

Západočeská univerzita v Plzni
Fakulta aplikovaných věd
Katedra informatiky a výpočetní techniky

Bakalářská práce

Metody pro odhad Elo hráče

Místo této strany bude
zadání práce.

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci vypracoval samostatně a výhradně s použitím citovaných pramenů.

V Plzni dne 22. června 2016

Matěj Galdun

Abstract

The task of this work is to analyze Elo rating system for evaluating the performance of players and to explore methods of estimating Elo. We implement a system simulating the player behaviour and his played matches. Selected methods for estimating Elo will be implemented and thoroughly tested. We also create GUI to allow visualization and simulation settings. We propose modified method for better estimating players Elo.

Abstrakt

Úkolem této práce je seznámit s mírou Elo pro hodnocení výkonnosti hráče a prozkoumat metody odhadu Elo. Práce implementuje systém, který simuluje hráče a jejich odehrané zápasy. Vybrané metody pro odhad Elo jsou implementovány a důkladně otestovány. Bylo vytvořené GUI umožňující nastavení a vizualizaci simulace. Součástí práce je navržení modifikované metody pro lepší odhadnutí Elo hráče.

Poděkování

Rád bych poděkoval vedoucímu bakalářské práce Ing. Tomáši Bryhcínovi, Ph.D. za jeho vedení, trpělivost a cenné rady v průběhu vypracování celé této práce.

Obsah

1	Úvod	8
2	Analýza	9
2.1	Nedokonalosti Elo	10
2.2	Průběžná metoda	11
2.2.1	Koeficient rozvoje	11
2.2.2	Očekávaný výsledek zápasu	12
2.2.3	Příklad výpočtu	13
2.3	Periodická metoda	14
2.3.1	Korekce Elo bodů	15
2.3.2	Příklad výpočtu	16
2.4	Měření přesnosti metod pro výpočet Elo	16
2.4.1	Pearsonova korelační metoda	17
2.4.2	Kendalova korelační metoda	17
2.4.3	Spearmanova korelační metoda	17
2.4.4	Test normality	18
2.4.5	Odchylka Elo	18
3	Implementace	19
3.1	Popis programu	19
3.1.1	Generování hráčů na začátku simulace	19
3.1.2	Ovládání simulace	21
3.2	Modifikovaná metoda	24
3.2.1	Motivace	24
3.2.2	Realizace metody	26
4	Měření výsledků simulace	30
4.1	Naměřené výsledky	31
4.1.1	Závěr měření	38
5	Závěr	39
	Literatura	40
A	Přílohy	41
A.1	Uživatelská dokumentace	41
A.1.1	První aplikační okno	41

A.1.2 Druhé aplikační okno	41
B Obsah přiloženého CD	44
B.1 Překlad a spuštění programu	44

1 Úvod

Elo je způsob ohodnocení výkonosti hráče založený na výsledcích odehraných her se soupeři. Autorem hodnotícího systému byl Arpad Elo. Systém Elo se nejčastěji používá v šachu, lze jej ale aplikovat v jakékoliv hře založené na vzájemných zápasech jedinců nebo týmů. To jest například i na počítačové hry.

S hodnocením hráčů jsem se osobně setkal v několika online hrách. Ne všechny hry používaly jako hodnotící systém Elo, ale používala ho většina z nich. Jako hráče mě zajímal systém hodnocení. Především mě zajímala přesnost hodnocení a faktory, které mají na přesnost vliv.

Prozkoumání hodnocení Elo mě zaujalo, nejen protože jsem se s ním už setkal, ale především proto, že je to věc používaná na celém světě.

Cílem této práce je vytvořit simulaci soutěží, na které lze otestovat již existující metody pro výpočet, analyzování jejich nedostatků a aplikování modifikací výpočtů pro zpřesnění metod.

2 Analýza

Hodnocení Elo se pohybuje přibližně v rozsahu od 0 do 2600, kdy dolní hranice je stanovena pevně (není možné, aby měl hráč záporné Elo) a horní hranice stanovena není. Pokud by například hráč s Elo 0 prohrál a měly by mu být odečteny body, tak mu žádné body odečteny nebudou a hodnota jeho Elo zůstane na 0. Teoreticky tedy může mít hráč Elo neomezené, prakticky to však není možné. Podle USFC (Šachový svaz USA) se v roce 2007 pouhých 9 % hráčů pohybovalo pod hranicí 200 bodů Elo, 50 % hráčů v rozmezí od 800 do 999 bodů Elo a necelé 1 % nad hranicí 2200 bodů Elo [1].

Pro výpočet Elo existuje několik metod. V této práci budou prozkoumávány dvě metody. Průběžná metoda, počítající změnu stávajícího Elo hráče na základě posledního odehraného zápasu, a Periodická metoda počítající odhad Elo na základě několika posledních her, které hráč odehrál. Periodická metoda se dá také použít jako prvotní odhad hráčova Elo.

Aby se daly jednotlivé metody zkoumat, respektive jejich účinnost a přesnost, muselo by být známo reálné Elo hráčů. To ve skutečném světě samozřejmě známo není. Ve vytvořené simulaci bude tedy hráčům přidělena reálná hodnota Elo, podle které se budou řídit výsledky vzájemných zápasů hráčů. Hráč s vyšším reálným Elo bude mít větší šanci na výhru. Vypočítané odhadnuté Elo potom budeme moci porovnat s hodnotou reálného Elo a tím určit jak je daná metoda přesná. Přesnost metod lze určovat rozdílem reálného a odhadnutého Elo nebo například korelací mezi množinou odhadnutých Elo všech hráčů a množinou reálných Elo všech hráčů.

Aby bylo vidět, jak jsou jednotlivé metody účinné, bude vhodné na začátku simulace nastavit všem hráčům stejnou hodnotu jejich odhadnutého Elo. Bude-li odhadnuté Elo hráčům nastavené na průměrnou hodnotu odhadnutého Elo všech hráčů, mělo by být vidět, jak rychle jednotlivé metody konvergují ke správnému výsledku, tedy k reálnému Elo hráče, a jestli se naopak neodchylují od již správně odhadnutého Elo. U průměrných hráčů, kteří budou mít již od začátku odhadnuté Elo blízké reálnému, bude důležité, aby se jim odhadnuté Elo příliš neodchýlilo od reálného. U hráčů vysoce nadprůměrných nebo naopak podprůměrných bude cílem co nejdříve dosáhnout hodnoty reálného Elo. Samozřejmě by se po dosažení této hodnoty odhadnuté Elo nemělo příliš odchylovat.

Dalším předmětem zkoumání by mělo být, jak rychle a správně se bude odhadovat Elo hráčům přidaným do simulace, ve které mají hráči svá Elo již odhadnutá téměř správně.

2.1 Nedokonalosti Elo

Jedna z nedokonalostí hodnocení hráčů pomocí systému Elo je spojena s omezeným počtem soupeřů. Pokud se hráč bude utkávat pouze s omezenou skupinou hráčů, jeho Elo může být zkreslené. Bude-li například skupina hráčů, se kterou se utkává, velice podprůměrná a on „pouze“ průměrný (vzhledem ke všem hráčům hrajícím danou hru), bude jeho Elo značně větší než jeho skutečná výkonnost.

Další z nedokonalostí vyplývá z podstaty některých her. Například u některých tahových her může být hráč začínající zápas zvýhodněn před hráčem hrajícím jako druhý (šachy), nebo naopak. Tento jev lze řešit připočtením nebo odečtením extra bodů Elo. Jak se tyto bonifikace počítají, se liší dle typu hry, na kterou jsou aplikovány, a dle jednotlivých organizací.

Další nedokonalostí Elo systému je nemožnost zachytit absolutní změnu výkonnosti hráčů v některých situacích. Například, utkají-li se dva hráči se stejným Elo a po nějakém čase, kdy se jejich Elo změní stejně nebo aspoň velice podobně (zmenší nebo zvětší), se utkají znovu, systém tento jev není schopen zachytit.

Další nedokonalost je spojena s počátečním odhadem Elo. Odhadne-li se Elo hráče příliš nízké oproti jeho skutečné výkonnosti a poté porazí hráče podobné výkonnosti, avšak s podstatně vyšším odhadnutým Elo, pokles bodů hráče s vyšším Elo by byl velice razantní. Naopak růst hráče, jehož Elo je špatně odhadnuto, by mohl být větší, než je vypočítaný. V praxi některé organizace tyto případy řeší tak, že oběma hráčům přidají body navíc. Hráč se špatně vypočítaným Elo se rychleji přiblíží ke svému skutečnému Elo a hráč, který prohrál, bude za svou prohru bonifikován, ovšem ne tak razantně.

Další otázkou tedy je, jak určit počáteční Elo hráče. Jde to několika způsoby. Jedním z nich je, že se nastaví všem nově příchozím hráčům stejné Elo, třeba na předpokládanou střední hodnotu Normálního rozdělení Elo všech hráčů. Nastavovat Elo nově příchozím hráčům jako průměrnou hodnotu Elo všech hráčů není vhodné. Za předpokladu že hru najednou opustí velké množství podprůměrných hráčů, průměr Elo se zvětší. Tím se budou hráčům nastavovat stále větší Elo a bude docházet k efektu umělého navyšování Elo. Další z možností je počítat Elo z několika odehraných her se soupeři, jejichž Elo je již známé. Přesnost výpočtu počátečního Elo se zvyšuje s počtem odehraných her.

Jako nedostatek Elo systému lze považovat i skutečnost, že různé společnosti, které ho používají, si volí u Průběžné metody různý koeficient rozvoje pro různé skupiny hráčů. To vede k tomu, že v různých organizacích se střední hodnota Elo hráčů liší, stejně tak i maximální a minimální hodnoty

Elo. Tato skutečnost sice zamezuje porovnávání hráčů hrajících pod společnostími používajícím různé koeficienty rozvoje, nicméně jasně vypovídá o výkonnostech hráčů hrajících v jednotlivých systémech.

Poslední zmíněná nedokonalost je spojena s efektem umělého navyšování Elo. Budou-li do hry přicházet stále noví hráči, kteří po několika prohraných hrách hru opustí, bude se hráčům, kteří je porazili, Elo navyšovat. Noví hráči už však nikomu Elo nesníží tím že by ho porazili. Do hry tedy přibýly body Elo navíc. Postupně se tedy začne projevovat inflace Elo bodů u hráčů. Tato inflace se dá řešit mechanismy, které ji uměle snižují. Například přepočtem Elo všech hráčů.

2.2 Průběžná metoda

Průběžná metoda[1, 2] počítá změnu Elo hráčů (týmů) na základě jednoho odehraného zápasu. Jde vlastně o aktualizaci stávajícího Elo. Průběžná metoda počítá nové Elo podle vzorce

$$R_n = R_o + K \cdot (W - W_e), \quad (2.1)$$

kde R_n je nově vypočítané Elo hráče, R_o je původní Elo hráče, K je koeficient rozvoje, W udává výsledek zápasu (1 bod za výhru, 0,5 za remízu a 0 za prohru) a W_e udává očekávaný výsledek zápasu (od 0 do 1, kdy 1 znamená, že by měl hráč vyhrát na 100 %).

2.2.1 Koeficient rozvoje

Koeficient rozvoje K výrazně ovlivňuje změnu nově vypočteného Elo oproti starému Elo. Ze vzorce 2.1 je vidět, že čím větší koeficient rozvoje je, tím větší bude změna Elo bodů po přepočtu. Měl by vypovídat o kvalitě hráče, avšak ne z dlouhodobého, ani krátkodobého hlediska. Když by se více upřednostňoval dlouhodobý vývoj hráče, jeho Elo by se měnilo pomalu a nepřizpůsobovalo by se aktuálnímu stavu hráče. Když by se naopak upřednostňoval krátkodobý vývoj hráče, výsledky by byly také zkreslené. Hráči, kteří by měli „štěstí“, by se přeceňovali a hráči, kteří by naopak měli „smůlu“, by byli podceněni. Výpočet Elo by tedy nebyl objektivním obrazem kvality hráče, ale jen obrazem nedávných výsledků hráče které mohou být ovlivněny řadou událostí, jako je například zdravotní stav, nálada hráče a jiné.

Výběr správného koeficientu rozvoje může být jeden z předmětů zkoumání této bakalářské práce. V praxi se lze setkat s hodnotami od 10 do 40. Šachový svaz České republiky [4] používá hodnoty koeficientu rozvoje

10, 15 a 25. 10 je používáno pro hráče s Elo vyšším než 2399. Podle USCF (The United States Chess Federation) je jen necelé 1 procento hráčů, kteří takové výkonnosti dosáhli [7]. Nepředpokládá se tedy, že by jejich Elo mělo ještě významně růst nebo klesat. 15 je používáno pro hráče s Elo nižším než 2400 a 25 je používáno pro hráče mladších 20 let a Elo nižším než 2200. U takových hráčů se předpokládá rychlý vývoj výkonnosti.

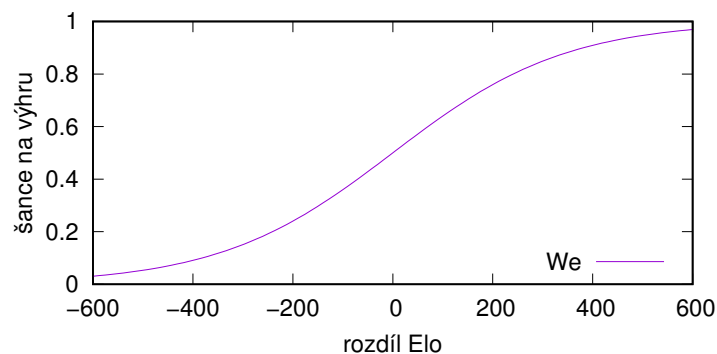
U některých her, jako jsou například šachy, lze brát při volbě koeficientu rozvoje v potaz například i věk hráče, jako je to třeba v šachu. U jiných her to ovšem nejde, proto při výpočtu Elo průběžnou metodou se lze v praxi setkat s různými výpočty koeficientu rozvoje u různých her a společností, které tuto metodu používají.

2.2.2 Očekávaný výsledek zápasu

V ideálním případě by se očekávaný výsledek W_e počítal z reálného Elo hráčů. Reálné Elo však není známo. Nelze vyčíslit, jak je hráč skutečně dobrý. Proto se očekávaný výsledek počítá z již odhadnutého Elo hráčů. Průběžná metoda tento očekávaný výsledek počítá pomocí vzorce 2.2, který popisuje křivku na obrázku 2.1

$$W_e = \frac{1}{1 + 10^{(R_B - R_A)/400}}, \quad (2.2)$$

kde ve vzorci 2.2 je R_B odhadnuté Elo soupeře a R_A je odhadnuté Elo hráče, jemuž se nové Elo počítá.



Obrázek 2.1: Křivka znázorňující šanci na výhru vzhledem k rozdílům Elo hráčů

Z křivky na obrázku 2.1 lze odhadnout očekávaný výsledek. Na horizontální ose je rozdíl Elo hráčů, na vertikální ose je procentuální možnost na výhru. Z křivky je tedy vidět, že pokud má hráč o 200 Elo bodů víc, jeho šance na výhru je přibližně 80 %. Pokud bude mít hráč o 200 Elo bodů méně, jeho šance na výhru bude přibližně 20 %. Přesné výsledky samozřejmě získáme dopočítáním ze vzorce 2.2.

2.2.3 Příklad výpočtu

V příkladu spolu budou hrát dva hráči. Hráč A a hráč B. Hráči A bude 19 let a jeho odhadnuté Elo bude 1300. Protože mu je méně než 20 let a jeho Elo je menší než 2200, bude mu přidělen koeficient rozvoje 25. Hráči B bude 25 let a jeho odhadnuté Elo bude 1380. Protože je mu více než 20 let a jeho Elo je menší než 2400, bude mu přidělen koeficient rozvoje 15.

Po dosazení do vzorce 2.2 získáme očekávané výsledky hráče A a B. Očekávaný výsledek hráče A vyjde 0,387, tedy 38,7 %. Očekávaný výsledek hráče B vyjde 0,613, tedy 61,3 %. Z faktu, že hráč B má větší Elo než hráč A, jasně vyplývá, že jeho šance na výhru budou větší.

- Vyhraje-li hráč A, získá 1 bod za výhru (W). Jeho šance na výhru (W_e) je 0.387. Po dosazení do vzorce 2.1 vyjde hráči A nové Elo:

$$1300 + 25 \cdot (1 - 0,387) = 1315,33,$$

po zaokrouhlení 1315.

Hráč B získá 0 bodů za prohru (W). Jeho šance na výhru (W_e) je 0,613. Po dosazení do vzorce 2.1 vyjde hráči B nové Elo:

$$1380 + 15 \cdot (0 - 0,613) = 1370,81,$$

po zaokrouhlení 1371.

- Budou-li hráči remizovat, získají oba 0,5 bodů (W). Jejich šance na výhru (W_e) zůstávají stejné jako v předchozím případě. Po dosazení do vzorce 2.1 vyjde hráči A nové Elo:

$$1300 + 25 \cdot (0,5 - 0,387) = 1302,83,$$

po zaokrouhlení 1303.

Hráči B vyjde nové Elo:

$$1380 + 15 \cdot (0,5 - 0,613) = 1378,31,$$

po zaokrouhlení 1378.

- Vyhraje-li hráč B, získá 1 bod za výhru a hráč A 0 bodů (W) za prohru. Jejich šance na výhru (W_e) zůstávají stejné jako v předchozích případech. Po dosazení do vzorce 2.1 vyjde hráči A nové Elo:

$$1300 + 25 \cdot (0 - 0.387) = 1290,33,$$

po zaokrouhlení 1290.

Hráči B vyjde nové Elo:

$$1380 + 15 \cdot (1 - 0,613) = 1385,81,$$

po zaokrouhlení 1386.

Z příkladu je vidět, že pokud porazí slabší hráč silnějšího, dostane víc bodů, než když porazí silnější hráč slabšího. Je zde ale i vidět, že pokud hráči mají různé koeficienty rozvoje K , každému se jeho Elo změní o jinou hodnotu. To může vést k navyšování, nebo naopak ke snižování Elo všech hráčů. Pokud by takto došlo k navýšení Elo u všech hráčů, nedaly by se aktuální výkonnosti hráčů porovnávat s výkonnostmi hráčů před navýšením. Nicméně systém hodnocení Elo by stále správně vypovídal o výkonnosti hráčů, pouze by byla jeho stupnice posunuta.

Navýšení Elo bodů u všech hráčů může nastat z několika příčin. Jedna z nich může být odchod hráčů, kteří jsou ve hře jen krátký čas. Tedy pokud přijde do hry nový hráč, kterému bude přiděleno nějaké Elo nebo odhadnuto na základě několika prvotních her a on prvních několik her prohraje a poté hru opustí, aniž by nějaký zápas vyhrál. Jeho prohrami získali hráči, kteří ho porazili Elo body navíc. On však tím, že nevyhrál jediný zápas a hru opustil, nikomu Elo body nesnížil. Tím do hry zanesl nové body Elo. Stejně tak dochází ke snižování Elo, pokud hru opustí hráč, který byl velice úspěšný.

2.3 Periodická metoda

Periodická metoda[1, 2] počítá odhad Elo hráče na základě několika her. Dá se použít jako prvotní odhad hráčova Elo, ale také pro výpočet změny již odhadnutého Elo. Periodická metoda vychází z faktu, že rozdělení hráčů dle výkonnosti se dá aproximovat Normálním rozdělením, což bylo zjištěno dlouhodobým pozorováním vývoje hráčů. Tedy, že většina hráčů je průměrných, nadprůměrných nebo podprůměrných je méně a vysoce nadprůměrných nebo podprůměrných je jen několik.

Počáteční odhad Elo touto metodou není přesný na 100 %. Nicméně je mnohem přesnější než statické přidělení počátečního Elo. Přesnost této metody se zvětšuje s počtem odehraných zápasů v sérii.

Metoda ztrácí na účinnosti, pokud mají hráči špatně odhadnuté Elo. To se může stát například na začátku hry, kdy nemá žádný hráč odhadnuté Elo a všem hráčům je přidělena konstantní hodnota Elo. Dokud se těmto hráčům správně neodhadne Elo, pak každý nově příchozí hráč bude mít Elo odhadnuté Periodickou metodou zkreslené. Metoda totiž bude odhadovat Elo vůči odhadnutým Elo soupeřů. Jelikož soupeři nemají správně odhadnutá Elo, pak i výsledný odhad bude nepřesný.

Dalším nedostatkem je odhad Elo vysoce nadprůměrným nebo naopak podprůměrným hráčů. Pokud hráč vyhraje 100 % zápasů, ze kterých mu je Elo počítáno, bude mu k průměru Elo soupeřů přičteno 766 bodů (viz vzorec 2.3). Metoda ovšem není schopna určit, zda je hráč lepší právě o 766 bodů nebo o víc. Metoda určí pouze, že je hráč lepší minimálně o 766 bodů. Jeho Elo tudíž nemusí být odhadnuto přesně.

Periodická metoda se počítá dle následujícího vzorce.

$$R_p = R_c + D(P), \quad (2.3)$$

kde R_p je nově vypočítané hráčovo Elo, R_c je průměr Elo všech soupeřů se kterými hráč hrál a $D(P)$ je korekce bodů Elo na základě výsledků vzájemných zápasů.

Periodická metoda se dá také použít v pozměněném tvaru pro výpočet Elo na základě výsledků pouze s jedním soupeřem. Nové Elo by se počítalo pomocí následujícího vzorce.

$$R_p = R_a + \frac{1}{2} \cdot D(P), \quad (2.4)$$

kde R_a je průměr Elo obou hráčů.

2.3.1 Korekce Elo bodů

Korekce bodů Elo $D(P)$ je založena na normálním rozdělení Elo hráčů. Autor metody Arpad Elo vycházel z Harknessova systému [1] a odvodil, že korekce bodů Elo se řídí Normálním rozdělením se střední hodnotou 0 a rozptylem 282,84 ($N(0; 282, 84)$). Protože jsou v každé hře dva hráči, tak jsou jejich odchylky δ_1 a δ_2 . Celková odchylka se tedy vypočítá následovně

$$\delta = \sqrt{\delta_1^2 + \delta_2^2} = \sqrt{2 \cdot \delta^2} = \delta \cdot \sqrt{2} = 200 \cdot \sqrt{2} = 282.84. \quad (2.5)$$

Do vzorce byla za δ dosazena hodnota 200. Tuto hodnotu dosadil Arpad Elo po inspiraci Harknessovým systémem.

Bude-li tedy hráčova úspěšnost v sérii her například 60 %, bude se počítat 60procentní kvantil normálního rozdělení $N(0; 282, 84^2)$.

2.3.2 Příklad výpočtu

V příkladu bude počítáno Elo nového hráče A, který dosud žádné Elo vypočítané nemá. Bude hrát se soupeři B, C a D. Hráč B bude mít Elo 1850, hráč C 1620 a hráč D 1190.

Hráč A prohraje s hráči B a C a porazí hráče D. Jeho úspěšnost bude po zaokrouhlení

$$(0 + 0 + 1) / 3 = 0.33.$$

Průměr Elo protihráčů bude po zaokrouhlení

$$(1850 + 1620 + 1190) / 3 = 1553.$$

33 % kvantil normálního rozdělení $N(0; 282, 84)$ je roven -125. Po dosazení do vzorce 2.3 vyjde výsledné Elo hráče A následovně:

$$1553 - 125 = 1428.$$

Výsledné hráčovo Elo tedy bude 1428.

Jestliže hráč A prohrál s hráči B a C, dá se předpokládat, že jeho Elo je menší než jejich, ale zároveň větší než Elo hráče C, kterého porazil. Lze tedy předpokládat že odhadnuté Elo bude přesnější než statické přidělení Ela, například střední hodnoty Ela všech hráčů v soutěži.

2.4 Měření přesnosti metod pro výpočet Elo

V reálném případě není známo skutečné Elo hráče. V simulaci je ale známé a může se tedy porovnávat přesnost odhadnutého Elo vůči skutečnému. V této práci byly použity metody porovnávající dvě posloupnosti čísel [5, 6]. V jedné posloupnosti jsou skutečná Elo a v druhé odhadnutá. Všechny metody vrací výsledek nabývající hodnot od -1 do 1. Jsou-li posloupnosti X a Y (posloupnosti odhadnutých a skutečných Elo) nezávislé, pak vyjde korelační koeficient 0. Vyjde-li korelační koeficient 1, znamená to, že posloupnosti X a Y jsou silně závislé. Vyjde-li korelační koeficient -1, znamená to, že posloupnosti X a Y jsou nepřímo závislé. Tedy že čím víc se jedna posloupnost zvětší, tím se druhá zmenší.

Cílem práce tedy bude implementovat, případně upravit metody výpočtu Elo tak, aby výsledek metod pro měření závislosti odhadnutého a skutečného Elo se co možná nejvíce přibližoval k 1.

2.4.1 Pearsonova korelační metoda

Metoda se používá pro zjištění lineární závislosti dvou posloupností s Normálním rozdělením. Pearsonova korelace se počítá dle následujícího vzorce.

$$Corr(X, Y) = \frac{E(XY) - E(X)E(Y)}{\sqrt{E(X^2) - E^2(X)} \cdot \sqrt{E(Y^2) - E^2(Y)}}, \quad (2.6)$$

kdy $E(X)$ je střední hodnota posloupnosti X a $E(Y)$ je střední hodnota Y .

2.4.2 Kendalova korelační metoda

Kendalova korelace se používá k počítání pravděpodobností, že hodnoty dvou proměnných jsou ve stejném pořadí, a pravděpodobností, že ve stejném pořadí nejsou. Korelace se počítá dle následujícího vzorce.

$$Corr(X, Y) = \frac{n_c - n_d}{\sqrt{(n_0 - n_1) \cdot (n_0 - n_2)}}, \quad (2.7)$$

kde n_c je počet konkordantních párů (pokud jsou pořadí prvků souhlasná) a n_d je počet diskordantních párů (pokud jsou pořadí prvků nesouhlasná).

$$n_0 = n \cdot (n - 1) / 2$$

$$n_1 = \sum t_i \cdot (t_i - 1) / 2$$

$$n_2 = \sum u_j \cdot (u_j - 1) / 2$$

Kde n je počet všech prvků v jedné posloupnosti, t_i je počet vázaných hodnot v první posloupnosti prvků a u_j je počet vázaných hodnot ve druhé posloupnosti prvků.

2.4.3 Spearmanova korelační metoda

Spearmanova korelační metoda zachycuje obecně monotónní (rostoucí/klesající) vztahy mezi proměnnými, nikoli pouze lineární. Zohledňuje pořadí a je rezistentní vůči odlehlým hodnotám. Počítá se dle následujícího vzorce.

$$Corr(X, Y) = 1 - \frac{6 \cdot \sum (x_i - y_i)^2}{n \cdot (n^2 - 1)}, \quad (2.8)$$

kde x_i a y_i jsou prvky jednotlivých posloupností a n je počet všech prvků v posloupnosti.

2.4.4 Test normality

Test normality je prováděn metodou „The Probability Plot Correlation Coefficient Test for Normality“ navrženou Jamesem J. Fillibenem [3]. Metoda vypovídá o tom, jak moc je křivka podobná Normálnímu rozdělení. Počítá se pomocí následujícího vzorce.

$$\text{Corr}(X, M) = \frac{\Sigma(x_i - \bar{X}) \cdot (m_i - \bar{M})}{\sqrt{\Sigma(x_i - \bar{X})^2 \cdot \Sigma(m_i - \bar{M})^2}}, \quad (2.9)$$

kde X jsou seřazené prvky porovnávané posloupnosti a M jsou seřazené statistické mediány Normálního rozdělení $N(0; 1)$. x_i a m_i jsou jednotlivé prvky posloupností X a M . \bar{X} a \bar{M} jsou průměry daných posloupností.

2.4.5 Odchylka Elo

Protože v simulaci známe odhadnuté i reálné Elo hráče, můžeme snadno dopočítat rozdíl těchto dvou hodnot. Pokud se sečtou odchylky Elo (v absolutní hodnotě) všech hráčů a vydělí se počtem všech hráčů, dostaneme průměrnou odchylku Elo všech hráčů. Čím je tato odchylka menší, tím přesněji se zkoumaná metoda Elo hráčům počítá. Výpočet se provádí následujícím vzorcem.

$$\sigma = \frac{\sum_{i=1}^n |R_i - E_i|}{n}, \quad (2.10)$$

kde R_i jsou reálná Elo jednotlivých hráčů a E_i jsou jejich odhadnutá Elo. Počet všech hráčů se značí jako n .

3 Implementace

Program pro simulaci soutěží, ve kterých spolu zápasí vždy dva hráči, byl realizován v programovacím jazyku Java. Byl zvolen pro jeho objektivní přístup a přenositelnost.

3.1 Popis programu

Program je rozdělen na dvě hlavní části. V první se generují hráči pro start simulace a v druhé části se ovládá samotná simulace. Uživatel může nastavovat parametry simulace a vizualizovat statistiky. Tyto dvě části jsou ovládány pomocí grafického uživatelského rozhraní (dále jen GUI). Každá z částí je ovládána pomocí jednoho aplikačního okna.

V simulaci probíhají paralelně tři simulace. Každá počítá hráčům Elo pomocí jiné metody. V druhém aplikačním okně jsou najednou vidět statistiky všech tří simulací, viz sekce 4.

3.1.1 Generování hráčů na začátku simulace

Při startu simulace se vygeneruje tolik hráčů, kolik bylo zadáno v prvním okně aplikace. Při generování hráčů na začátku simulace je hráčům nastaveno Id, reálné Elo, způsob vývoje reálného Ela, odhadnuté Elo a chuť hrát (hodnota znázorňující, jak často bude hráč hrát).

- **Id hráče:** Prvnímu vygenerovanému hráči je přiděleno Id 0, každému dalšímu je potom přidělen index o jedna větší. Poslední hráč má tedy Id o jedna menší, než je počet všech hráčů.
- **Reálné Elo:** Reálné Elo znázorňuje skutečnou výkonnost hráče. Je generováno náhodně pomocí Normálního rozdělení se střední hodnotou 1100 a rozptylem 400. Normální rozdělení bylo zvoleno z platnosti Centrálního limitního teorému. Centrální limitní teorém je matematická věta dokazující, že pokud existuje dostatek náhodných veličin působících na subjekt, bude součet těchto veličin mít právě Normální rozdělení. Střední hodnota 1100 byla zvolena jako 50 % percentil výkonnosti hráčů vycházející ze statistik USCF (The United States Chess Federation) [7].

- **Vývoj reálného Elo:** V simulaci lze nastavit tak, aby se reálné Elo hráče vyvíjelo čtyřmi různými způsoby. Vývoj reálného elo závisí na počtu odehraných zápasů.

1) Vývoj sinusovou křivkou: Hráčovu reálnému Elo odpovídá sinusová křivka s nulou v počátečním vygenerovaném Elo hráče. Velikost periody a amplituda sinusovky musela být zvolena vhodně. Vhodnost spočívá v tom, aby perioda nebyla příliš malá a amplituda příliš vysoká. Kdyby totiž byla perioda příliš malá, nestačila by metoda pro výpočet Elo na změnu reálného Elo reagovat. V reálné situaci si lze představit hráče, který má každý zápas jiné Elo. Jednou ho má výrazně vyšší než předchozí zápas a podruhé zase výrazně nižší. Takové chování v reálné situaci nenastává. Hráč se sice vyvyjí, ale ne takto skokově. Jeho výkonnost samozřejmě může kolísat, to ovšem několik zápasů trvá. Kdyby byla příliš vysoká amplituda, tak by na to metoda pro výpočet Elo rovněž nedokázala reagovat. Je to dáno tím, že počet Elo bodů které lze obdržet, je omezený. Nelze například získat 200 Elo bodů za jeden zápas. V reálné situaci se z průměrného hráče přes noc také nestane mistr světa. Jeho vývoj „nějakou“ dobu trvá. Perioda byla zvolena jako počet všech zápasů hráče vydělený padesáti, z čehož vyplývá, že jedna perioda trvá 312 zápasů. Amplituda byla zvolena 200. Tyto hodnoty byly zvoleny tak, aby metoda odhadující Elo hráče dokázala napodobit reálný vývoj hráče a přitom aby „nestihla“ reagovat dostatečně rychle a byl zde prostor pro zlepšení a ilustraci jejich nedokonalostí.

2) Vývoj sinusovou křivkou v absolutní hodnotě: Jedná se o stejnou sinusovou křivku jako v předchozím bodě, nyní je ovšem v absolutní hodnotě.

3) Počáteční vývoj: Při tomto vývoji se hráči jeho reálného Elo mění pouze prvních 100 her po jeho přidání do simulace. V první třetině (prvních 33 her) se hráč zlepšuje o 3 Elo body s každým odehraným zápasem. V druhé třetině (dalších 33 her) se hráč s každým zápasem zlepšuje o 2 Elo body. V poslední třetině (posledních 34 her) se hráč zlepšuje o 1 Elo bod po každém zápasu. Hráč se tedy po 100 odehraných hrách zlepší o 199 Elo bodů oproti vygenerované hodnotě. Poté je již jeho výkonnost konstantní.

4) Bez vývoje: Při tomto nastavení se hráčovo reálné Elo nemění. Zůstává na konstantní hodnotě, která byla vygenerována při hráčově vytváření.

- **Odhadnuté Elo:** Odhadnuté Elo je hodnota, která je počítaná metodou pro výpočet Elo hráče. Snahou této metody potom je, aby se hodnota odhadnutého Elo rovnala nebo alespoň byla co nejbližší hodnotě reálného Elo. Na začátku simulace je všem hráčům nastavena hodnota odhadnutého Elo na 1100. Tato počáteční hodnota byla zvolena, protože je použita jako střední hodnota normálního rozdělení reálných Elo hráčů.
- **Chůť hrát:** Tato hodnota znázorňuje, jak často hráč hraje. Hráčům nebyl nastaven konstantní počet her, protože v reálném světě všichni hráči nehrají stejný počet her, ale každý hraje jinak často. Hodnota se pohybuje v rozsahu od 0 do 2. Pokud je hodnota blízká nule, znamená to že hráč téměř nehraje nebo hraje velmi málo. Pokud je hodnota blízká jedné, hraje hráč průměrně tolik her, kolik je nastaveno při samotné simulaci. A pokud je hodnota blízká dvěma hraje hráč až dvakrát víc, než je zvolený počet her v jednom kole simulace. Hodnota je počítána z Normálního rozdělení se střední hodnotou 1 a rozptylem 0.3. Normální rozdělení bylo zvoleno na základě platnosti Centrálního limitního teorému. Střední hodnota byla zvolena jedna, aby hráči ve většině případů hráli tolik her, kolik je zadáno při simulaci. Rozptyl 0.3 byl zvolen tak aby se chuť hrát většiny hráčů pohyboval okolo 1, ale zároveň aby byla dostatečně velká variabilita v chuti hráčů hrát.

3.1.2 Ovládání simulace

Simulace je ovládána pomocí druhého okna aplikace. Celá aplikace probíhá jako jednotlivé kroky, které znázorňují časové období (týden, měsíc, rok, sezóna...) za který se provede simulace se zadanými parametry. Po tomto období lze parametry změnit a pokračovat v dalším období. Pokud uživatel chce simulovat několik časových období se stejnými parametry, může zadat počet těchto období a spustit simulaci, která provede simulaci všech období.

Před spuštěním simulace může uživatel nastavit kolik nových hráčů do hry přistoupí a kolik ji naopak opustí. Nastavuje se také průměrný počet her, které hráč odehraje v jednom časovém období. Mezi simulací jednotlivých období lze jednorázově přidat libovolný počet hráčů.

Všechny nastavované parametry platí pro všechny paralelní simulace stejně. Odebírají se hráči se stejným ID a přidávají se také stejní hráči. Liší se ovšem soupeři, se kterými hráči hrají. Protože hráči hrají s podobně silnými soupeři a každá metoda hráčům počítá jiné Elo, nelze zajistit aby spolu hráli stejní hráči ve všech simulacích.

- **Přidávání nových hráčů:** Hráči se přidávají na konci každého časového období. Generují se stejným způsobem jako v případě generování hráčů na začátku simulace, viz sekce 3.1.1. Počet přidávaných hráčů je počítán z Normálního rozdělení. Uživatel zadá střední hodnotu rozptylu Normálního rozdělení, ze kterého se náhodně vygeneruje počet hráčů, který se přidá. Uživatel nemůže zadat přesný počet hráčů, aby byla do simulace zanesena určitá míra náhody, viz sekce 3.1.1. Nově vygenerovaní hráči jsou přidáni na konec seznamu hráčů.
- **Odebírání hráčů:** Odebírání hráčů se provádí obdobným způsobem jako jejich přidávání. Jejich odebrání probíhá na konci časového období. Uživatel zadá střední hodnotu a rozptyl Normálního rozdělení, ze kterého se vypočítá počet hráčů, kteří se odeberou. Poté se náhodně vygenerují ID hráčů kteří, se odeberou ze seznamu. ID hráčů, kteří budou odebráni, se generuje pomocí Rovnoměrného rozdělení.
- **Průměrný počet her:** Uživatel zadá průměrný počet her, které v daném časovém období odehraje jeden hráč. Konkrétní počet her, které hráč odehraje, se řídí jeho chutí hrát, viz sekce 3.1.1.
- **Jednorázové přidání hráčů:** Uživatel má možnost přidat jednorázově libovolný počet hráčů. Hráče lze přidat, pouze pokud neprobíhá výpočet simulace. Tito hráči budou přidáni na konec seznamu všech hráčů. Jednorázové přidání hráčů se generují stejným způsobem jako v případě generování hráčů na začátku simulace, viz sekce 3.1.1.

Vizualizace statistik

Po každém odehraném období se pro každou metodu zobrazí statistiky pro poslední odehrané období. Vypisují se hodnoty Pearsonovi, Kendallovi a Spearmanovi korelace, hodnoty Cosinové podobnosti, testu Normality, průměrná odchylka Elo všech hráčů, maximální odchylka Elo a ID hráče s touto odchylkou, minimální odchylka Elo a ID hráče s touto odchylkou, ID nejlepšího a nejhoršího hráče a počet všech hráčů v simulaci.

Uživatel si může vybrat libovolného hráče z libovolné simulace a zobrazit informace o daném hráči. Vypisuje se počet všech odehraných her, počet her v posledním odehraném období, hráčova chuť hrát, počet zápasů, které vyhrál, prohrál a remizoval (absolutně i v procentech), počet zápasů, které měl skutečně vyhrát a vyhrál, prohrál nebo remizoval, počet zápasů, které měl prohrát a vyhrál, prohrál nebo remizoval, a počet zápasů, které měl remizovat a vyhrál, prohrál nebo remizoval. Zda měl hráč zápas vyhrát nebo prohrát, je dáno jeho reálným Elo. Pokud jeho reálná šance na výhru (viz

Zápasy hráčů) byla vyšší alespoň o 6 %, než soupeřova reálná šance na výhru, pak měl vyhrát. V opačném případě prohrát. Pokud byl rozdíl reálné šance na výhru menší než 6 %, měli hráči remízovat. U modifikované metody je navíc u hráče zobrazená informace o tom, kolikrát bylo zvětšení koeficientu korelace použito.

Dále si uživatel může zobrazit graf vývoje Elo jednotlivých hráčů, histogram odhadnutého a reálného Elo všech hráčů v simulaci (lze si zobrazit i histogramy všech simulací najednou), graf Kendallovi korelace a korelace testu Normality.

Zápasy hráčů

Hráči soupeří s hráči podobné výkonosti, tedy s podobným Elo. Hráči jsou rozděleni do 24 výkonnostních skupin podle jejich odhadnutého Elo. V první skupině jsou hráči s Elo od 0 do 99 bodů, ve druhé od 100 do 199 bodů atd. Při hledání soupeře se nejdříve vybere množina vhodných oponentů, ze které se náhodně jeden vybere. Do této množiny vhodných hráčů patří hráči ze stejné, o jednu vyšší a o jednu nižší výkonnostní skupiny. Výjimku tvoří první a poslední skupina. Pokud je hráč v první, nejnižší skupině, pak může hrát pouze s hráči ze stejné nebo vyšší skupiny. Obdobně je tomu i pro poslední, nejvyšší skupinu. Hráč v této skupině může hrát s hráči ze stejné nebo o jednu nižší skupiny. Pokud se nenajde ani jeden vhodný hráč, rozsah skupin se bude o jednu zvyšovat, dokud se vhodný hráč nenajde.

Pro každého hráče je vypočítán počet her, které bude hrát. Počet her je počítán jako součin hráčovi chuti hrát a počtu her nastavených uživatelem. Výsledek zápasu hráčů se počítá na základě jejich reálného Elo. Nejdříve se vypočítá jejich procentuální šance na výsledek pomocí vzorečku na výpočet očekávaného zápasu, viz 2.2.2. Poté je vygenerováno číslo od 1 do 100 pomocí rovnoměrného rozdělení. Prvnímu hráči jsou přidělena čísla od 1 do velikosti jeho šance na výhru. Druhému pak od šance prvního hráče do 100. Vyhrává hráč, do jehož intervalu spadlo vygenerované číslo. Oběma hráčům je tato hranice snížena o tři body od společné hranice. Pokud vygenerované číslo spadne do těchto šesti bodů, nastane remíza. Tato šance pro remízu se v praxi u různých her liší podle toho, jak se v konkrétních hrách často remizuje. Popřípadě je-li to vůbec možné. Kdyby se simulace upravovala pro konkrétní hru, byl by to jeden z faktorů, který by se upravoval.

3.2 Modifikovaná metoda

3.2.1 Motivace

V rámci této práce měly být zkoumány metody pro měření Elo, které již existují a používají se v praxi. Průběžná i Periodická metoda jsou v praxi využívány a jsou považovány za spolehlivé, tedy že výkonost hráčů odhadují správně. Měření, která byla na vytvořené simulaci prováděna, toto tvrzení potvrdila. Na základě potvrzení přesnosti těchto metod jsem usoudil, že vymyšlení metody, která by výkonnost hráčů odhadovala lépe, by bylo nejen velice složité, ale dle mého názoru i zbytečné. Proč vymýšlet novou metodu, když ty stávající fungují dobře a přesně? Místo hledání nové metody jsem se tedy zaměřil na stávající metody a začal jsem si klást otázku: „Jak je vylepšit?“.

Použití a kombinace obou metod se v praxi již využívá. Tedy Periodická metoda pro výpočet Elo nově přichozích hráčů a Průběžná metoda pro výpočet změny Elo u hráčů s již vypočteným Elo. Protože je přesnější nově přichozím hráčům Elo odhadnou Periodickou metodou než jim ho přidělovat staticky, jako například střední hodnotu Elo všech hráčů, rozhodl jsem se, že v nové metodě budu používat kombinaci těchto dvou metod.

Dalším krokem bylo zjistit, za jakých okolností jsou stávající metody nepřesné. První věc, která mě napadla, byla při startu simulace. Tedy když se spustí nová hra a najednou přijde hodně nových hráčů, kteří nemají odhadnuté Elo a kterým se ani nemůže vypočítat Periodickou metodou, protože neexistují žádní hráči s odhadnutým Elo.

Další věci, které jsem si všiml, byl odhad Elo Periodickou metodou. Ten je sám o sobě velice přesný. Ovšem pouze za předpokladu, že hráči, se kterými se hraje mají Elo odhadnuto správně. Pokud tomu tak není, přesnost Periodické metody výrazně klesá.

Na základě těchto dvou poznatků jsem usoudil, že pokud bude hráčům jejich Elo odhadnuto rychleji, zlepší se nejen odhad Elo u hráčů stávajících, kterým se Elo odhaduje Průběžnou metodou, ale také u nově přichozích hráčů, kterým je vypočítáváno Periodickou metodou. Na základě vzorce 2.1 pro výpočet Elo Průběžnou metodou bylo na výběr pozměnit odhad očekávaného výsledku nebo koeficient rozvoje. Protože skutečný výsledek a odhadnutý výsledek určují, zda bude změna Elo kladná nebo záporná, rozhodl jsem se měnit koeficient rozvoje, který určuje velikost změny Elo.

Další otázkou tedy zůstávalo, jak a za jakých okolností koeficient rozvoje měnit. Protože účelem vylepšení je, aby se odhadnuté Elo rychleji blížilo reálnému, je zřejmé, že se bude koeficient rozvoje zvětšovat. Zvětšovat se bude

ale jen za určitých podmínek. Pokud bude například všem hráčům nastaveno při přidání do hry odhadnuté Elo na 1100 bodů a přidá se hráč, který bude mít reálné Elo 1100 bodů, nebude vhodné zvětšovat koeficient rozvoje, protože by se od svého reálného Elo oddaloval rychleji než bez zvětšeného koeficientu rozvoje. Proto bude vhodné brát v potaz několik posledních her a na základě toho rozhodovat, zda hráči bude ponechán přidělený koeficient rozvoje nebo mu bude navýšen. Bude-li tedy za posledních několik her jeho odhadnuté Elo výrazně růst nebo klesat, bude vhodné koeficient rozvoje zvětšit. Proč je vhodné brát v potaz při rozhodování, zda se koeficient rozvoje zvětší nebo ne, krátkodobou perspektivu místo dlouhodobé, je také zjevné. Bude-li mít hráč reálné Elo třeba 2000 bodů a na začátku mu bude přiděleno Elo 1100 bodů, bude se zlepšovat, dokud nedosáhne svého reálného Elo. Pokud se bude brát v potaz krátkodobé hledisko a hráč bude na hranici 2000 bodů, tak by se měl přestat výrazně zlepšovat a v několika posledních odehraných hrách by se jeho Elo mělo pohybovat okolo jeho reálné výkonnosti. Pak není důvod urychlovat změny v jeho Elo zvětšením koeficientu rozvoje. Pokud by se ale ve stejné situaci bralo v potaz dlouhodobé hledisko, tak by byla tendence hráče přeceňovat, protože se jeho Elo zvětšilo o 900 bodů, byl by tedy důvod urychlovat změnu v jeho Elo. A naopak urychlení pro hráče kteří mají reálné Elo třeba jen o 200 bodů jiné, než jim bylo přiděleno, by dlouhodobé hledisko neobsáhlo, protože jejich úspěšnost bude s neúspěšností více méně vyrovnaná. Proto bylo zvoleno krátkodobé hledisko několika her.

Pokud hráč v několika posledních hrách „hodně“ vyhrává nebo naopak prohrává, dá se předpokládat že hraje se soupeři, kteří jsou výrazně lepší nebo horší než on. Za předpokladu že spolu hrají hráči s podobně vysokým odhadnutým Elo, dá se předpokládat, že hráčovo Elo je špatně odhadnuto. Pokud však měl hráč své Elo už odhadnuté správně, měla by Průběžná metoda tento odhad zachovat a výrazně se od něj neodchylovat. Z toho vyplývá že hráč by měl mít chybu v odhadu Elo pouze do doby, než se jeho Elo odhadne správně. Tedy na začátku své kariéry. Na základě tohoto poznatku by se dalo zvětšování koeficientu rozvoje omezit na prvních několika her v kariéře hráče. Problém ovšem nastává při určení počtu těchto prvních her. Hráč, který má chybu v odhadu Elo okolo 400 bodů, zřejmě ke správnému odhadu dojde dříve než hráč, který má chybu v odhadu dvojnásobnou. Záleží taky na typu hry. V každé hře jsou jiné faktory, které mohou mít vliv na vývoj a výkonnost hráče. Kvůli těmto důvodům nejde nastavit konstantní počet her, kdy se ještě urychlení bude používat.

Pokud nelze jasně stanovit počet her, kdy hráči může být růst Elo urychlen, může tato metoda ztrácet na účinnosti. V situaci, kdy hráč bude mít prostě jen smůlu a posledních několik her prohraje, splní kritéria pro zvětšení

koeficientu rozvoje a jeho odhadnuté Elo se od jeho reálného Elo odchýlí více než bez zvětšení koeficientu rozvoje. V takové situaci není vhodné koeficient rozvoje zvětšovat. Nelze ovšem rozlišit, zda se hráč opravdu zhoršil nebo má pouze smůlu.

3.2.2 Realizace metody

Vytvořená metoda vznikla jako modifikace Průběžné metody. Metoda se nesaží lépe odhadnout Elo hráče, ale má za úkol dříve dosáhnout reálného Elo. To je důležité zejména po přidání hráče do hry. Modifikace Průběžné metody spočívá ve zvětšení koeficientu rozvoje. Při rozhodování, zda se hráči zvětší koeficient rozvoje, se zohledňuje jak jeho krátkodobá výkonnost, tak jeho dlouhodobá výkonnost. Krátkodobá výkonnost hráče je určována z posledních deseti odehraných her. Za předpokladu, že hráči budou hrát desítky nebo stovky her, je 10 her zanedbatelných. Zároveň pokud se během těchto deseti her hráči jeden zápas „nepodaří“ a prohraje, i když by neměl, nemá to takovou váhu jako kdyby se bralo v potaz třeba jen 5 her. Samozřejmě by počet těchto her mohl být objektem zkoumání. Nicméně pro různé hry by se tento počet mohl lišit, tudíž by zkoumání mělo význam až vzhledem ke konkrétní hře. Dlouhodobá výkonnost hráče je určována ze všech her, které odehrál. Jedná se o procentuální úspěšnost, respektive neúspěšnost.

Algoritmus metody

Aby se hráči mohl zvýšit koeficient rozvoje, musí splnit několik podmínek. Pokud je nesplní, jeho koeficient rozvoje bude mít standardní hodnoty. Metoda tedy bude srovnatelná s průběžnou metodou.

1. Musí mít odehráno aspoň deset her. Metoda bere v potaz výkonost v posledních deseti hrách. Pokud tedy hráč nemá odehráno alespoň deset her, jeho koeficient rozvoje nemůže být navýšen.
2. Hráčova celková úspěšnost (neúspěšnost) musí být aspoň 60 %. 60 % bylo zvoleno protože cílem této metody je urychlit růst pouze nadprůměrným nebo naopak podprůměrným hráčům. Takoví hráči budou mít totiž odchylku svého odhadnutého Elo od reálného Elo při startu simulace největší. Důvod je zřejmý. Na začátku simulace se všem hráčům nastavuje odhadnuté Elo na konstantní hodnotu 1100 bodů, což je střední hodnota rozdělení jejich reálných Elo. Při přidání nových hráčů, kterým se bude počítat Elo periodickou metodou, budou mít právě nadprůměrní (podprůměrní) hráči odchylku Elo větší než průměrní. Vychází to z principu Periodické metody.

Podmínka, že hráčova celková úspěšnost (neúspěšnost) musí být aspoň 60 % je vhodná pouze u hráčů, kteří nemají po dobu své kariéry výrazné výkonnostní odchylky. Pokud se například průměrný hráč výrazně zhorší (například začal znovu hrát po zranění), nebude tato podmínka splněna. Metoda u něj nezafunguje a jeho Elo bude odhadováno bez modifikovaného koeficientu rozvoje.

Hranice 60 % byla zvolena na základě měření. Výsledky metody byly měřeny s hranicí 55 %, 60 % a 65 %. Bylo provedeno pět kontrolních měření na scénáři A (viz Měření výsledků jednotlivých metod). Tato měření byla zprůměrována a vnesena do grafů 3.1, 3.2 a 3.3.

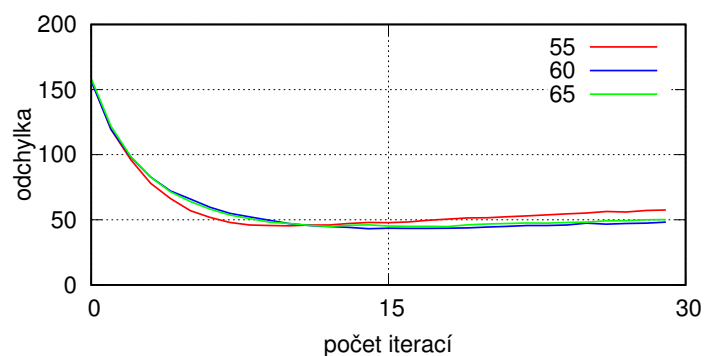
Z grafu 3.1 je vidět, že vylepšené metodě s hranicí 55 % klesá odchylka Elo bodů podstatně rychleji. To je způsobené tím, že je podmínka mírnější, tudíž ji splní více hráčů a rychleji se přibližují ke skutečnému Elo. Po několika iteracích odchylka Elo ovšem výrazně stoupá. To je způsobeno tím, že po správném odhadnutí Elo hráči podmínku stále splňují a začínají být přeceňováni nebo podceňováni. Metoda s hranicí 60 % dosahuje nepatrně lepších výsledků než s hranicí 65 %.

V grafu 3.2 je znázorněno porovnání s Normálním rozdělením. Zde vychází nejlépe hranice 55 %. Je to proto, že se hráči svým Elo rychleji vzdalují od střední hodnoty Normálního rozdělení, křivka se rychleji „zplošťuje“ a více se podobá Normálnímu rozdělení. Metody s hranicí 60 % a 65 % se k hranici 55 % přibližují. Lze tedy očekávat že po několika iteracích se jí dorovnájí nebo budou dokonce lepší. Hranice 60 % dosahuje nepatrně lepších výsledků než hranice 65 %.

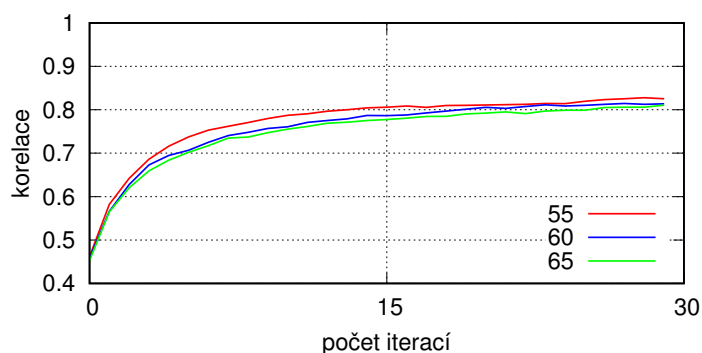
Kendallovi korelační koeficienty upravené metody vycházejí pro všechny tři hranice úspěšnosti téměř stejně. To je vidět z grafu 3.3.

Hranice 55 % byla zamítnuta z důvodu velkého růstu odchylky Elo bodů. Hranice 60 % a 65 % vycházely podobně, nicméně hranice 60 % vycházela o něco lépe. Z těchto důvodů byla zvolena hranice 60 %. Tato hodnota by mohla být předmětem důkladnějšího zkoumání. Nicméně v různých simulacích by se tato hodnota lišila vlivem různých faktorů. Podrobněji zkoumat tuto hodnotu má smysl až vzhledem ke konkrétní hře.

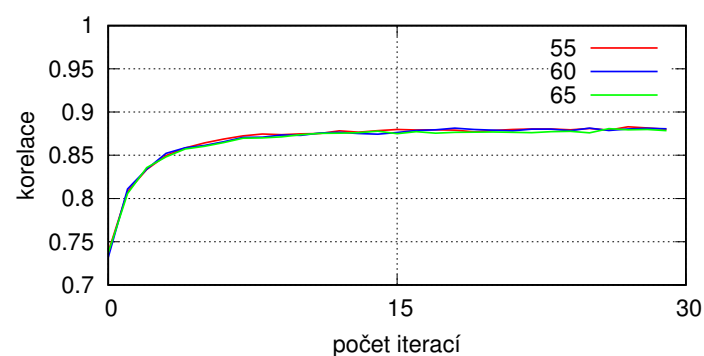
3. Pokud hráč aktuální zápas vyhrál, jeho procentuální úspěšnost v posledních deseti zápasech je větší než jeho celková procentuální úspěšnost i neúspěšnost (počítáno za všechny odehrané hry) a zároveň se u hráče tato metoda nepoužila víckrát, než je počet her, které prohrál.



Obrázek 3.1: Odchylka Elo bodů Modifikované metody v závislosti na počtu hráčů a hranici výkonnosti hráčů



Obrázek 3.2: Korelační koeficienty Testu Normality Modifikované metody v závislosti na počtu hráčů a hranici výkonnosti hráčů



Obrázek 3.3: Kendallův korelační koeficient Modifikované metody v závislosti na počtu hráčů a hranici výkonnosti hráčů

Pokud hráč zápas vyhrál a jeho procentuální úspěšnost v posledních deseti zápasech je větší než jeho celková procentuální úspěšnost, znamená to, že se zlepšuje a je to důvod k urychlení jeho postupu. Zároveň

však musí být jeho aktuální úspěšnost větší než jeho celková neúspěšnost. Je tomu tak z jednoduchého důvodu. Kdyby měl hráč celkovou neúspěšnost 80 % aby splnil druhou podmínku, vyhrál by a jeho aktuální úspěšnost by byla větší než jeho dlouhodobá (třeba 20 %), zvětšilo by se mu Elo víc, i když jde očividně o slabého hráče.

Hráči nesmí být koeficient rozvoje zvětšen vícekrát, než je počet her které prohrál. Toto omezení je zavedeno z následujícího důvodu. Vysoce nadprůměrné hráče je tendence přeceňovat. Protože většinu her vyhrají, jejich Elo stále roste, a to i nad hodnotu jejich reálné výkonnosti. Neustálým zvětšováním koeficientu rozvoje by se toto přecenění ještě zvětšilo a urychlilo. Proto je zde omezení na počet her, kdy se může použít. V extrémním případě, kdy hráč vyhraje 100 % všech zápasů, se u něj koeficient rozvoje nezvětší. Takový případ v praxi ovšem nastává pouze zřídka. Kdyby ovšem nastal, hráči to nijak neuškodí (vzhledem k výši Elo bodů), pouze mu bude ponechán původní koeficient rozvoje.

4. Pokud hráč aktuální zápas prohrál, platí stejné podmínky jako kdyby ho vyhrál. Jen s opačnými podmínkami. Tedy že procentuální neúspěšnost v posledních deseti zápasech je větší než jeho celková procentuální úspěšnost i neúspěšnost (počítáno za všechny odehrané hry) a zároveň se u hráče tato metoda nepoužila vícekrát, než je počet her, které vyhrál.

Pokud hráč tyto podmínky splní, bude jeho koeficient korelace upraven podle následujícího vzorce

$$K_n = K \cdot (1 + S), \quad (3.1)$$

kde K_n je nový koeficient rozvoje, K je koeficient rozvoje, který byl hráči přidělen standardním způsobem jako v případě Průběžné metody, a S je celková procentuální úspěšnost (neúspěšnost) hráče. Pokud hráč vyhraje použije se hráčova úspěšnost, pokud prohraje, použije se jeho neúspěšnost.

4 Měření výsledků simulace

Měření výsledků je vyhodnocováno z odchylky Elo bodů, korelačního koeficientu Testu Normality a Kendallova korelačního koeficientu. Další korelace ve výsledcích uváděny nejsou, protože jejich hodnoty se u jednotlivých metod lišily pouze minimálně.

Měření bylo prováděno třemi metodami.

- A Průběžná metoda. Hráčům s již odhadnutým Elo je Elo počítáno Průběžnou metodou. Nově příchozím hráčům je přiděleno konstantně 1100 Elo bodů. Jedná se o střední hodnotu rozdělení jejich reálných Elo (viz Generování hráčů na začátku simulace).
- B Průběžná metoda spojená s Periodickou metodou. Hráčům s již odhadnutým Elo je Elo počítáno Průběžnou metodou. Nově příchozím hráčům je Elo počítáno Periodickou metodou. Na začátku kariéry hráč odehraje 15 her s náhodnými hráči, na základě kterých mu bude Elo odhadnuto. Těmto hráčům se tyto zápasy do hodnocení nezapočítávají.
- C Modifikovaná Průběžná metoda spojená s Periodickou metodou. Postup je stejný jako u metody B. Pouze je Periodická metoda nahrazena Modifikovanou metodou.

Měřeny byly tři různé scénáře s následujícími parametry.

1. Na počátku simulace je 1000 hráčů. V jednom kole hrají průměrně 15 her. Po každém kole je do hry přidáno 60 hráčů s rozptylem 15. Odebráno je také 60 hráčů se stejným rozptylem 15. V průměru tedy bude v každém kole přidáno a odebráno 6 % hráčů z celkového počtu. Celkově je odehráno 50 kol. Reálné Elo hráčů zůstává konstantní.
2. Na počátku simulace je 2000 hráčů. V jednom kole hrají průměrně 15 her. Po každém kole je do hry přidáno 100 hráčů s rozptylem 40. Odebráno je 80 hráčů s rozptylem 30. V průměru tedy bude v každém kole přidáno 5 % hráčů a odebrána 4 % hráčů z celkového počtu. Celkově je odehráno 50 kol. Vývoj reálného Elo hráčů odpovídá sinusové křivce, viz sekce 3.1.1.
3. Na počátku simulace je 5000 hráčů. V jednom kole hrají průměrně 15 her. Po každém kole je do hry přidáno 100 hráčů s rozptylem 20.

Odebráno je také 100 hráčů se stejným rozptylem 20. V průměru tedy budou v každém kole přidána a odebrána 2 % hráčů. Celkově je odehráno 50 kol. Vývoj reálného Elo hráčů odpovídá sinusové křivce viz sekce 3.1.1.

V každém scénáři je odehrán stejný počet kol, aby bylo možné je navzájem porovnávat. Důležité parametry jednotlivých simulací jsou počet hráčů, pohyb hráčů (kolik nových hráčů přijde a kolik odejde starých) a počet her odehraných v jednotlivých kolech.

Počet hráčů je důležitý kvůli variabilitě soupeřů. Čím více bude v simulaci hráčů, tím méně se bude stávat že by spolu stejní hráči hráli vícekrát. Kdyby totiž spolu hráli opakovaně dva hráči, kdy by silnější neustále vyhrával, metody na výpočet Elo by nebyly schopny správně odhadnout jeho Elo. Jelikož by neustále vyhrával, jeho Elo by nepřetržitě rostlo.

Čím větší bude pohyb hráčů v simulaci, tím více budou zvýhodněny metody B a C před metodou A. Metody B a C pro výpočet Elo nově příchozím hráčům používají Periodickou metodu, zatímco metoda C hráčům přiděluje Elo staticky. Čím více hráčů tedy bude do simulace přicházet, tím více budou metody B a C zvýhodněny před metodou A. Metoda C by měla být zvýhodněna ještě víc než metoda B, protože se snaží hráčům odhad Elo urychlit. Výjimku tvoří start simulace, kdy mají všichni hráči ve všech třech metodách nastavenou hodnotu Elo stejně na 1100 bodů. Než se stihne hráčům Elo rozumně odhadnout, bude nově příchozím hráčům přiděleno Elo, odhadnuté Periodickou metodou, nepřesně. Po několika prvních kolech by ovšem tato výjimka měla přestat platit.

Čím více her budou hráči hrát, tím lépe by jim mělo být Elo odhadnuto. Protože ve všech třech scénářích je nastavený stejný počet her, neměl by počet her mít vliv na porovnávání jednotlivých scénářů.

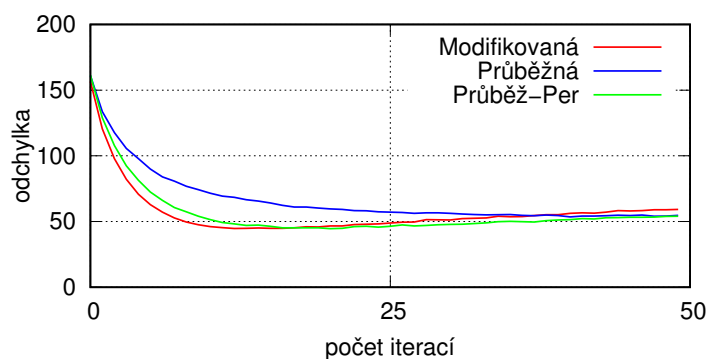
4.1 Naměřené výsledky

- Výsledky naměřené pro 1. scénář jsou zobrazeny v grafech 4.1, 4.2 a 4.3.

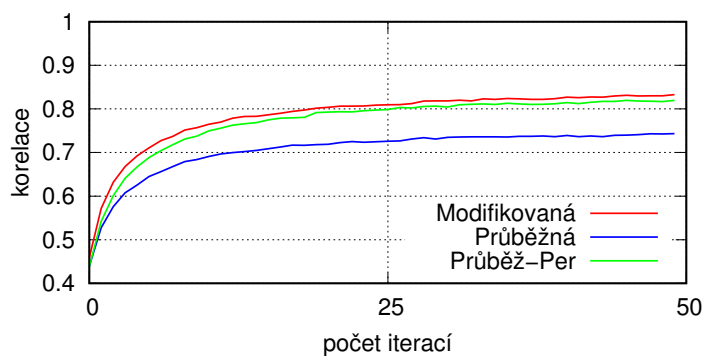
Odchylky Elo (viz graf 4.1) pro metody B a C klesají výrazně rychleji než pro metodu A. Odchylka Elo u metody C klesá ještě rychleji než u metody B. Nicméně po několika iteracích (časových obdobích) se odchylky srovnají. Metoda C má dokonce o něco větší odchylku Elo bodů. To může být způsobeno tím, že metody pro výpočet Elo mají tendenci přeceňovat silné a podceňovat slabé hráče. Jelikož metoda C dosáhne u silnějších (slabších) hráčů rychlejšího odhadu Elo, začne

se hráčům Elo dříve přeceňovat (podceňovat). Koeficient Kendallovi korelace (viz graf 4.3) i Testu normality (viz graf 4.2) vychází u metod B a C výrazně vyšší než u metody A. V Testu Normality je metoda C dokonce lepší než metoda B.

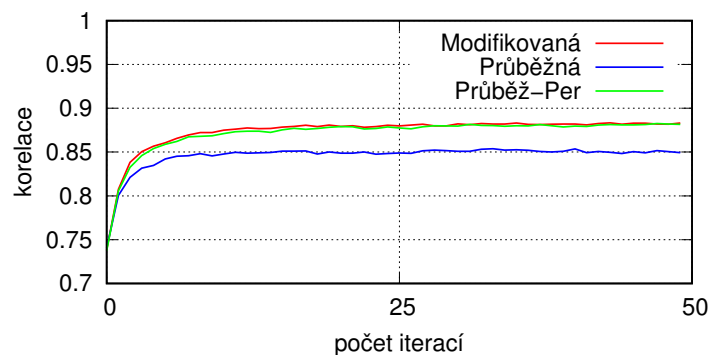
Z výsledků je vidět, že Modifikovaná metoda C dosahuje lepších výsledků dříve než zbylé dvě metody. Co se týče korelací, dosahuje metoda C také lepších výsledků. Účel metody byl tedy splněn. Dosahuje lepších výsledků dříve a zároveň se v průběhu simulace nezhoršuje.



Obrázek 4.1: Odchylky Elo bodů různých metod pro výpočet Elo dle 1. scénáře



Obrázek 4.2: Korelační koeficienty Testu Normality různých metod pro výpočet Elo dle 1. scénáře

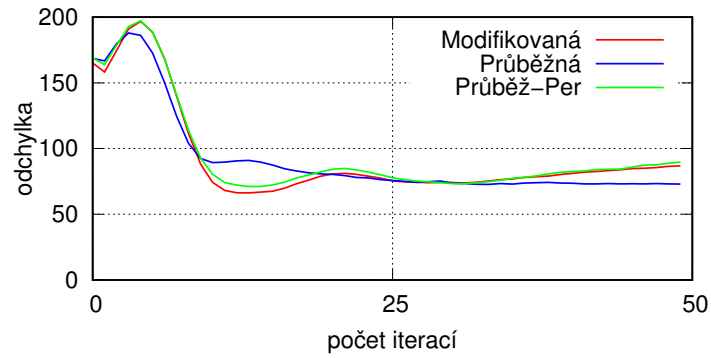


Obrázek 4.3: Kendallovi korelační koeficienty různých metod pro výpočet Elo dle 1. scénáře

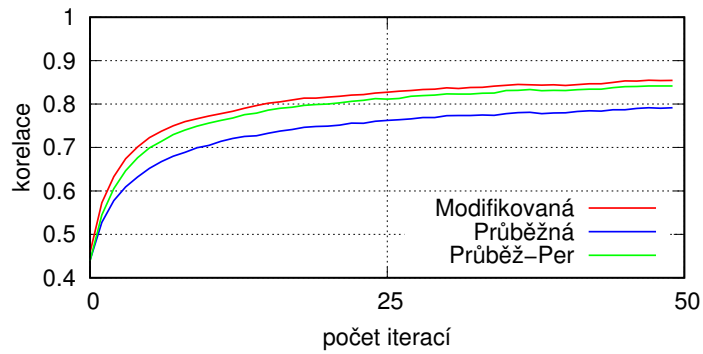
- Výsledky naměřené pro 2. scénář jsou zobrazeny v grafech 4.4, 4.5 a 4.6. Na začátku simulace všem metodám odchylky Elo stoupají (viz graf 4.4). To je způsobeno vývojem jejich reálných Elo. Reálné Elo

hráčů se ve 2. scénáři vyvíjí podle sinusoidy. Jejich reálná Elo se tudíž oddalují. Po několika iteracích se ovšem odchylka snižuje. Okolo 20. iterace si lze všimnout zvětšení odchylky. To lze také přisuzovat vlivu vývoje reálného Elo. Před začátkem 50. iterace se odchylka Elo u metod B a C zvětšuje. Jelikož se odchylka u metody A nezvětšuje, dá se předpokládat, že toto zvětšení je způsobeno odhadem Elo nově přichozím hráčům pomocí Periodické metody. Protože v případě scénáře A k tomuto nárůstu nedochází, lze také předpokládat, že je spojen i se sinusoidovým vývojem reálného Elo hráčů. Kendallův korelační koeficient dosahuje na konci měření u všech metod téměř shodné hodnoty (viz graf 4.6). Na začátku simulace ale metodám B a C stoupá korelační koeficient rychleji. V případě Testu Normality (viz graf 4.5) dosahují metody B a C výrazně lepších výsledků než metoda A. Metoda C nabývá dokonce vyšších hodnot než metoda B.

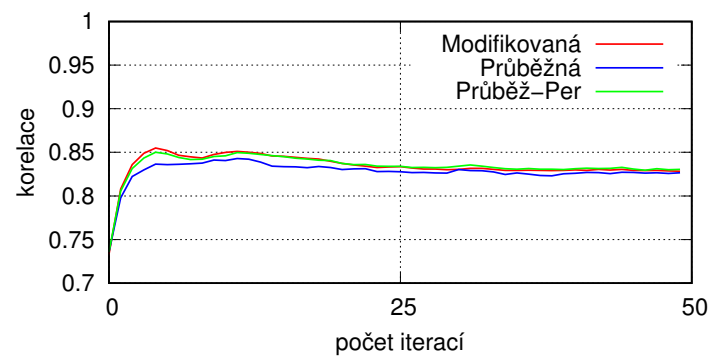
Elo vypočítané metodami B a C se více podobá Normálnímu rozdělení než u metody A (viz graf 4.5). Nicméně metoda A počítá Elo přesněji, má menší odchylku Elo. Z počátečního výrazného snížení odchylky Elo a nárůstu korelačních koeficientů u metod B a C lze usuzovat, že hráčům odhadují Elo výrazně rychleji než metoda A. Metoda C Elo odhaduje ještě o něco rychleji a přesněji než metoda B. Jelikož je ale ke konci simulace odchylka Elo bodů u metody A výrazně menší, je zřejmé, že hráči mají Elo odhadnuté přesněji.



Obrázek 4.4: Odchylky Elo bodů různých metod pro výpočet Elo dle 2. scénáře

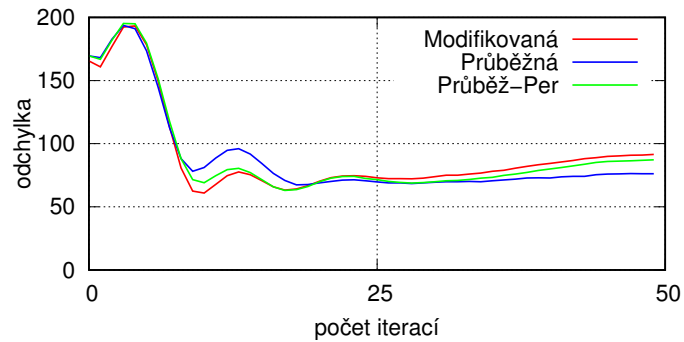


Obrázek 4.5: Korelační koeficienty Testu Normality různých metod pro výpočet Elo dle 2. scénáře

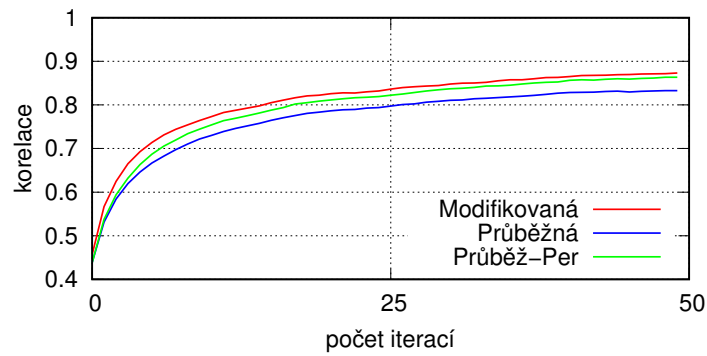


Obrázek 4.6: Kendallovi korelační koeficienty různých metod pro výpočet Elo dle 2. scénáře

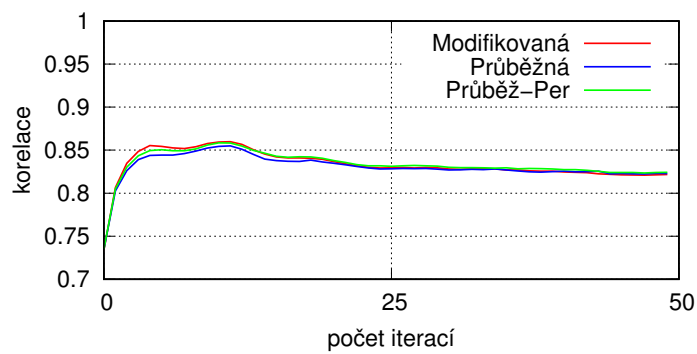
- Výsledky naměřené pro 3. scénář jsou zobrazeny v grafech 4.7, 4.8 a 4.9. Protože 2. a 3. scénář mají nastavený stejný vývoj reálného Elo a liší se pouze v počtu všech hráčů a v počtu přidávaných a odebraných hráčů po každé iteraci, můžeme si všimnout, že grafy 2. a 3. scénáře jsou podobné. Odchylka Elo (viz graf 4.7) na začátku simulace stoupá vlivem vývoje reálného Elo hráčů. Po poklesnutí odchylka kolísá, dokud se neustálí. Metody B a C dosahují v počátcích simulace rychleji přesnějších výsledků. Na konci simulace je však odchylka Elo bodů u metody A menší než u metod B a C. Kendallův korelační koeficient dosahuje na konci měření u všech metod téměř shodné hodnoty (viz graf 4.9). V případě Testu Normality (viz graf 4.8) dosahují metody B a C lepších výsledků než metoda A. Rozdíl ovšem není tak velký jako v případě 2. scénáře. To je způsobeno pohybem hráčů v simulaci. Protože metoda A je při vyšším pohybu hráčů znevýhodněna před metodami B a C (počítají nově příchozím hráčům Elo Periodickou metodou), je zjevné, že ve 2. scénáři metoda A nedosahuje takových výsledků jako ve 3. scénáři, kde je pohyb hráčů vzhledem k celkovému počtu hráčů výrazně menší.



Obrázek 4.7: Odchylky Elo bodů různých metod pro výpočet Elo dle 3. scénáře



Obrázek 4.8: Korelační koeficienty Testu Normality různých metod pro výpočet Elo dle 3. scénáře



Obrázek 4.9: Kendallůvi korelační koeficienty různých metod pro výpočet Elo dle 3. scénáře

4.1.1 Závěr měření

Z naměřených hodnot lze usuzovat, že metody B a C dosahují výrazně lepších výsledků v simulacích, kde je veliký pohyb hráčů. Velkému množství nově přichozích hráčů je Elo odhadnuto pomocí Periodické metody, tudíž reálného Elo dosáhnou dříve než v případě metody A. V případě menšího pohybu hráčů jsou stále výhodnější než metoda A, nicméně čím menší je pohyb hráčů, tím efektivita těchto metod (oproti metodě A) klesá. Modifikovaná metoda C dokonce dosahuje lepších výsledků než metoda B. Respektive hráčům Elo odhadne dříve a po jeho odhadnutí nemá tendenci hráče přeceňovat (podceňovat) více než metoda B. Metoda A hráčům Elo odhadne déle, nicméně přesněji. Respektive odchylka Elo bodů je menší. Jelikož metody B a C odhadují hráčům Elo dříve a ze začátku simulace s nižší odchylkou Elo bodů než metoda A, lze se domnívat že dochází k přeceňování (podceňování) hráčů.

Z naměřených hodnot usuzují, že metody B a C jsou výrazně lepší než metoda A, i přestože metoda A má ke konci simulace menší odchylku Elo bodů. Jestliže metody B a C mají ke konci simulace (s menším pohybem hráčů) větší odchylku Elo bodů, je to tím, že hráči svého Elo již dosáhli a začalo se vzdalovat od reálné výkonnosti. Respektive se pouze nevzdaluje, ale pohybuje se v okolí skutečného Elo (viz 2.2). Metoda A se od metod B a C liší především tím, že nově přichozícím hráčům Elo neodhaduje pomocí Periodické metody, ale přiděluje ho staticky. Hráčům tedy odhaduje Elo stejným způsobem jako metoda B. Její chování by tedy mělo být stejné jako u metody B, ovšem se zpožděním, protože hráčům trvá déle dosáhnout svého reálného Elo.

5 Závěr

Cílem práce bylo vytvořit systém simulující hráče a jejich odehrané zápasy. Vzhledem ke složitosti vytvoření reálného systému s mnoha náhodnými faktory a vlivy specifickými pro jednotlivé hry a soutěže, byl vytvořen všeobecný model zohledňující jen základní faktory. Tento model dostatečně slouží k demonstraci efektivity jednotlivých metod pro měření Elo hráčů.

Dalším cílem bylo vybrané metody implementovat a důkladně otestovat. Metody byly testovány na několika modelech simulace s různými parametry. Výsledky byly vyneseny do grafů, které vypovídají o účinnosti jednotlivých metod. Na základě pozorování chování jednotlivých metod byla vytvořena Modifikovaná metoda, která dokonce dosahuje lepších výsledků než stávající metody zkoumané v této práci.

Práci považuji za úspěšnou a měla by splňovat požadavky, které byly kladeny na začátku práce.

Během práce byla v programovacím jazyce Java vytvořena knihovna poskytující metody pro výpočet Elo všech metod zkoumaných v této práci. Tato knihovna byla přidána do přílohy jako součást této práce.

Literatura

- [1] ELO, A. The Rating of Chess Players Past and Present. *Arco*. 1978.
- [2] FENNER, T. – LEVENCE, M. – LOIZO, G. Discrete Evolutionary Model for Chess Players Ratings. *Department of Computer Science and Information Systems*. 2011. doi: <http://arxiv.org/pdf/1103.1530.pdf>.
- [3] FILLIBEN, J. J. The Probability Plot Correlation Coefficient Test for Normality. *Technometrics*. 1975.
- [4] NOVOTNÝ, V. Klasifikační řád ŠSČR. *Šachový svaz České republiky*. 2014.
- [5] REIF, J. Metody matematické statistiky. *Západočeská Univerzita*. 2004.
- [6] REIF, J. – KOBEDA, Z. Úvod do pravděpodobnosti a spolehlivosti. *Západočeská Univerzita*. 2004.
- [7] ROSS, D. Arpad Elo and the Elo Rating System. <http://en.chessbase.com/post/arpad-elo-and-the-elo-rating-system>, 2007. [cit. 9.6.2016].

A Přílohy

A.1 Uživatelská dokumentace

Vytvořený program se skládá ze dvou ovládacích aplikačních oken. V prvním aplikačním okně (viz obrázek A.1) lze nastavit základní parametry pro spuštění simulace nebo spustit jednu ze tří simulací. V druhém aplikačním okně (viz obrázek A.2) lze celou simulaci řídit. Zobrazují se v něm také statistiky a naměřené hodnoty.

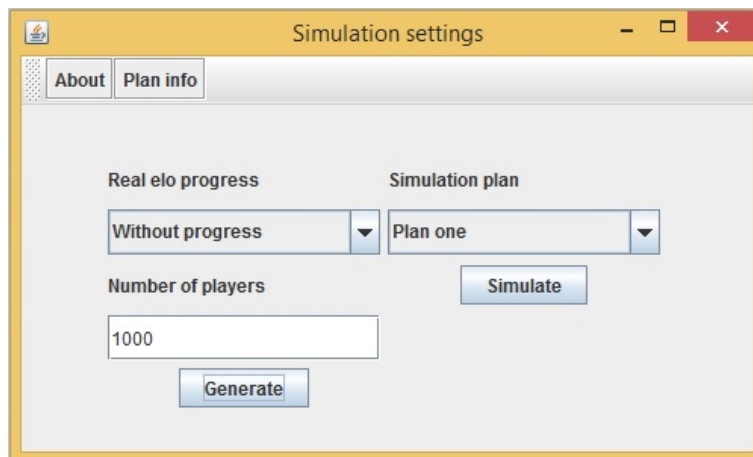
Program zároveň vytváří 3 soubory („continues.txt“, „conPer.txt“, „modify.txt“), do kterých se zapisují statistiky jednotlivých metod v každém časovém období. Při spuštění nové simulace se tyto soubory mažou a nahrazují se novými.

A.1.1 První aplikační okno

V prvním aplikačním okně popisovaném na obrázku A.1 si může uživatel zobrazit informace o programu (tlačítko „About“) a informace o přednastavených simulacích (tlačítko „Plan info“). Obě tlačítka jsou umístěna v toolbaru. Pokud chce uživatel spustit vlastní simulaci, kliknutím na tlačítko „Generate“ se otevře okno pro ovládání celé simulace. Před stiskem tlačítka si uživatel může vybrat typ vývoje reálného Elo hráče a nastavit počet hráčů, kteří budou na začátku simulace. Pokud chce uživatel spustit jeden z předpřipravených scénářů, stačí si jeden vybrat a kliknout na tlačítko „Simulate“. Po kliknutí se otevře okno, ve kterém poběží simulace.

A.1.2 Druhé aplikační okno

Druhé aplikační okno slouží k ovládání simulace a vizualizaci statistik. V horní části okna je umístěn toolbar. V toolbaru jsou umístěna následující tlačítka: tlačítko „Next“, sloužící pro spuštění jednoho časového období, tlačítko „All Elos graph“ sloužící k zobrazení histogramů Elo všech tří metod zároveň, tlačítko „Kendall correlation graph“ sloužící k zobrazení grafu s Kendallovo korelačními koeficienty všech tří metod, tlačítko „Normality test graph“ sloužící k zobrazení korelace Testu Normality všech tří metod, a tlačítko „Start simulation“, které spustí po sobě tolik časových období, kolik uživatel nastavil v poli „Round in simulation“. Simulace je vždy spuštěna se stejnými parametry, které byly zadány na začátku. Poslední věc, která se na-

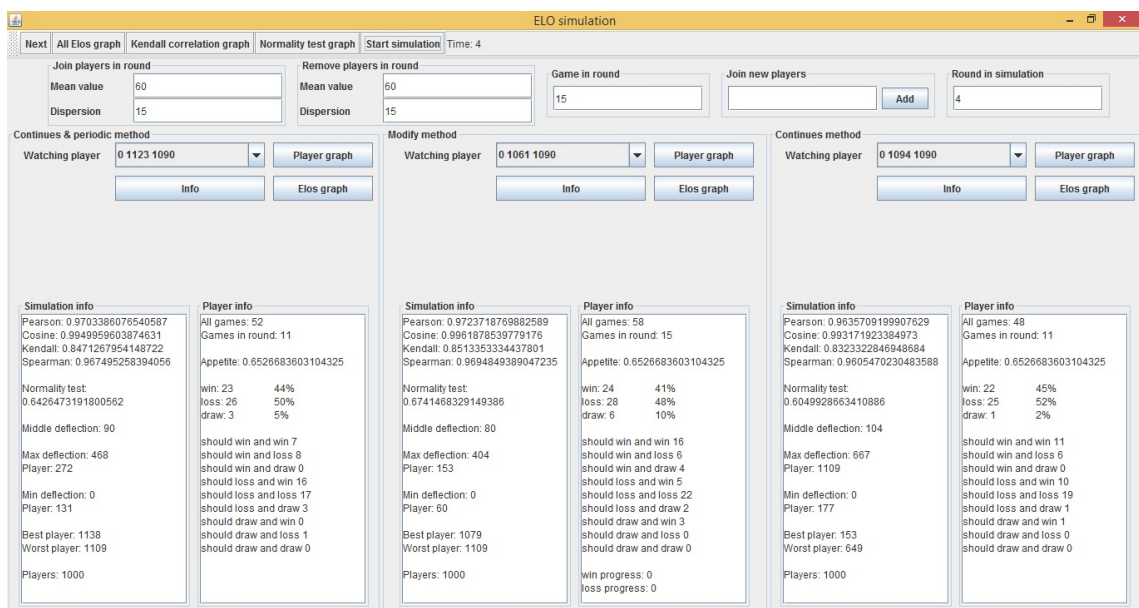


Obrázek A.1: První okno aplikace

chází v toolbaru je textové pole, do které se vypisuje kolik časových období již bylo spuštěno.

V horní polovině okna je dále umístěna sekce sloužící k nastavení parametrů simulace. V poli „Join players in round“ lze nastavit střední hodnotu a odchylku pro výpočet počtu nově příchozích hráčů. V poli „Remove players in round“ lze nastavit střední hodnotu a odchylku pro výpočet počtu hráčů, kteří budou ze simulace odebráni. V poli „Game in round“ lze nastavit počet her, které bude každý hráč hrát (před započítáním hráčovi chutě k hraní). V poli „Join new players“ lze jednorázově přidat nastavený počet hráčů. A v poli „Round in simulation“ lze nastavit počet časových období, kolik se po sobě spustí po kliknutí na tlačítko „Start simulation“ umístěné v toolbaru.

Ve spodní polovině jsou uvedeny statistiky jednotlivých metod. Kliknutím na tlačítko „Elos graph“ se zobrazí histogram Elo bodů dané metody. U každé metody si lze vybrat hráče, kterému se po kliknutí na tlačítko „Info“ zobrazí statistiky v panelu „Player info“. U vybraného hráče lze zobrazit graf, na kterém je zobrazen vývoj hráčova reálného a odhadnutého Elo. V panelu „Simulation info“ jsou zobrazeny statistiky jednotlivých metod.



Obrázek A.2: Druhé okno aplikace

B Obsah přiloženého CD

- Software
 - src - build.xml, zdrojové soubory aplikace a přidané knihovny,
 - bin - spustitelný program a vytvořená knihovna Elo metod.
- Dokumentace
 - text - PDF soubor s textem bakalářské práce,
 - zdroj - zdrojové soubory textu bakalářské práce a obrázky.

B.1 Překlad a spuštění programu

Program lze přeložit ve složce src, pomocí příkazu *ant*. Spuštění programu je možné ve složce bin, pomocí příkazu *java -jar Elo_Simulation.jar*.