsingerová

ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI

FAKULTA PEDAGOGICKÁ

KATEDRA MATEMATIKY, FYZIKY A TECHNICKÉ VÝCHOVY

IZOLACE OBTÍŽNOSTI PŘI OSVOJOVÁNÍ NÁSOBILKY NA 1. STUPNI ZÁKLADNÍ ŠKOLY

DIPLOMOVÁ PRÁCE

Lucie Landsingerová

Učitelství pro 1. stupeň ZŠ

Vedoucí práce: doc. PaedDr. Jana Coufalová, CSc.

Plzeň, 2014

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci vypracovala samostatně s použitím uvedené literatury a zdrojů informací.

Plzeň, 8. dubna 2014

....

vlastnoruční podpis

Na tomto místě bych ráda poděkovala především vedoucí své práce doc. PaedDr. Janě Coufalové, CSc. za mnoho užitečných rad a připomínek, za ochotu vždy poradit a za čas, který mi věnovala. Dále bych chtěla poděkovat mé rodině za podporu a trpělivost během celého studia.

Obsah

1 ÚVOD

Učivo o násobení, stejně tak jako většina učiva matematiky na 1. stupni základní školy, nás provází po celý život. Stačí si jen vzpomenout na nákup. Potřebujeme si spočítat, kolik bude stát šest rohlíků, tři páry ponožek, pět tulipánů atd. Takovéto počty jsme si začali osvojovat již ve 2. ročníku základní školy. Jistě se nám ale i dnes občas stane, že si nejsme úplně jisti, kolik vlastně je například 6 x 9. Je možné, že jsme si tento spoj špatně či neúplně osvojili právě již na základní škole a toto nesprávné osvojení nás nyní provází po celý život. Šlo těmto obtížím již tehdy předejít? Dělá tento spoj problém pouze nám, nebo existují lidé, kteří jsou na tom stejně? Právě na tyto otázky se budou snažit odpovědět následující stránky této práce.

Cílem práce bude objevení problematických spojů násobení. Hlavní výzkumná otázka bude následující: „Které spoje operace násobení jsou pro žáky obtížné a jakými metodami těmto obtížím předcházet?“ Kromě této hlavní otázky se práce bude věnovat i otázkám dílčím, které se budou zabývat příčinami obtíží, možnostmi jejich redukce, rozdílností v ústním a písemném násobení a četností výskytu jednotlivých problematických spojů.

Hlavní obsah práce bude rozdělen do pěti kapitol. První dvě kapitoly budou tvořit část teoretickou, další tři kapitoly pak část praktickou. V první kapitole bude uveden teoretický základ operace násobení přirozených čísel. Budou zde definována přirozená čísla jako čísla kardinální, čísla ordinální a jako prvky Peanovy množiny. Zároveň zde budou popsány definice násobení v daných modelech přirozených čísel. Druhá kapitola se bude zabývat metodickým postupem při zavádění operace násobení na 1. stupni ZŠ. V první části této kapitoly bude popsána operace násobení z pohledu Rámcového vzdělávacího programu. Druhá část se bude věnovat metodickému postupu při zavádění operace násobení.

V praktické části bude nejdříve uvedena kapitola zabývající se metodologií výzkumu, ve které bude definován cíl výzkumu, charakterizován výzkumný vzorek a předložen stručný popis použitých výzkumných metod. Další kapitola se bude již věnovat samotnému výzkumu. Nejprve bude popsán průběh výzkumu a následně bude provedena samotná jeho analýza. Na závěr této kapitoly bude uvedeno srovnání chybovosti ústního a písemného násobení a porovnání chybovosti u jednotlivých žáků. Celá tato kapitola bude doplněna tabulkami, schématy a grafy, které budou ilustrovat vyhodnocování získaných dat výzkumu. V poslední kapitole práce budou navrženy některé metody vhodné pro redukci obtíží v operaci násobení.

2 TEORETICKÝ ZÁKLAD OPERACE NÁSOBENÍ PŘIROZENÝCH ČÍSEL

Přirozená čísla můžeme chápat jako čísla kardinální, ordinální či jako prvky Peanovy množiny. Jednotlivým modelům odpovídají různé způsoby zavedení operace násobení. V následujícím textu připomeneme modely přirozených čísel a uvedeme příslušné definice operace násobení tak, jak je uvádějí např. Viktora (1985), Divíšek (1989), Coufalová (2004),…

2.1 Přirozená čísla jako čísla kardinální

2.1.1 Definice kardinálního čísla

Třída, do které patří množina A z neprázdného systému množin M a všechny množiny s množinou A ekvivalentní, se nazývá kardinální číslo množiny A. Kardinální číslo množiny A značíme $|A|$.

Vycházíme z toho, že systém množin M obsahuje:

- prázdnou množinu,
- jednoprvkovou množinu,
- pro každé dvě množiny A, B i jejich sjednocení (A U B) a kartézský součin (A x B),
- pro každé dvě množiny A, B i množinu B´ ekvivalentní s B, pro kterou platí $A \cap B' = \emptyset$.

Abychom mohli správně chápat definici kardinálních čísel, je ještě třeba připomenout, kdy jsou dvě množiny ekvivalentní: Množina A je ekvivalentní s množinou B právě tehdy, když existuje prosté zobrazení množiny A na množinu B.

Kardinální čísla konečných množin nazýváme přirozenými čísly.

2.1.2 Násobení kardinálních čísel

2.1.2.1 Definice násobení kardinálních čísel

Pro množiny A, B ze systému M definujeme $|A| \cdot |B| = |A \times B|$. $|A \times B|$ nazýváme součinem $|A|$ a $|B|$. $|A|$, $|B|$ jsou činitelé součinu $|A| \cdot |B|$.

Nyní dokážeme, že součin nezávisí na volbě reprezentantů. Vycházíme z definice kardinálního čísla, tedy z toho, že |A| je třída všech množin ze systému množin M, které jsou s množinou A ekvivalentní. Budeme zjišťovat, jestli se změní součin dvou kardinálních čísel, když pro jeho stanovení zvolíme různé množiny patřící do kardinálních čísel, které násobíme. Zvolíme množiny A, B a A´ a B´, kde A´ je ekvivalentní s množinou A, proto platí |A| = |A´|. Zároveň je B´ ekvivalentní s B, a proto platí |B| = |B´|. Nyní se budeme zabývat vztahem mezi kardinálními čísly |A x B| a |A´ x B´|. Jelikož A je ekvivalentní s množinou A´, existuje prosté zobrazení A na A´. Označíme je Z_1. Obdobně je i množina B ekvivalentní s množinou B´, můžeme proto najít prosté zobrazení B na B´, které nazveme Z_2. Zobrazení $Z = Z_1 \times Z_2$ je potom prostým zobrazením množiny A x B na množinu A´ x B´. Platí tedy A x B ~ A´ x B´. To znamená, že kardinální čísla těchto množin se rovnají: |A x B| = |A´ x B´|. Tím jsme dokázali, že součin kardinálních čísel nezávisí na volbě reprezentantů. Při násobení kardinálních čísel můžeme tedy z daných tříd vybrat libovolné množiny – libovolné reprezentanty kardinálních čísel.

2.1.2.2 Vlastnosti násobení kardinálních čísel

Dále se budeme zabývat některými vlastnostmi násobení kardinálních čísel, které si zároveň dokážeme.

1) operace je neomezeně definovaná

Vyjdeme z definice uvedené vlastnosti:

$$(\forall\ A, B \in M)\ (\exists\ C \in M)\ \ (|A|\ .\ |B| = |C|)$$

Použijeme definici operace násobení kardinálních čísel:

$$|A \times B| = |C|$$

Podle definice rovnosti kardinálních čísel tedy platí:

$$A \times B \sim C$$

To, že příslušnou množinu C najdeme v systému M, máme zaručeno výše uvedenou charakteristikou systému M. Platí tedy: A x B ∈ M.

Tím je dokázáno, že operace násobení kardinálních čísel je neomezeně definovaná v systému M.

Důkazy dalších vlastností provádíme analogicky, uvedeme je proto pouze zkráceně matematickým zápisem.

2) operace je asociativní

$(\forall\ A, B, C \in M)\ (|A|\ .\ |B|)\ .\ |C| = |A|\ .\ (|B|\ .\ |C|)$

$|A \times B|\ .\ |C| = |A|\ .\ |B \times C|$

$|(A \times B) \times C| = |A \times (B \times C)|$

$(A \times B) \times C \sim A \times (B \times C)$

3) operace je komutativní

$(\forall\ A, B \in M)\ (|A|\ .\ |B|) = |B|\ .\ |A|)$

$|A \times B| = |B \times A|$

$A \times B \sim B \times A$

4) neutrálním prvkem vzhledem k operaci násobení je kardinální číslo jednoprvkové množiny

$(\exists\ A \in M)\ (\forall\ A \in M)\ (|A| \times |\ E\ | = |A|)$

$|A \times E\ | = |A|$

$A \times E \sim A$

Tato podmínka je pro libovolnou množinu A splněna, pokud je E jednoprvková množina.

2.2 Přirozená čísla jako čísla ordinální

2.2.1 Definice ordinálního čísla

Třída, do které patří dobře uspořádaná množina [A] = (A, <) z neprázdného systému G dobře uspořádaných množin a všechny dobře uspořádané množiny ze systému

G, které jsou s dobře uspořádanou množinou [A] podobné, se nazývá ordinální číslo dobře uspořádané množiny [A]. Ordinální číslo dobře uspořádané množiny [A] budeme značit ord [A].

Systém množin G obsahuje obdobné prvky jako systém množin M u kardinálních čísel, navíc jsou tyto množiny uspořádané.

V definici se vyskytují pojmy podobné zobrazení a dobře uspořádaná množina. Proto si níže tyto dva pojmy definujeme.

Podobné zobrazení

Uspořádané množiny (A, R), (B, S) jsou podobné, existuje-li prosté zobrazení Z z množiny A na množinu B, pro které platí: $(\forall x, y \in A)\ [x < y \Rightarrow Z(x) < Z(y)]$.

Dobře uspořádaná množina

Uspořádání množiny A se nazývá dobré uspořádání, jestliže každá neprázdná podmnožina množiny A má v daném uspořádání první prvek. Každá množina, ve které je definováno dobré uspořádání, se nazývá dobře uspořádaná množina. Dobře uspořádanou množinou je i prázdná množina a každá jednoprvková množina.

Ordinální čísla dobře uspořádaných konečných množin nazveme přirozenými čísly.

2.2.2 Násobení ordinálních čísel

Jsou-li dány dobře uspořádané množiny [A] = (A, R_1), [B] = (B, R_2), pak definujeme ord [A] . ord [B] = ord [V], kde [V] = (A x B, L). Dobré uspořádání L je určeno takto: Dvojice [a, b] předchází dvojici [a´, b´] v relaci L právě tehdy, když b předchází b´ v relaci R_2 nebo b = b´, a předchází a´ v relaci R_1.

Na základě této definice uspořádáváme prvky kartézského součinu podle druhé složky. Pokud se druhé složky rovnají, uspořádáme dvojice podle první složky.
Př. Máme určit součin ordinálních čísel množin [A] = {x, y}, [B] = {a, b, c}.

Utvoříme množinu [V] = {[x, a], [y, a], [x, b], [y, b], [x, c], [y, c]}.

ord [A] = 2, ord [B] = 3, ord [V] = 6

2.3 Přirozená čísla jako prvky Peanovy množiny

2.3.1 Definice Peanovy množiny

Množina P se nazývá Peanova množina, jestliže má tyto vlastnosti:

1) Ke každému prvku $x \in P$ existuje právě jeden prvek $x' \in P$, který se nazývá následovník prvku x.
2) Množina P obsahuje prvek e, který není následovníkem žádného prvku množiny P.
3) Každé dva různé prvky množiny P mají různé následovníky.
4) Jestliže pro libovolnou množinu M platí:
   a) obsahuje prvek e,
   b) obsahuje-li prvek $x \in P$, obsahuje i jeho následovníka $x' \in P$, potom množina M obsahuje všechny prvky množiny P.

Abychom mohli definovat přirozená čísla jako prvky Peanovy množiny, je třeba si zavést pojem úsek Peanovy množiny. Pro pochopení jeho definice je užitečné nejdříve uvést pojem předchůdce. V Peanově množině máme prvky x, y, pro které platí $y = x'$ (y je následovníkem x). Říkáme, že prvek x je předchůdcem prvku y. Zapisujeme $x = {}'y$. Každý prvek Peanovy množiny různý od prvku e má předchůdce. Předchůdce prvku e neexistuje.

Úsek Peanovy množiny příslušný k prvku a je množina $U(a) \subset P$, pro kterou platí:

a) $a \notin U(a)$,
b) Existuje-li prvek $'a$, pak platí $'a \in U(a)$.
c) Je-li $x \in U(a)$, pak je $'x \in U(a)$, pokud $'x$ existuje.

Při definování konečné množiny využijeme vlastnost Peanovy množiny, že žádný úsek Peanovy množiny není ekvivalentní se svojí vlastní podmnožinou.

Konečnou množinu definujeme tedy takto: Množina je konečná právě tehdy, když je ekvivalentní s některým úsekem Peanovy množiny.

Každý úsek Peanovy množiny je určen právě jedním prvkem množiny. Můžeme tedy přirozenému číslu přiřadit právě jeden prvek Peanovy množiny. Z toho vyplývá následující definice:

Prvky Peanovy množiny nazýváme přirozenými čísly.

2.3.2 Násobení prvků Peanovy množiny

Pro libovolné prvky x, y Peanovy množiny definujeme operaci násobení předpisem:

a) $x . e = e$,

b) $x . y' = (x . y) + x$.

Příklad: Mějme Peanovu množinu {0, 1, 2, 3, 4,…}. Prvkem e je prvek 0. Následovníka k libovolnému prvku x utvoříme zvětšením o 1 ($x' = x + 1$). Počítáme 3 . 2.

Prvek 2 je následovníkem prvku 1, postupujeme tedy podle druhé části definice násobení:

$$3 . 2 = 3 . 1' = (3 . 1) + 3.$$

Prvek 1 je následovníkem prvku 0, proto:

$$(3 . 1) + 3 = (3 . 0') + 3.$$

Opět pokračujeme dle druhé části definice násobení:

$$(3 . 0') + 3 = [(3 . 0) + 3] + 3.$$

Nula není následovníkem žádného prvku, proto nyní uplatníme první část definice násobení:

$$[(3 . 0) + 3] + 3 = 0 + 3 + 3 = 3 + 3$$

3 METODICKÝ POSTUP PŘI ZAVÁDĚNÍ OPERACE NÁSOBENÍ NA 1. STUPNI ZÁKLADNÍ ŠKOLY

3.1 Násobení v Rámcovém vzdělávacím programu pro základní školy

3.1.1 Základní charakteristika vzdělávací oblasti matematika a její aplikace

„Vzdělávací oblast Matematika a její aplikace je v základním vzdělávání založena především na aktivních činnostech, které jsou typické pro práci s matematickými objekty a pro užití matematiky v reálných situacích. Poskytuje vědomosti a dovednosti potřebné v praktickém životě a umožňuje tak získávat matematickou gramotnost. Pro tuto svoji nezastupitelnou roli prolíná celým základním vzděláváním a vytváří předpoklady pro další úspěšné studium.“ (RVP ZV, 2013, s. 26)

Vzdělávací obsah vzdělávacího oboru Matematika a její aplikace je rozdělen na čtyři tematické okruhy, kterými jsou:

1) čísla a početní operace,
2) závislosti, vztahy a práce s daty,
3) geometrie v rovině a prostoru,
4) nestandartní aplikační úlohy a problémy. (RVP ZV, 2013)

Pro oblast násobení je nejdůležitější tematický okruh Čísla a početní operace, na který na druhém stupni navazuje okruh Číslo a proměnná. V RVP je tento okruh definován následovně: *„Žáci si osvojují aritmetické operace v jejich třech složkách: dovednost provádět operaci, algoritmické porozumění (proč je operace prováděna předloženým postupem) a významové porozumění (umět operaci propojit s reálnou situací). Učí se získávat číselné údaje měřením, odhadováním, výpočtem a zaokrouhlováním. Seznamují se s pojmem proměnná a s její rolí při matematizaci reálných situací.“* (RVP ZV, 2013, s. 26)

V příručce, kterou vydalo Ministerstvo školství, mládeže a tělovýchovy ve spolupráci s Výzkumným ústavem pedagogickým v Praze, je tematický okruh Čísla a početní operace popsán následovně: *„Žáci porozumí pojmu číslo, získají dovednosti v pamětném a písemném počítání v oboru přirozených čísel, seznámí se s vlastnostmi základních operací s čísly, s odhadem a s prací s chybou.“* (MŠMT, 2011, II. M – 1)

3.1.2 Učební osnovy násobení

Pro stanovení rozdělení dílčích výstupů a učiva o násobení do jednotlivých ročníků využiji Doporučených učebních osnov předmětů ČJL, AJ a M pro základní školu, které vydalo Ministerstvo školství, mládeže a tělovýchovy ve spolupráci s Výzkumným ústavem pedagogickým v Praze v roce 2011**.**

2. ročník

Dílčí výstupy:

- násobí zpaměti formou opakovaného sčítání i pomocí násobilky,
- řeší a tvoří slovní úlohy na násobení.

Učivo:

- násobilka 2, 3, 4, 5, 10,
- strategie řešení úloh z běžného života.

3. ročník

Dílčí výstupy:

- násobí zpaměti v oboru osvojených násobilek,
- násobí zpaměti dvojciferná čísla jednociferným činitelem mimo obor malé násobilky,
- násobí součet nebo rozdíl dvou čísel,
- používá závorky při výpočtech,
- řeší a tvoří slovní úlohy na násobení,
- řeší a tvoří slovní úlohy vedoucí ke vztahu „*x*krát více“.

Učivo:

- násobilka 6, 7, 8, 9,
- nejbližší, nižší a vyšší násobek čísla.

4. ročník

Dílčí výstupy:

- využívá při pamětném i písemném počítání komutativnost a asociativnost násobení,
- písemně násobí jednociferným a dvojciferným činitelem,
- účelně propojuje písemné i pamětné počítání,
- provádí odhady a kontroluje výsledky početních operací (dělení a jeho kontrola násobením),

- řeší a tvoří slovní úlohy na násobení,
- řeší a tvoří slovní úlohy vedoucí ke vztahu „*x*krát více “.

Učivo:

- komutativnost a asociativnost,
- písemné algoritmy násobení,
- odhad a kontrola výsledku,
- matematizace reálné situace.

5. ročník

Dílčí výstupy:

- písemně násobí až čtyřciferným činitelem,
- účelně propojuje písemné i pamětné počítání (i s použitím kalkulátoru),
- řeší a tvoří slovní úlohy z praktického života s využitím matematizace reálné situace.

Učivo:

- písemný algoritmus násobení,
- fáze řešení problému: zápis, grafické znázornění, stanovení řešení, odhad a kontrola výsledku, posouzení reálnosti výsledku, formulace odpovědi.

3.2 Možnosti zavedení operace násobení

Operaci násobení můžeme zavádět dvěma způsoby:

a) pomocí dvojic kartézského součinu,

b) sčítáním navzájem rovných sčítanců.

Prvním způsobem se lépe vysvětlí komutativnost a násobení číslem 0 a 1. Využít lze tuto metodu především u úloh kombinatorického charakteru. Avšak pro tento způsob neexistuje dostatek reálných situací, které by skutečně odpovídaly určování počtu prvků kartézského součinu. Právě z tohoto důvodu se v současnosti využívá způsob druhý, tedy sčítání navzájem rovných sčítanců. (Coufalová, 2004)

3.3 Metodický postup při zavádění operace násobení

Zavádění operace násobení je možné rozdělit do dvou základních etap. V první etapě jde především o pochopení podstaty násobení, v druhé pak o osvojení základních spojů – nácvik násobilky.

3.3.1 Pochopení podstaty násobení

Základem pro dobré porozumění násobení je jeho modelování. Žák by měl být schopen rozeznat situace, ve kterých lze k řešení použít násobení. Často se totiž stává, že žáci umějí násobit bez chyb, ale při řešení slovních úloh mají problémy. Nevědí, zda mají k řešení úlohy použít násobení nebo sčítání. Chyby tohoto typu se těžko odstraňují a vznikají právě v období, kdy se žáci s početními operacemi seznamují. Proto je fáze modelování velice důležitá a měli bychom jí věnovat dostatečnou pozornost. (Divíšek, Hošpesová, Kuřina, 1998)

3.3.1.1 Manipulace s předměty

Jak již bylo řečeno, násobení zavádíme jako sčítání navzájem rovných sčítanců. V této fázi se děti seznamují s operací násobení pomocí manipulace s předměty. Lze použít reálné předměty jako kostky, sešity, lavice a židle, pantofle nebo využijeme papírové modely, které můžeme s dětmi vyrábět při hodinách pracovních činností. Dětem zadáme například následující příklad: „Na stole jsou 3 vázy. Do každé dej 4 květiny. Kolik květin potřebuješ?“ Děti řeší úkol nejprve sčítáním 4 + 4 + 4 = 12, poté násobením – 3 vázy po 4 květinách 3 . 4 = 12.

3.3.1.2 Grafické znázornění

Ke grafickému znázornění můžeme využít čtvercovou síť nebo číselnou osu.

Čtvercová síť

Při práci se čtvercovou sítí používají žáci k zaznamenávání příkladu zástupné symboly – například kruh, křížek nebo mohou čtverce vybarvovat. Při popisování znázorněné situace využíváme většinou první činitel k označení řad. Není tedy třeba zavádět označení sloupec. Příklad 3 . 4, který žáci do čtvercové sítě znázorní, pak popisují 3 řady po 4. (Coufalová, Pěchoučková, Hejl, Hervert, 1994)

Číselná osa

S číselnou osou můžeme buďto pracovat v sešitě, kde žáci zakreslují jednotlivé skoky, nebo lze využít prostorů, kde mohou žáci skoky sami provádět. Vhodná je například chodba s dlaždicemi – skoč 3 skoky po 4 dlaždicích. Při práci s číselnou osou se můžeme přesvědčit, zda žáci operaci násobení skutečně chápou. Lze zadat následující úkol:

Při soutěži ve skákání Marek skočil 4 skoky a při každém přeskočil 3 dlaždice. Lenka skočila také 4 skoky. Při prvním skoku přeskočila 3 dlaždice, při druhém a třetím skoku 2 dlaždice a při čtvrtém skoku 1 dlaždici. Kdo přeskočil více dlaždic? Můžeš v obou příkladech použít násobení?

3.3.1.3 Komutativnost

Pochopení a osvojení komutativnosti násobení usnadňuje práci jak žákům, tak i učiteli. Žák si nemusí zapamatovat tolik příkladů při učení násobilky a učitel může snáze vysvětlit příklady typu 0 . 4 = 0, u kterých nelze využít znázornění pomocí čtvercové sítě či uspořádání do řad. (Coufalová, 2004)

Pokud násobení zavádíme pomocí opakovaného sčítání, má příklad 3 . 4 (3 vázy po 4 květinách 4 + 4 + 4) jiný význam než příklad 4 . 3 (4 vázy po 3 květinách 3 + 3 + 3 + 3). Je tedy třeba žákům ukázat, že výsledek obou příkladů je stejný. K tomu můžeme použít buď práci ve dvojicích, kdy jeden z dvojice má 3 vázy po 4 květinách, druhý 4 vázy po 3 květinách a po zapsání a spočítání zjistí, že výsledek je u obou stejný, nebo lze využít čtvercovou síť dvěma způsoby. Buď provedeme otočení o 90° (4 řady po 3, po otočení pak 3 řady po 4), nebo rozlišujeme řady a sloupce (4 řady po 3, 3 sloupce po 4). (Coufalová, Pěchoučková, Hejl, Hervert, 1994)

3.3.1.4 Násobení 1 a 0

Zatímco neutrálním prvkem vzhledem k operaci sčítání je číslo nula, neutrálním prvkem vzhledem k operaci násobení je číslo jedna. U operací s těmito čísly dochází často k chybám, proto je nutné věnovat jim zvláštní pozornost. Žáci se seznámí s pravidlem, že při násobení dvou čísel, z nichž jedno je jedna, je výsledek roven druhému číslu. (Coufalová, 2004)

Zatímco násobení číslem jedna lze poměrně dobře znázornit (např. pomocí knoflíků, ve čtvercové síti nebo na číselné ose), u spojů s nulou je znázornění buďto nepřirozené (3 skoky po žádném dílku) nebo spoj znázornit vůbec nejde (0 . 3). Proto raději vycházíme z reálných situací – máme 3 talířky po 2 koláčcích (3 . 2), na každém jeden sníme (3 . 1), na každém další sníme (3 . 0) apod. Ke spoji 0 . 3 se žáci dostanou pomocí komutativnosti. Můžeme poté vyvodit pravidlo, jestliže je alespoň jeden z činitelů číslo 0, je součin vždy roven 0. (Coufalová, Pěchoučková, Hejl, Hervert, 1994)

Je dobré, když necháme žáky, aby pravidla pro násobení s čísly jedna a nula objevili sami a pokusili se je poté formulovat.

3.3.2 Nácvik násobilky

Po první etapě, tedy zavedení a pochopení podstaty násobení, se přichází k etapě druhé, k samotnému nácviku násobilky. Nácvik násobilky probíhá buď v 2. ročníku a ve 3. ročníku pak dochází k upevňování učiva, nebo se učivo rozkládá do 2. a 3. ročníku. Pořadí jednotlivých násobilek není přesně dáno, záleží na zvolené učebnici. V učebnici Matematika pro 2. ročník od kolektivu autorů Bulín, Korityák, Palková, Skřičková, Synková, Tarábková, Vance vydané nakladatelstvím Didaktis je nejprve zařazena násobilka čísel 2, 3, 4, 5, 0, následuje násobilka 6 a 7. Násobilka 8, 9 a 10 je zařazena do 3. ročníku. V učebnici Matematika a její aplikace pro 2. ročník od autorů Molnár, Mikulenková nakladatelství Prodos je zavedena nejdříve násobilka 2, 3, 4, 5 a poté násobení číslem 0, násobení a dělení číslem 1. Ve 3. ročníku pak následuje násobilka čísel 6, 7, 8, 9, 10. V učebnici Matematika se Čtyřlístkem od autorů Kozlová, Pěchoučková, Rakoušová vydané nakladatelstvím Fraus preferují souběžné vyvozování dvojic násobilek na základě jejich provázanosti. Současně se zavádí násobilka 2 a 4, 5 a 10, 3 a 6, poté následuje násobilka 7, 8, 9. Vše je přitom zařazeno do 2. ročníku.

Obecně můžeme říci, že pořadí násobilek odpovídá buďto pořadí čísel (2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10), nebo obtížnosti spojů (např. 2, 3, 4, 10, 5, 6, 7, 8, 9 nebo 10, 5, 2, 4, 8, 3, 6, 9, 7).

Při vyvozování jednotlivých násobilek je třeba pracovat s konkrétními představami dětí. Můžeme využít číselnou osu, mince či žetony, počítání párů ponožek, bot, atd. Příklady řešíme nejdříve žákům již známým postupným přičítáním, které se procvičováním automatizuje ve spoje násobení.

Při osvojování násobilek bychom měli respektovat potřeby jednotlivých dětí. Některé děti potřebují používat pomůcky k násobilkám déle než jiné. Postupně by se však měla většina dětí naučit jednotlivé spoje násobilky zpaměti. K tomu dětem nejlépe pomůžeme neustálým procvičováním, při kterém střídáme rozličné aktivity a pomůcky. Procvičování by se pro děti nemělo stát stereotypem, ale mělo by je bavit.

Ve 3. ročníku po nácviku násobilky začínají žáci počítat příklady mimo obor násobilky. K pochopení algoritmu se využívá komutativnost s asociativností. Žáci se tak učí řešit například následující příklad: 4 . 20 = 4 . (2 . 10) = (4 . 2) . 10 = 8 . 10 = 80. (Coufalová, 2004)

V tomtéž ročníku se žáci seznamují s distributivností násobení vzhledem k sčítání. Tuto vlastnost využívají při násobení dvojciferného čísla jednociferným. Žáci postupují následovně: 3 . 26 = 3 . (20 + 6) = 3 . 20 + 3 . 6 = 60 + 18 = 78. Žáci si tedy při počítání pomáhají rozkladem čísla na desítky a jednotky. Nejdříve tak vynásobí jednociferným číslem desítky, poté jednotky a součiny sečtou. (Coufalová, 2004)

4 METODOLOGIE VÝZKUMU

4.1 Charakteristika výzkumného vzorku

Výzkum byl prováděn na Základní škole v Blovicích. Komplex školy tvoří budova 1. stupně, budova 2. stupně, budova tělocvičny a dále pak budova družiny a školní jídelny. Součástí areálu školy je také dopravní hřiště, venkovní atletická dráha s hřištěm a malý naučný park. Základní školu v Blovicích navštěvují nejen žáci žijící v tomto malém městě, ale i žáci z 6 místních částí a 22 přilehlých obcí. Celkový počet žáků školy je v daném roce 526, z toho 344 navštěvuje 1. stupeň školy. Žáci na 1. stupni jsou rozděleni do 16 tříd. Výzkum byl uskutečněn ve 3. třídě, do které chodí 20 dětí, z čehož je 9 chlapců a 11 dívek. Ve třídě mají 4 žáci poruchy učení, konkrétně jde o dyslexii a dysgrafii. Dyskalkulií netrpí žádný žák.

4.2 Zavádění násobení ve zkoumané třídě

Ve zkoumané třídě bylo násobení zaváděno metodou sčítání navzájem rovných sčítanců. Třída pracovala podle učebnice Matematika pro 2. ročník od autorů RNDr. Josefa Molnára, CSc. a PaedDr. Hany Mikulenkové, kterou vydalo nakladatelství Prodos. Jak již bylo v předcházející kapitole zmíněno, násobení se zde zavádí v tomto pořadí: násobilka 2, 3, 4, 5, poté násobení číslem 0, násobení a dělení číslem 1, ve 3. ročníku pak násobilka 6, 7, 8, 9, 10. Učebnice se nejprve věnuje příkladům a úkolům na zavedení a pochopení operace násobení a dělení, až poté následují jednotlivé násobilky. Jako znak pro násobení je zde zaveden ×, ale žáci znají i znak · , na který se přechází na 2. stupni základní školy.

Zúčastnila jsem se úvodní hodiny, kde se žáci seznámili s početní operací násobení. Následně bude popsán stručný průběh této hodiny.

Seznámení s operací násobení ve zkoumané třídě probíhalo pomocí manipulativních činností. Žáci pracovali na koberci ve třech skupinách, do kterých se rozdělili podle oddělení. V každé skupině tak pracovalo šest žáků, dva žáci v daný den chyběli. Paní učitelka měla pro každou skupinu předem připravené pomůcky. Konkrétně se jednalo o pantofle, vázy a květiny z papíru.

První úkol, který paní učitelka zadala, měl následující znění: „Na návštěvě jste si každý obul jeden pár pantoflů. Kolik kusů pantoflů jste si obuli celkem?“. Každá skupina dostala různě barevné papírové pantofle, které byly pomíchány. Každý si nejprve našel jeden pár pantoflů. Poté všechny páry vyskládali vedle sebe. K výsledku se dostali pomocí postupného sčítání. Na papír si tedy každá skupina zapsala příklad 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 12. Následně paní učitelka žákům řekla, že je jednodušší tento příklad zapsat pomocí násobení, které nám zkrátí a usnadní zápis. Žáci si tedy zapsali příklad i pomocí násobení 6 × 2 = 12.

Obrázek 1 Zavádění násobení

Při druhém úkolu dostala každá skupina papírové vázy a květiny. Paní učitelka jim zadala následující úkol: „Připravte si 4 vázy a do každé dejte 5 květin. Napište, kolik květin jste potřebovali celkem.“ Žáci tento příklad počítali opět nejdříve pomocí sčítání. Zapsali si příklad 5 + 5 + 5 + 5 = 20. Následně si společně řekli a zapsali příklad na násobení – 4 vázy po 5 květinách, tedy 4 × 5 = 20. Poté dostali příklad, ve kterém měli 5 váz a v každé 4 květiny. Počítali 4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 20, 5 × 4 = 20. Paní učitelka je ihned upozornila, že by neměli tento příklad zaměňovat s příkladem předešlým. Příklady mají sice stejný výsledek, ale jiný význam. Zde máme 5 váz po 4 květinách 5 × 4, zatímco v předešlém příkladu byly 4 vázy po 5 květinách 4 × 5.


Obrázek 2 Zavádění násobení

Následně paní učitelka zadávala různé varianty příkladů na počítání s vázami a květinami.

Poté se žáci vrátili do lavic a každý dostal pracovní list, na kterém byla vytištěna jedna velká miska a 10 misek malých (viz příloha 1). K tomu ještě potřebovali papírová kolečka. Paní učitelka jim zadávala následující úkoly: „ Dej do 4 misek po 3 kolečkách.“ Žáci počítali nejprve sčítáním 3 + 3 + 3 + 3 = 12, poté násobením – 4 misky po 3


Obrázek 3 Zavádění násobení

kolečkách $4 \times 3 = 12$. Příklady si zapisovali na tabulku, paní učitelka na tabuli. Opět počítají různé varianty příkladů.

V následujících hodinách bylo na podobném principu zavedeno i dělení. Žáci opět pracují ve skupinách s papírovými vázami a květinami. Dostávají podobné příklady: „Máte 20 květin. Rozdělte je do 5 váz, aby v každé váze bylo stejně květin.“ Žáci postupně dávají do každé vázy jednu květinu, dokud jim žádná nezbyde. Společně si příklad následně vypočítají: „Rozdělujeme 20 do 5, tedy 20 : 5.“

Stejně jako násobení i dělení žáci nacvičují pomocí pracovního listu s miskami. Počítají například takovýto příklad: „Dej 15 koleček do velké misky. Rozděl tato kolečka do 3 malých misek. Kolik koleček bude v každé misce? “ Žáci ubírají z velké misky a postupně dávají kolečka do malých misek. Říkají: „Rozdělil jsem 15 koleček do 3 misek, tedy 15 : 3.“

4.3 Cíl výzkumu

Cílem výzkumu bylo zjištění problematických spojů operace násobení. Hlavní výzkumná otázka tedy zněla:

- Které spoje operace násobení jsou pro žáky obtížné a jakými metodami těmto obtížím předcházet?

Dále byly stanoveny dílčí výzkumné otázky:

- Existují spoje, které jsou obtížné pro většinu žáků, nebo je to záležitost individuální?
- Je rozdíl v chybovosti při ústním a písemném počítání?
- V čem spočívají příčiny obtíží?
- Jaké úlohy a metody zařazovat do vyučování, abychom obtížím předcházeli?

4.4 Metody výzkumu

Vzhledem ke stanovenému cíli byly při provádění výzkumu použity následující metody:

- metoda pozorování,
- metoda analýzy žákovských prací,
- metoda testování.

4.4.1 Metoda pozorování

J. Skalková (1985, s. 56) definuje pozorování následovně: *„Pozorování jako vědecká metoda je cílevědomé, plánovité a soustavné vnímání výchovných jevů a procesů, které směřuje k odhalování podstatných souvislostí a vztahů sledované skutečnosti.“*

Pozorování můžeme třídit podle různých kritérií. První možností, jak můžeme pozorování dělit, je podle způsobu, jakým se pozorování provádí. Podle tohoto kritéria pak hovoříme o pozorování přímém a nepřímém. Při přímém pozorování sleduje zkoumané jevy sám pozorovatel a při nepřímém pozorování využívá již hotové výsledky pozorování, které pořídily jiné osoby. Přímé pozorování můžeme dále dělit na zúčastněné a nezúčastněné, kdy o zúčastněném pozorování mluvíme tehdy, jestliže se pozorovatel na určitou dobu začlení do práce pozorované skupiny a přitom utajuje své výzkumné cíle. Při nezúčastněném pozorování pozorovatel není členem pozorované skupiny a pozorovaní vědí o jeho výzkumné činnosti. (Skalková, 1985)

Druhým kritériem dělení pozorování je délka trvání. Takto dělíme pozorování na krátkodobé a dlouhodobé. O krátkodobém pozorování většinou mluvíme tehdy, pokud netrvá déle než jednu hodinu. Toto pozorování se zpravidla využívá k praktickým účelům v každodenní praxi. Dlouhodobá pozorování se naopak používají při vědeckých pozorováních, která důkladně a dlouhodobě sledují určitý jev. Tato pozorování pak mohou trvat i několik let. Přesná hranice mezi krátkodobým a dlouhodobým pozorováním však není nijak pevně stanovena. (Chrástka, 2007)

M. Chrástka (2007) uvádí i třetí kritérium dělení, a to rozdělení na pozorování standardizovaná a nestandardizovaná. Rozdíl mezi těmito dvěma druhy je především v míře objektivity. Při standardizovaných pozorováních se využívá speciálních technik, které umožnují snížit podíl intuice a subjektivity na únosnou míru. Naopak nestandardizovaná pozorování jsou často poznamenána intuitivním přístupem a subjektivitou.

Dobré pozorování by mělo plnit čtyři základní požadavky:

- specifikace objektu pozorování (Co se má pozorovat?),
- zaměřenost pozorování na cíl (Co je třeba zjistit?),
- organizovanost pozorování (Jak toho dosáhnout?),
- přesný záznam pozorování (Jak to zachytit?). (Chrástka, 2007)

Podle B. Křováčkové (2011) můžeme pozorování rozdělit do 4 etap. V první etapě je třeba si stanovit co, proč a jak budeme pozorovat. Vymezíme tedy cíl, objekt a metody pozorování. Druhá etapa spočívá v popisu a registraci pozorovaných jevů. K tomu můžeme použít technické prostředky jako videozáznam či audiozáznam nebo využijeme pozorovací archy či protokoly. V třetí etapě proběhne analýza a zpracování získaných dat. Poslední, tedy čtvrtá etapa, se týká interpretace pozorovaných jevů, která také zahrnuje zařazení jevů do širšího kontextu.

Pro dobré pozorování dále požadujeme, aby bylo dostatečně validní a reliabilní. Validitu hodnotíme podle toho, zda pozorovatel sleduje skutečně to, co pozorovat má. Často totiž dochází k tomu, že během pozorování jsme nuceni některé jevy zjednodušit. Při tomto zjednodušení se pak může snadno stát, že pozorujeme něco, co nemusí být pro pozorování podstatné. To pak vede k tomu, že ve skutečnosti pozorujeme něco jiného, než jsme původně zamýšleli. Reliabilitu hodnotíme podle míry chybovosti pozorování. Pozorování je tedy reliabilní, jestliže spolehlivě a přesně zachycuje pozorované jevy. (Chrástka, 2007)

Metoda pozorování byla ve výzkumu použita při zkoumání ústního počítání. Bylo zvoleno přímé krátkodobé pozorování, zúčastnila jsem se tedy přímo dané vyučovací hodiny. Žáci o výzkumné činnosti věděli, jednalo se tedy spíše o nezúčastněné pozorování. Aby bylo dosaženo co největší validity a reliability pozorování, byl předem sestaven záznamový arch, do kterého byly pozorované jevy zapisovány.

4.4.2 Metoda analýzy žákovských prací

Průkopník obsahové analýzy Bernard Berelson (1952, in Ferjenčík, 2000, s. 184) vymezuje tuto metodu jako *„výzkumnou techniku sloužící objektivnímu a systematickému kvantitativnímu popisu manifestního obsahu komunikace*“. V této definici spatřujeme čtyři charakteristické prvky, které Š. Švec (2009) popisuje následovně:

1) Manifestním (zjevným) obsahem chápe nezastřený obsah, který se vyskytuje „černý na bílém“. Doporučuje definici rozšířit ještě o nezjevný (skrytý) obsah, tedy to, co lze „číst mezi řádky“.
2) Objektivním popisem rozumí analýzu přesně definovaných obsahových kategorií. Díky nim je tento postup mezisubjektově komunikovatelný, kontrolovatelný a opakovatelný. Není přitom závislý na osobní motivaci výzkumníka.

3) Pod pojmem systematický spatřuje soubor obsahových kategorií podstatných pro zvolený výzkumný problém na základě metodických zásad a postupů.
4) Kvantitativní popis vysvětluje jako postup při analýze obsahu, který vychází z číselného vyjádření četnosti výskytu jednotek analýzy nebo ze stupně intenzity postoje či z jiného kvantifikačního postupu.

Kromě kvantitativní obsahové analýzy můžeme rozlišovat analýzu nekvantitativní. Ta se přímo neopírá o jevy, které se zpracovávají numericky, nevyjadřuje se v počitatelných ukazatelích. Oproti tomu kvantitativní obsahová analýza vyjadřuje frekvence, pořadí či stupeň obsahových prvků. (Gavora, 2000)

Obsahová analýza má, stejně jako jiné výzkumné metody, určité zásady postupu výzkumu, které bychom měli dodržovat. P. Gavora (2000) rozděluje postup obsahové analýzy do následujících 5 bodů:

1) Vymezení základního souboru textů. Tento soubor tvoří všechny texty, které se týkají dané problematiky. Pokud je soubor textů příliš velký, je třeba udělat jejich výběr. Tento soubor se pak nazývá výběrový soubor.
2) Vymezení významové jednotky textu. Jednotku může tvořit slovo, idea či tvrzení, téma. Tyto jednotky se vyhledávají ve sledovaných textech a jejich výskyt se zapisuje.
3) Stanovení analytických kategorií. Úkolem kategorií je klasifikace významové jednotky a jejich správné určení je důležitým momentem obsahové analýzy. Kategorie vycházejí z daného výzkumného problému a ze stanovené hypotézy a musí plnit následující požadavky:
    a) musí být přiměřené zkoumanému problému,
    b) musí být vyčerpávající – zahrnovat každý prvek obsahu, který s příslušným problémem souvisí,
    c) musí se vzájemně vylučovat – významová jednotka, která vstupuje do jedné kategorie, nesmí vstupovat do kategorie druhé.
4) Kvantifikace významových jednotek, analytických kategorií. Cílem je určení jejich frekvence, tedy absolutní počet, relativní počet (procento), průměr, atd.
5) Interpretace zjištěných frekvencí. Zjištěné údaje se slovně opíší, vysvětlí a interpretují.

Obsahová analýza se velmi často používá v oblasti výchovy a vzdělávání. Mluvíme zde o obsahové analýze pedagogických dokumentů. J. Skalková (1985) chápe pod tímto pojmem analýzu materiálů, které jsou zachyceny v psané nebo tištěné podobě, či magnetofonové nebo filmové záznamy.

Pokud se zaměříme na psané a tištěné dokumenty, můžeme rozlišit několik druhů textů. Podle P. Gavory (2000) jsou to následující:

- školské zákony a další legislativní materiály, nařízení a vyhlášky,
- zprávy, protokoly, záznamy o činnosti, statistické materiály,
- novinové a další zprávy související se školstvím, výchovou a vzděláním,
- vnitřní pořádek školy, klasifikační řád,
- učební osnovy, učební texty,
- písemné přípravy učitelů na vyučovací hodinu,
- charakteristiky žáků,
- písemné úkoly žáků,
- deníky žáků.

Při analýze školních dokumentů můžeme využívat již hotové dokumenty, tedy ty, které vznikly pro jiné cíle nezávisle na výzkumu pracovníka, nebo dokumenty účelové, které zadává sám výzkumník. (Skalková, 1985)

J. Skalková (1985) dále dělí pedagogické dokumenty na oficiální a neoficiální. Mezi oficiální dokumenty patří například školské zákony, legislativní materiály, nařízení či vyhlášky. Jako neoficiální dokumenty chápeme pak žákovské činnosti, přípravy učitelů, záznamy z pedagogických rad, atd. U tohoto typu dokumentů je třeba se zamyslet nad jejich spolehlivostí. Materiály mohou být zkresleny a často nevíme, za jakých podmínek vznikaly. Přitom právě tyto údaje mohou být pro výzkum důležité.

Ve výzkumu uskutečněném v této práci byla použita obsahová analýza žákovských prací. Tato metoda byla zvolena pro zjištění problematických spojů operace násobení v písemné formě. Jako soubor textů byly využity pracovní sešity z matematiky, které již měli žáci vyplněny. Byly sledovány chybné výpočty spojů násobení u jednotlivých žáků a tyto nesprávné výsledky byly zapisovány do předem připravené tabulky. Po provedení analýzy všech sešitů byla určena chybovost jednotlivých spojů. Pozornost byla také věnována jednotlivým chybným výsledkům.

4.4.3 Metoda testování

Pojem test můžeme podle Michalička (1969, in Chrástka 2007, s. 184) charakterizovat jako *„zkoušku, úkol, identický pro všechny zkoumané osoby s přesně vymezenými způsoby hodnocení výsledků a jejich číselného vyjadřování"*.

Testy můžeme rozdělovat podle různých kritérií. Jedno z možných dělení (Chrástka, 2011) je na testy schopností, testy osobnosti a testy výkonu.

- Testy schopností zjišťují schopnosti (předpoklady dispozice) pro řešení určitých úloh nebo situací určitého typu. Nejznámějšími jsou testy inteligence.
- Testy osobnosti se zaměřují na stránky osobnosti, kterými jsou např. temperament, zaměření motivace, charakterové vlastnosti, úzkost či neuroticismus.
- Testy výkonu měří výkon jedince v určitých oblastech. Mezi ně patří didaktické testy, které se využívají především v pedagogických výzkumech.

V následujícím textu se budeme více věnovat didaktickým testům. J. Skalková (1985, s. 102) chápe didaktické testy jako testy, kde *„na základě výsledků ve vybraných úkolech lze usuzovat na úroveň zvládnutí definovaného učiva v celku"*.

Didaktické testy můžeme dále rozdělovat podle informací, které jimi získáváme. P. Byčkovský (1982, in Chrástka 2011) rozděluje didaktické testy podle klasifikačního hlediska do 7 skupin:

1) Podle měřené charakteristiky výkonu
    a) testy rychlosti – zjišťují, jakou rychlostí je žák schopen řešit určitý typ testových úloh,
    b) testy úrovně – nevyužívají časový limit, výkon je dán úrovní vědomostí a dovedností zkoušeného.
2) Podle dokonalosti přípravy testu a jeho příslušenství
    a) testy standardizované – jsou důkladně ověřeny, vydávány specializovanými institucemi a obsahují testovou normu pro hodnocení dosažených výkonů,
    b) testy kvazistandardizované – bývají připraveny dokonaleji než testy nestandardizované, ale standardizace zde nebyla plně provedena,

c) testy nestandardizované – nejsou ověřeny na větším počtu žáků a neobsahují objektivně stanovenou testovou normu, učitelé je sestavují pro vlastní potřebu.

3) Podle povahy činnosti testovaného
    a) testy kognitivní – měří úroveň poznání žáků (test z matematiky),
    b) testy psychomotorické – zjišťují výsledky psychomotorického učení (test psaní na stroji).
4) Podle míry specifičnosti učení zjišťovaného testem
    a) testy výsledků výuky – zjišťují, co se žáci v dané oblasti naučili,
    b) testy studijních předpokladů – měří úroveň obecnějších charakteristik jedince, které jsou důležité k dalšímu studiu.
5) Podle interpretace výkonu
    a) testy rozlišující – srovnávají výkon žáka s výkony ostatních žáků,
    b) testy ověřující – rozhodují, zda žák zvládl učivo.
6) Podle časového zařazení do výuky
    a) testy vstupní – zadávají se na začátku výuky určité učební látky a postihují úroveň vědomostí a dovedností, které jsou důležité pro zvládnutí látky,
    b) testy průběžné – zadávají se v průběhu výuky a poskytují učiteli zpětnou vazbu potřebnou k dalšímu vedení výuky,
    c) testy výstupní – zadávají se na konci učební látky či výukového období a poskytují informace potřebné k hodnocení žáků.
7) Podle tematického rozsahu
    a) testy monotematické – obsahují jedno téma učební látky,
    b) testy polytematické – obsahuje učivo z několika tematických celků.
8) Podle míry objektivity skórování
    a) testy objektivně skórovatelné – zahrnují úlohy, u kterých lze správnost řešení objektivně posoudit,
    b) testy subjektivně skórovatelné – obsahují úlohy, u kterých nelze objektivně vymezit jednoznačná pravidla pro hodnocení.

Didaktické testy mohou obsahovat různé druhy testových úloh. J. Pelikán (2007) je rozděluje na testové úlohy otevřené a testové úlohy uzavřené.

1) Otevřené testové úlohy. Na tyto úlohy odpovídá testovaný sám, bez možnosti výběru z určitých variant odpovědí. Tyto úlohy můžeme dále rozdělit na:

   a) otevřené široké úlohy – předpokládají samostatnou širší výpověď,
   b) otevřené úlohy se stručnou odpovědí – vyžadují velmi stručnou odpověď – číslo, slovo, symbol, atd.
2) Uzavřené testové úlohy. V těchto úlohách žák vybírá odpověď z několika nabídnutých možností. Můžeme je dále dělit na:
   a) dichotomické úlohy – testovaný vybírá odpověď ze dvou nabídnutých možností,
   b) úlohy s výběrem více odpovědí – testovaný vybírá správnou odpověď z více nabídnutých možností,
   c) přiřazovací úlohy – testovaný přiřazuje pojmy z jedné skupiny k pojmům skupiny druhé,
   d) uspořádací úlohy – testovaný řadí položky podle určitého principu.

Sestavování didaktického testu by se mělo řídit podle určitých pravidel, jinak se může stát, že test bude nevyvážený a nebude pokrývat celý obsah, který je zkoušen. (Chrástka, 2011) Jak uvádí P. Pelikán (2007), je třeba nejdříve stanovit účel testu a typ testu. Poté dojde k vymezení obsahu testu, kdy určíme rozsah učiva, který chceme testovat. Následuje fáze výběru a formulace testových úloh. U každé úlohy je vždy potřeba stanovit její cíl. Další možnou etapou je posouzení sestaveného testu jinými kompetentními odborníky, poté dojde ke konečné úpravě testu. Pokud jde o sestavování standardizovaného testu, je nutné ještě provést další etapu, a to ověření testu.

Pokud má být didaktický test spolehlivý, měl by být reliabilní a validní. Pojem reliability se týká míry spolehlivosti testových výsledků. Projevuje se především tím, že při opakování testu získáme za stejných podmínek stejné nebo velmi podobné výsledky. Validita udává stupeň přesnosti, s jakou test měří to, co skutečně měřit má. (Skalková, 1985)

Ve výzkumu v této práci byl didaktický test použit při zjišťování problematických spojů násobení ústní i písemné varianty. Oba testy byly nestandardizované. Byly použity testy úrovně, nebyl tedy stanoven časový limit, čekalo se na nejpomalejšího žáka. Testové úlohy byly otevřené a žáci odpovídali pouze stručnou odpovědí - číslem. Ve dvou úlohách byly použity doplňovací úkoly, jejichž charakter byl přiřazovací. Při hodnocení testů byl kladen důraz především na to, v jakých spojích žáci chybovali a jaké chybné výsledky se v testech vyskytovaly. Sledováno bylo také to, kolik chyb jednotliví žáci udělali, aby mohlo být provedeno srovnání chybovosti ústního a písemného násobení.

5 VLASTNÍ VÝZKUM

Výzkum byl rozdělen do dvou částí. První část se zabývala zkoumáním ústního násobení, druhá část násobením písemným. Jako násobení ústní je zde chápáno násobení, jehož spoje byly zadávány slovně, žák je tedy slyšel. Naopak pojem písemné násobení se zde využívá, pokud jsou spoje zadávány písemně, žák je tedy viděl.

5.1 Průběh výzkumu

Následně bude popsán postup a průběh výzkumné činnosti u násobení ústního a písemného.

5.1.1 Ústní násobení

Pro zkoumání problémových spojů ústního násobení bylo sestaveno pět cvičení tak, aby celkem obsahovala všechny spoje malé násobilky. Pouze spoje s čísly 0, 1 a 10 byly redukovány na několik vybraných spojů. Paní učitelka třídy, ve které se výzkum prováděl, byla předem se cvičeními seznámena a v hodině je žákům zadávala. (Příloha 2)

Jako první cvičení byla zvolena hra Na detektivy. Úkolem žáků bylo najít odpověď na otázku: „Co nás čeká v dnešní hodině?“ Hra obsahovala osmnáct vybraných spojů násobilky. Každý žák obdržel lísteček, na kterém byla tabulka o dvou řadách a osmnácti sloupcích. Mezi devátým a desátým sloupcem byla mezera. Úkolem žáků bylo zapisovat výsledky ke spojům, které jim paní učitelka diktovala, postupně do první řady. Následně každý žák dostal šifrovací tabulku, ve které bylo každému číslu přiřazeno jedno písmeno. Žáci tedy postupně přiřazovali výsledkům písmena a zapisovali je do druhého řádku. Při správném vyplnění dostali žáci odpověď na předem položenou otázku. Odpověď zněla: „Opakování násobilky.“ Žáci byli předem upozorněni, aby výsledky psali perem a písmena tužkou. Pero po rozdání tabulky již nesměli použít. Mělo se tak předejít tomu, aby své výsledky neopravovali podle smyslu věty. (Příloha 3)

Druhé cvičení probíhalo tak, že paní učitelka řekla žákům vždy jeden spoj, žáci napsali výsledek na mazací tabulku a na pokyn tabulky zvedli. Jako pozorovatel jsem měla záznamový arch s příklady a jmény žáků a po každém spoji jsem zapsala, kdo chyboval a jaký napsal výsledek. (Příloha 4)

Následující tři cvičení měli žáci vytištěné na pracovním listu.

Ve třetím cvičení bylo úkolem žáků „nakrmit příšery“. Na pracovním listě bylo uprostřed čtrnáct prázdných hamburgerů a kolem deset různých příšer. Každá příšera měla v tlamě rozmezí čísel. Žáci nejprve postupně zapisovali do hamburgerů výsledky k diktovaným spojům a poté je měli spojit s příšerou tak, aby výsledek byl v rozmezí čísel dané příšery. (Příloha 5)

Ke čtvrtému cvičení měli žáci na pracovním listě tabulku s čísly od 0 do 100. Žákům bylo řečeno, jaké pastelky si mají předem připravit. Poté paní učitelka postupně diktovala deset spojů a u každého zdůraznila, jakou barvou a jakým způsobem mají daný výsledek vybarvit. Toto cvičení se nestihlo vypracovat celé v dané hodině, a tak se dokončovalo ještě s následujícím cvičením v hodině další. (Příloha 6)

Poslední cvičení bylo motivováno tématem Mikuláše, jelikož bylo 6. prosince. Úkolem žáků bylo pomoci Mikulášovi roztřídit pomíchané bonbony. Na pracovním listě bylo dvacet bonbonů a tři pytle s čísly 4, 7 a 9. Žáci nejprve postupně zapisovali výsledky k diktovaným spojům do bonbonů. Poté je měli přiřadit k jednotlivým pytlům. Násobky 4 vybarvovali červeně, násobky 7 zeleně a násobky 9 modře. (Příloha 7)

Po vypracování všech cvičení žáci své pracovní listy odevzdali, aby mohly být zkontrolovány a vyhodnoceny. Chybné výsledky jednotlivých spojů byly zapsány do připravené tabulky.

5.1.2 Písemné násobení

Pro zjišťování problémových spojů byla zvolena metoda analýzy žákovských prací. Pracovalo se s pracovními sešity, které měli žáci již celé vyplněné. Práci v těchto sešitech ukončili týden před výzkumem. Konkrétně šlo o pracovní sešity nakladatelství Prodos Matematika pro 3. ročník – 1. díl od autorů RNDr. Josefa Molnára, CSc. a PaedDr. Hany Mikulenkové.

Předem byla připravena tabulka s hledanými spoji a jmény žáků. Spoje se shodovaly se spoji zkoumanými u ústního násobení. Postupně byly prohlíženy pracovní sešity a byly vyhledávány jednotlivé spoje. Výsledky byly zapisovány do předem připravené tabulky. Pokud byly spoje vypočítané správně, příklad byl odškrtnut, pokud byl výsledek špatně, byl do tabulky zapsán chybný výsledek. Po projití celého pracovního sešitu nebylo možné vyhodnotit všechny spoje, jelikož některé se zde nacházely pouze ve společné práci nikoliv v samostatné, a tak je měli všichni žáci správně. Konkrétně se jednalo o spoje 0 x 2, 1 x 3, 2 x 5, 4 x 6, 5 x 3, 7 x 3 a 10 x 4.

Z důvodu absence těchto sedmi spojů jsem zvolila jako další metodu testování. Byl sestaven pracovní list o čtyřech sloupcích (viz příloha 8). Použité spoje byly totožné jako u předcházejících výzkumů, pouze zde byly přidány tři další spoje, aby každý sloupec obsahoval dvacet příkladů. Konkrétně se jednalo o spoje 0 x 5, 1 x 1 a 4 x 1. Spoj 1 x 1 byl zařazen z důvodu zjištěné poměrně velké chybovosti v pracovních sešitech. Sestavený pracovní list byl předán paní učitelce. Žáci ho vypracovali během čtyř dnů jednoho týdne, kdy každý den vyplnili jeden sloupec. Paní učitelka pracovní listy opravila, oznámkovala a výsledky si poznamenala. Poté mi pracovní listy předala. Já jsem chybné výsledky jednotlivých spojů zapsala do předem připravené tabulky.

5.2 Analýza výzkumu

Analýza výzkumu se bude zabývat ústním násobením, písemným násobením a srovnáním obou typů násobení. Ústní i písemná část bude dále rozdělena na vyhodnocení obtížných spojů a srovnání chybovosti ve spojích komutativních. Část, která se bude věnovat srovnávání obou typů násobení, se bude zabývat nejprve srovnáním chybovosti v jednotlivých spojích, následně porovnáním chybovosti u jednotlivých žáků.

K jednotlivým vyhodnocovaným částem náleží tabulka, popřípadě graf. V příslušných tabulkách a grafech byla jména žáků nahrazena čísly od 1 do 20. Každá tabulka obsahuje kromě jednotlivých spojů a čísel žáků sloupec *P. CH.* – počet chyb, ve kterém je uveden počet chyb u daného spoje. Pokud žák odpověděl na daný spoj správně, je spoj odškrtnut, pokud špatně, je uveden chybný výsledek. Křížek značí, že žák na daný spoj neodpověděl.

5.2.1 Ústní část

Analýza obtížných spojů ústního násobení je rozdělena podle jednotlivých cvičení, která byla při výzkumu zadávána. Popisem činností v těchto cvičeních se zde již nebudeme podrobně zabývat, jelikož je uveden v předešlé kapitole. V hodině, kdy se tento výzkum prováděl, nebyli přítomni žáci číslo 3 a 5. Celkový počet žáků byl tedy osmnáct. Analýza se bude věnovat pouze chybám v jednotlivých spojích operace násobení. Doplňující úkoly, které byly k jednotlivým cvičením zadány, nebudou v této práci rozebírány. Ukázky prací žáků jsou přiloženy v příloze 9.

5.2.1.1 Cvičení číslo 1 – Na detektivy

	1	2	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	P.CH.
6 x 6	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
8 x 5	V	V	V	V	V	**35**	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**1**
2 x 2	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
3 x 7	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
4 x 9	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
8 x 8	V	**68**	**48**	V	**78**	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**74**	V	**4**
7 x 2	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
5 x 7	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
3 x 5	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
7 x 5	V	V	**32**	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**1**
2 x 7	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
6 x 8	**72**	V	**45**	V	**54**	**40**	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**54**	V	V	**5**
9 x 4	V	V	**56**	V	**54**	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**2**
8 x 2	V	**18**	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**1**
7 x 1	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
4 x 7	V	V	V	V	**38**	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**1**
7 x 3	V	V	V	V	V	V	**24**	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**1**
1 x 3	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**

Tabulka 1 Cvičení číslo 1

Nejproblematičtějším spojem tohoto cvičení byl spoj 6 x 8, který patří s pěti chybami mezi dva nejproblematičtější spoje ústního násobení celkem. Dvakrát se u tohoto spoje objevil výsledek 54, dále pak 40, 45 a 72. Výsledek 72 zapsal žák číslo 1, který tento výsledek uvedl ještě v dalších čtyřech případech. Dalším problémovým spojem byl spoj 8 x 8, ve kterém chybovali čtyři žáci. U chybných výsledků 68, 48, 78 a 74 si můžeme povšimnout, že tři z nich končí číslicí 8. Lze usuzovat, že k tomuto jevu došlo z důvodu toho, že se žákům výsledek se zněním příkladu (8 x 8) rýmoval. Ve spoji 9 x 4 chybovali dva žáci, kteří uvedli výsledky 56 a 54. U výsledku 54 mohlo dojít k záměně za spoj 9 x 6. V dalších pěti spojích se vyskytla jedna chyba. Na deset spojů bylo odpovězeno zcela správně.

Pokud bychom si všímali chybovosti u jednotlivých žáků, největší potíže činilo toto cvičení žákům 4 a 7, kteří měli čtyři špatné výsledky. Žák 4 už v žádném jiném cvičení tolik chyb neměl.

5.2.1.2 Cvičení číslo 2 – Zvedání tabulek

	1	2	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	P.CH.
0 x 5	V	V	V	V	V	**5**	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**1**
8 x 9	**79**	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**71**	V	V	V	V	V	**2**
9 x 3	V	V	V	V	V		V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
4 x 2	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
3 x 8	V	V	V	V	V	**32**	V	V	V	V	V	V	V	V	**32**	V	V	V	**2**
6 x 2	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
1 x 6	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
4 x 4	V	V	V	V	V	V	**12**	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**1**
2 x 5	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**15**	V	V	V	V	V	**1**
3 x 3	V	V	V	V	**6**	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**1**
9 x 2	V	V	V	V	**38**	V	**16**	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**2**
5 x 4	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
9 x 9	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**72**	V	**1**
4 x 3	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
7 x 4	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**24**	V	V	V	V	**1**
2 x 3	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
10 x 4	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**

Tabulka 2 Cvičení číslo 2

V tomto cvičení se nevyskytovaly spoje s mnoha chybami. Největší počet chyb byl dvě a to u tří spojů – 8 x 9, 3 x 8 a 9 x 2. U spoje 3 x 8 odpověděli žáci stejně chybným výsledkem, číslem 32. U spoje 8 x 9 zapsali žáci výsledky 79 a 71, kdy ani jeden z nich není výsledkem žádného spoje malé násobilky. V šesti případech se vyskytoval jeden chybný výsledek. U spoje 0 x 5 s výsledkem 5 můžeme předpokládat, že si žák číslo 8 ještě zcela neosvojil pravidla pro násobení číslem 0. U spoje 3 x 3 odpověděl žák 7 číslem 6, z čehož můžeme usuzovat, že provedl součet čísel, nikoliv jejich součin. U žáka číslo 8 chybí výsledek spoje 9 x 3, jelikož žádný výsledek nenapsal.

5.2.1.3 Cvičení číslo 3 – Nakrm příšery

	1	2	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	P.CH.
0 x 2	V	V	V	V	V	V	V	V	**2**	V	**2**	V	V	V	V	V	V	V	**2**
2 x 6	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
4 x 8	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
9 x 7	**72**	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**1**
6 x 4	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
8 x 10	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
5 x 6	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
7 x 8	**72**	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**1**
10 x 10	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
6 x 9	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**56**	**1**
3 x 6	V	V	V	V	V	**16**	V	V	V	V	V	V	V	V	**21**	V	V	V	**2**
5 x 0	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
8 x 6	**72**	V	**32**	V	V	**38**	V	**49**	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**4**
9 x 5	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**

Tabulka 3 Cvičení číslo 3

Spojem s nejvíce chybnými výsledky v tomto cvičení byl spoj 8 x 6. V tomto spoji chybovali čtyři žáci, kteří zapsali výsledky 72, 32, 38 a 49. Dále se vyskytly dvě chyby u spojů 3 x 6 a 0 x 2. Ke spoji 0 x 2 zapsali oba chybující žáci výsledek 2. Můžeme se opět tedy domnívat, že pravidla pro násobení číslem 0 nemají zcela zvnitřněná, i když v předchozím spoji s tímto číslem nechybovali. Podotýkáme, že tito žáci spolu seděli v lavici. Nelze tedy vyloučit, že jeden z nich chybný výsledek opsal. V dalších třech spojích se nacházela jedna chyba. V tomto cvičení se vyskytovalo nejméně chyb. Pokud bychom brali v potaz i počet příkladů, bylo druhým nejméně chybovým cvičením, těsně za cvičením číslo 2. U žáka číslo 1 je zde dobře viditelná již zmíněná četnost výsledku 72.

5.2.1.4 Cvičení číslo 4 – Vybarvování výsledků

	1	2	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	P.CH.
7 x 9	**72**	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**1**
4 x 0	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**4**	V	V	V	V	V	**1**
8 x 3	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
2 x 4	**12**	V	**4**	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**2**
8 x 7	**63**	**57**	**48**	V	**75**	V	**53**	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**5**
3 x 2	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
2 x 8	**18**	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**14**	V	V	V	V	V	**2**
6 x 3	**28**	V	V	V	**12**	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**24**	V	V	V	**3**
9 x 8	**64**	V	V	V	V	V	**81**	V	V	V	V	V	V	V	**18**	V	V	V	**3**
5 x 8	**45**	V	V	V	V	**30**	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**2**

Tabulka 4 Cvičení číslo 4

Pokud jsme u předchozího cvičení uvedli, že patřilo mezi nejméně chybové, platí u tohoto cvičení přesný opak. Celkem se zde vyskytlo devatenáct chyb, i když se počítalo pouze deset příkladů. Nejvíce to ovlivnil žák číslo 1, který z deseti příkladů měl sedm chybných výsledků. Můžeme se domnívat, že tento žák mohl mít problém spojit výběr správné barvy s vybarvením správného výsledku. Jiným možným důvodem by mohlo být rozdělení počítání tohoto cvičení do dvou hodin. V první hodině se stihly spočítat jen tři spoje, v následující se dodělávalo zbylých sedm, ze kterých měl žák šest špatně. Je tedy možné, že žák nebyl po přestávce ještě plně koncentrován. U dalších žáků se již tolik chybných výsledků nevyskytovalo. Pokud se zaměříme na problematické spoje v tomto cvičení, tak nejproblematičtější byl spoj 8 x 7, v němž chybovalo pět žáků. Tento spoj patřil mezi dva nejvíce chybové spoje ústní formy násobení. Žáci uvedli výsledky 63, 57, 48, 75 a 53. Zajímavé opět je, že čísla 57, 75 a 53 nejsou násobky žádného čísla malé násobilky. U žáka 2 s výsledkem 57 mohlo dojít pouze k přehlédnutí, jelikož při počítání vybarvil nejprve výsledek 55, který následně vygumoval a vybarvil výsledek 57. Dalšími problematickými spoji byly s třemi chybami spoje 6 x 3 a 9 x 8. Dále se pak vyskytovaly dvě chyby ve spojích 2 x 4, 2 x 8, 5 x 8 a po jedné chybě ve spojích 7 x 9 a 4 x 0. I zde se setkáváme s chybou při násobení s číslem 0 a opět je to u jiného žáka než v příkladech předchozích.

5.2.1.5 Cvičení číslo 5 – Mikuláš

	1	2	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	P.CH.
5 x 2	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	0
7 x 6	V	V	49	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	1
3 x 9	28	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	1
6 x 5	V	V	V	54	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	1
8 x 4	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	48	V	V	1
9 x 6	56	V	V	V	72	V	63	V	V	V	V	V	V	V	36	V	V	V	4
5 x 3	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	0
7 x 7	V	V	56	V	29	V	V	V	V	V	V	V	48	V	V	V	V	V	3
3 x 4	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	0
5 x 9	V	V	V	48	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	1
3 x 10	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	0
4 x 6	42	V	V	V	32	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	2
10 x 7	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	0
2 x 9	V	V	V	V	37	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	1
5 x 5	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	0
8 x 4	V	V	V	V	24	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	1
9 x 1	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	0
5 x 2	V	V	V	V	15	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	1
6 x 7	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	35	V	35	V	V	V	49	3
4 x 5	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	0

Tabulka 5 Cvičení číslo 5

Toto cvičení bylo také poměrně hodně chybové. Ve dvaceti zadaných příkladech udělali žáci celkem dvacet tři chyb. Tentokrát k tomu nejvíce přispěl žák číslo 7, který uvedl šest chybných výsledků. Lze usuzovat, že chybovost v tomto cvičení mohla být způsobena zvýšenou únavou žáků. Žák číslo 6, který do té doby nechyboval, uvedl dva špatné výsledky. Stejně tak žáci 14 a 16, kteří byli dosud bezchybní, odpověděli na jeden příklad chybně. V tomto cvičení se také vyskytly tři případy toho, že žák opravil správný výsledek na špatný. V jednom z těchto případů opravil žák číslo 14 správný výsledek příkladu 6 x 7 na výsledek 35, který uvedl i jeho soused v lavici. Je tedy možné, že výsledek chybně opsal. Nejvíce chyb bylo ve spoji 9 x 6, kde chybovali čtyři žáci. Ti uvedli výsledky 56, 72, 63 a 36. Žák číslo 1, který uvedl výsledek 56, měl nejprve zapsán správný výsledek, ale pak ho opravil na špatný. Ve spojích 7 x 7 a 6 x 7 chybovali žáci třikrát, kdy u spoje 6 x 7 se vyskytnul dvakrát již zmíněný výsledek 35. Ve spoji 4 x 6 a 8 x 4 se nacházely dva chybné výsledky a u dalších sedmi spojů byla jedna chyba.

Při sestavování tohoto cvičení došlo omylem k tomu, že spoje 5 x 2 a 8 x 4 byly zařazeny dvakrát. Ve výsledcích se pak ukázalo, že žáci nemají výsledky spojů ještě tolik zažité a chybují mnohdy nahodile. Žák číslo 7 vypočítal nejprve oba zmiňované spoje správně. Při druhém výskytu uvedl u spoje 5 x 2 výsledek 15 a u spoje 8 x 4 výsledek 24. Žák číslo 18 vypočítal naopak při prvním výskytu příklad 8 x 4 chybně, zapsal výsledek 48, po druhé však odpověděl již správně.

5.2.1.6 Komutativnost

Nyní se zaměříme na rozdíly v chybovosti u spojů operace násobení, které jsou komutativní. Jednotlivé komutativní spoje byly vepsány do tabulek, kde u každého spoje je uveden počet chyb, případné chybné výsledky a to, zda oba spoje obsahují stejné množství chyb. Pokud v obou spojích chyboval tentýž žák, je uvedena poznámka. Tabulky se spoji jsou řazeny podle rozdílnosti v chybovosti u komutativních spojů.

3 x 2	0	A	
2 x 3	0		

6 x 2	0	A	
2 x 6	0		

7 x 2	0	A	
2 x 7	0		

4 x 3	0	A	
3 x 4	0		

5 x 3	0	A	
3 x 5	0		

5 x 4	0	A	
4 x 5	0		

V uvedených spojích se nevyskytoval žádný chybný výsledek.

5 x 2	1	A	15
2 x 5	1		15

7 x 4	1	A	24
4 x 7	1		38

V těchto tabulkách můžeme vidět, že spoje obsahovaly shodně jednu chybu. U první tabulky je dokonce výsledek obou spojů stejný. Odpověděl ho však pokaždé jiný žák.

9 x 7	1	A	72
7 x 9	1		72

I v tomto případě se v obou spojích vyskytl jeden stejně chybný výsledek. Na rozdíl od předešlého však udělal tuto chyb ten samý žák – žák číslo 1. Mohli bychom tedy předpokládat, že tento žák chápe princip komutativnosti. Je také však možné, že se do stejně chybných výsledků pouze „trefil“, jelikož, jak již bylo zmíněno, tento výsledek použil chybně celkem v pěti případech.

7 x 3	1	N	24
3 x 7	0		

9 x 3	0	N	
3 x 9	1		28

6 x 5	1	N	54
5 x 6	0		

7 x 5	1	N	32
5 x 7	0		

9 x 5	0	N	
5 x 9	1		48

V těchto tabulkách se shodně vždy u jednoho z komutativních spojů vyskytla jedna chyba.

8 x 2	1	N	18
2 x 8	2		18, 14

Zde se vyskytly ve spojích celkem tři chyby, rozdílnost v chybovosti byla však stále jedna. Můžeme vidět dva stejně chybné výsledky, napsali je však jiní žáci.

9 x 2	2	N	38, 16
2 x 9	1		37

8 x 5	1	N	35
5 x 8	2		45, 30

Tyto dvě tabulky odpovídají tabulce předcházející, rozdíl je však v tom, že nyní chybovali stejní žáci. U první tabulky zapsal žák číslo 7 výsledky 38 a 37, kde i u spoje 2 x 9 měl původně výsledek 38, pak ho však opravil na 37. V druhém případě chyboval žák číslo 8, který uvedl výsledky 35 a 30. U spoje 8 x 5 měl nejdříve výsledek správný, opravil ho však na špatný.

6 x 3	3	N	28, 12, 24
3 x 6	2		16, 21

9 x 8	3	N	64, 81, 18
8 x 9	2		79, 71

Spoje se opět liší pouze o jednu chybu, celkový počet chyb je však nyní pět. U první tabulky napsal žák číslo 17 výsledky 24 a 21. U druhé tabulky chyboval v obou případech žák číslo 1, který uvedl čísla 64 a 79. Můžeme považovat za paradoxní, že ačkoliv tento žák uváděl pro tyto spoje správný výsledek 72 v jiných pěti spojích chybně, nyní ho neuvedl ani jednou.

8 x 6	4	N	72, 32, 38, 49
6 x 8	5		72, 45, 54, 40, 54

Tyto dva komutativní spoje jsou v součtu nejvíce chybové. Problémy s nimi mělo devět žáků. Tři žáci udělali chybu v obou těchto spojích. Žák číslo 1 uvedl v obou příkladech výsledek 72. Žák číslo 4 zapsal čísla 32 a 45 a žák číslo 8 odpověděl čísly 38 a 40.

4 x 2	0	N	
2 x 4	2		12, 4

8 x 3	0	N	
3 x 8	2		32, 32

6 x 4	0	N	
4 x 6	2		42, 32

8 x 4	2	N	24, 48
4 x 8	0		

9 x 4	2	N	56, 54
4 x 9	0		

Nyní jsme se přesunuli ke spojům, kde se zvýšil rozdíl v chybovosti na dvě. Jeden spoj zde neobsahuje žádnou chybu, druhý pak chyby dvě.

7 x 6	1	N	49
6 x 7	3		35, 35, 49

V tomto případě se spoje liší opět o dvě chyby, ale součet chyb obou spojů je nyní čtyři. Vyskytuje se zde v obou příkladech výsledek 49, každý ale uvedl jiný žák.

9 x 6	4	N	56, 72, 63, 36
6 x 9	1		56

U těchto dvou spojů se rozdíl v chybovosti zvýšil již na tři. Opět zde nacházíme u obou spojů stejný výsledek, ale i zde byl jeho autor různý.

8 x 7	5	N	63, 57, 48, 75, 53
7 x 8	1		72

Poslední dvojice spojů se liší o nejvíce chyb, o čtyři. V obou spojích chyboval žák číslo 1, který zapsal výsledky 63 a 72. Je zajímavé, proč právě tento příklad má tak velkou rozdílnost v chybovosti. Jedním z možných vysvětlení by mohlo být umístění spoje 8 x 7 ve cvičení 4 – vybarvování výsledků, ve kterém se nejvíce chybovalo. Spoj 7 x 8 byl naopak zařazen ve cvičení 2 – nakrm příšery, které bylo nejméně chybové.

5.2.1.7 Shrnutí ústní části

Pro přehlednější shrnutí výzkumu ústní části bylo sestaveno schéma (viz níže), ve kterém je možné vidět, jaké spoje činily žákům největší problémy. Celkový přehled je pak přiložen v příloze 10.

5 chyb

- 6 x 8   8 x 7

4 chyby

- 8 x 6   9 x 6   8 x 8

3 chyby

- 6 x 3   6 x 7   7 x 7   9 x 8

2 chyby

- 0 x 2   9 x 2   2 x 4   8 x 4   9 x 4   3 x 6   4 x 6   2 x 8   3 x 8   5 x 8   8 x 9

1 chyba

- 4 x 0   5 x 2   8 x 2   3 x 3   7 x 3   4 x 4   7 x 4   0 x 5   2 x 5   6 x 5   7 x 5   8 x 5   7 x 6   4 x 7   7 x 8   2 x 9   3 x 9   5 x 9   6 x 9   7 x 9   9 x 9

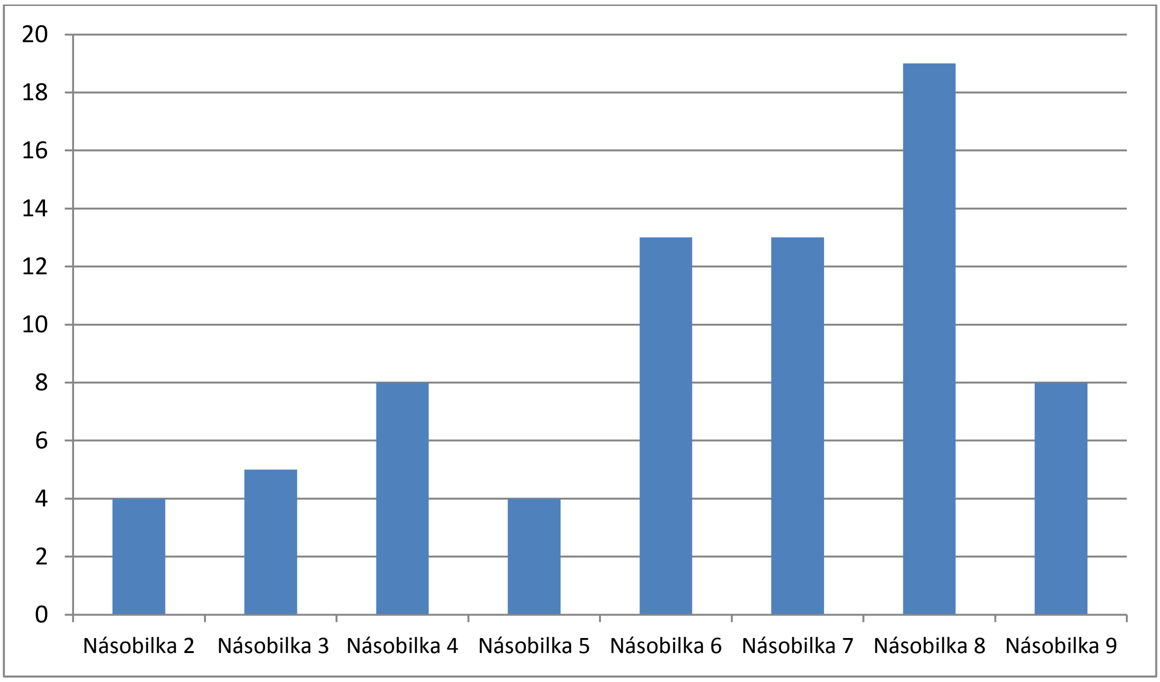
0 chyb

- 5 x 0   7 x 1   9 x 1   2 x 2   3 x 2   4 x 2   6 x 2   7 x 2   1 x 3   4 x 3   5 x 3   8 x 3   9 x 3   3 x 4   5 x 4   6 x 4   10 x 4   3 x 5   4 x 5   5 x 5   9 x 5   1 x 6   2 x 6   4 x 6   5 x 6   6 x 6   2 x 7   3 x 7   5 x 7   10 x 7   4 x 8   4 x 9   6 x 9   3 x 10   8 x 10   10 x 10

Schéma 1 Chyby v ústním násobení

Jako nejproblematičtější se ukázaly spoje 6 x 8 a 8 x 7. Ačkoliv by se u spoje 6 x 8 nabízela domněnka, že tento spoj nebude pro žáky tak obtížný, jelikož se výsledek s jeho zněním rýmuje (šestkrát osm rovná se čtyřicet osm), výzkum tento předpoklad jednoznačně popírá. Pokud se blíže zaměříme na spoj 8 x 7, můžeme si všimnout, jak již bylo uvedeno výše, že spoji k tomuto spoji komutativnímu (7 x 8) náleží pouze jeden chybný výsledek. V našem výzkumu chápali žáci komutativní spoje spíše izolovaně, neviděli mezi nimi souvislost. Pouze u žáka číslo 1 se vyskytovaly v komutativních spojích stejně chybné výsledky. Jak již bylo ale zmíněno, v tomto případě se nemusí zcela jednat o využívání komutativnosti. U ostatních žáků se většinou vyskytovala chyba pouze u jednoho ze dvojice spojů. Pokud chybovali v obou spojích, tak se výsledky lišily.

Jak již bylo patrné z předchozího schématu, žáci častěji chybují ve spojích násobilek s vyššími čísly. Pro větší názornost byl sestaven graf, ze kterého můžeme vidět, jak se pohybuje chybovost v jednotlivých násobilkách.



Graf 1 Chybovost v jednotlivých násobilkách – ústní násobení

Do grafu nebyly zařazeny spoje s čísly 0, 1 a 10, jelikož se ve výzkumu nevyskytovaly v plné míře. Chybovost v jednotlivých násobilkách rostla se zvyšující se hodnotou násobilky. Tento trend porušuje pouze násobilka 5 a 9. U násobilky 5 to můžeme vysvětlit tím, že spoje této násobilky jsou pro žáky dobře zapamatovatelné, jelikož končí střídavě číslicemi 0 a 5. U násobilky 9 se tak jednoznačné vysvětlení nenabízí. Jednou z možností by mohl být fakt, že nácvik této násobilky byl z pohledu ostatních násobilek uskutečňován nejblíže termínu daného výzkumu. Nejproblematičtější násobilkou byla pro žáky násobilka 8, ve které chybovali celkem devatenáctkrát. Oproti ostatním násobilkám je zde vidět poměrně velký rozdíl.

Pokud bychom se na problematiku chybovosti v jednotlivých násobilkách podívali z pohledu jejich zařazení v průběhu výuky násobení, uvidíme, že pro žáky jsou problematičtější ty spoje, které byly osvojovány později. Výjimkami tohoto pravidla jsou opět násobilky 5 a 9. Jak již bylo zmíněno v kapitole Zavádění násobení ve zkoumané třídě, osvojování násobilek bylo rozděleno mezi 2. a 3. ročník. Ve 2. ročníku se žáci postupně věnovali násobilkám 2, 3, 4, 5, 0 a 1, ve 3. ročníku pak pokračovali násobilkami 6, 7, 8, 9 a 10.

5.2.2 Písemná část

Analýza písemné části se bude nejprve zabývat výsledky zjištěnými v pracovních sešitech, poté výsledky z pracovních listů.

5.2.2.1 Pracovní sešity

Pro vyhledávání problematických spojů písemného násobení bylo k dispozici devatenáct pracovních sešitů, chyběl sešit žáka číslo 5. Bližšímu popisu tohoto procesu se zde nebudeme věnovat, jelikož byl již uveden výše. Je však ještě dobré podotknout, že vyhledávání spojů probíhalo od konce sešitu směrem dopředu, aby byla zjištěná data co možná nejaktuálnější. U spojů, které byly objeveny v sešitě vícekrát, byly dřívější výsledky zapsány do tabulky drobným písmem. Pokud je tedy příklad odškrtnut jako správný a drobným písmem je uveden nějaký výsledek, znamená to, že žák měl příklad vypočítaný správně, avšak v minulosti v něm chyboval.

Následně budou uvedeny tabulky spojů, které budou pro větší přehlednost rozděleny podle jednotlivých násobilek. Násobení s čísly 0, 1 a 10 bude uvedeno v jedné tabulce.

	1	2	3	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	P. CH.
4 x 0	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	4	V	V	1
5 x 0	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	5	V	V	1
0 x 5	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	0
7 x 1	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	0
9 x 1	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	0
1 x 6	V	V	V	V	V	X	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	0
10 x 7	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	0
3 x 10	V	V	V	V	V	X	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	0
8 x 10	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	0
10 x 10	10	V	V	V	81	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	2

Tabulka 6 Pracovní sešity – násobení s 0, 1 a 10

Můžeme si všimnout, že žákům nedělaly tyto spoje velké problémy. Žák 18 chyboval ve spojích s 0, ale pouze v případě, že 0 byla na místě druhého činitele. Dále se zde vyskytly už jen dvě chyby ve spoji 10 x 10, kde žáci zapsali výsledky 10 a 81.

	1	2	3	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	P. CH.
2 x 2	8	V 1	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	8 1	V	V	V	V	1
3 x 2	V	V	V	V	V	V	V	9	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	1
4 x 2	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	0
5 x 2	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	0
6 x 2	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	18	1
7 x 2	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V 17	V	0
8 x 2	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	18, 18 V	0
9 x 2	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	0

Tabulka 7 Pracovní sešity – násobilka 2

Ani násobilka 2 nečinila žákům přílišné problémy. Můžeme si však všimnout, že už se zde objevují chyby, které byly procvičováním odstraněny. U spoje 2 x 2 se v minulosti objevil dvakrát výsledek 1. Tento výsledek by nasvědčoval tomu, že žáci místo násobení provedli dělení. U téhož spoje je zajímavý dvojnásobný výskyt výsledku 8. Dále došlo k odstranění chyby u žáka číslo 20, který dříve dvakrát uvedl u spoje 8 x 2 výsledek 18. Tento výsledek však stále uvádí u spoje 6 x 2.

	1	2	3	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	P. CH.
2 x 3	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
3 x 3	V ^{3}	V	V	V	V	V	V	**12**	V	V	V	V	V	V	V	V	V ^{6}	V	V	**1**
4 x 3	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
6 x 3	V	V ^{15}	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
8 x 3	V	V	V	V ^{16}	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
9 x 3	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**

Tabulka 8 Pracovní sešity – násobilka 3

V násobilce 3 se můžeme všimnout především odstranění chybných výsledků u žáků číslo 1 a 18 ve spoji 3 x 3. U žáka číslo 18 s výsledkem 6 došlo patrně k součtu čísel namísto součinu. I chyby v dalších spojích byly odstraněny, a tak zůstala chyba jen ve spoji 3 x 3 u žáka číslo 9.

	1	2	3	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	P. CH.
2 x 4	**10**	V	V	V	V	X	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**1**
3 x 4	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
4 x 4	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V ^{8}	V	V	**0**
5 x 4	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
6 x 4	V	V	V	V	V	V	V	**21**	V	V	V	V	V	V	V	**54**	V ^{21}	V	V	**2**
7 x 4	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V ^{35}	V	V	V	V	V	**0**
8 x 4	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
9 x 4	V	V	V	V	V	V	V ^{56}	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**

Tabulka 9 Pracovní sešity – násobilka 4

V této násobilce chybovali žáci nejvíce ve spoji 6 x 4, kde uvedli výsledky 21 a 54. Pokud se zaměříme na dřívější výsledky, můžeme si povšimnout chybného výsledku 8 u spoje 4 x 4, který se vyskytl u žáka číslo 18. Zdá se, že opět došlo k součtu namísto součinu. Tentýž typ chyby učinil žák v předcházející násobilce 3.

	1	2	3	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	P. CH.
3 x 5	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
4 x 5	V	V	V	V	V	**10^{16}**	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**1**
5 x 5	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
6 x 5	V^{36}	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
7 x 5	V	V	V	**30**	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**1**
8 x 5	V	V	V	**35^{34}**	**45**	V	**35**	V	V	V	V	V^{32}	V	V	V	V	V^{30}	V	V	**3**
9 x 5	V	V	V	V	V	V^{55}	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V^{55}	V	**0**

Tabulka 10 Pracovní sešity – násobilka 5

Největší chybovost v násobilce 5 se vyskytla u spoje 8 x 5, kde chybovali tři žáci. V dřívějších výsledcích lze pozorovat, že si žáci časem uvědomili, že při násobení 5 je konečnou číslicí výsledku číslice 5 nebo 0, a došlo k odstranění chyb tohoto typu. I přesto někteří žáci v daných spojích opět chybovali, pouze jiným výsledkem, který už však končil správnou číslicí.

	1	2	3	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	P. CH.
2 x 6	V^{17}	V	V	V	V		V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
3 x 6	V	V	V	V	V	V^{23}	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V^{12}	V	V	**0**
5 x 6	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
6 x 6	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V^{24}	V	V	V^{35}	V	V	**0**
7 x 6	V^{48}	V	V	**41**	V	V	V	V	V	V	**72**	V	V	**53^{45}**	V	V	**30, 48** V	**32^{49}**	V	**4**
8 x 6	**42^{63}**	**58**	V	**62^{56}**	V	**50^{50}**	**52**	**56^{43}**	V	V	V	V	V	**49^{54}**	V	V	**36, 32** V	V	**56, 56** V	**7**
9 x 6	V	V	V	V	V	**56**	V	V	V	V	V	V	V	V^{53}	V	V	V^{27}	V	V	**1**

Tabulka 11 Pracovní sešity – násobilka 6

V násobilce 6 chybných výsledků poměrně přibylo. Týká se to především spojů 7 x 6 a 8 x 6. Spoj 8 x 6 byl nejvíce chybovým spojem ve zkoumání pracovních sešitů. Ačkoliv žáci číslo 18 a 20 své chyby v tomto spoji odstranili, stále v něm chybovalo sedm žáků. Můžeme si povšimnout, že pět z těchto sedmi žáků chybovalo v tomto spoji již v minulosti a kromě žáka číslo 7 uvedli dříve jiný výsledek než nyní. Žák 7 zapsal v obou případech číslo 50. Zdá se tedy, že tento chybný výsledek má nejspíše zafixován. Ve spoji 7 x 6 chybovali čtyři žáci, dříve to bylo ještě o dva žáky více. Opět se zde vyskytují dva žáci, kteří chybovali ve spoji i v minulosti, ale jiným výsledkem. U ostatních spojů došlo časem k téměř úplnému odstranění chyb, až na spoj 9 x 6, kde zůstal jeden chybný výsledek.

	1	2	3	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	P. CH.
2 x 7	V	V	V	V	V	V^{24}	V	V	V	V	V	V	V	**16**	V	V	V	V	V	**1**
3 x 7	V	V	V	V	V	V	**24**	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**1**
4 x 7	V	V	V	**24**	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**32**	V	V	V	V	V	**2**
5 x 7	V	V	V	V	V	V^{36}	27, 37 V	V	V	V^{40}	V	V	V	V	V^{42}	V	V	V	V	**0**
6 x 7	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
7 x 7	V	V	V	V	V	**39**	V	V	V	V	V	V	V	65, 21 V	**47**	V	V^{42}	V	V	**2**
8 x 7	V	**54**	V	**49**	V	V^{54}	V	V	V	V	V	V	V	**57^{63}**	V	V	42, 64 V	V	V^{42}	**3**
9 x 7	V	V	V	**64**	V	**64**	V	V	V	V	V	V	V	V	V^{56}	V	**64^{45}**	V	V	**3**

Tabulka 12 Pracovní sešity – násobilka 7

V násobilce 7 se vyskytlo dvanáct chyb. Nejvíce žáci chybovali ve spojích 8 x 7 a 9 x 7, ve kterých se objevily shodně tři chyby. Ve spoji 9 x 7 je zajímavý trojnásobný výskyt výsledku 64, ačkoliv tito žáci neseděli blízko sebe, aby mohli výsledek opsat. U spoje 8 x 7 si můžeme všimnout, že dříve v tomto spoji chybovali další tři žáci. Žák číslo 18 v něm chyboval dokonce dvakrát, ale časem se mu povedlo tuto chybu odstranit. K naprostému odstranění chyb došlo u spoje 5 x 7, ve kterém dříve chybovali čtyři žáci. Tento spoj byl spolu se spojem 6 x 7 bezchybný. V dalších spojích se vyskytovaly dva nebo jeden chybný výsledek.

	1	2	3	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	P. CH.
2 x 8	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**18^{18}**	V^{18}	V	**1**
3 x 8	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
4 x 8	**28**	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**28**	V	V	V	V	V	**2**
5 x 8	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
6 x 8	**47**	V	V	V	V	**59**	V	**36^{43}**	V	V	V	V	V	**47**	V	V	**18**	V	V	**5**
7 x 8	V	V	V	V	V	**48**	V	V	V	**54**	V	V	V	V	V	V	**54**	V	V	**3**
8 x 8	V	V	V	**48**	V	**78**	**67^{32}**	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**48^{48}**	**63^{16}**	V	**5**
9 x 8	**54**	V	V	**71**	V	**73**	V	**71**	V	V	V	V	V	**63^{81}**	V	V	**64^{54}**	V	V	**6**

Tabulka 13 Pracovní sešity – násobilka 8

Násobilka 8 se ukázala jako nejproblémovější. Celkem se v ní objevilo 23 chybných výsledků. V této násobilce došlo k minimálnímu odstranění chyb. Pouze v jednom případě se v dříve chybovaném spoji později nevyskytla chyba. U ostatních spojů, které byly zaznamenány dvakrát, žáci opět chybovali, lišil se pouze chybný výsledek. Ve dvou případech byly chybné výsledky v opakovaných spojích stejné. Nejvíce chyb se vyskytlo ve spoji 9 x 8, který byl se svými šesti chybami druhým nejproblémovějším spojem písemného násobení v pracovních sešitech. Můžeme vidět, že tři chybné výsledky se nacházely v těsné blízkosti hodnoty správného výsledku, tedy čísla 72. To by mohlo ukazovat na to, že žáci už měli o správném výsledku představu odhadem, ale násobilku si ještě zcela přesně neosvojili. U spoje 8 x 8, který byl spolu se spojem 6 x 8 třetím nejproblémovějším spojem, můžeme pozorovat, že tři z pěti chybných výsledků končí číslicí 8. Jak už jsme zmiňovali u ústního násobení, i zde by mohl být tento jev způsoben tím, že se žákům výsledek se zněním příkladu rýmoval. Naopak ve spoji 6 x 8, kde by pomůcku s rýmováním použít mohli, takto nepostupovali. V tabulce je vidět, že žáci číslo 1 a 15 použili u tohoto spoje shodně výsledek 47. Zde je však dobré zmínit, že tito dva žáci sedí ve společné lavici, a tak mohlo dojít k opsání chybného výsledku. Totéž se patrně u stejných žáků přihodilo ve spoji 4 x 8, kde oba také shodně uvedli výsledek 28. Naopak u spoje 7 x 8, kde se také vyskytl dvakrát tentýž výsledek, k opsání dojít nemohlo. U spoje 2 x 8 je zřetelné, že v něm dříve chybovali dva žáci stejným výsledkem 18. Žákovi číslo 19 se tuto chybu podařilo odstranit, avšak žák číslo 18 uvedl u opakovaného spoje tentýž chybný výsledek.

	1	2	3	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	P. CH.
2 x 9	V	V	V	V	V	V	V	V [27]	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V [19]	V	**0**
3 x 9	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
4 x 9	**27**	V	V	**27**	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**45**	V	V	V	**3**
5 x 9	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
6 x 9	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V [53]	V	V	V	V	V	**0**
7 x 9	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
8 x 9	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V [71]	V	V	V	V	V [81]	**0**
9 x 9	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**71**	V	V	V	V	V	**1**

Tabulka 14 Pracovní sešity – násobilka 9

Poslední násobilkou, kterou nám ještě u písemného násobení v pracovních sešitech zbývá projít, je násobilka 9. Oproti násobilce 8 i zde tak, jako v ústním násobení, chyb značně ubylo. Vyskytly se tu pouze čtyři chyby, z nichž tři se nacházely ve spoji 4 x 9. Z tabulky je patrné, že i v této násobilce došlo k odstranění některých chyb, především pak u spojů 2 x 9 a 8 x 9.

5.2.2.2 Pracovní listy

Nyní se budeme blíže zabývat výsledky z pracovních listů. Jak již bylo zmíněno, tyto pracovní listy byly žákům zadány z důvodu neúplnosti všech spojů zjišťovaných v pracovních sešitech. Bylo k tomu přistoupeno především proto, aby mohlo dojít k objektivnímu srovnání ústního a písemného násobení.

Nejdříve se budeme věnovat rozboru jednotlivých spojů, které jsou tak, jako u pracovních listů, rozděleny pro větší přehlednost podle jednotlivých násobilek. Poté se budeme zabývat analýzou komutativních spojů. Ještě podotkneme, že v době práce v pracovním listě nebyl přítomen žák číslo 17 a žák číslo 3 chyběl při vyplňování posledního sloupce v pracovním listě a nemá tedy výsledky u dvaceti příkladů. Ukázky žákovských prací nalezneme v příloze 11.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	18	19	20	P. CH.
4 x 0	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
5 x 0	V	V	X	V	V	V	9	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**1**
0 x 2	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
0 x 5	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
0 x 8	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
1 x 1	2	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	2	V	2	V	V	V	V	**3**
4 x 1	V	V	X	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
7 x 1	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
9 x 1	V	V	X	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
1 x 3	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
1 x 6	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
10 x 4	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
10 x 7	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
3 x 10	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
8 x 10	V	V	X	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
10 x 10	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**

Tabulka 15 Pracovní listy – násobení s 0, 1 a 10

První tabulka obsahuje spoje, ve kterých se objevuje násobení s čísly 0, 1 a 10. Jak už bylo výše zmíněno, byly do pracovního listu, oproti předešlým částem výzkumu, zařazeny některé spoje navíc. Dobré je povšimnout si především spoje 1 x 1. Tento spoj byl zařazen po zpozorované poměrně velké chybovosti v pracovním sešitě. Jak se zde ukázalo, činí skutečně některým žákům problém. Chybovali v něm tři žáci a všichni shodně uvedli výsledek 2. Avšak opět se setkáváme s týmiž výsledky u žáků 1 a 15, kde jsme možný důvod shody vysvětlovali již výše. Další chyba se v této tabulce vyskytla už pouze u spoje 5 x 0, kde žák číslo 7 uvedl výsledek 9. Jak žák k tomuto výsledku došel, není jasné.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	18	19	20	P. CH.
2 x 2	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
3 x 2	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
4 x 2	V	V	X	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
5 x 2	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
6 x 2	V	V	X	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
7 x 2	V	V	V	V	V	V	V	V	**17**	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**1**
8 x 2	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
9 x 2	V	V	V	V	V	V	V	V	**16**	**17**	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**2**

Tabulka 16 Pracovní listy – násobilka 2

Násobilka 2 nečinila žákům žádné velké problémy. Žáci číslo 9 a 10 chybovali ve spoji 9 x 2, kde uvedli výsledky 16 a 17. Žák číslo 9 dále pak ještě chyboval ve spoji 7 x 2, na který odpověděl výsledkem 17. Žádné další chyby se zde nevyskytovaly.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	18	19	20	P. CH.
2 x 3	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
3 x 3	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
4 x 3	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
5 x 3	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
6 x 3	**24**	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**1**
7 x 3	V	V	V	V	V	V	V	V	**28**	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**1**
8 x 3	V	V	X	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
9 x 3	V	V	X	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**

Tabulka 17 Pracovní listy – násobilka 3

Z tabulky spojů násobilky 3 můžeme vidět, že zde žáci chybovali ještě méně než v předchozí násobilce 2. Nesprávně vypočítanými spoji byly pouze spoje 6 x 3 a 7 x 3, které obsahovaly shodně po jedné chybě.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	18	19	20	P. CH.
2 x 4	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	24	V	V	V	V	V	V	V	1
3 x 4	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	0
4 x 4	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	0
5 x 4	V	V		V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	0
6 x 4	V	V	V	V	V	V	14	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	1
7 x 4	V	V		V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	0
8 x 4	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	0
9 x 4	27	V	V	V	V	V	V	45	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	2

Tabulka 18 Pracovní listy – násobilka 4

V násobilce 4 se objevily čtyři chyby, z čehož dvě se vyskytly u spoje 9 x 4. Dále pak žáci chybovali ve spoji 6 x 4 a 2 x 4. U spoje 2 x 4 si můžeme povšimnout výsledku 24. Uvedené číslo je pro tento spoj poměrně vysoké. Vzhledem k tomu, že daný žák chyboval kromě tohoto spoje už pouze jednou, můžeme se domnívat, že se žák pouze přehlédl.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	18	19	20	P. CH.
2 x 5	V	V		V	V	V	20	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	1
3 x 5	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	18	V	30	V	V	2
4 x 5	V	V		V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	0
5 x 5	V	V		V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	0
6 x 5	V	V		V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	0
7 x 5	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	0
8 x 5	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	0
9 x 5	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	0

Tabulka 19 Pracovní listy – násobilka 5

V tabulce násobilky 5 můžeme vidět, že spoje této násobilky nečinily žákům žádné velké problémy. Objevily se zde pouze tři chyby, z nichž dvě byly u spoje 3 x 5 a jedna u spoje 2 x 5.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	18	19	20	P. CH.
2 x 6	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	15	V	V	V	V	V	V	V	V	**1**
3 x 6	V	V	V	V	V	V	20	16	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**2**
4 x 6	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
5 x 6	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
6 x 6	V	V	X	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
7 x 6	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	56	V	V	V	V	V	**1**
8 x 6	72	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**1**
9 x 6	V	V	X	V	V	V	V	V	V	V	V	56	V	V	V	45	V	V	V	**2**

Tabulka 20 Pracovní listy – násobilka 6

Od násobilky 6 se začalo množství chyb zvětšovat. V této násobilce chybovali žáci sedmkrát. Dvě chyby se vyskytly u spojů 3 x 6 a 9 x 6. Dále pak se jedna chyba nacházela ve spojích 2 x 6, 7 x 6 a 8 x 6.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	18	19	20	P. CH.
2 x 7	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
3 x 7	35	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**1**
4 x 7	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
5 x 7	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
6 x 7	V	V	V	V	41	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**1**
7 x 7	V	V	V	V	56	V	56	V	V	V	V	V	V	V	48	V	V	V	V	**3**
8 x 7	48	V	X	22	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	48	V	V	V	V	**3**
9 x 7	72	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**1**

Tabulka 21 Pracovní listy – násobilka 7

Násobilka 7 byla v pracovních listech nejvíce chybovou násobilkou. Celkem se v ní vyskytlo devět chyb. Nejvíce chyb se nacházelo ve spojích 7 x 7 a 8 x 7, ve kterých chybovali shodně tři žáci. U spoje 7 x 7 si můžeme všimnout opakujícího se výsledku 56 u žáků číslo 5 a 7. Je ale nutné podotknout, že tito dva žáci sedí v jedné lavici, tudíž stejně chybný výsledek můžeme přičítat opisování jednoho z žáků. Totéž lze říci u spoje 8 x 7, kde totožné výsledky uvedli tentokrát žáci číslo 1 a 15. Dále je zajímavé, že žák číslo 15 uvedl v obou těchto příkladech stejný výsledek, číslo 48. U žáka číslo 4 nás může překvapit poměrně nízké číslo u výsledku spoje 8 x 7. Původ tohoto výsledku je nejasný. Pravděpodobně šlo o nepozornost či přepsání. Další chyby se objevily ve spojích 3 x 7, 6 x 7 a 9 x 7. Ve všech těchto spojích se vyskytla jedna špatná odpověď.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	18	19	20	P. CH.
2 x 8	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
3 x 8	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
4 x 8	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
5 x 8	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
6 x 8	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
7 x 8	**48**	V	X	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**48**	V	V	V	V	**2**
8 x 8	**63**	**63**	V	**48**	V	V	V	V	V	**56**	V	V	V	V	**63**	V	V	V	V	**5**
9 x 8	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**

Tabulka 22 Pracovní listy – násobilka 8

V násobilce 8 chybovalo celkem sedm žáků. Tyto chyby se však rozložily pouze do dvou spojů, kde tím více chybovým byl spoj 8 x 8, ve kterém se vyskytlo celkem pět chyb. Pokud bychom se zaměřili na chybné výsledky tohoto spoje, všimneme si trojnásobného výskytu čísla 63. Opět se však dostáváme k tomu, že dva z těchto totožných výsledků zapsali žáci číslo 1 a 15, kteří, jak jsme již několikrát zmiňovali, pracují ve stejné lavici. Totéž můžeme vidět u druhého chybného spoje této násobilky, spoje 7 x 8. Zde se nacházely dva chybné výsledky, oba byly totožné a oba uvedli opět žáci číslo 1 a 15.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	18	19	20	P. CH.
2 x 9	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
3 x 9	V	V	X	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**18**	V	V	**1**
4 x 9	V	V	X	V	V	V	V	**45**	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**1**
5 x 9	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
6 x 9	**42**	V	V	V	V	V	V	V	**63**	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**2**
7 x 9	**56**	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**1**
8 x 9	V	V	V	**7**	V	V	V	**82**	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**2**
9 x 9	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**72**	V	V	V	V	**1**

Tabulka 23 Pracovní listy – násobilka 9

Poslední násobilka, která nám ještě zbývá, je násobilka 9. Tato násobilka byla druhou nejvíce chybovou násobilkou v pracovních listech. Celkem se zde objevilo osm chyb. Tyto chyby byly tentokrát, na rozdíl od násobilky 8, rozděleny do šesti spojů. Žáci nechybovali pouze ve spojích 2 x 9 a 5 x 9. Dvakrát se objevily nesprávné výsledky u spojů 6 x 9 a 8 x 9. Za povšimnutí stojí uvedený výsledek číslo 7 u spoje 8 x 9. Jako možné vysvětlení tohoto výsledku by se nabízela nepozornost, žák mohl zapomenout zapsat druhou číslici. Dále pak žáci chybovali ve spojích 3 x 9, 4 x 9, 7 x 9 a 9 x 9, kde se objevila jedna chyba.

5.2.2.3 Komutativnost

Komutativnost písemného násobení byla posuzována na základě výsledků z pracovních listů, jelikož u pracovních sešitů nebylo možné, z důvodu chybějících spojů, sestavit všechny dvojice spojů. Pro porovnání chybovosti u komutativních spojů byly stejně jako u ústního násobení zvoleny tabulky pro jednotlivé komutativní dvojice. Podrobnější popis tabulek je uveden výše, a tak se jím nyní nebudeme více zabývat. Tabulky jsou opět řazeny podle rozdílnosti v chybovosti jednotlivých komutativních spojů.

3 x 2	0	A	
2 x 3	0		

8 x 2	0	A	
2 x 8	0		

4 x 3	0	A	
3 x 4	0		

8 x 3	0	A	
3 x 8	0		

5 x 4	0	A	
4 x 5	0		

8 x 4	0	A	
4 x 8	0		

6 x 5	0	A	
5 x 6	0		

7 x 5	0	A	
5 x 7	0		

8 x 5	0	A	
5 x 8	0		

9 x 5	0	A	
5 x 9	0		

V těchto spojích se nevyskytoval žádný chybný výsledek.

7 x 3	1	N	28
3 x 7	1		35

7 x 6	1	A	56
6 x 7	1		41

Pro tyto tabulky platí, že zde žáci chybovali v obou komutativních spojích jednou.

9 x 7	1	N	72
7 x 9	1		56

I zde se vyskytla v obou spojích jedna chyba, avšak tentokrát ji udělal ten samý žák. Konkrétně šlo o žáka číslo 1. Uvedené výsledky se však lišily.

9 x 6	2	A	56, 45
6 x 9	2		42, 63

Ani v těchto spojích se chybovost obou spojů nelišila. Shodně zde žáci chybovali v obou případech dvakrát. Každý výsledek uvedl jiný žák.

4 x 2	0	N	
2 x 4	1		24

5 x 2	0	N	
2 x 5	1		20

6 x 2	0	N	
2 x 6	1		15

7 x 2	1	N	17
2 x 7	0		

9 x 3	0	N	
3 x 9	1		18

6 x 4	1	N	14
4 x 6	0		

8 x 6	1	N	72
6 x 8	0		

V těchto případech žáci učinili shodně v jednom z komutativních spojů jednu chybu.

6 x 3	1	N	24
3 x 6	2		20, 16

9 x 4	2	N	27, 45
4 x 9	1		45

I pro tyto tabulky platí, že se chybovost spojů liší o jednu chybu. Součet chyb je však nyní roven třem. U druhé tabulky došlo navíc k tomu, že výsledek 45 zapsal v obou případech žák číslo 8.

8 x 7	3	N	48, 22, 48
7 x 8	2		48, 48

Ani tyto spoje se od předešlých neliší v rozdílu chybovosti. Součet chyb však nyní odpovídá pěti. Můžeme si všimnout, že se v obou spojích vyskytl dvakrát výsledek 48. Tento výsledek uvedli žáci číslo 1 a 15. Opět se jedná o již zmíněné žáky. Zdá se, že alespoň jeden z nich využívá komutativnosti spojů, i když s nesprávným výsledkem. Nemůžeme však vyloučit, že se jedná pouze o náhodu.

9 x 2	2	N	16, 17
2 x 9	0		

5 x 3	0	N	
3 x 5	2		18, 30

9 x 8	0	N	
8 x 9	2		7, 82

V posledním případě, který se v pracovních listech vyskytl, je rozdíl v chybovosti roven dvěma. Ve všech těchto třech dvojicích spojů je přitom jeden ze spojů bezchybný a ve druhém jsou dvě chyby.

5.2.2.4 Shrnutí písemného násobení

Pro přehlednější shrnutí písemného násobení, tak jako u ústního, bylo sestaveno schéma, ze kterého je možno vyčíst, jaké spoje činily žákům největší problémy. Celkový přehled je pak přiložen v příloze 12 a 13.

První schéma patří k písemnému násobení v pracovních sešitech.

7 chyb

- 8 x 6

6 chyb

- 9 x 8

5 chyb

- 6 x 8 8 x 8

4 chyby

- 7 x 6

3 chyby

- 8 x 5 8 x 7 9 x 7 7 x 8 4 x 9

2 chyby

- 6 x 4 4 x 7 7 x 7 2 x 8 4 x 8 10 x 10

1 chyba

- 4 x 0 5 x 0 2 x 2 3 x 2 6 x 2 3 x 3 2 x 4 4 x 5 7 x 5 9 x 6 2 x 7 3 x 7 9 x 9

0 chyb

- 7 x 1 9 x 1 4 x 2 5 x 2 7 x 2 8 x 2 9 x 2 2 x 3 4 x 3 6 x 3 8 x 3 9 x 3 3 x 4 4 x 4 5 x 4 7 x 4 8 x 4 9 x 4 0 x 5 3 x 5 5 x 5 6 x 5 9 x 5 1 x 6 2 x 6 3 x 6 5 x 6 6 x 6 5 x 7 6 x 7 10 x 7 3 x 8 5 x 8 2 x 9 3 x 9 5 x 9 6 x 9 7 x 9 8 x 9 3 x 10 8 x 10

Schéma 2 Chyby v písemném násobení v sešitech

Ze schématu můžeme vidět, že největší problém měli žáci se spojem 8 x 6, ve kterém chybovali celkem sedmkrát. Dalším častým problémovým spojem byl spoj 9 x 8, ve kterém se vyskytlo šest chyb. Zajímavé je, že spoj k tomuto spoji komutativní, spoj 8 x 9, neobsahoval žádnou chybu. Možným vysvětlením by mohl být fakt, že spoj 8 x 9 se nacházel ihned za nácvikem násobení 9, a tak ho žáci měli čerstvě v paměti, na rozdíl od spoje 9 x 8, který byl nacvičován již dříve. Dalšími spoji s poměrně velkým množstvím chyb byly spoje 6 x 8 a 8 x 8. Se čtyřmi chybami pak následoval spoj 7 x 6. K tomuto spoji komutativní spoj 6 x 7 neobsahoval žádnou chybu. Opět se tedy setkáváme s tím, že žáci při počítání nevyužívají komutativnosti spojů.

Druhé schéma náleží výsledkům z pracovních listů.

5 chyb

- 8 x 8

3 chyby

- 1 x 1 7 x 7 8 x 7

2 chyby

- 9 x 2 9 x 4 3 x 5 3 x 6 9 x 6 7 x 8 6 x 9 8 x 9

1 chyba

- 5 x 0 7 x 2 6 x 3 7 x 3 2 x 4 6 x 4 2 x 5 2 x 6 7 x 6 8 x 6
  3 x 7 6 x 7 9 x 7 3 x 9 4 x 9 7 x 9 9 x 9

0 chyb

- 4 x 0 4 x 1 7 x 1 9 x 1 0 x 2 2 x 2 3 x 2 4 x 2 5 x 2 6 x 2
  8 x 2 1 x 3 2 x 3 3 x 3 4 x 3 5 x 3 8 x 3 9 x 3 3 x 4 4 x 4
  5 x 4 7 x 4 8 x 4 10 x 4 0 x 5 4 x 5 5 x 5 6 x 5 7 x 5 8 x 5
  9 x 5 1 x 6 4 x 6 5 x 6 6 x 6 2 x 7 4 x 7 5 x 7 10 x 7 0 x 8
  2 x 8 3 x 8 4 x 8 5 x 8 6 x 8 9 x 8 2 x 9 5 x 9 3 x 10 8 x 10
  10 x 10

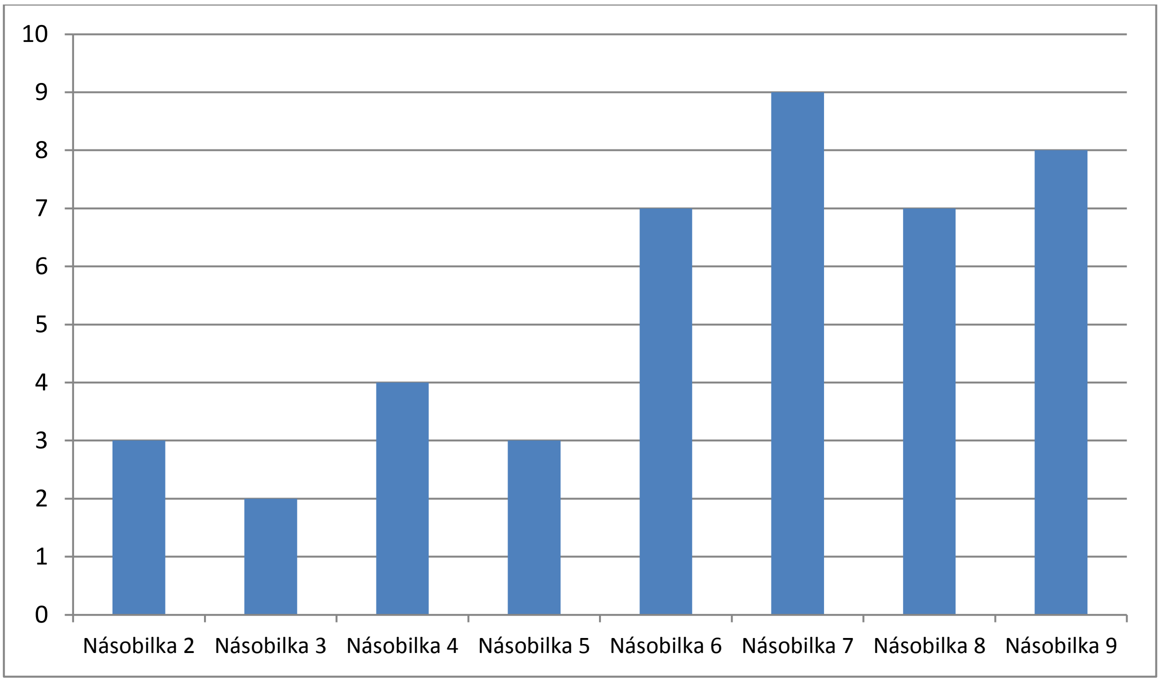
Schéma 3 Chyby v písemném násobení v pracovních listech

Zde si můžeme všimnout, že nejobtížnějším spojem byl tentokrát spoj 8 x 8, ve kterém chybovalo pět žáků. Po třech chybách se pak vyskytlo u spojů 1 x 1, 7 x 7 a 8 x 7.

Pokud bychom měli porovnat chybovost písemného násobení v pracovních sešitech s písemným násobením v pracovních listech, všimneme si, že v pracovních listech došlo k úbytku chyb. V pracovních sešitech se vyskytlo celkem 67 chybných výsledků, oproti tomu v pracovních listech pouze 47 chybných výsledků. Došlo i ke změně chybovosti v jednotlivých spojích. Zatímco v pracovních sešitech se ve spoji 8 x 6 vyskytlo sedm chyb, v pracovních listech to byla už pouze jedna chyba. Totéž můžeme pozorovat u spoje 9 x 8, ve kterém v pracovních sešitech chybovalo šest žáků, ale v pracovních listech už byl tento spoj bez chyby. I v ostatních spojích chybovost převážně klesala. Stejného množství chyb si můžeme povšimnout hlavně u spoje 8 x 8, ve kterém žáci v obou případech chybovali pětkrát.

Vzhledem k tomu, že práci v pracovních sešitech žáci dokončili zhruba o 14 dní dříve, než vyplňovali pracovní list, můžeme obecně říci, že se výkony žáků v čase zlepšovaly. Pouze u několika spojů zůstala chybovost stejná.

V předchozím schématu si můžeme všimnout, že žáci chybovali častěji u spojů násobilek s vyšším číslem. Pro lepší přehlednost byl sestaven graf, který vyjadřuje chybovost v jednotlivých násobilkách. Vzhledem k tomu, že ve výsledcích v pracovních sešitech některé spoje chyběly, byl graf sestaven pro výsledky z pracovních listů.



Graf 2 Chybovost v jednotlivých násobilkách – písemné násobení

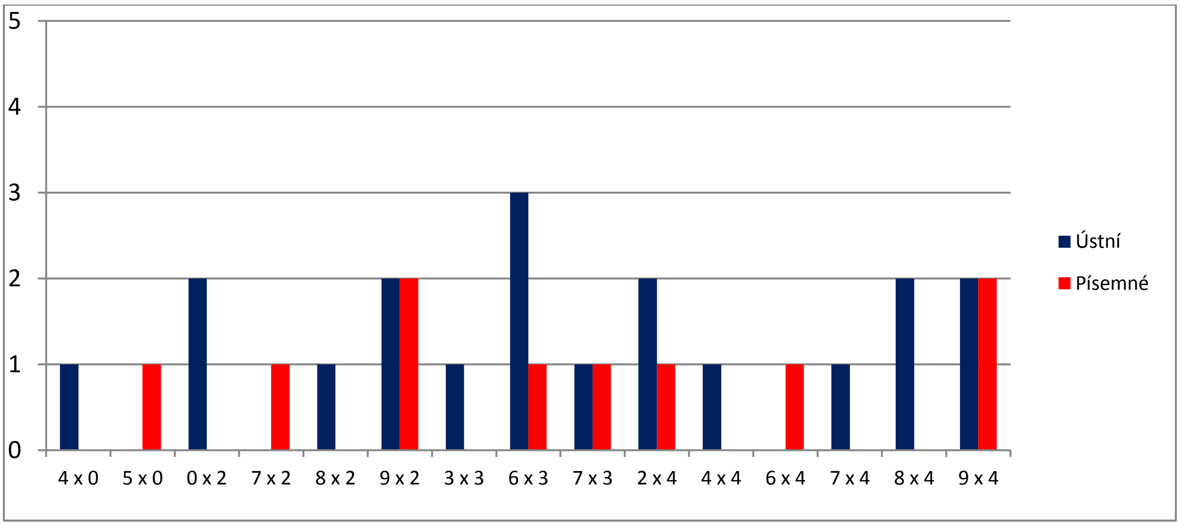
V grafu si můžeme všimnout, že nejméně žáci chybovali v násobilce 3, kde se vyskytly pouze dvě chyby. Naopak nejvíce chybných výsledků se objevilo v násobilce 7. Z rozložení chybovosti u jednotlivých násobilek je patrné, že žákům dělají větší problémy násobilky vyšších čísel, které jsou zároveň násobilkami osvojovanými později.

5.3 Srovnání ústního a písemného násobení

Tato část práce bude rozdělena na dvě části. První část se bude zabývat srovnáním chybovosti jednotlivých spojů v obou typech násobení. Srovnání bude vycházet z výzkumu ústního násobení a výzkumu písemného násobení v pracovních listech. Jak již bylo řečeno, pracovní listy jsou zvoleny z toho důvodu, že na rozdíl od pracovních sešitů obsahovaly všechny zkoumané spoje. Druhá část pak bude obsahovat srovnání chybovosti ústní a písemné formy násobení u jednotlivých žáků.

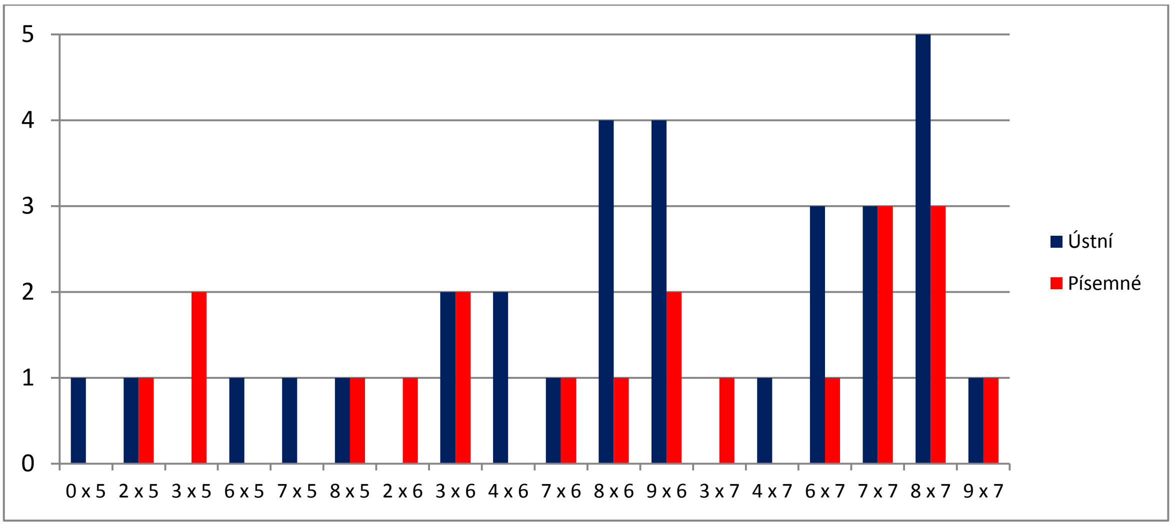
5.3.1 Srovnání chybovosti

Pro srovnání chybovosti obou typů násobení byly sestaveny grafy, do kterých byly zařazeny spoje, ve kterých se vyskytl chybný výsledek.



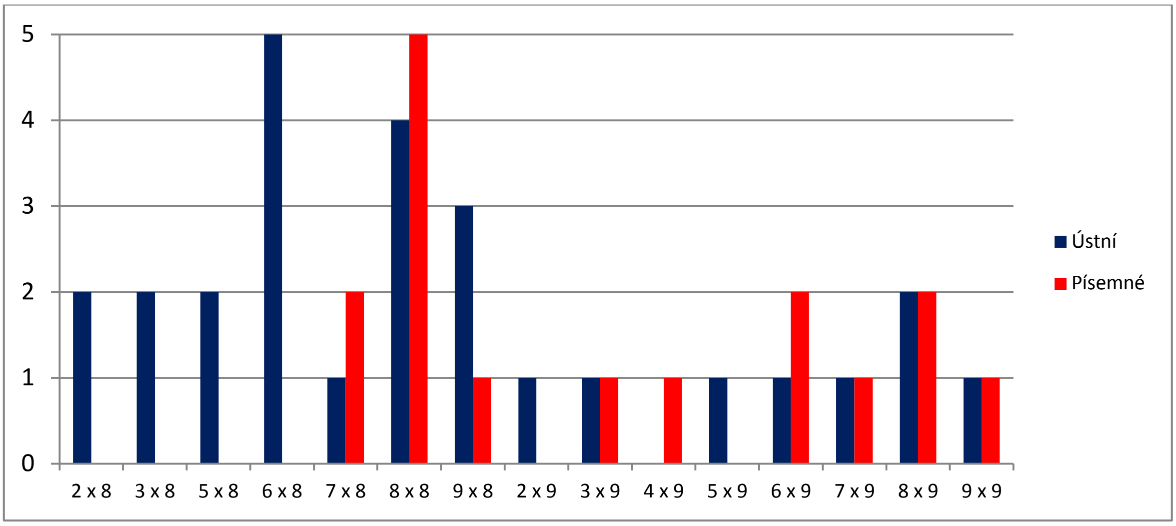
Graf 3 Srovnání chybovosti

V prvním grafu můžeme vidět spoje násobilek 0, 2, 3 a 4. Z grafu je patrné, že v těchto spojích je většinou chybovost v ústním násobení buďto vyšší nebo rovna chybovosti v písemném násobení. Nejvyšším rozdílem byly dvě chyby a konkrétně šlo o spoje 0 x 2, 6 x 3 a 8 x 4. Pouze ve spojích 5 x 0, 7 x 2 a 6 x 4 se v písemném násobení vyskytlo o jednu chybu více než v ústním.



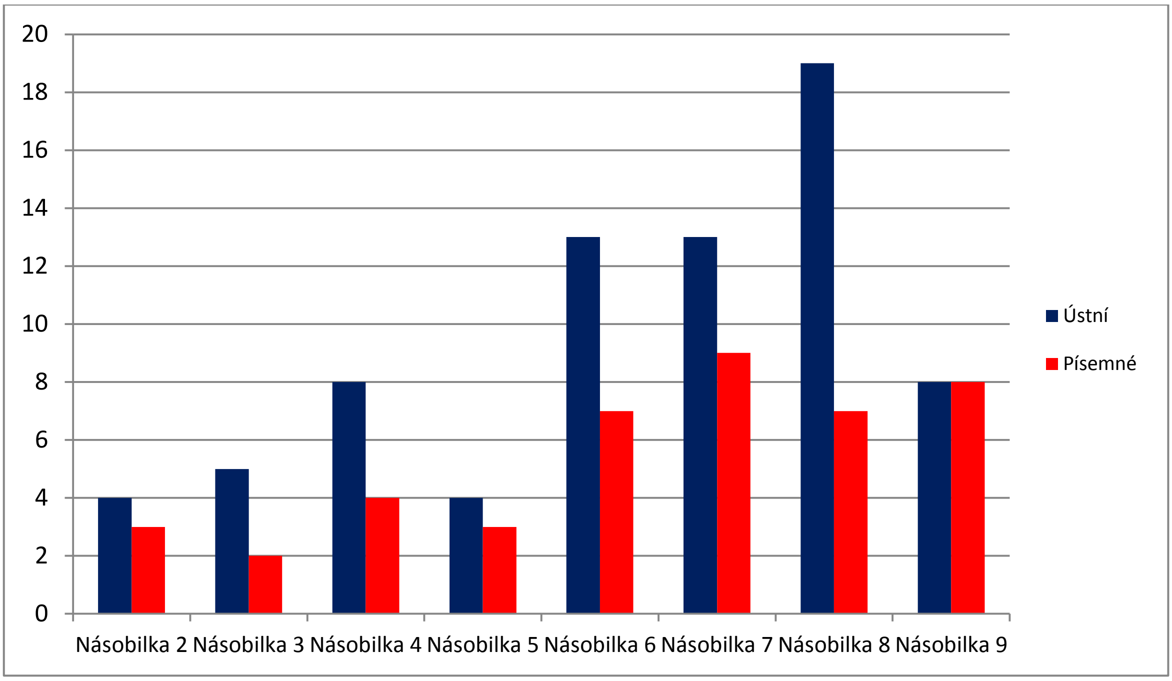
Graf 4 Srovnání chybovosti

V dalším grafu se nacházejí chybné spoje násobilek 5, 6 a 7. Můžeme si všimnout, že i zde je většinou vyšší chybovost u ústního násobení, popřípadě si je chybovost v obou typech násobení rovna. Na rozdíl od předchozích násobilek se zde rozdíly v chybovosti zvyšují. Nejpatrnější rozdíl můžeme vidět ve spoji 8 x 6, kde se v ústní variantě vyskytly čtyři chyby, zatímco v písemné variantě pouze jedna chyba. U dalších čtyř spojů se vyskytlo v ústním násobení o dva chybné výsledky více než v násobení písemném. Naopak ve třech spojích těchto násobilek se pak nacházelo více chyb v písemném násobení než v ústním. Konkrétně šlo o spoje 2 x 6 a 3 x 7, kde byl rozdíl jedna chyba, a spoj 3 x 5, kde byl rozdíl dvě chyby.



Graf 5 Srovnání chybovosti

Třetí graf zahrnuje spoje násobilek 8 a 9. I zde panoval stejný trend jako v grafech předchozích. To znamená, že ve většině spojů se vyskytlo více chyb u ústního násobení. Nejvyšší rozdíl v chybovosti byl u spoje 6 x 8, kde se v ústní variantě vyskytlo pět chyb, zatímco písemná varianta byla bezchybná. Je zajímavé, že právě v tomto spoji byla chybovost v ústním násobení o tolik vyšší. Přitom by se dalo předpokládat, že právě u tohoto spoje, kde se výsledek s jeho zněním rýmuje, bude menší chybovost v ústním násobení, kdy žáci znění příkladu slyší. Jako jedno z možných vysvětlení se nabízí, že zatímco v ústní variantě žáci pouze pasivně poslouchali, a tudíž si možná neuvědomili tuto souvislost, v písemné variantě si příklad sami pro sebe přečetli a asi tak lépe vnímali danou spojitost. Rozdíly v dalších spojích již nebyly tak patrné. Ve čtyřech případech byl počet chyb u ústního násobení o dva vyšší než u násobení písemného. U čtyř spojů pak můžeme pozorovat, že byla chybovost v písemném násobení vyšší než v ústním. Rozdílem byla však pouze jedna chyba. Nejvíce chyb se objevilo u spoje 8 x 8, který se tak stal spojem, ve kterém se celkově nejvíce chybovalo.



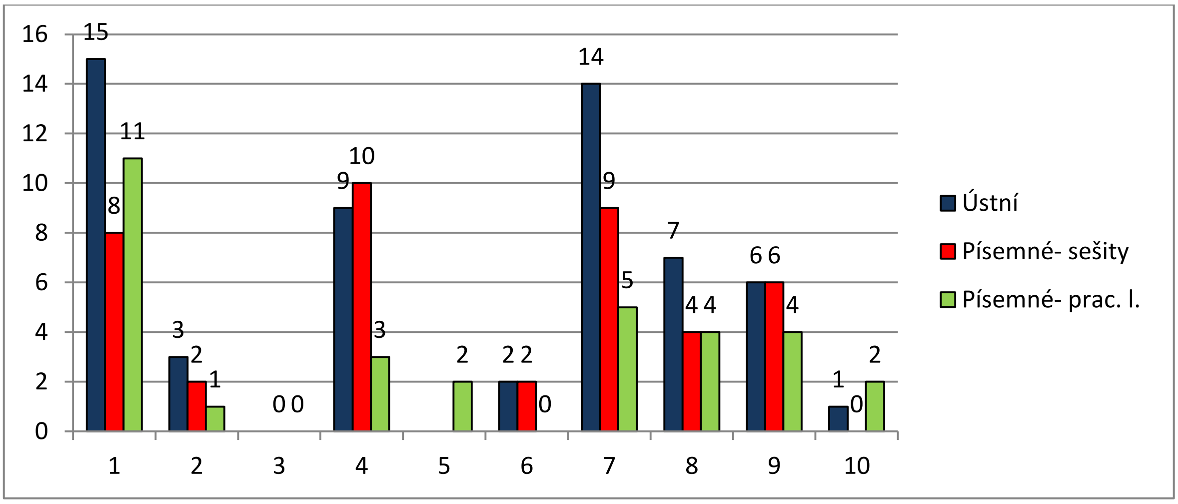
Graf 6 Srovnání chybovosti – násobilky

V dalším grafu můžeme vidět porovnání chybovosti u jednotlivých násobilek ústní a písemné varianty. Vynechány jsou násobilky 0, 1 a 10 z důvodu malého počtu zkoumaných spojů těchto násobilek. Můžeme si všimnout, že téměř ve všech uvedených násobilkách je vyšší chybovost v ústní variantě. Výjimku tvoří pouze násobilka 9, kde je chybovost v obou typech násobení stejná. Nejvyšší rozdíl můžeme spatřit u násobilky 8. Můžeme se domnívat, že tento jev mohl být způsoben tím, že testování písemného násobení bylo provedeno o týden později než testování násobení ústního. Došlo tak pravděpodobně k tomu, že si žáci násobení během tohoto času lépe osvojili.

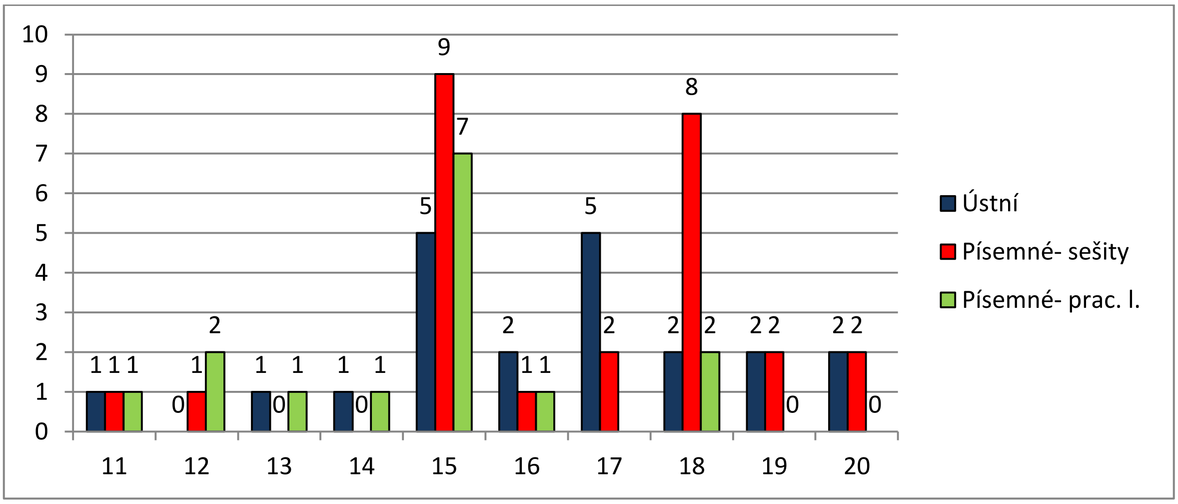
Pokud porovnáme celkové počty chyb u jednotlivých typů násobení, zjistíme, že nejvíce žáci chybovali v ústním násobení. Celkem se zde objevilo 78 chyb. O jedenáct chyb méně, tedy 67 chyb, se vyskytlo u písemného násobení v pracovních sešitech. Je nutné podotknout, že zde bylo vyhodnocováno o sedm spojů méně. Nejméně chyb se vyskytlo u písemného násobení v pracovních listech. Zde žáci chybovali celkem v 47 případech, kdy tři chyby se vyskytly ve spoji 1 x 1, který nebyl do předchozích dvou zkoumání zařazen.

5.3.2 Srovnání chybovosti u jednotlivých žáků

Pro srovnání chybovosti v daných typech násobení u jednotlivých žáků byly sestaveny dva grafy. V prvním grafu nalezneme výsledky žáků 1 až 10, ve druhém pak žáků 11 až 20. U každého žáka je zaznamenán počet chyb v ústním násobení, v písemném násobení v pracovních sešitech a v písemném násobení v pracovních listech. Pokud není u žáka v daném sloupci uvedeno žádné číslo, znamená to, že se žák výzkumu této oblasti nezúčastnil.



Graf 7 Srovnání chybovosti u žáků



Graf 8 Srovnání chybovosti u žáků

Z grafů je patrné, že počet chyb se u jednotlivých žáků velmi liší. Žádnou chybu měl pouze žák číslo 3, který však nebyl přítomen při výzkumu ústní části. U třech žáků se pak objevily dvě chyby, z čehož však žák číslo 5 plnil pouze výzkum písemné části v pracovním listě. Žáci číslo 10, 11 a 12 chybovali celkem třikrát a žáci číslo 6, 16, 19, 20 čtyřikrát. Pokud bychom naopak hledali nejvíce chybujícího žáka, byl by jím žák číslo 1, který v součtu učinil třicet čtyři chyb. To je o šest chyb více, než udělal druhý nejvíce chybující žák, žák číslo 7. Nad dvacet chyb se nacházelo ještě u žáků číslo 4 a 15. U tří žáků můžeme najít počet chyb v rozmezí od deseti do dvaceti chyb. Ostatních třináct žáků chybovalo méně než desetkrát.

Jestliže bychom se na chybovost podívali z pohledu jednotlivých typů násobení, nalezli bychom zde také velké rozdíly. Zaměřme se nyní pouze na žáky s počtem chyb větším než deset, tedy na žáky číslo 1, 4, 7, 8, 9, 15 a 18. Obecně bychom mohli tyto žáky rozdělit do dvou skupin, a to na žáky, kteří chybují více v ústním násobení, a na žáky, kteří naopak chybují více v písemném násobení. Do první skupiny by patřili žáci číslo 1, 7 a 8. Nejvyšší rozdíl můžeme vidět u žáka 7, který v ústním násobení udělal čtrnáct chyb, v písemném násobení v sešitech devět chyb a v písemném násobení v pracovních listech dokonce jen pět chyb. Do druhé skupiny žáků by patřili žáci číslo 4, 15 a 18. U žáka 4 si však můžeme všimnout, že měl v písemném násobení v sešitech pouze o jednu chybu více než v ústním násobení a v pracovních listech měl už dokonce o šest chyb méně než v ústním násobení. Je zde tedy vidět velké zlepšení v průběhu času. Dalo by se tedy říci, že žák bude patřit spíše mezi žáky, kterým dělá větší problém ústní násobení. Podobné zlepšení můžeme vidět u žáka číslo 19, který v písemném násobení v sešitech učinil osm chyb, zatímco v písemném násobení v pracovních listech a v ústním násobení měl pouze dvě chyby. Tento žák má tak spíše chybovost ve všech variantách výzkumu vyrovnanou. Pouze tedy u žáka 15 lze říci, že má větší problémy v písemném násobení než v ústním. Tento žák chyboval vícekrát i v písemném násobení v pracovním listě, které bylo zkoumáno později než ústní násobení. Do dvou námi zavedených skupin nelze z více chybujících žáků zařadit žáka číslo 9, který chyboval v ústním i písemném násobení stejně. I když u písemného násobení v pracovních listech již můžeme vidět pokles chyb.

Zaměříme-li se na porovnání chybovosti písemného násobení v sešitech a v pracovních listech, všimneme si, že počet chyb v pracovních listech oproti počtu chyb v pracovních sešitech poměrně hodně klesl. Jak již bylo uvedeno výše, v pracovních sešitech se objevilo celkem 67 chyb, zatímco v pracovních listech jen 47 chyb. Došlo pravděpodobně k zlepšení žáků v čase. Přesto jsou v grafu viditelné výjimky, kdy žáci chybovali v později prováděném výzkumu v pracovních listech častěji než ve dřívějším zkoumání pracovních sešitů. Nejvíce je to zřejmé u žáka číslo 1, který měl v pracovním listě o tři chyby více než v sešitě. U žáka číslo 10 je rozdíl dvě chyby a u žáků 12, 13 a 14 jedna chyba.

Pokud bychom chtěli celkově shrnout srovnání ústního a písemného násobení, můžeme říci, že až na výjimky mají žáci větší problém s násobení ústním. Příčin se nabízí několik. Při testování ústního násobení mohli mít pomaleji pracující žáci problémy s časem. Ačkoliv byly jednotlivé spoje diktovány poměrně pomalu, někteří žáci mohli počítání hůře stíhat, nebo se mohli snažit počítat co nejrychleji ve strachu z toho, že jim unikne zadání dalšího příkladu. U písemného násobení počítal naopak každý žák ve svém individuálním tempu. Druhou možnou příčinou by mohl být fakt, že žáci počítají častěji v písemné formě. Při procvičování ústního násobení počítá většinou pouze vyvolaný žák, zatímco ostatní žáci často nedávají pozor, namísto toho, aby si příklad počítali pro sebe. Třetí možností je rozdíl v učebním stylu žáků. Je možné, že žákům vizuálního typu vyhovuje více písemné násobení, zatímco žákům auditivního typu spíše ústní násobení. Pro potvrzení této hypotézy by však bylo potřeba určit učební styly jednotlivých žáků (vizuální, auditivní, kinestetický typ) a poté toto zjištění porovnat s výsledky výzkumu.

6 NÁVRHY METOD NA REDUKCI OBTÍŽÍ

V následujícím textu budeme vycházet z poznatků, které byly odhaleny ve výzkumné části. Bylo zjištěno, že některé spoje dělají žákům větší problémy než jiné. Množství chyb se přitom zvyšuje s rostoucím číslem násobilky.

6.1 Zařazení vyšších čísel při osvojování podstaty násobení

Nejvíce problémovým spojem se ukázal spoj 8 x 8, který měl v součtu chyb ústního a písemného násobení v pracovních listech devět chyb. Dalšími problémovými spoji byly spoje 8 x 7 v součtu s osmi chybami, 9 x 6 a 7 x 7 se šesti chybami a spoje 6 x 8 a 8 x 6 s pěti chybami, kdy u spoje 6 x 8 bylo všech pět chyb u ústního násobení. Můžeme si všimnout, že všechny tyto neproblematičtější spoje jsou z vyšších násobilek.

Učitel by si měl na začátku učiva o osvojování násobení uvědomit právě tyto problémové spoje a měl by se pokusit těmto chybám předcházet. Bylo by tedy například dobré snažit se zařazovat tyto spoje již do počáteční fáze osvojování násobení, tedy do fáze pochopení podstaty násobení. V této fázi se většinou pracuje pouze s malými čísly a možná již zde vznikají některé problémy s násobilkami a spoji s vyššími čísly. Pravděpodobná příčina toho, proč se používají v přípravné fázi násobení malá čísla, je ta, že pro malá čísla jsou snadněji dostupné či vyrobitelné pomůcky pro manipulaci s předměty. Je tedy třeba najít pomůcky, které by bylo možné použít i pro větší čísla. Možností by mohly být například fazole, papírové žetony či kostky. Při použití kostek by mohl učitel zadat příklad: „Postav 6 komínů po 8 kostkách." Žáci by tak nejen procvičovali násobení, ale zároveň by při stavění tak vysokých komínů rozvíjeli jemnou motoriku, soustředění a trpělivost.

6.2 Změna zařazení učiva

Jak již bylo řečeno, žákům dělaly větší problémy spoje násobilek vyšších čísel. Tyto vyšší násobilky jsou zároveň násobilkami, které jsou v učivu zařazovány později. Obvykle se osvojování násobilek rozděluje do 2. a 3. ročníku. Ve zkoumané třídě se žáci v 2. ročníku postupně učili násobilky 2, 3, 4, 5, 0 a 1. V 3. ročníku pak pokračovali násobilkami 6, 7, 8, 9 a 10. Jelikož se osvojování násobilek takto rozdělilo do dvou ročníků, opakovali žáci na začátku 3. ročníku již osvojené násobilky a pak až se začali zabývat násobilkami novými, kdy přitom ale stále opakovali i již naučené násobilky. Došlo tedy k tomu, že násobilky nižších čísel byly procvičovány mnohem déle a více než násobilky vyšších čísel. Z toho pak může pramenit mnohem větší chybovost u násobilek s vyššími čísly.

Jednou z variant, jak by bylo možné tomuto problému předcházet, by bylo zařazení všech násobilek do 2. ročníku. Ve 3. ročníku by pak žáci opakovali již všechny násobilky a nemuselo by docházet k tomu, že mají počáteční násobilky mnohem více procvičené. Tak je tomu například v učebnicích nakladatelství Fraus – Matematika pro 2. ročník od autorů Hejný, Jirotková, Slezáková Kratochvílová, Michnová nebo v učebnicích Matematika se Čtyřlístkem od autorů Kozlová, Pěchoučková, Rakoušová téhož nakladatelství. V druhé jmenované učebnici se navíc nezavádějí násobilky postupně, ale upřednostňuje se souběžné vyvozování dvojic násobilek na základě jejich provázanosti. Nejdříve se žáci seznamují s násobilkami 2 a 4, 5 a 10, 3 a 6 a poté následují násobilky 7, 8 a 9. I zde se však pro žáky nejobtížnější násobilky vyučují až na konci této učební látky.

Otázkou však stále zůstává, zdali by žáci při změně zařazení a pořadí násobilek skutečně chybovali méně. Je možné, že žákům se jednoduše s vyššími čísly hůře pracuje, obtížněji si výsledky spojů pamatují, a proto ve vyšších násobilkách chybují častěji.

6.3 Spojení nácviku násobilky s pohybem

Jak již bylo několikrát řečeno, některé spoje násobilky se rýmují se svým výsledkem. Mohlo by být tedy užitečné pokusit se spojit nácvik násobilky s pohybem a rytmem. Žáci by si mohli lépe tyto souvislosti uvědomit a celkově si rychleji násobilku zapamatovat. Tento způsob osvojování násobilky by mohl vyhovovat žákům kinestetického typu. Ale i pro ostatní žáky by to bylo určitě zajímavé zpestření hodin.

Dále budou uvedeny některé návrhy možných činností.

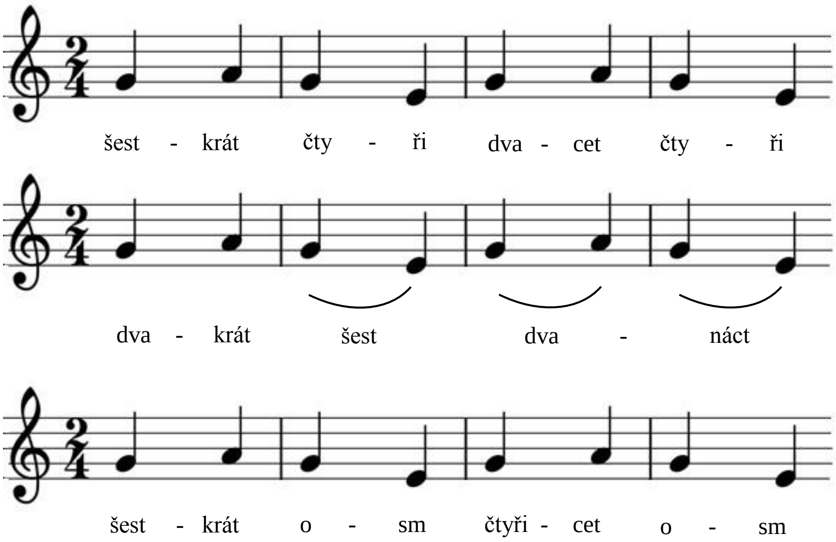
6.3.1 Použití rytmického hudebního nástroje

Činnost spočívá v hlasitém počítání příkladů násobilek doprovázeném jednoduchým rytmickým hudebním nástrojem. Nástroje si můžeme s žáky vyrobit. Lze například naplnit malou PET lahev čočkou (viz příloha 14) či hrachem nebo plastový obal od překvapení v „kinder vajíčku" rýží. Místo hudebních nástrojů lze použít tleskání, dupání či bouchání do lavice. Všichni žáci mají svůj hudební nástroj a společně říkají příklady násobilek. Každé vyslovené slovo příkladu doprovodí zároveň hudebním nástrojem, např.

„dvakrát (buch) čtyři (buch) osm (buch)“ nebo „šestkrát (buch) osm (buch) čtyřicet (buch) osm (buch)“. Hudební nástroj můžeme při každém slově přendat do druhé ruky. U bouchání do lavice či dupání střídáme ruce (nohy). Spojíme tak rytmizaci s pohybem.

6.3.2 Zpívání příkladů

Při této činnosti žáci zpívají příklady násobilky. Jako melodii lze použít například první čtyři takty písničky Zlatá brána, kdy na první dva takty zpívají žáci daný spoj a na další dva takty výsledek. Zpočátku mohou zpívat všichni žáci společně celé příklady postupně po jednotlivých násobilkách. Po osvojení násobilek může zpívat učitel zadání příkladu a žáci výsledek. Další možností je vytvoření dialogu dvou žáků, kdy jeden žák zpívá zadání a druhý výsledek. Pokud žáci nechtějí zpívat samostatně, nenutíme je. Mohou vytvořit dvojici či trojici a zpívat společně.



Obrázek 4 Zpívání příkladů

6.3.3 Rozcvička

Každý žák si stoupne vedle lavice, aby měl dostatek místa. Pokud je ve třídě koberec, můžou si žáci stoupnout tam. Učitel zadá spoj a žáci vykonají stanovený pohyb tolikrát, kolik vyjde výsledek. Při pohybu počítají (jedna, dva, tři,…) až do daného výsledku. Učitel říká a cvičí s žáky, ale nezastaví se na výsledku, pokračuje stále dál. Tak bychom se měli vyhnout tomu, že někteří žáci nepočítají, ale jen říkají čísla a cvičí, pokud slyší a vidí ostatní. Jako cviky lze použít dřepy, střídání tleskání ve vzpažení a připažení, střídání tleskání v předpažení a zapažení, vykopávání nohou, zakopávání nohou, atd. Tato činnost je však spíše vhodná pro spoje, jejichž výsledky jsou menší čísla.

6.3.4 Zpívání a ukazování

Zajímavou činnost spojenou s pohybem nabízí učebnice Počítám s radostí od autorů Rosecká, Růžička. Ti spojují počítání s pohybem (ukazování na obrázky) a rytmem (zpívání). Žáci přitom procvičují nejen spoje násobení, ale zároveň si opakují násobky a příklady sami vytvářejí. (Příloha 15)

6.4 Komutativnost

Během výzkumu bylo zjištěno, že žáci při počítání nevyužívají komutativnosti spojů. Dobře viditelné je to ve spojích 8 x 7 a 7 x 8. Zatímco v prvně jmenovaném spoji chybovali pětkrát, ve druhém spoji pouze jednou. Pokud by žáci byli schopni komutativnost nejen chápat, ale i plně využívat, mohlo by dojít k úbytku mnoha chyb.

Žáci se ve třídě, kde byl výzkum prováděn, seznámili s pravidlem o komutativnosti již v úvodní hodině při manipulativních činnostech. Postup této činnosti byl popsán již výše, proto zde bude uveden jen ve stručnosti. Nejdříve měli 4 vázy po 5 květinách – 4 x 5, poté 5 váz po 4 květinách – 5 x 4. Bylo jim zdůrazněno, že příklady mají stejný výsledek, ale každý příklad popisuje něco jiného. V učebnici Matematika pro 2. ročník od autorů Molnár, Mikulenková, kterou žáci používali, jsou u každé násobilky uvedeny nejen spoje pro danou násobilku, ale i spoje k těmto spojům komutativní. Žáci tedy ihned od počátku pracují se spoji komutativními, ani tak však neumějí toto pravidlo zcela využívat.

Zdá se, že si žáci neuvědomují mezi komutativními spoji souvislost. Mohlo by být tedy užitečné, kdyby se komutativnosti věnovalo více času, aby žáci mohli toto pravidlo objevit a měli šanci si ho dostatečně ověřit. Následně bude uveden možný průběh takovéto hodiny.

Žáci budou pracovat ve dvojicích. Nejprve můžeme využít papírových dvojrozměrných modelů ošatek a jablek, které si žáci mohou vyrobit při hodině pracovních činností. Rozdělíme žáky podle oddělní na „výzkumníky A“ a „výzkumníky B“. Výzkumníci A dostanou např. úkol: „Připrav 5 ošatek a do každé dej 3 jablka.“ Úkol pro výzkumníky B zní: „Připrav 3 ošatky a do každé dej 5 jablek.“ Učitel může napsat zadání na tabuli – 5 po 3, 3 po 5. Každý žák si samostatně úkol vypracuje. Nejprve úkol pomocí papírových modelů sestaví a poté zapíše příklad do předem připravené tabulky – 3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 15, 5 x 3 = 15. Druhý žák postupuje obdobně. Poté se jich zeptáme, na co přišli. Pravděpodobně odpoví, že oběma vyšel stejný výsledek. Podobně zadáváme další komutativní spoje. Oba výzkumníci vždy porovnají své výsledky. (Příloha 16)

Jako další činnost můžeme zvolit stavění z kostek. Žáci se promění ve stavitele. Stavitel A postaví například 4 komíny po 7 kostkách, stavitel B 7 komínů po 4 kostkách. Opět zapíší a porovnají.

Pokud jsou ve škole na chodbě dlaždice, můžeme je použít jako číselnou osu. Dvojice výzkumníků se postaví vedle sebe. Výzkumník A bude mít za úkol udělat 3 kroky po 4 dlaždicích, výzkumník B 4 kroky po 3 dlaždicích. Žáci objeví, že oba skončili na stejném místě.

Jako další pomůcku lze použít čtvercovou síť. Řekneme žákům, že se nyní proměníme v zahradníky a budeme sázet brambory. Čtvercová síť bude představovat záhon. Zahradník A zasadí do 8 řádků po 6 bramborách, zahradník B do 6 řádků po 8 bramborách. Namalují brambory do čtvercové sítě a zapíší příklad. Poté opět porovnají. Zjistí, že výsledek je znovu stejný. Zeptáme se žáků, jestli by přišli na to, jak by ze svého záhonu udělali záhon druhého zahradníka. Měli by dojít k tomu, že stačí otočit papír o 90°. (Příloha 16)

Poté žáky vyzveme, aby jako výzkumníci znovu překontrolovali všechny výsledky a pokusili se vyvodit nějaké pravidlo. Měli by objevit, že při násobení nezáleží na pořadí čísel. Formulujeme pravidlo: „Jestliže při násobení zaměníme pořadí činitelů, výsledek se nezmění.“

Nově zformulované pravidlo by bylo třeba ještě více otestovat, aby si žáci ověřili, že platí skutečně pro všechna čísla ve všech spojích. Pro důkladné ověření by nám mohla posloužit kalkulačka. Podle počtu kalkulaček by žáci pracovali samostatně nebo ve dvojici. Nejdříve by příklady zadával učitel, poté by si je vymýšleli sami žáci. Nechali bychom je, aby pracovali i s velkými čísly, aby si skutečně ověřili, že pravidlo platí vždy.

Po objevení pravidla bychom ho měli dětem stále připomínat. Pokud například počítají nějaký příklad, u kterého si nejsou jisti výsledkem, poradíme jim, aby zkusili změnit pořadí činitelů.

6.5 Střídání typů úloh

Ve výzkumu bylo zjištěno, že žákům dělá větší problém ústní násobení než písemné. Mohlo by být tedy užitečné věnovat se častěji úlohám, které jsou zadávány slovně. Důležité při tom je vybírat takové úlohy, ve kterých počítají všichni žáci. Často jsou totiž zadávány úlohy soutěžního charakteru, kde odpovídá pouze stanovená dvojice žáků. Ostatní žáci pak obvykle pouze čekají, až na ně přijde řada.

Prospěšné by také mohlo být střídání různých variant úloh. Především při osvojování nové násobilky by mohly být zařazovány úlohy, ve kterých žáci spojují zadání s výsledkem. Žáci by si tak snadněji osvojili násobky dané násobilky. Při výzkumu se totiž ukázalo, že žáci často uvádějí výsledky, které nejsou násobkem žádné násobilky.

7 ZÁVĚR

Diplomová práce se zabývala násobením a jeho obtížnými spoji. Byla rozdělena na část teoretickou a část praktickou. V teoretické části byly popsány způsoby zavedení operace násobení a metodický postup při jejím zaváděním. V praktické části byl pak realizován výzkum, který zjišťoval pro žáky problematické spoje operace násobení.

Hlavní výzkumná otázka práce zněla: „Které spoje operace násobení jsou pro žáky obtížné a jakými metodami těmto obtížím předcházet?“ Pro nalezení odpovědi na tuto otázku byl sestaven a realizován výzkum, který byl rozdělen na část ústní a část písemnou. Jako ústní násobení bylo chápáno násobení, jehož spoje byly zadávány ústně. Oproti tomu u násobení písemného byly spoje zadávány písemnou formou. Výzkum byl realizován ve 3. ročníku ZŠ, který navštěvuje 20 žáků.

Jedna ze stanovených dílčích otázek se týkala toho, zdali existují spoje, které jsou obtížné pro většinu žáků. Výzkum ukázal, že takovéto spoje skutečně existují. Jako nejproblematičtější se ukázal spoj 8 x 8, který měl v součtu obou zkoumaných typů násobení devět chyb. V dalších pěti spojích se vyskytlo v součtu nejméně pět chyb. Zajímavým se ukázal spoj 6 x 8, u kterého se v ústním násobení objevilo pět chyb, zatímco v písemném násobení se nevyskytl ani jeden chybný výsledek.

To nás přivádí k další stanované dílčí otázce, která se věnovala tomu, zdali je rozdíl v chybovosti při ústním a písemném násobení. Ve výzkumu se ukázalo, že žáci chybují častěji v ústním násobení než v písemném. V totožných spojích učinili v ústním násobení o 34 chyb více než v násobení písemném. Bylo však odhaleno, že toto zjištění neplatí pro všechny žáky. U jednoho žáka se ukázalo násobení v pracovních sešitech i listech více chybové než násobení ústní. Celkově však můžeme říci, že z výzkumu vyplývá, že žáci častěji chybují v ústním násobení a ve spojích v násobilkách vyšších čísel. Jelikož jsou tyto násobilky zároveň násobilkami zaváděnými později, lze se domnívat, že jedna z možných příčin obtíží pramení z nedostatečného osvojení a procvičení obtížnějších násobilek. Jako další příčinu bychom mohli stanovit nedostatečné osvojení násobků jednotlivých násobilek. Na to nám poukazuje výskyt výsledků, které nejsou násobky žádných čísel. Mnoho chyb vzniká patrně také z nepozornosti žáků či z jejich zvýšené únavy.

Poslední dílčí otázka se zabývala možnostmi, jak těmto obtížím předcházet. Do vyučování je třeba zařazovat více úloh na procvičování ústního násobení, při kterém budou aktivní všichni žáci. Dále bychom mohli při osvojování násobilek využívat činnosti, které jsou spojené s pohybem a rytmem. Tyto činnosti by mohly žákům usnadnit zapamatování násobilek a uvědomění si rýmování některých znění spojů s jejich výsledky. Žákům by mohlo také pomoci zařazení všech násobilek do 2. ročníku či změna pořadí v osvojování jednotlivých násobilek. Tato domněnka by však musela být důkladněji ověřena. Další možností, jak obtížím v násobení předcházet, by mohlo být kladení většího důrazu na komutativnost spojů. Rozdílnost v chybovosti spojů 8 x 7 a 7 x 8, kde v prvně jmenovaném spoji se vyskytlo o čtyři chyby více než ve druhém, ukazuje na to, že žáci vnímají každý spoj jako jedinečný, bez vzájemné vazby. Pokud by si žáci více uvědomovali souvislost mezi komutativními spoji, mohlo by ubýt chyb právě v případech, kdy znají výsledek jednoho spoje, avšak výsledek spoje k němu komutativního nikoliv.

Díky této práci jsem získala mnoho poznatků z oblasti učiva o násobení do své budoucí praxe. Výzkum, který byl realizován pro tuto práci, byl prvním výzkumem, který jsem prováděla. Při jeho plánování a uskutečňování jsem získala mnoho zkušeností a také ponaučení do budoucna. Kdybych chystala podobný výzkum ještě jednou, pokusila bych se udělat některé věci jinak. Především by bylo třeba vybrat termín výzkumu tak, aby žáci měli učivo více osvojené. Jelikož byl tento výzkum prováděn poměrně brzy po tom, kdy žáci dokončili probírání násobilky, nebylo zcela možné říci, zdali jsou chybné spoje skutečně problémové, nebo jen nedostatečně osvojené. Dále by bylo prospěšné uskutečnit ústní i písemnou část výzkumu v kratším rozmezí, a to nejlépe v období dvou po sobě následujících dnů. Nebylo by pak třeba brát v potaz při srovnávání chybovosti obou typů násobení možnost zlepšení se v čase. Také by bylo užitečné při realizaci dalšího výzkumu dbát více na to, aby žáci neopisovali. Nedocházelo by pak k tomu, že z výsledků není jasné, zdali oba žáci skutečně uvedli stejný výsledek, nebo ho pouze jeden z nich opsal. Aby mohly být závěry práce skutečně směrodatné, měl by být výzkum realizován na větším výzkumném vzorku.

8 RESUMÉ

Diplomová práce se zabývá osvojováním násobení na 1. stupni základní školy. Jejím cílem je určit problematické spoje operace násobení a metody, kterými lze těmto obtížím předcházet.

Práce je rozdělena na část teoretickou a část praktickou. Teoretická část přibližuje v prvé řadě teoretický základ operace násobení přirozených čísel. Dále pak popisuje metodický postup při zavádění operace násobení na 1. stupni základní školy.

Praktická část je věnována výzkumné činnosti. Nejprve je uvedena charakteristika výzkumného vzorku, cíl výzkumu a stručný popis výzkumných metod, které byly během výzkumu použity. Následuje uvedení průběhu výzkumu a jeho samotná analýza. Ta je rozdělena na část ústní a část písemnou podle toho, jakým způsobem byly spoje zadávány. Na závěr analýzy je provedeno srovnání obou typů násobení a chybovosti u jednotlivých žáků. Praktická část je zakončena návrhem metod, kterými by bylo možné obtížím při osvojování násobení předcházet.

This thesis deals with achieving mastery in multiplication at primary school. Its aim is to identify the problematic connections of the multiplication operation and the methods by which these difficulties can be prevented.

The thesis is divided into a theoretical part and a practical part. The theoretical part primarily explains theoretical basis of the multiplication operation with natural numbers. The next section describes the methodological process when introducing the multiplication operation at primary school.

The practical part focuses on research activities. First, the characteristics of the research sample and the aim of the thesis are mentioned, followed by brief description of the research methods that were used in the research. The subsequent part deals with course of the research and the analysis itself. It is divided into oral and written parts by the manner in which the connections have been entered. At the end of the analysis, the comparison of both multiplication types as well as the error rate for individual pupils are performed. The practical part is concluded with the proposal of methods which could be used to prevent difficulties in achieving mastery in multiplication.

9 SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY A PRAMENŮ

BLAŽKOVÁ, Jana, Ivana CHRAMOSTOVÁ, Martina KALOVSKÁ, Ivana KOPŘIVOVÁ, Radka MEJTSKÁ, Mária TARÁBKOVÁ. *Matematika pro 3. ročník základní školy: učebnice*. 1. vyd. Brno: Didaktis, 2008, 104 s. ISBN 978-80-7358-106-0.

BULÍN, Jindřich, Stanislav KORITYÁK, Martina PALKOVÁ, Marta SKŘIČKOVÁ, Pavla SYNKOVÁ, Mária TARÁBKOVÁ a Kateřina VANCE. *Matematika pro 2. ročník základní školy: učebnice*. 1. vyd. Brno: Didaktis, 2007, 95 s. ISBN 978-807-3580-759.

COUFALOVÁ, Jana. *Matematika s didaktikou pro 1. ročník učitelství 1. stupně ZŠ.* 4. vyd. Plzeň: Západočeská univerzita v Plzni, 2004, 127 s. ISBN 80-7043-277-2.

COUFALOVÁ, Jana, Šárka PĚCHOUČKOVÁ, Jiří HEJL a Jaroslav HERVERT. *Metodické pokyny k učebnicím a pracovním sešitům matematiky v druhém ročníku základní (obecné) školy*. 1. vyd. Praha: Fortuna, 1994, 20 s. ISBN 80-7161-128-8.

COUFALOVÁ, Jana, Šárka PĚCHOUČKOVÁ, Jiří HEJL a Jaroslav HERVERT. *Matematika pro druhý ročník základní školy: část druhá*. 1. vyd. Praha: Fortuna, 1994, 48 s. ISBN 80-716-8104-0.

DIVÍŠEK, Jiří a kol. *Didaktika matematiky pro učitelství 1. stupně ZŠ.* 1. vyd. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 1989, 269 s. ISBN 80-042-0433-3

DIVÍŠEK Jiří, Alena HOŠPESOVÁ a František KUŘINA. *Svět čísel a tvarů: metodická příručka k výuce matematiky v 2. ročníku základní a obecné školy*. 1. vyd. Praha: Prometheus, 1998, 64 s.. ISBN 80-719-6073-X.

FERJENČÍK, Ján. *Úvod do metodologie psychologického výzkumu: jak zkoumat lidskou duši*. 1. vyd. Praha: Protál, 2000, 256 s. ISBN 80-717-8367-6.

GAVORA, Peter. *Úvod do pedagogického výzkumu.* Brno: Paido, 2000, 207 s. ISBN 80-859-3179-6.

HEJNÝ, Milan, Darina JIROTKOVÁ, Jana SLEZÁKOVÁ KRATOCHVÍLOVÁ a Jitka MICHNOVÁ. *Matematika pro 2. ročník základní školy: pracovní učebnice, 1. díl*. 1. vyd. Plzeň: Fraus, 2008, 64 s. ISBN 978-80-7238-768-7.

HEJNÝ, Milan, Darina JIROTKOVÁ, Jana SLEZÁKOVÁ KRATOCHVÍLOVÁ a Jitka MICHNOVÁ. *Matematika pro 2. ročník základní školy: pracovní učebnice, 2. díl*. 1. vyd. Plzeň: Fraus, 2008, 64 s. ISBN 978-80-7238-769-4.

HEJNÝ, Milan, Darina JIROTKOVÁ, Jana SLEZÁKOVÁ KRATOCHVÍLOVÁ a Jitka MICHNOVÁ. *Matematika pro 2. ročník základní školy: pracovní učebnice, 3. díl*. 1. vyd. Plzeň: Fraus, 2008, 64 s. ISBN 978-80-7238-770-0.

CHRÁSKA, Miroslav. *Metody pedagogického výzkumu: základy kvantitativního výzkumu*. Vydání 1. Praha: Grada Publishing, 2007, 265 s. ISBN 978-80-247-1369-4.

CHRÁSTKA, Miroslav. Testy v pedagogickém výzkumu. In: Martin SKUTIL a kol. *Základy pedagogicko-psychologického výzkumu pro studenty učitelství*. 1. vyd. Praha: Portál, 2011, s. 127-151. ISBN 978-807-3677-787.

KOZLOVÁ Marie, Šárka PĚCHOUČKOVÁ a Alena RAKOUŠOVÁ. *Matematika 2 se Čtyřlístkem: příručka pro učitele*. 1. vyd. Plzeň: Fraus, 2012, 96 s. ISBN 978-80-7238-986-5.

KOZLOVÁ, Marie, Šárka PĚCHOUČKOVÁ a Alena RAKOUŠOVÁ. *Matematika 2 se Čtyřlístkem: učebnice*. 1. vyd. Plzeň: Fraus, 2012, 88 s. ISBN 978-80-7238-983-4.

KOZLOVÁ, Marie, Šárka PĚCHOUČKOVÁ a, Alena RAKOUŠOVÁ a Jana TOMŠÍKOVÁ. *Matematika 3 se Čtyřlístkem: učebnice pro 3. ročník ZŠ*. 1. vyd. Plzeň: Fraus, 2013, 104 s. ISBN 978-80-7238-581-2.

KŘOVÁČKOVÁ, Blanka. Pozorování. In: Martin SKUTIL a kol. *Základy pedagogicko-psychologického výzkumu pro studenty učitelství*. 1. vyd. Praha: Portál, 2011, s. 101-104. ISBN 978-807-3677-787.

MOLNÁR, Josef a Hana MIKULENKOVÁ. *Matematika pro 2. ročník: 3. díl*. Olomouc: Prodos, 1997, 64 s. ISBN 978-80-7230-183-6.

MOLNÁR, Josef, Hana MIKULENKOVÁ. *Matematika pro 3. ročník: 1. díl.* 1.vyd. Olomouc: Prodos, 1997, 64 s. ISBN 80-85806-78-9.

PELIKÁN, Jiří. *Základy empirického výzkumu pedagogických jevů*. 2. dotisk 1. vyd. Praha, 1998, 270 s. ISBN 80-718-4569-8.

ROSECKÁ Zdena a Jiří RŮŽIČKA. *Počítám s radostí: Početnice pro 2. třídu.* Brno: Nová škola Brno, 1994, s. 63. ISBN 80-85607-23-9.

SKALKOVÁ, Jarmila a kol. *Úvod do metodologie a metod pedagogického výzkumu*. 2. doplněné vyd. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 1985, 209 s.

ŠVEC, Štefan a kol. *Metodologie věd o výchově: kvantitativně-scientické a kvalitativně-humanitní přístupy v edukačním výzkumu*. České rozš. vyd. Brno: Paido, 2009, 302 s. ISBN 978-807-3151-928.

VIKTORA, Václav. Polookruh všech přirozených čísel. In: DRÁBEK, Jaroslav, Karol KŘIŽALKOVIČ, Jan LIŠKA a Václav VIKTORA. *Základy elementární aritmetiky: pro učitelství 1. stupně ZŠ.* 1. vyd. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, s. 130-157.

ZELINKOVÁ, Olga. *Pedagogická diagnostika a individuální vzdělávací program: [nástroje pro prevenci, nápravu a integraci]*. Vyd. 2. Praha: Portál, 2007, 207 s. ISBN 978-807-3673-260.

Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání [online]. Praha: Ministerstvo školství, mládeže a tělovýchovy, 2013, 142 s. [cit. 2014-03-14] Dostupné z: <http://www.nuv.cz/file/433>

Doporučené učební osnovy předmětů ČJL, AJ a M pro základní školu [online]. Praha: Ministerstvo školství, mládeže a tělovýchovy, 2011. [cit. 2013-09-17] Dostupné z: http://www.vuppraha.cz/wp-content/uploads/2011/03/Doporucene-ucebni-osnovy-predmetu-CJL-AJ-a-M-pro-zakladni-skolu.pdf

Zdroje obrázků v pracovních listech

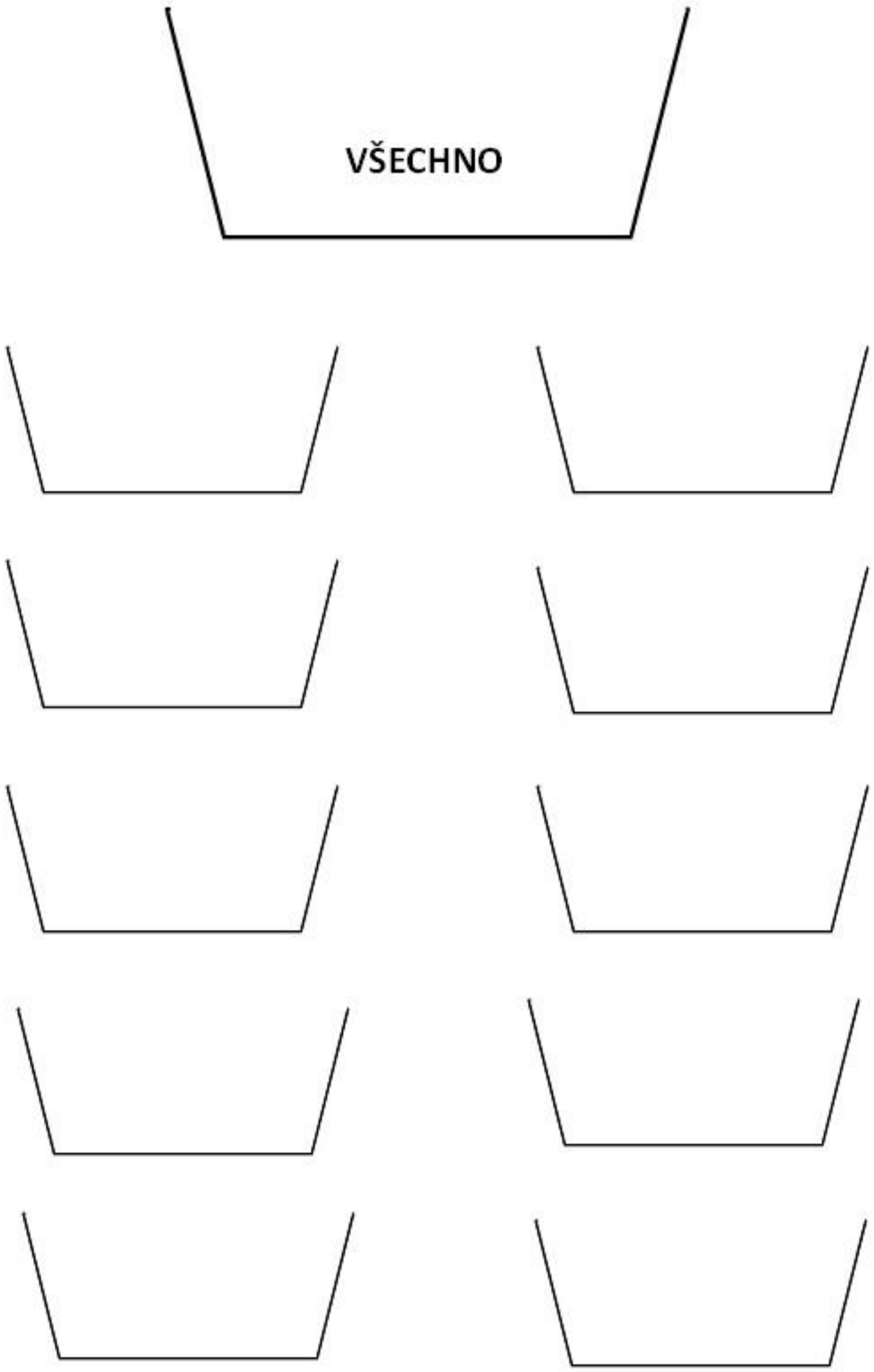
Autor neuveden. *Omalovánky k vytisknutí* [online]. [cit. 29.11.2013]. Dostupný na WWW: http://omalovanky.luksoft.cz/jidlo/hamburger.php

Autor neuveden. *Omalovánky k vytisknutí a výtvarné nápady* [online]. [cit. 29.11.2013]. Dostupný na WWW: http://www.i-creative.cz/2008/11/02/omalovanky-vanocni-darky

10 SEZNAM OBRÁZKŮ, TABULEK, SCHÉMAT A GRAFŮ

11 PŘÍLOHY

Příloha 1 Zavádění násobení – misky



Příloha 2 Zadání příkladů

Příklady

Na detektivy (číst po sloupcích)

6 x 6	7 x 2	9 x 4
8 x 5	5 x 7	8 x 2
2 x 2	3 x 5	7 x 1
3 x 7	7 x 5	4 x 7
4 x 9	2 x 7	7 x 3
8 x 8	6 x 8	1 x 3

Tabulka- zvedání (číst po sloupcích)

0 x 5	6 x 2	3 x 3	4 x 3
8 x 9	1 x 6	9 x 2	7 x 4
9 x 3	4 x 4	5 x 4	2 x 3
4 x 2	2 x 5	9 x 9	10 x 4
3 x 8			

Nakrm příšery (číst po řádcích)

0 x 2	2 x 6	4 x 8	9 x 7	6 x 4	8 x 10	5 x 6
7 x 8	10 x 10	6 x 9	3 x 6	5 x 0	8 x 6	9 x 5

Tabulka- kreslení (číst po sloupcích)

7 x 9	vybarvi žlutě	3 x 2	vybarvi hnědě
4 x 0	vybarvi oranžově	2 x 8	vybarvi černě
8 x 3	vybarvi červeně	6 x 3	zakroužkuj červeně
2 x 4	vybarvi modře	9 x 8	zakroužkuj modře
8 x 7	vybarvi zeleně	5 x 8	zakroužkuj zeleně

Mikuláš (číst po řádcích)

5 x 2	7 x 6	3 x 9	6 x 5
8 x 4	9 x 6	5 x 3	7 x 7
3 x 4	5 x 9	3 x 10	4 x 6
10 x 7	2 x 9	5 x 5	8 x 4
9 x 1	5 x 2	6 x 7	4 x 5

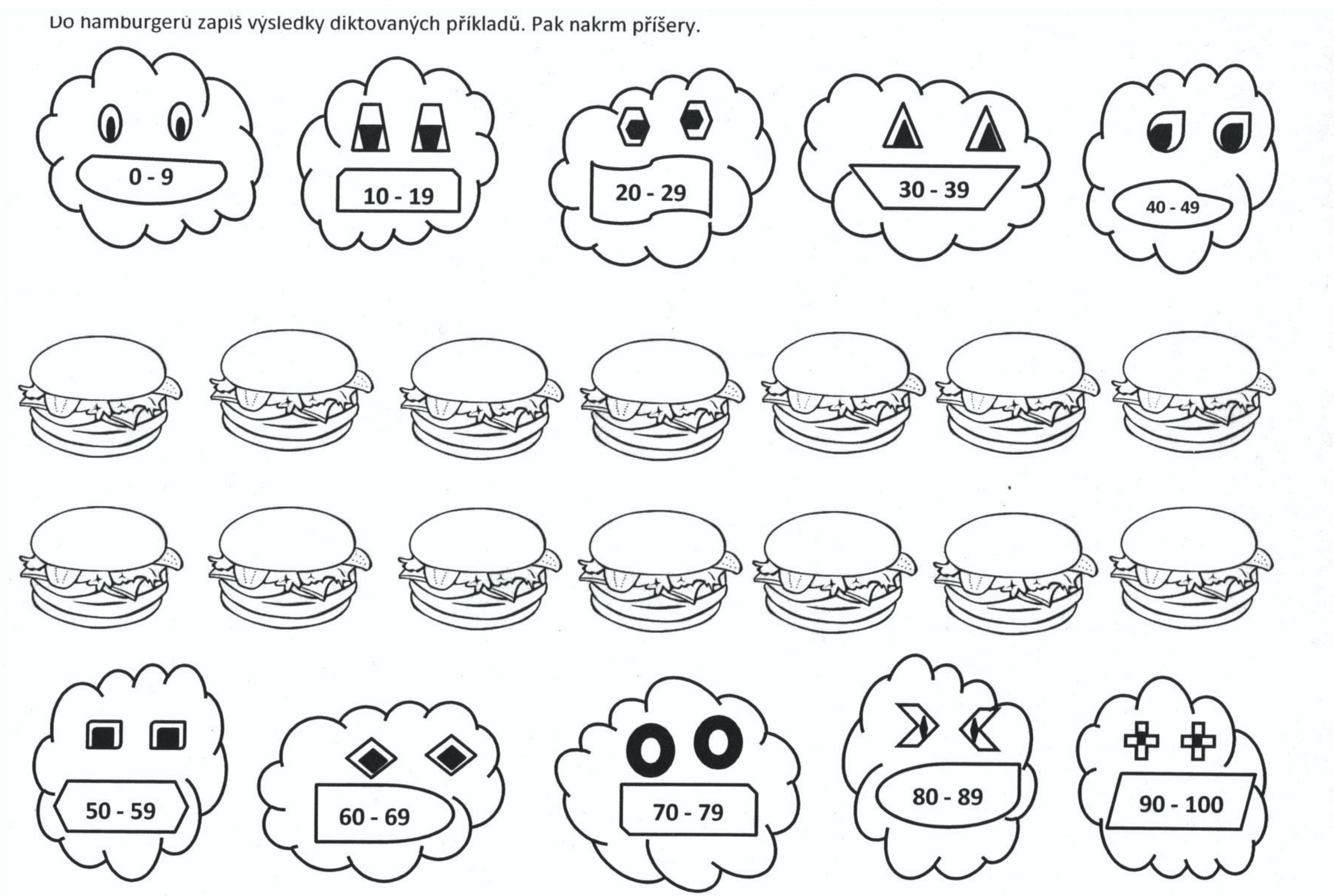
Příloha 3 Na detektivy

0 - G	10 - Ú	27 - J	50 - Ó
1 - CH	12 - É	28 - L	54 - Š
2 - Ť	14 - Á	30 - Č	56 - T
3 - Y	15 - Í	32 - M	60 - Ň
4 - A	16 - B	35 - N	63 - Ů
5 - H	18 - D	36 - O	64 - V
6 - Ě	20 - Ď	40 - P	72 - Z
7 - I	21 - K	42 - R	81 -Ž
8 - E	24 - C	45 - Ř	90 -F
9 - U	25 - Ý	48 - S	

Příloha 4 Zvedání tabulek

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
0 x 5																				
8 x 9																				
9 x 3																				
4 x 2																				
3 x 8																				
6 x 2																				
1 x 6																				
4 x 4																				
2 x 5																				
3 x 3																				
9 x 2																				
5 x 4																				
9 x 9																				
4 x 3																				
7 x 4																				
2 x 3																				
10 x 4																				

Příloha 5 Nakrm příšery



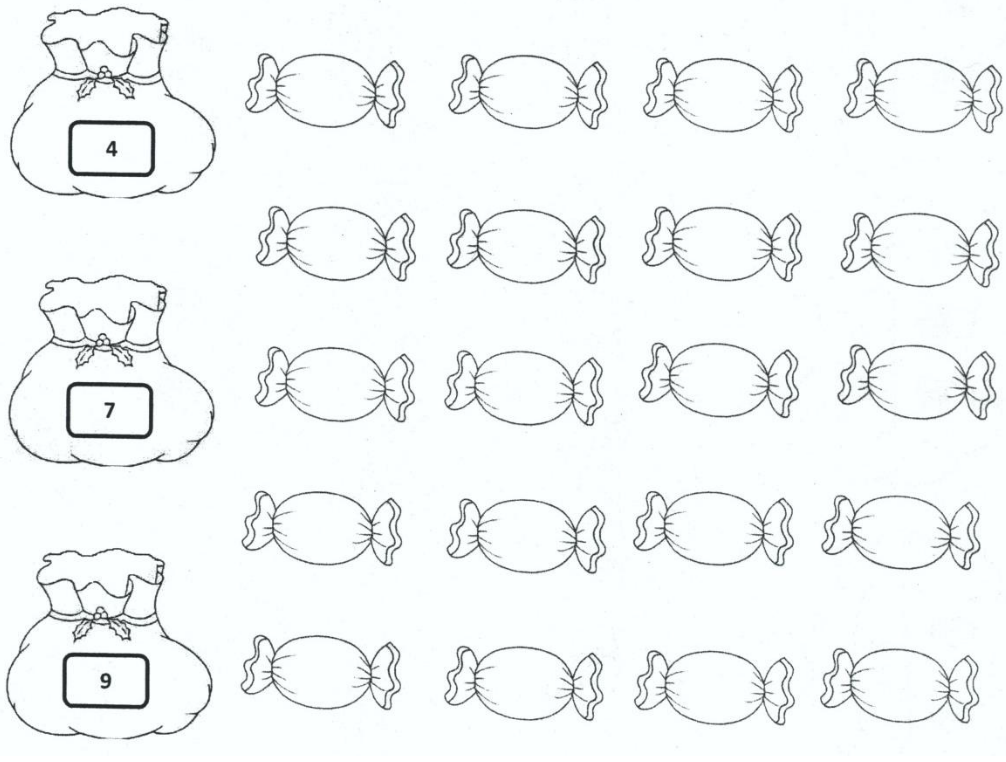
Příloha 6 Vybarvování

Vybarvi políčka v tabulce podle pokynů.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Příloha 7 Mikuláš

Mikulášovi se rozsypaly bonbony pro děti. Dokážeš mu je pomoct zpátky roztřídit? Do bonbonů zapiš výsledky diktovaných příkladů. Pak vybarvi násobky 4 červeně, násobky 7 zeleně a násobky 9 modře. Dej pozor, některé bonbony se mu tam připletly.



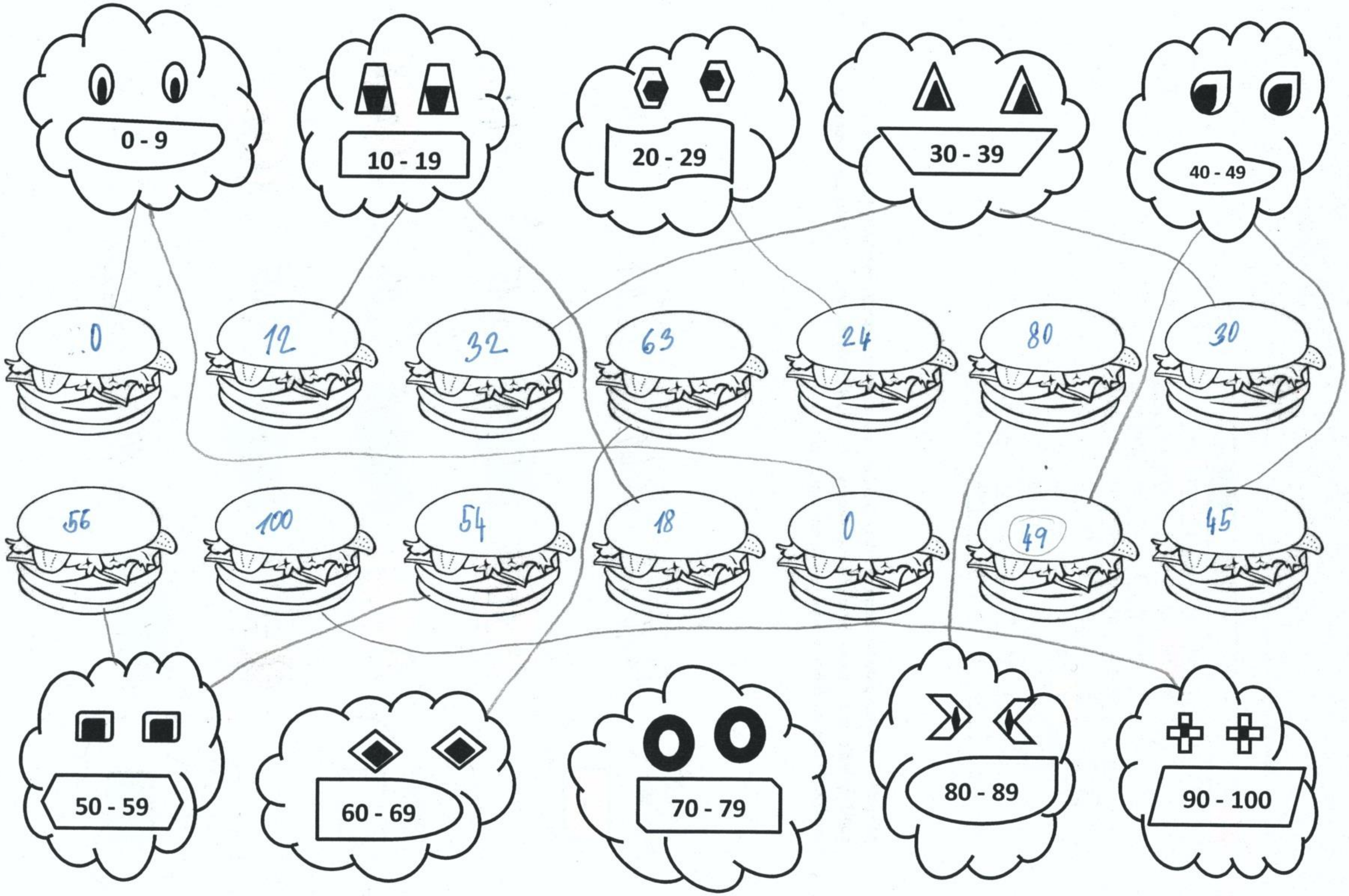
Příloha 8 Písemné násobení – pracovní list

0 x 2	9 x 8	4 x 0	5 x 0
5 x 9	1 x 6	7 x 1	9 x 1
7 x 5	2 x 3	3 x 3	2 x 5
2 x 6	0 x 5	9 x 4	4 x 2
8 x 4	2 x 4	7 x 7	5 x 4
3 x 6	6 x 3	3 x 8	3 x 9
10 x 10	4 x 3	4 x 4	8 x 3
1 x 3	9 x 2	2 x 8	4 x 9
5 x 2	8 x 5	3 x 5	5 x 5
6 x 9	5 x 7	8 x 2	6 x 2
3 x 2	2 x 2	6 x 4	9 x 3
9 x 7	3 x 4	2 x 9	6 x 6
4 x 6	3 x 7	7 x 3	7 x 4
7 x 6	7 x 9	5 x 6	7 x 8
2 x 7	5 x 3	4 x 7	8 x 10
8 x 9	8 x 6	8 x 8	8 x 7
9 x 5	4 x 8	6 x 7	4 x 5
6 x 8	7 x 2	9 x 9	9 x 6
10 x 4	10 x 7	3 x 10	6 x 5
5 x 8	0 x 8	1 x 1	4 x 1

Příloha 9 Ukázky žákovských prací

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
0 x 5								5												
8 x 9	79														71					
9 x 3																				
4 x 2																				
3 x 8								32									32			
6 x 2																				
1 x 6																				
4 x 4									12											
2 x 5															15					
3 x 3							6													
9 x 2							38		16											
5 x 4																				
9 x 9																			72	
4 x 3																				
7 x 4																24				
2 x 3																				
10 x 4																				

Do hamburgerů zapiš výsledky diktovaných příkladů. Pak nakrm příšery.

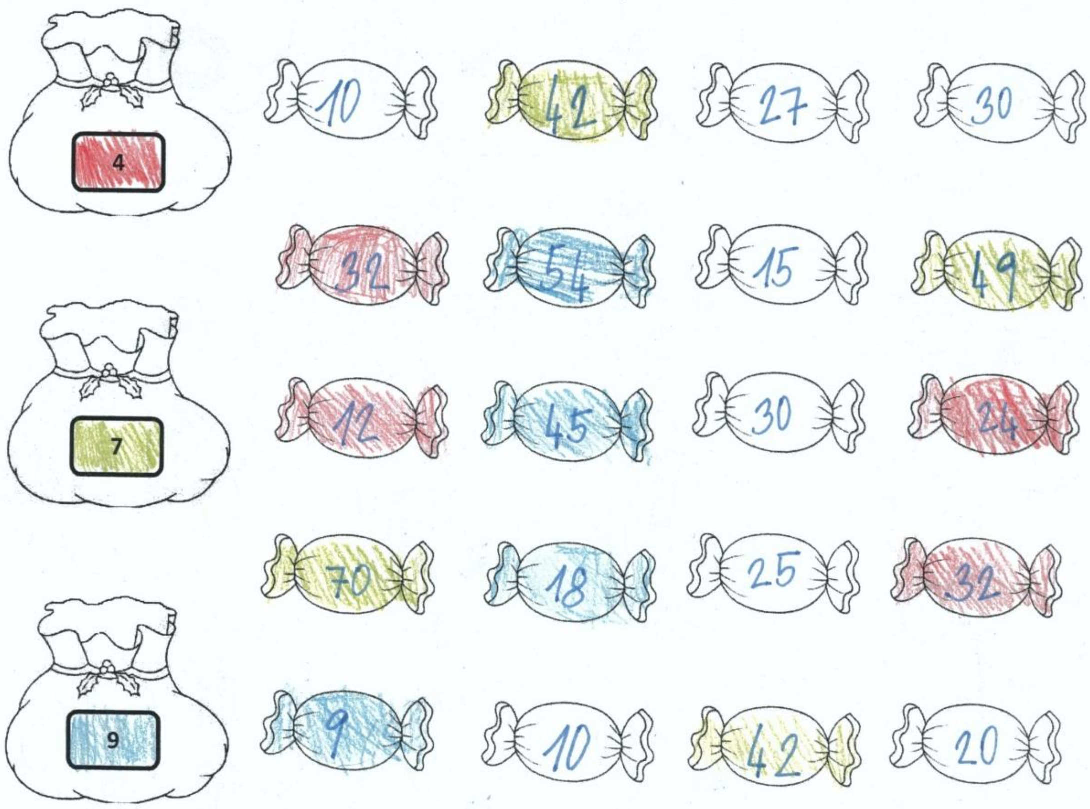


X

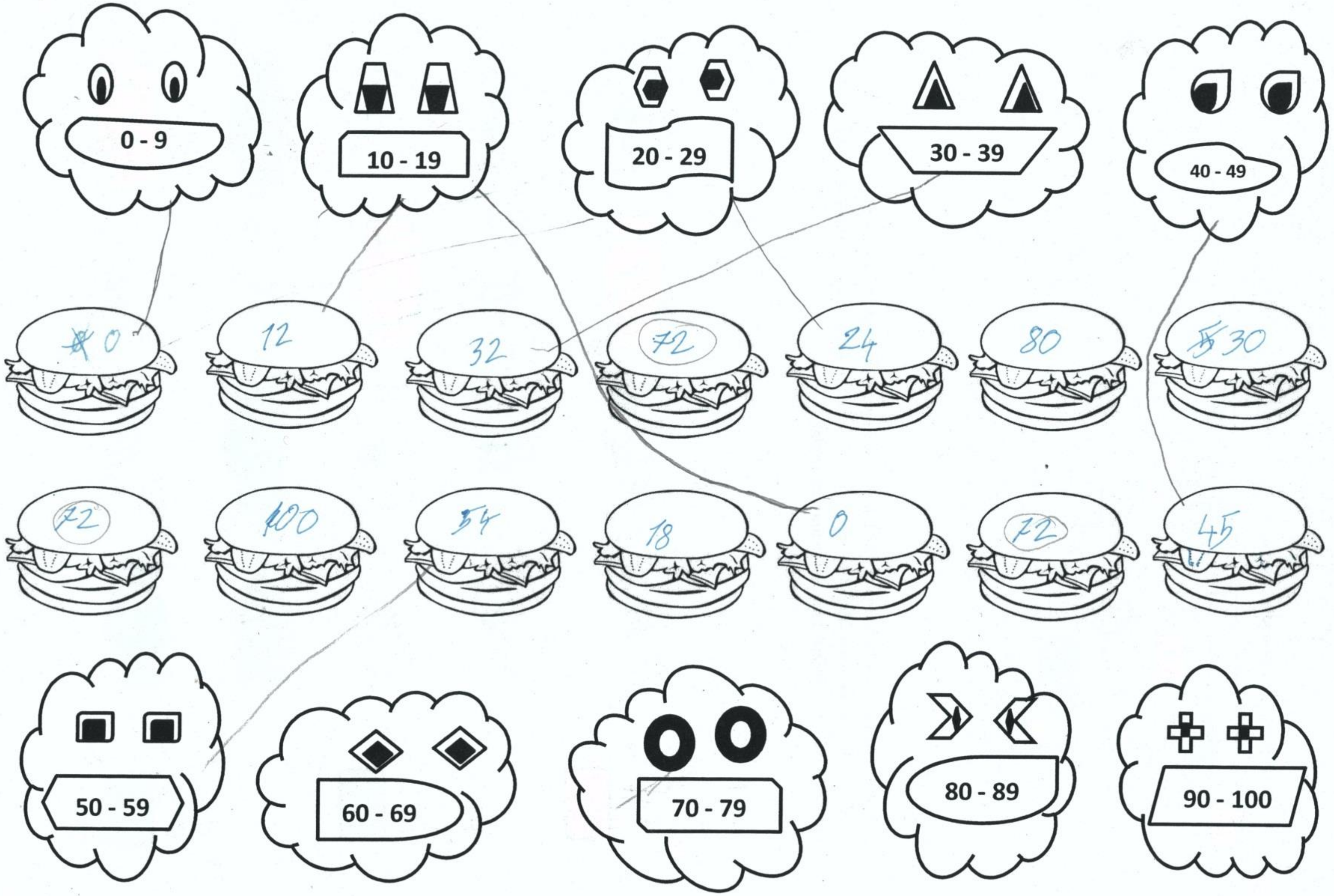
Vybarvi políčka v tabulce podle pokynů.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Mikulášovi se rozsypaly bonbony pro děti. Dokážeš mu je pomoct zpátky roztřídit? Do bonbonů zapiš výsledky diktovaných příkladů. Pak vybarvi násobky 4 červeně, násobky 7 zeleně a násobky 9 modře. Dej pozor, některé bonbony se mu tam připletly.



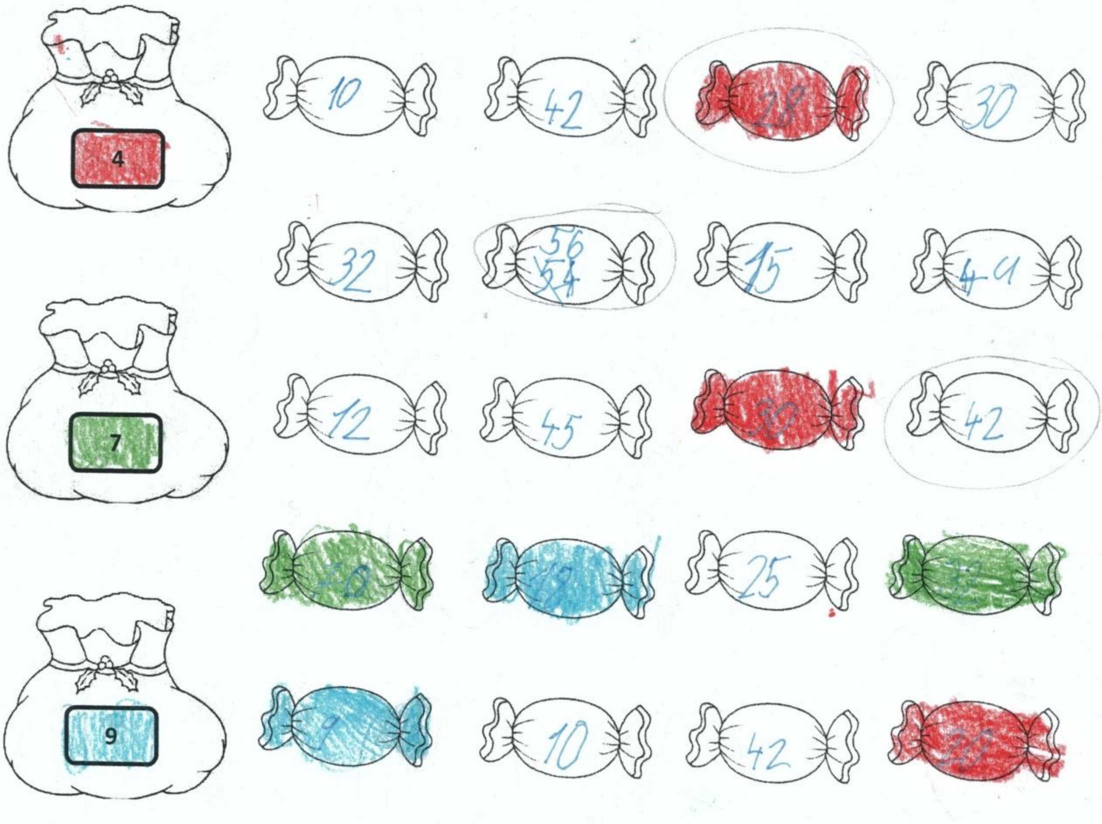
Do hamburgerů zapiš výsledky diktovaných příkladů. Pak nakrm příšery.



Vybarvi políčka v tabulce podle pokynů.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Mikulášovi se rozsypaly bonbony pro děti. Dokážeš mu je pomoct zpátky roztřídit? Do bonbonů zapiš výsledky diktovaných příkladů. Pak vybarvi násobky 4 červeně, násobky 7 zeleně a násobky 9 modře. Dej pozor, některé bonbony se mu tam připletly.

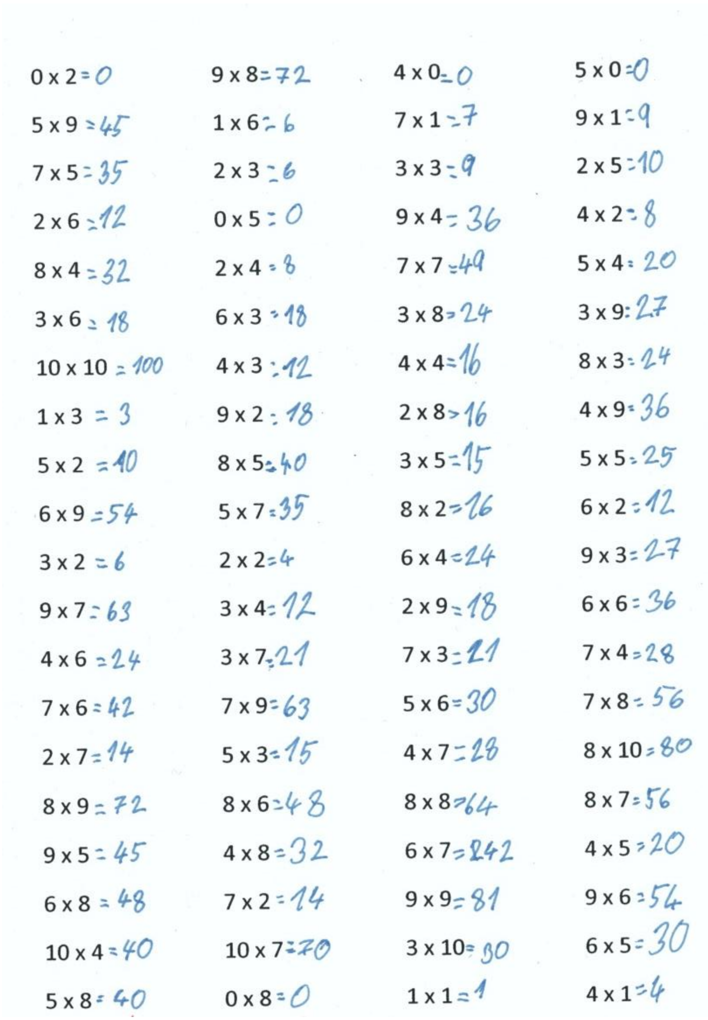


Příloha 10 Ústní násobení

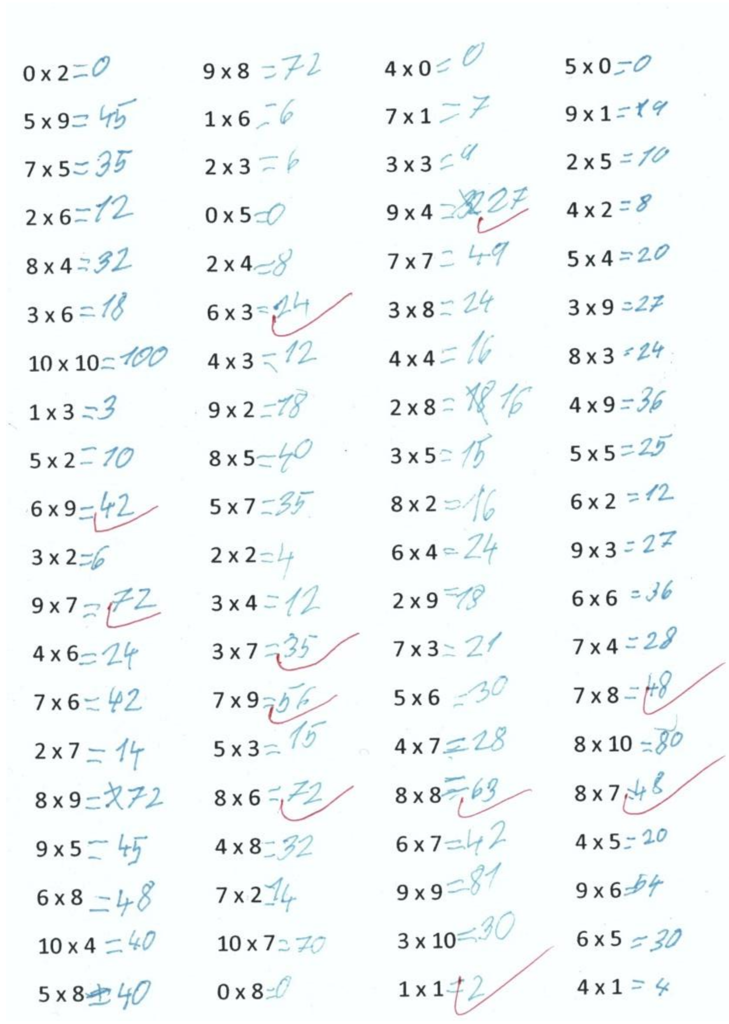
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	P. CH.
4 x 0	V	V		V		V	V	V	V	V	V	V	V	V	**4**	V	V	V	V	V	**1**
5 x 0	V	V		V		V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
0 x 2	V	V		V		V	V	V	V	V	**2**	V	**2**	V	V	V	V	V	V	V	**2**
0 x 5	V	V		V		V	V	**5**	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**1**
7 x 1	V	V		V		V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
9 x 1	V	V		V		V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
1 x 3	V	V		V		V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
1 x 6	V	V		V		V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
2 x 2	V	V		V		V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
3 x 2	V	V		V		V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
4 x 2	V	V		V		V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
5 x 2	V	V		V		V	**15**	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**1**
6 x 2	V	V		V		V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
7 x 2	V	V		V		V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
8 x 2	V	**18**		V		V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**1**
9 x 2	V	V		V		V	**38**	V	**16**	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**2**
2 x 3	V	V		V		V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
3 x 3	V	V		V		V	**6**	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**1**
4 x 3	V	V		V		V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
5 x 3	V	V		V		V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
6 x 3	**28**	V		V		V	**12**	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**24**	V	V	V	**3**
7 x 3	V	V		V		V	V	V	**24**	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**1**
8 x 3	V	V		V		V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
9 x 3	V	V		V		V	V		V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
2 x 4	**12**	V		**4**		V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**2**
3 x 4	V	V		V		V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
4 x 4	V	V		V		V	V	V	**12**	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**1**
5 x 4	V	V		V		V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
6 x 4	V	V		V		V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
7 x 4	V	V		V		V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**24**	V	V	V	V	**1**
8 x 4	V	V		V		V	**24**	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**48**	V	V	**2**
9 x 4	V	V		**56**		V	**54**	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**2**
2 x 5	V	V		V		V	V	V	V	V	V	V	V	V	**15**	V	V	V	V	V	**1**
3 x 5	V	V		V		V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
4 x 5	V	V		V		V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
5 x 5	V	V		V		V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
6 x 5	V	V		V		**54**	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**1**
7 x 5	V	V		**32**		V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**1**
8 x 5	V	V		V		V	V	**35**	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**1**
9 x 5	V	V		V		V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	P. CH.
2 x 6	V	V		V		V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
3 x 6	V	V		V		V	V	**16**	V	V	V	V	V	V	V	V	**21**	V	V	V	**2**
4 x 6	**42**	V		V		V	**32**	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**2**
5 x 6	V	V		V		V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
6 x 6	V	V		V		V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
7 x 6	V	V		**49**		V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**1**
8 x 6	**72**	V		**32**		V	V	**38**	V	**49**	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**4**
9 x 6	**56**	V		V		V	**72**	V	**63**	V	V	V	V	V	V	V	**36**	V	V	V	**4**
2 x 7	V	V		V		V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
3 x 7	V	V		V		V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
4 x 7	V	V		V		V	**38**	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**1**
5 x 7	V	V		V		V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
6 x 7	V	V		V		V	V	V	V	V	V	V	V	**35**	V	**35**	V	V	V	**49**	**3**
7 x 7	V	V		**56**		V	**29**	V	V	V	V	V	V	V	**48**	V	V	V	V	V	**3**
8 x 7	**63**	**57**		**48**		V	**75**	V	**53**	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**5**
9 x 7	**72**	V		V		V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**1**
2 x 8	**18**	V		V		V	V	V	V	V	V	V	V	V	**14**	V	V	V	V	V	**2**
3 x 8	V	V		V		V	V	**32**	V	V	V	V	V	V	V	V	**32**	V	V	V	**2**
4 x 8	V	V		V		V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
5 x 8	**45**	V		V		V	V	**30**	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**2**
6 x 8	**72**	V		**45**		V	**54**	**40**	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**54**	V	V	**5**
7 x 8	**72**	V		V		V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**1**
8 x 8	V	**68**		**48**		V	**78**	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**74**	V	**4**
9 x 8	**64**	V		V		V	V	V	**81**	V	V	V	V	V	V	V	**18**	V	V	V	**3**
2 x 9	V	V		V		V	**37**	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**1**
3 x 9	**28**	V		V		V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**1**
4 x 9	V	V		V		V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
5 x 9	V	V		V		**48**	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**1**
6 x 9	V	V		V		V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**56**	**1**
7 x 9	**72**	V		V		V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**1**
8 x 9	**79**	V		V		V	V	V	V	V	V	V	V	V	**71**	V	V	V	V	V	**2**
9 x 9	V	V		V		V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**72**	V	**1**
10 x 4	V	V		V		V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
10 x 7	V	V		V		V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
3 x 10	V	V		V		V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
8 x 10	V	V		V		V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
10 x 10	V	V		V		V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**

Příloha 11 Ukázka žákovských prací – pracovní list



0 x 2 = 0	9 x 8 = 72	4 x 0 = 0	5 x 0 = 0
5 x 9 = 45	1 x 6 = 6	7 x 1 = 7	9 x 1 = 9
7 x 5 = 35	2 x 3 = 6	3 x 3 = 9	2 x 5 = 10
2 x 6 = 12	0 x 5 = 0	9 x 4 = 36	4 x 2 = 8
8 x 4 = 32	2 x 4 = 8	7 x 7 = 49	5 x 4 = 20
3 x 6 = 18	6 x 3 = 18	3 x 8 = 24	3 x 9 = 27
10 x 10 = 100	4 x 3 = 12	4 x 4 = 16	8 x 3 = 24
1 x 3 = 3	9 x 2 = 18	2 x 8 = 16	4 x 9 = 36
5 x 2 = 10	8 x 5 = 40	3 x 5 = 15	5 x 5 = 25
6 x 9 = 54	5 x 7 = 35	8 x 2 = 16	6 x 2 = 12
3 x 2 = 6	2 x 2 = 4	6 x 4 = 24	9 x 3 = 27
9 x 7 = 63	3 x 4 = 12	2 x 9 = 18	6 x 6 = 36
4 x 6 = 24	3 x 7 = 21	7 x 3 = 21	7 x 4 = 28
7 x 6 = 42	7 x 9 = 63	5 x 6 = 30	7 x 8 = 56
2 x 7 = 14	5 x 3 = 15	4 x 7 = 28	8 x 10 = 80
8 x 9 = 72	8 x 6 = 48	8 x 8 = 64	8 x 7 = 56
9 x 5 = 45	4 x 8 = 32	6 x 7 = 242	4 x 5 = 20
6 x 8 = 48	7 x 2 = 14	9 x 9 = 81	9 x 6 = 54
10 x 4 = 40	10 x 7 = 70	3 x 10 = 30	6 x 5 = 30
5 x 8 = 40	0 x 8 = 0	1 x 1 = 1	4 x 1 = 4



0 x 2 = 0	9 x 8 = 72	4 x 0 = 0	5 x 0 = 0
5 x 9 = 45	1 x 6 = 6	7 x 1 = 7	9 x 1 = 19
7 x 5 = 35	2 x 3 = 6	3 x 3 = 9	2 x 5 = 10
2 x 6 = 12	0 x 5 = 0	9 x 4 = ~~32~~ 27	4 x 2 = 8
8 x 4 = 32	2 x 4 = 8	7 x 7 = 49	5 x 4 = 20
3 x 6 = 18	6 x 3 = 24	3 x 8 = 24	3 x 9 = 27
10 x 10 = 100	4 x 3 = 12	4 x 4 = 16	8 x 3 = 24
1 x 3 = 3	9 x 2 = 18	2 x 8 = ~~18~~ 16	4 x 9 = 36
5 x 2 = 10	8 x 5 = 40	3 x 5 = 15	5 x 5 = 25
6 x 9 = 42	5 x 7 = 35	8 x 2 = 16	6 x 2 = 12
3 x 2 = 6	2 x 2 = 4	6 x 4 = 24	9 x 3 = 27
9 x 7 = 72	3 x 4 = 12	2 x 9 = 18	6 x 6 = 36
4 x 6 = 24	3 x 7 = 35	7 x 3 = 21	7 x 4 = 28
7 x 6 = 42	7 x 9 = 56	5 x 6 = 30	7 x 8 = 48
2 x 7 = 14	5 x 3 = 15	4 x 7 = 28	8 x 10 = 80
8 x 9 = ~~X~~72	8 x 6 = 72	8 x 8 = 63	8 x 7 = 48
9 x 5 = 45	4 x 8 = 32	6 x 7 = 42	4 x 5 = 20
6 x 8 = 48	7 x 2 = 14	9 x 9 = 81	9 x 6 = 54
10 x 4 = 40	10 x 7 = 70	3 x 10 = 30	6 x 5 = 30
5 x 8 = 40	0 x 8 = 0	1 x 1 = 2	4 x 1 = 4

Příloha 12 Písemné násobení – pracovní sešity

	1	2	3	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	P. CH.
4 x 0	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	4	V	V	1
5 x 0	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	5	V	V	1
0 x 2																				-
0 x 5	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	0
7 x 1	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	0
9 x 1	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	0
1 x 3																				-
1 x 6	V	V	V	V	V		V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	0
2 x 2	8	V^{1}	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V^{1}	V	V	V	V	1
3 x 2	V	V	V	V	V	V	V	9	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	1
4 x 2	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	0
5 x 2	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	0
6 x 2	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	18	1
7 x 2	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V^{17}	V	0
8 x 2	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	18, 18 V	0
9 x 2	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	0
2 x 3	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	0
3 x 3	V^{3}	V	V	V	V	V	V	12	V	V	V	V	V	V	V	V	V^{6}	V	V	1
4 x 3	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	0
5 x 3																				-
6 x 3	V	V^{15}	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	0
7 x 3																				-
8 x 3	V	V	V	V^{16}	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	0
9 x 3	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	0
2 x 4	10	V	V	V	V		V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	1
3 x 4	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	0
4 x 4	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V^{8}	V	V	0
5 x 4	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	0
6 x 4	V	V	V	V	V	V	V	21	V	V	V	V	V	V	V	54	V^{21}	V	V	2
7 x 4	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V^{35}	V	V	V	V	V	0
8 x 4	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	0
9 x 4	V	V	V	V	V	V	V^{56}	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	0
2 x 5																				-
3 x 5	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	0
4 x 5	V	V	V	V	V	10^{16}	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	1
5 x 5	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	0
6 x 5	V^{36}	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	0
7 x 5	V	V	V	30	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	1
8 x 5	V	V	V	35^{34}	45	V	35	V	V	V	V	V^{32}	V	V	V	V	V^{30}	V	V	3
9 x 5	V	V	V	V	V	V^{55}	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V^{55}	V	0

	1	2	3	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	P. CH.
2 x 6	V^{17}	V	V	V	V		V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	0
3 x 6	V	V	V	V	V	V^{23}	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V^{12}	V	V	0
4 x 6																				-
5 x 6	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	0
6 x 6	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V^{24}	V	V	V^{35}	V	V	0
7 x 6	V^{48}	V	V	41	V	V	V	V	V	V	72	V	V	53^{45}	V	V	30, 48	32^{49}	V	4
8 x 6	42^{63}	58	V	62^{56}	V	50^{50}	52	56^{43}	V	V	V	V	V	49^{54}	V	V	36, 32	V	56, 56	7
9 x 6	V	V	V	V	V	56	V	V	V	V	V	V	V	V^{53}	V	V	V^{27}	V	V	1
2 x 7	V	V	V	V	V	V^{24}	V	V	V	V	V	V	V	16	V	V	V	V	V	1
3 x 7	V	V	V	V	V	V	24	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	1
4 x 7	V	V	V	24	V	V	V	V	V	V	V	V	V	32	V	V	V	V	V	2
5 x 7	V	V	V	V	V	V^{36}	27, 37	V	V	V^{40}	V	V	V	V	V^{42}	V	V	V	V	0
6 x 7	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	0
7 x 7	V	V	V	V	V	39	V	V	V	V	V	V	V	65, 21	47	V	V^{42}	V	V	2
8 x 7	V	54	V	49	V	V^{54}	V	V	V	V	V	V	V	57^{63}	V	V	42, 64	V	V^{42}	3
9 x 7	V	V	V	64	V	64	V	V	V	V	V	V	V	V	V^{56}	V	64^{45}	V	V	3
2 x 8	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	18^{18}	V^{18}	V	1
3 x 8	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	0
4 x 8	28	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	28	V	V	V	V	V	2
5 x 8	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	0
6 x 8	47	V	V	V	V	59	V	36^{43}	V	V	V	V	V	47	V	V	18	V	V	5
7 x 8	V	V	V	V	V	48	V	V	V	54	V	V	V	V	V	V	54	V	V	3
8 x 8	V	V	V	48	V	78	67^{32}	V	V	V	V	V	V	V	V	V	48^{48}	63^{16}	V	5
9 x 8	54	V	V	71	V	73	V	71	V	V	V	V	V	63^{81}	V	V	64^{54}	V	V	6
2 x 9	V	V	V	V	V	V	V	V^{27}	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V^{19}	V	0
3 x 9	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	0
4 x 9	27	V	V	27	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	45	V	V	V	3
5 x 9	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	0
6 x 9	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V^{53}	V	V	V	V	V	0
7 x 9	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	0
8 x 9	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V^{71}	V	V	V	V	V^{81}	0
9 x 9	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	71	V	V	V	V	V	1
10 x 4																				-
10 x 7	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	0
3 x 10	V	V	V	V	V		V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	0
8 x 10	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	0
10 x 10	10	V	V	V	81	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	2

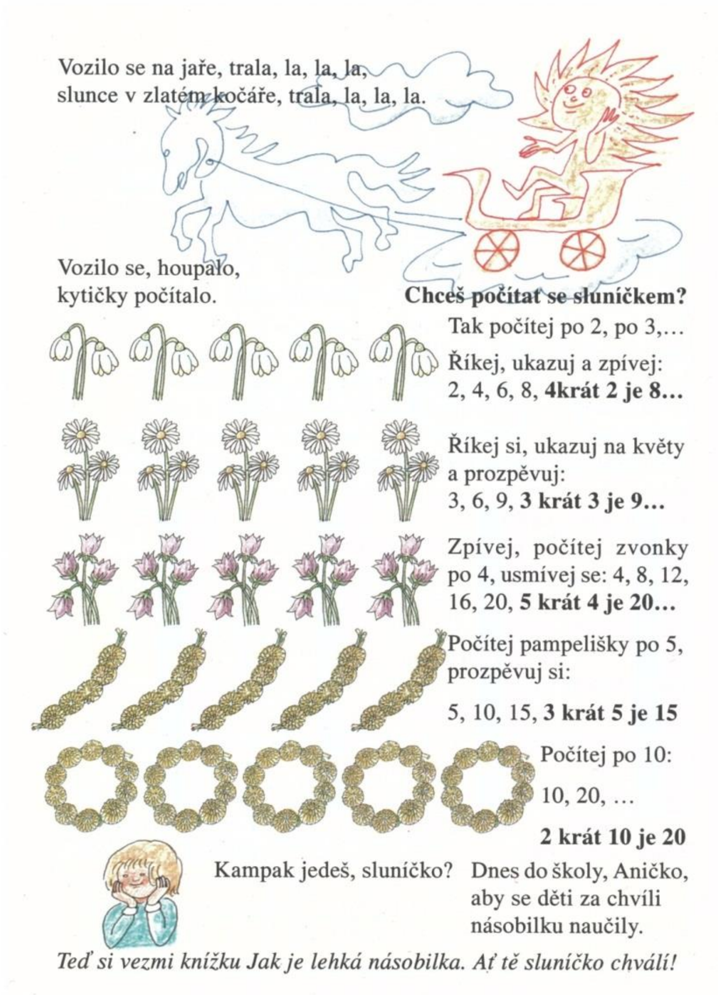
Příloha 13 Písemné násobení - pracovní listy

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	18	19	20	P. CH.
4 x 0	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	0
5 x 0	V	V	X	V	V	V	9	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	1
0 x 2	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	0
0 x 5	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	0
0 x 8	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	0
1 x 1	2	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	2	V	2	V	V	V	V	3
4 x 1	V	V	X	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	0
7 x 1	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	0
9 x 1	V	V	X	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	0
1 x 3	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	0
1 x 6	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	0
2 x 2	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	0
3 x 2	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	0
4 x 2	V	V	X	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	0
5 x 2	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	0
6 x 2	V	V	X	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	0
7 x 2	V	V	V	V	V	V	V	V	17	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	1
8 x 2	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	0
9 x 2	V	V	V	V	V	V	V	V	16	17	V	V	V	V	V	V	V	V	V	2
2 x 3	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	0
3 x 3	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	0
4 x 3	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	0
5 x 3	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	0
6 x 3	24	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	1
7 x 3	V	V	V	V	V	V	V	V	28	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	1
8 x 3	V	V	X	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	0
9 x 3	V	V	X	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	0
2 x 4	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	24	V	V	V	V	V	V	V	1
3 x 4	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	0
4 x 4	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	0
5 x 4	V	V	X	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	0
6 x 4	V	V	V	V	V	V	14	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	1
7 x 4	V	V	X	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	0
8 x 4	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	0
9 x 4	27	V	V	V	V	V	V	45	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	2
2 x 5	V	V	X	V	V	V	20	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	1
3 x 5	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	18	V	30	V	V	2
4 x 5	V	V	X	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	0
5 x 5	V	V	X	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	0
6 x 5	V	V	X	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	0
7 x 5	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	0
8 x 5	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	0
9 x 5	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	0

2 x 6	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	15	V	V	V	V	V	V	V	V	**1**
3 x 6	V	V	V	V	V	V	20	16	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**2**
4 x 6	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
5 x 6	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
6 x 6	V	V		V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
7 x 6	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	56	V	V	V	V	V	**1**
8 x 6	72	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**1**
9 x 6	V	V		V	V	V	V	V	V	V	V	56	V	V	V	45	V	V	V	**2**
2 x 7	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
3 x 7	35	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**1**
4 x 7	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
5 x 7	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
6 x 7	V	V	V	V	41	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**1**
7 x 7	V	V	V	V	56	V	56	V	V	V	V	V	V	V	48	V	V	V	V	**3**
8 x 7	48	V		22	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	48	V	V	V	V	**3**
9 x 7	72	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**1**
2 x 8	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
3 x 8	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
4 x 8	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
5 x 8	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
6 x 8	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
7 x 8	48	V		V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	48	V	V	V	V	**2**
8 x 8	63	63	V	48	V	V	V	V	V	56	V	V	V	V	63	V	V	V	V	**5**
9 x 8	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
2 x 9	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
3 x 9	V	V		V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	18	V	V	**1**
4 x 9	V	V		V	V	V	V	45	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**1**
5 x 9	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
6 x 9	42	V	V	V	V	V	V	V	63	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**2**
7 x 9	56	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**1**
8 x 9	V	V	V	7	V	V	V	82	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**2**
9 x 9	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	72	V	V	V	V	**1**
10 x 4	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
10 x 7	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
3 x 10	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
8 x 10	V	V		V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**
10 x 10	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	**0**

Příloha 14 Rytmický hudební nástroj

Příloha 15 Zpívání a ukazování



Vozilo se na jaře, trala, la, la, la,
slunce v zlatém kočáře, trala, la, la, la.

Vozilo se, houpalo,
kytičky počítalo.

Chceš počítat se sluníčkem?
Tak počítej po 2, po 3,…
Říkej, ukazuj a zpívej:
2, 4, 6, 8, **4krát 2 je 8…**

Říkej si, ukazuj na květy
a prozpěvuj:
3, 6, 9, **3 krát 3 je 9…**

Zpívej, počítej zvonky
po 4, usmívej se: 4, 8, 12,
16, 20, **5 krát 4 je 20…**

Počítej pampelišky po 5,
prozpěvuj si:
5, 10, 15, **3 krát 5 je 15**

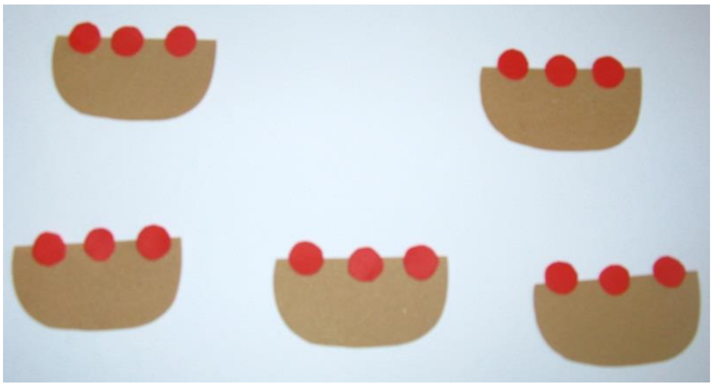
Počítej po 10:
10, 20, …
2 krát 10 je 20

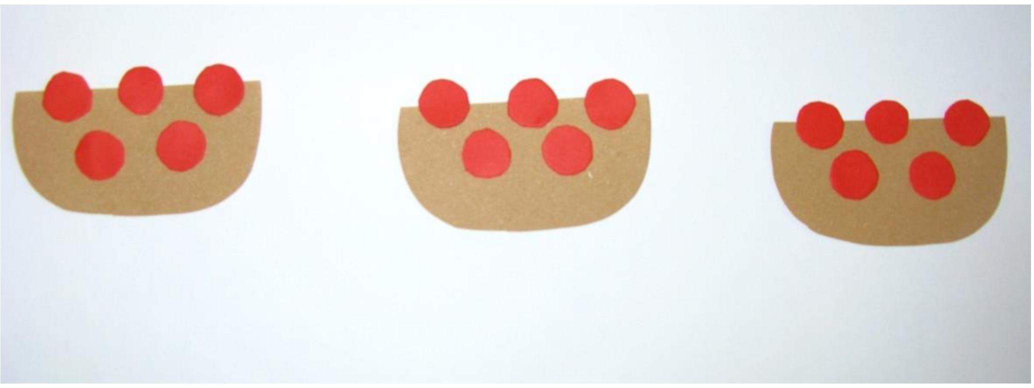
Kampak jedeš, sluníčko? Dnes do školy, Aničko,
aby se děti za chvíli
násobilku naučily.

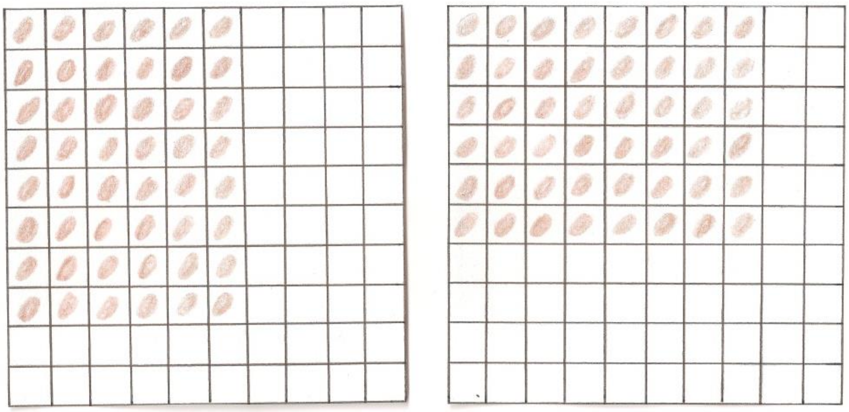
Teď si vezmi knížku Jak je lehká násobilka. Ať tě sluníčko chválí!

(*Počítám s radostí: Početnice pro 2. třídu;* str. 54)

Příloha 16 Nácvik komutativnosti







Číslo příkladu	Výpočet pomocí sčítání	Výpočet pomocí násobení	Výsledek