ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI
FAKULTA PEDAGOGICKÁ
KATEDRA MATEMATIKY, FYZIKY A TECHNICKÉ VÝCHOVY

SCHOPNOSTI DĚTÍ V OBLASTI KOMBINATORIKY

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

Tereza Bílská
Učitelství pro mateřské školy, obor Předškolní a mimoškolní pedagogika

Vedoucí práce: PhDr. Šárka Pěchoučková, Ph.D.

Plzeň 2021

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci vypracoval samostatně s použitím uvedené literatury a zdrojů informací.

V Plzni, 18. dubna 2021

.....

vlastnoruční podpis

Poděkování

Na tomto místě bych ráda poděkovala vedoucí mé bakalářské práce, PhDr. Šárce Pěchoučkové, Ph.D., za její pomoc, trpělivost, odborné a cenné rady, za její zájem a čas, který mi poskytla pro zpracování bakalářské práce. Naši spolupráci jsem vnímala velice pozitivně a společně strávené chvíle pro mne byly vždy přínosné. Dále bych ráda poděkovala MŠ Loket, která mi umožnila realizaci experimentu a také velké díky patří dětem, bez kterých by tato práce nevznikla.

OBSAH

ÚVOD **1**

TEORETICKÁ ČÁST **2**

1.1 KOMBINATORIKA A JEJÍ HISTORIE 2
1.2 ZÁKLADNÍ PRAVIDLA A POJMY KOMBINATORIKY 8
1.2.1 Pravidlo součtu *8*
1.2.2 Pravidlo součinu *8*
1.2.3 Skupiny prvků bez opakování *9*
a) Variace *9*
b) Permutace *10*
c) Kombinace *10*
1.3 PRVKY KOMBINATORIKY VE HRÁCH A JINÝCH AKTIVITÁCH MATEŘSKÉ ŠKOLY 11
1.3.1 Kombinatorický součet *13*
1.3.2 Kombinatorický součin *14*
1.3.3 Variace *15*
1.3.4 Permutace *17*
1.3.5 Kombinace *18*

METODOLGICKÁ ČÁST **22**

1.4 CÍL EXPERIMENTU 22
1.5 PODMÍNKY EXPERIMENTU 22
1.6 POUŽITÉ METODY 22
1.7 TERMINOLOGIE 22
1.8 PŘÍPRAVA EXPERIMENTU 23
1.8.1 Osnova scénáře experimentu *23*
1.8.2 Pomůcky *23*
1.8.3 Aktivity *23*
1.8.4 Kritéria hodnocení *27*

EXPERIMENTÁLNÍ ČÁST **28**

1.9 PRŮBĚH EXPERIMENTU 28
1.10 VÝBĚR ZKOUMANÉHO VZORKU 28
1.10.1 Charakteristika mateřské školy *28*
1.10.2 Charakteristika dětí *28*
1.11 SCÉNÁŘ EXPERIMENTU 30
1.12 VYHODNOCENÍ EXPERIMENTU 33
1.12.1 Vysvětlivky k tabulkám *33*
1.12.2 Úkol č. 1: Střešní tašky *34*
1.12.3 Úkol č. 2: Výlet *35*
1.12.4 Úkol č. 3: Svíčky *36*
1.12.5 Úkol č. 4: Lokomotiva a vagony *37*
1.12.6 Úkol č. 5: Obchod s ovocem *39*
1.12.7 Úkol č. 6: Jídelní lístek *40*
1.13 ZÁVĚREČNÉ VYHODNOCENÍ EXPERIMENTU 41

ZÁVĚR **43**

RESUMÉ **45**

SEZNAM LITERATURY **46**

SEZNAM OBRÁZKŮ **47**

SEZNAM TABULEK **48**

SEZNAM GRAFŮ **49**

PŘÍLOHY ..... **I**

ÚVOD

Aniž bychom si uvědomovali, matematika nás provází, dá se říci všude, již od narození: datum narození, věk, míra, hmotnost, rodné číslo, telefonní číslo, PIN, tlak krve, počet hlasů ve volbách, ceny, vzdálenosti. Jak poté můžeme říci, že matematika je k životu nepotřebná?

Při mém studiu jsem si postupem času matematiku oblíbila, provázela mě při maturitní zkoušce a překvapivě také na vysoké škole, kde jsem absolvovala jako jeden z povinných předmětů „Rozvoj matematického a logického myšlení“. Výuka a obsah předmětu mne velice překvapila. Nejednalo se převážně o počítání s čísly, jak jsem zprvu očekávala, ale nahlédnutí na matematiku z jiného úhlu, která provází jak dospělé lidi, tak děti. Jsou to činnosti, které děláme naprosto automatickým způsobem a ani nás nenapadne se nad danou činností zamyslet, proč vlastně to a ono děláme tím a oním způsobem.

Díky tomuto předmětu jsem získala spousty cenných vědomostí, které se mi v praxi velice hodí. Na základě těchto vědomostí jsem mohla zpracovat seminární práci zaměřenou na rozvoj matematického a logického myšlení, kterou jsem uskutečnila na praxích v mateřské škole. Velice mne zaujalo propojení matematického a logického myšlení, dětem nyní můžu předávat zkušenosti s matematikou hravou a zábavnou formou, pro ně lehce pochopitelným způsobem.

Pojem kombinatorika, pro mne nebyl neznámý, měla jsem tu čest se s ní setkat již na střední škole, kde jsme matematické úlohy řešily rozdílným způsobem, než se řeší v mateřské škole. Dříve by mne ani nenapadlo, že bych kombinatoriku mohla někdy v mateřské škole využít, co vše pod pojem spadá a jakým způsobem ho představit dětem. Proto jsem se rozhodla na toto téma více zaměřit a zpracovat tak svou bakalářskou práci.

TEORETICKÁ ČÁST

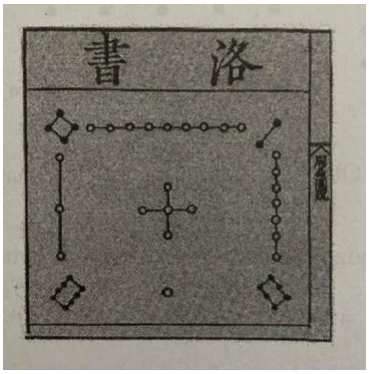
1.1 KOMBINATORIKA A JEJÍ HISTORIE

Kombinatorika je popisování vlastností objektů společností. Tím se myslí, že kombinatorika zaznamenává vlastnosti, které lze vyjádřit počtem a které souvisí s uspořádáním, rozmístěním a výběrem prvků nějaké množiny. Dalo by se tak říci, že předmětem kombinatoriky jsou elementární souvislosti. (Nešetřil, 1975)

Německý matematik a autor jedné z prvních učebnic kombinatoriky *Eugen Otto Erwin Netto* ve své knize *Lehrbuch der Combinatorik* z roku 1901 píše: *„Kombinatorika je část matematiky zabývající se rozdělováním, uspořádáváním, nebo výběrem prvků nějaké množiny.“ (*Fuchs, 2001, s. 7) *„Z moderního hlediska je tzv. konfigurace centrálním pojmem kombinatoriky, což je termín, který můžeme charakterizovat jako „zobrazení nějaké množiny objektů do konečné abstraktní množiny se zadanou strukturou“* (Fuchs, 2001, s. 7)

První aplikace kombinatoriky, příklady a výsledky se objevují již kolem roku 2200 př. Kr. Mezi nejrozvinutější civilizace té doby patří Indie a Čína, kde nacházíme nejvíce zachovalých kombinatorických textů. Řada prací se skoro vůbec nedochovala a u většiny z nich je velice obtížné určení přibližných dat vzniku těchto textů. Proto historie kombinatoriky a jejich základních pravidel je mnohem rozsáhlejší než se zpravidla uvádí. Díky jednoduchosti kombinatoriky se tato pravidla používala neuvědoměle, a proto nebyla potřeba se jimi teoreticky zabývat. (Kafková, 2011)

Jak jsem již zmiňovala, první „kombinatorické“ příklady či alespoň náznaky jsou až překvapivě staré. Za nejstarší „konfigurace“ lze pravděpodobně považovat Lo – šu (obr. č. 1) a Říční mapu (obr. č. 2), které nalezneme v jednom z nejstarších dochovaných textů v historii lidstva v posvátné knize *toismu i – ting* (tj. Kniha proměn).



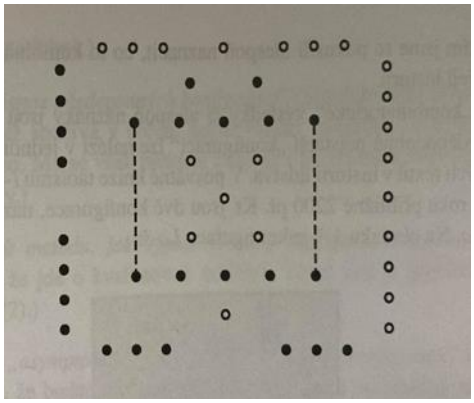
Obr. č. 1: Konfigurace „Lo-šu“ ve středověkém textu
(Fuchs, 2001, s. 9)

„Nahradíme-li na obrázku č. 1 znázorněné skupiny bodů čísly, obdržíme známý magický čtverec (nazývaný též Saturn):

4 9 2
3 5 7
8 1 6

V tomto čtverci je součet čísel v každém řádku, sloupci a úhlopříčce roven číslu 15.“ (Fuchs, 2001, s. 9)

Říční mapa je konfigurace, kterou dle pověsti měla posvátná želva vylézající z řeky Ho zobrazenou na svém krunýři.



Obr. č. 2: Konfigurace „Říční mapa“ (Fuchs, 2001, s. 10)

„Toto schéma je pozoruhodné svou „středovou symetrií*“. Platí například*

5 + 3 = 8, 5 + 1 = 6 atd., 3 + 10 + 2 = 8 + 7, 3 + 10 + 1 = 8 + 6 atd.

Znázorníme-li schéma na obrázku č. 2 čísly, obdržíme

7
2
10 10
8 3 5 4 9
10 10
1
6“ (Fuchs, 2001, s. 9-10)

Také v Indické matematice se s kombinatorickými otázkami setkáváme velice často. Je mnohdy poukazováno na příklad z 6. století. Jedná se o lékařský spis, který uvádí všechny typy jednočlenných až šestičlenných kombinací šesti základních chutí – slaná, sladká, hořká, kyselá, trpká a ostrá. Kombinace se také využívaly v indickém básnictví, kde se vypočítávaly možné kombinace dlouhých a krátkých slabik v n-slabičném verši. V době vzniku Islámu v 7. století si indickou matematiku začali osvojovat Arabové, kteří velice obohatili kombinatoriku znalostmi o binomické větě a magických čtvercích. Ve 12. století začaly do evropských jazyků pronikat vztahy pro počet kombinací a variací. V 17. století vyjadřuje francouzský matematik *Herigonus* (1580-1643) ve svém díle *Cursus Mathematicus* vztahy, které se v novodobé terminologii označují jako kombinace a permutace. Za zmínku stojí *Leonardo Pisan,* který je známý jako Fibonacci a je považován za jednoho z nejvýznamnějších matematiků středověké Evropy. (Kafková, 2011) Ve svém díle *Liber Abaci* z roku 1202 n. l. ve 12. kapitole píše:

„Sedm starých mužů jde do Říma;
každý vede sedm mezků;
každý mezek nese sedm pytlů;
v každém pytli je sedm bochníků;
pro každý bochník je sedm nožů;
každý nůž má sedm pouzder.
Jaký je celkový počet všech uvedených věcí?“(Kafková, 2011, s. 10)

Již v staroegyptském Rhindově papyru ze 17. století př. n. l., který je považován za nejrozsáhlejší a nejstarší dochovaný matematický text vůbec, se nachází příklad, založený na stejném principu jako je právě Pisanova úloha.

Příklad je v literatuře pojmenován „dům – kočka – myši – žito“

„Je sedm domů, v každém žije sedm koček,
Každá z nich ulovila sedm myší,
Každá z myší snědla sedm zrn obilí
a z každého zrna mohlo vyrůst sedm klasů.
Sečtěte všechny položky, o kterých je řeč.
Jde tedy o součet konečné řady mocnin sedmi.“ (Kafková, 2011, s. 10)

Kombinatorika je tedy součástí matematiky skoro již od úplných začátků, mnohdy se tvrdí že kombinatorika vznikla až s počtem pravděpodobnosti, ale není tomu tak. Občas se stávalo, že lidé měli zájem vědět, kolik mají možností k dispozici a jak je utřídit. Nebyl to sice soustavný zájem, který by vedl ke vzniku kombinatoriky, jakož to k oboru, ale čas od času se objevily jakési izolované úlomky. (Mareš, 2011)

Důležité je také zmínit, že v době kolem 16. až 17. století byly značnou součástí životů obyvatelstva, převážně vyšších vrstev hazardní hry. Za ně byly považovány například kostky, loterie, karty, šachy a mnoho dalších. Můžeme se tedy domnívat, že kombinatorické úlohy se v tehdejší době týkaly například:

- Kolika možnostmi může padnout daný počet, jestliže víme počet vržených kostek?
- Kolika způsoby můžeme získat tři krále v dané karetní hře?

Proto tyto „problémy“ v hazardních hrách mohly být hybnou silou v rozvoji kombinatoriky. (vlastní zdroj)

Kombinatorika jakožto matematická disciplína se začíná tvořit kolem 16. až 17. století. První publikovanou prací z kombinatoriky je Leibnizovo dílo *Desertatio de Arte Combinatoria* z roku 1666. V 18. století k rozvoji kombinatoriky významně přispěl L. Euler. Velice prudký rozvoj kombinatorika prodělává až ve 20. století, zejména v posledních třiceti letech v souvislosti s rozvojem výpočetní techniky, kdy se rozvíjí celá tzv. diskrétní matematika, do které kombinatorika zapadá a tvoří tak její významnou část. (Fuchs, 2001)

V následujícím textu se budeme zabývat několika osobnostmi, které se v průběhu historie zasloužili o rozvoj kombinatoriky.

Blaise PASCAL (1623--1662), francouzský matematik, fyzik a filozof (obr. č. 3)

Obr. č. 3: Pascal Blaise (MuDisMat)

Pascalova kniha *Traité du triangle arithmétique,* je jednou z nejvýznamnějších knih, kterou Pascal sepsal. Pojednává o aritmetickém trojúhelníku, je psána velice jasně a srozumitelně. Nacházejí se v ní kombinační čísla, která jsou popsána jako koeficienty v binomickém rozvoji i jako čísla udávající počty k-prvkových podmnožin dané množiny. První výsledky z teorie kombinatoriky a pravděpodobnosti, nalezneme ve vzájemné korespondenci s Pierrem Fermatem. Zavedli kombinační čísla pomocí jejich aplikace v teorii pravděpodobnosti, kterou společně založili. (MuDisMat)

Gottfried Wilhelm von LEIBNIZ (1646--1716), německý matematik, fyzik, filozof, diplomat, vynálezce a polyhistor, zakladatel moderní matematické analýzy, právník, historik (obr. č. 4)

Obr. č. 4: Gottfried Wilhelm von Leibniz (MuDisMat)

Leibniz napsal v roce 1666 práci *Dissertatio de Arte Combinatoria.* V této práci se Leibniz věnoval matematice pouze zčásti, proto toto dílo bývá často řazeno spíše mezi spisy filozofické. Autor se v něm zabývá aritmetickým trojúhelníkem, jeho použitím pro stanovení počtu kombinací a několika tvrzeními, která by se mohla řadit do teorie čísel. Leibniz je autorem mnoha dalších rukopisů na toto téma, jako například rozklad celých čísel, ale nikdy je však nepublikoval. (MuDisMat)

Jacob BERNOULLI I. (1654–1705) švýcarský matematik a fyzik, bratr Johanna I., první z plejády slavných Bernoulliu (obr. č. 5)

Obr. č. 5: Jacob BernoulliI I. (MuDisMat)

Jacob I. položil základy variačního počtu a dokázal divergenci harmonické řady. Také se zabýval kombinatorickými otázkami a své poznatky shrnul ve spisu *Ars Conjectandi,* který nedokončil, ale přesto byl po jeho smrti roku 1713 vydán. Spis obsahuje několik částí. První část popisuje hazardní hry, druhá část se věnuje kombinatorice jakožto učebnice, třetí část tvoří kombinatorické úlohy a čtvrtá část se z většiny věnuje pravděpodobnostnímu počtu. Vývoj kombinatoriky byl tímto spisem velice ovlivněn, již Bernoulli chápal kombinatoriku jako samostatnou matematickou disciplínu. (MuDisMat)

Leonhard EULER (1707--1783) švýcarský matematik, fyzik a fyziolog, jeden z nejvýznamnějších matematiků všech dob. (obr. č. 6)

Obr. č. 6: Euler Leonhard (MuDisMat)

Euler se zabýval latinskými čtverci, rozklady, vytvořujícími funkcemi aj. V roce 1728 zformuloval slovní úlohu o třiceti šesti důstojnících, která souvisí s konstrukcí dvou ortogonálních latinských čtverců šestého řádu.

„Sestavte 36 důstojníků 6 různých hodností ze šesti různých pluků do čtverce tak, aby v žádné řadě ani žádném zástupu nestáli dva důstojníci stejné hodnosti ani dva důstojníci ze stejného pluku.“ (Kafková, 2011, s. 16)

Konstrukce těchto ortogonálních latinských čtverců se Eulerovi nedařila, proto vystoupil s hypotézou, že ortogonální latinské čtverce šestého řádu neexistují. Roku 1900 byla jeho hypotéza dokázána. (MuDisMat)

1.2 ZÁKLADNÍ PRAVIDLA A POJMY KOMBINATORIKY

„Má-li každé pravidlo výjimku,

pak kombinatorická pravidla jsou výjimkou,

neboť žádnou výjimku nemají.“ (Calda a Dupač, 1999, s. 8)

1.2.1 PRAVIDLO SOUČTU

Definice 1

„Jsou-li $A_1, A_2, \dots, A_n$ *konečné množiny, které mají po řadě* $p_1, p_2, \dots, p_n$ *prvků, a jsou-li každé dvě disjunktní, pak počet prvků množiny* $A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n$ *je roven* $p_1 + p_2 + \dots + p_n$*.“* (Calda a Dupač, 1999, s. 9)

Příklad 1

Ve škole jsou dvě první třídy 1. C a 1. D. Do třídy 1. C chodí 15 žáků, do třídy 1. D chodí 18 žáků.

Kolik je na škole prvňáků? (vlastní zdroj)

Řešení 1

Počet žáků je konečný a žádný žák nemůže zároveň chodit do 1. C a do 1. D, tudíž je na škole 33 prvňáků.

15+18=33 žáků

1.2.2 PRAVIDLO SOUČINU

Definice 2

„Počet všech uspořádaných k*-tic, jejichž první člen lze vybrat* n_1 *způsoby, druhý člen po výběru prvního členu* n_2 *způsoby atd. až* k*-tý člen po výběru všech předcházejících členů* n_k *způsoby, je roven* $n_1 \cdot n_2 \cdot \dots \cdot n_k$*.“* (Calda a Dupač, 1999, s. 9)

Příklad 2

Kamil má 3 zvířata - kozu, býka a ovci. Rozhodl se, že 2 ze svých zvířat dá svým kamarádům. Jedno Tomášovi a druhé Adamovi.

Kolika možnostmi může Kamil zvířata rozdělit mezi Tomáše a Adama? (vlastní zdroj)

Řešení 2

Ze 3 zvířat máme vybrat jedno pro Tomáše a poté ze zbylých 2 zvířat jedno pro Adama: Kamil chce dát 1 zvíře Tomášovi (T) a 1 zvíře Adamovi (A):

T A → _ _

Pro Tomáše vybírá 1 zvíře ze 3. Má tedy 3 různé možnosti, jak ho obdarovat:

T A → 3 _

Potom, co už 1 zvíře dal Tomášovi, pro Adama zbývají jen 2 možnosti, jak jej obdarovat:

T A → 3 2

Možností je celkem: $3 \cdot 2 = 6$

Kamil má šest možností pro rozdělení zvířat mezi Tomáše a Adama.

1.2.3 SKUPINY PRVKŮ BEZ OPAKOVÁNÍ

Vzhledem k tomu, že v mateřské škole se nepoužívají skupiny s opakováním, budu se věnovat pouze skupině prvků bez opakování.

a) VARIACE

U variací rozlišujeme dané prvky mezi sebou, záleží na pořadí prvků, neopakují se a jsou navzájem různé.

Definice 3

***„k-členná variace** z n prvků je uspořádaná **k**-tice sestavená z těchto prvků tak, že se v ní každý vyskytuje nejvýše jednou.*

***Počet** $\boldsymbol{V(k,n)}$ všech **k**-členných variací z **n** prvků je:*

$\boldsymbol{V(k,n) = n(n-1)(n-2) \ldots (n-k+1)}$*“* (Calda a Dupač, 1999, s. 13)

Příklad 3

Mirek si chce vytvořit vlastní vlajku. Chtěl by, aby byla složena ze tří různobarevných svislých pruhů. K dispozici má látky 5 různých barev - fialovou, červenou, modrou, zelenou a žlutou.

Kolik vlajek, si může Mirek z těchto barev sestavit? (vlastní zdroj)

Řešení 3

Počet prvků, z nichž vybíráme: n = 5.

Kolika členné variace vybíráme: k = 3.

$$V(3,5) = 5 \cdot (5-1) \cdot (5-2) = 5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$$

Marek si může sestavit 60 různých vlajek.

b) PERMUTACE

Rozdíl mezi variací a permutací je pouze ten, že u permutace uspořádáváme všechny prvky. Prvky mezi sebou rozlišujeme, neopakují se a jsou navzájem různé, stejně jako u variace. Na pořadí prvků stále záleží.

Definice 4

*„**Permutace** z $\boldsymbol{n}$ prvků je uspořádaná $\boldsymbol{n}$-tice sestavená z těchto prvků tak, že každý se v ní vyskytuje právě jednou.*

*Jinak řečeno: **Permutace** z $\boldsymbol{n}$ prvků je každá $\boldsymbol{n}$ -členná variace z těchto prvků.“ (*Calda a Dupač, 1999, s. 17)

„Pro každé přirozené číslo $\boldsymbol{n}$ definujeme:

$\boldsymbol{n}! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot (\boldsymbol{n}-1) \cdot \boldsymbol{n}$, *kde 0! =1.*

***Počet** $\boldsymbol{P(n)}$ všech permutací z $\boldsymbol{n}$ prvků je:*

$\boldsymbol{P(n)} = \boldsymbol{n}!$.“ (Calda a Dupač, 1999, s. 19)

Příklad 4

K návrhu témat pro maturitní ples se mají postupně vyjádřit 4 žáci: Frydrych, Benda, Coural a Dudák. Určete počet všech možných pořadí jejich vystoupení. (vlastní zdroj)

Řešení 4

$$P(4) = 4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24.$$

Počet všech možných pořadí je 24.

c) KOMBINACE

U variací a permutací záleželo vždy na pořadí, v jakém se vybrané prvky uspořádávali. U kombinací na pořadí nezáleží. Prvky se mezi sebou rozlišují a můžou se vyskytnout pouze jednou.

Definice 5

„k-členná kombinace z n prvků je neuspořádaná k-tice sestavená z těchto prvků tak, že se v ní každý vyskytuje nejvýše jednou.“ (Calda a Dupač, 1999, s. 25)

*„**Počet** $K(k,n)$všech k-členných kombinací z $\boldsymbol{n}$ prvků je*

$$K(k,n) = \binom{\boldsymbol{n}}{\boldsymbol{k}}$$

Pro všechna celá nezáporná čísla $\boldsymbol{n}, \boldsymbol{k}$, $\boldsymbol{k} \leq \boldsymbol{n}$, je

$$\binom{\boldsymbol{n}}{\boldsymbol{k}} = \frac{\boldsymbol{n}!}{\boldsymbol{k}!(\boldsymbol{n}-\boldsymbol{k})!}$$ „ (Calda a Dupač, 1999, s. 25)

Příklad 5

Určete, kolika způsoby je možné z osmi žen a pěti mužů vybrat šestičlennou skupinu, v níž se nachází dvě ženy. (vlastní zdroj)

Řešení 5

$\binom{8}{2} \cdot \binom{5}{4}$ ⟶ $\frac{8 \cdot 6}{2!} \cdot \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{4!} = 24 \cdot 5 = 120.$

120 různými způsoby, je možné vybrat šestičlennou skupinu, v níž se nacházejí dvě ženy.

1.3 PRVKY KOMBINATORIKY VE HRÁCH A JINÝCH AKTIVITÁCH MATEŘSKÉ ŠKOLY

Aktivity zaměřené na prvky kombinatoriky v mateřské škole řadíme mezi činnosti intelektově náročnější. Proto je pro předškolní děti vhodné volit aktivity v takové míře, která odpovídá věku a schopnostem dítěte.

Jedná se o aktivity, díky kterým se rozvíjí alternativní myšlení dětí. Používáme otázky, jako jsou například: Jde to jinak? Jak? Kolik je možností? Děti se tak učí správně uvažovat o tom, zda je možné řešit situaci jinak a přesto správně. Rozvíjíme tak u dětí toleranci, která je v životě velice důležitá. Učí se chápat, že ne každý bude mít vždy stejný názor jako oni.

V těchto aktivitách volíme odstupňované nároky. Chceme docílit toho, aby dítě bez časového omezení a nápovědy:

a) *„nalezlo k danému řešení alespoň ještě jednu možnost (vhodné už i pro tříleté, nespokojit se s prvním, co mě napadne; pokud se pracuje s drobným materiálem, zkus to ještě jinak);*

b) *nalezlo více možností s tím, že žádná z nich se neopakuje;*

c) *nalezlo co nejvíce možností (hranice dána schopnostmi dítěte);*

d) *nalezlo v práci jiného systém v hledání možností (je snazší, než hledat u sebe);*

e) *nalezlo všechny možnosti (nemusí dítě v předškolním věku – má svůj limit);*

f) *hodnotilo vytvořené možnosti s tím, že jsou/nejsou všechny; nejsou – tedy, co chybí; jsou všechny v tom smyslu, že ví, že jich nemůže být více, příp. proč.“* (Kaslová, 2010, s. 187)

Jak jsem již zmínila, prvky kombinatoriky ve hrách a jiných aktivitách řadíme mezi intelektově náročnější aktivitu, snažíme se tedy při práci s dětmi vymýtit rušivé prvky, které by dítě mohlo rušit od soustředěnosti. Pokud jsou aktivity individuální, volíme práci u stolu, kdy se děti navzájem neruší. (Kaslová, 2010)

Při práci se snažíme využívat různorodé objekty, jak hmotné tak nehmotné.

„Typy objektů:

a) *s drobným materiálem – manipulujeme (posouváme, sestavujeme, lepíme);*

b) *s obrázky – kreslíme, malujeme, „píšeme“;*

c) *s pohyby – tančíme, cvičíme;*

d) *se zvuky – mluvíme, hrajeme, zpíváme.“ (*Kaslová, 2010, s. 188)

Nyní si ukážeme konkrétní aktivity, které vytvořila autorka této práce a můžeme je v oblasti kombinatoriky realizovat s dětmi v mateřské škole, zaměříme se na pojmy, které jsou uvedené v kapitole ***1.2.3 Skupiny prvků bez opakování***. Aktivity jsou různě zaměřeny na pohybové, výtvarné či pracovní činnosti a jsou určeny pro děti ve věkové kategorii 4 – 6 let.

1.3.1 KOMBINATORICKÝ SOUČET

Název aktivity: STÁNEK S OVOCEM

Zadání: Ve stánku s ovocem máš k prodeji celkem 9 kusů ovoce. 3 jablka si paní koupila ráno, 3 banány si pán koupil dopoledne. Kolik pomerančů ti v obchodě ještě zůstalo, když si ve svém stánku měl/a celkem 9 kusů ovoce?

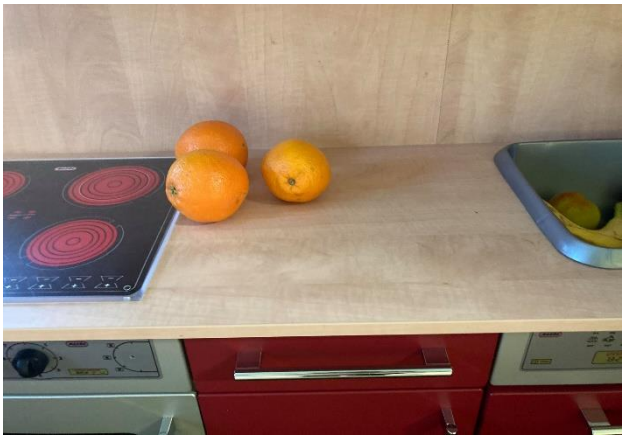
Pomůcky: Ovoce (3x jablko, 3x banán, 3x pomeranč) (Obr. č. 7)

Obr. č. 7: Obchod s ovocem (foto autor)

Počet dětí: jednotlivec (pod dohledem pedagogického pracovníka)

Realizace: Dítě by nejlépe mělo sedět čí stát u stolku, stánku nebo v kuchyňce zda je možnost, tak aby ho ostatní děti nerozptylovaly. Dítě si nejprve spočítá ovoce, jestli je vše tak jak má být. Úkolem dítěte je pomocí manipulace zjistit kolik pomerančů ve stánku zůstalo.

Řešení: V obchodě zůstanou 3 pomeranče. (Obr. č. 8)



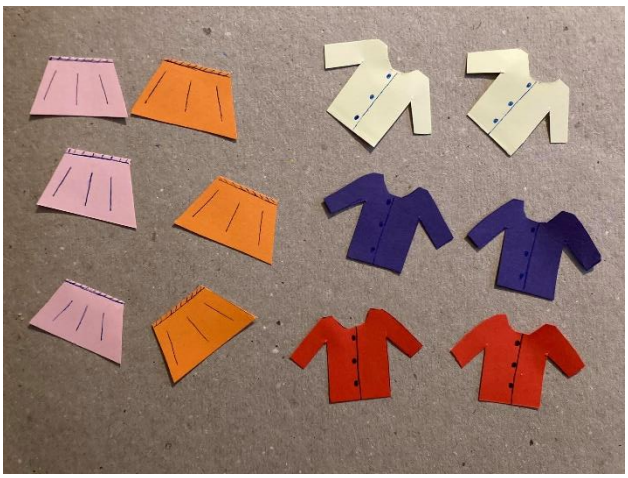
Obr. č. 8: Obchod s ovocem (řešení) (foto autor)

1.3.2 KOMBINATORICKÝ SOUČIN

Název aktivity: HALENKY, SUKNĚ

Zadání: Lucka má pro svou panenku 2 halenky a 3 sukénky. Kolika způsoby může svou panenku obléci?

Pomůcky: Papírové oblečení (3x růžová sukně, 3x oranžová sukně, 2x žlutá halenka, 2x modrá halenka, 2x červená halenka) (obr. č. 9)



Obr. č. 9: Papírové oblečení (foto autor)

Počet dětí: jednotlivec (pod dohledem pedagogického pracovníka)

Realizace: Dítě by nejlépe mělo sedět u stolku, aby je ostatní děti nerozptylovaly. Dítě nejdříve pojmenuje barvy halenek a sukní. Poté se pokusí na základě manipulace o co největší počet variant a slovně je popsat. Na závěr je úkolem dítěte spočítat množství nalezených variant. (je možná realizace úlohy i v grafické podobě)

Řešení: Lucka může svou panenku obléct šesti různými způsoby. (obr. č. 10)

Obr. č. 10: Oblečené panenky (foto autor)

1.3.3 VARIACE

Název aktivity: VĚŽIČKY

Zadání: Postavíme si barevné věžičky z lega. Ke stavění máme čtyři různobarevné kostičky. Jakými různými možnostmi můžeme postavit věžičku z tří kostiček?

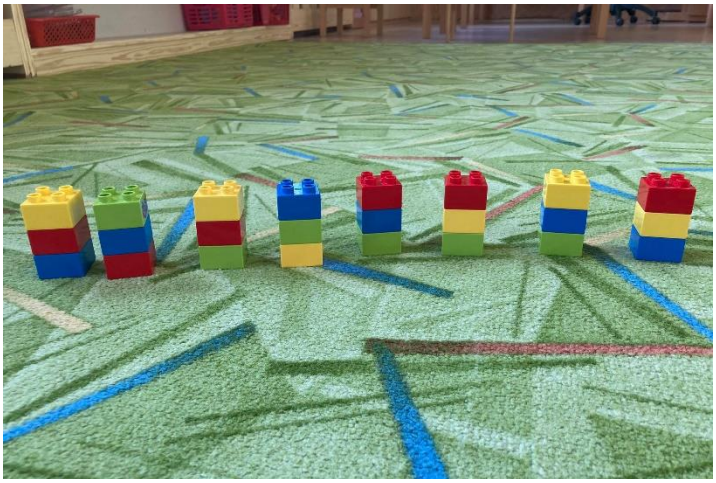
Pomůcky: kostky z lega (6x červená, 6x zelená, 6x modrá, 6x žlutá) (obr. č. 11)

Obr. č. 11: Kostky (foto autor)

Počet dětí: jednotlivec, malé skupinky (pod dohledem pedagogického pracovníka)

Realizace: Dítě by nejlépe mělo sedět u stolku, aby je ostatní děti nerozptylovaly. Dítě nejdříve pojmenuje barvy kostiček. Úkolem dítěte je pokusit se na základě manipulace o co největší počet možných variant a nalezené varianty spočítat. (je možná realizace úlohy i v grafické podobě)

Řešení: Věžičky můžeme postavit 24 různými možnostmi. U dětí v mateřské škole stačí, když najdou jen některé. (obr. č. 12)

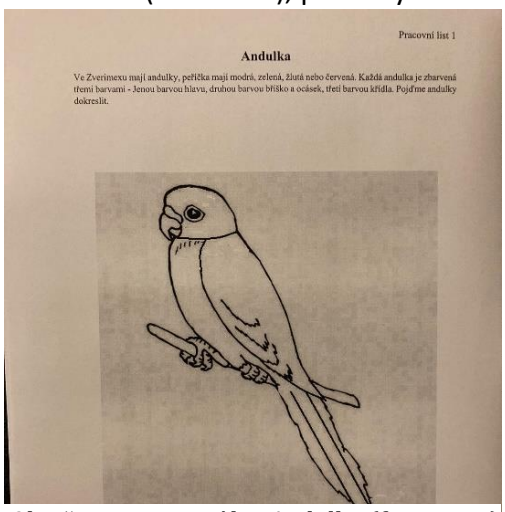


Obr. č. 12: Věže (foto autor)

Název aktivity: ANDULKY

Zadání: Ve Zverimexu mají andulky, peříčka mají modrá, zelená, žlutá nebo červená. Každá andulka je zbarvená třemi barvami - jednou barvou hlava, druhou barvou bříško a ocásek, třetí barvou křídla. Pojďme andulky dokreslit.

Pomůcky: pracovní list s obrázkem (obr. č. 13), pastelky


Pracovní list 1

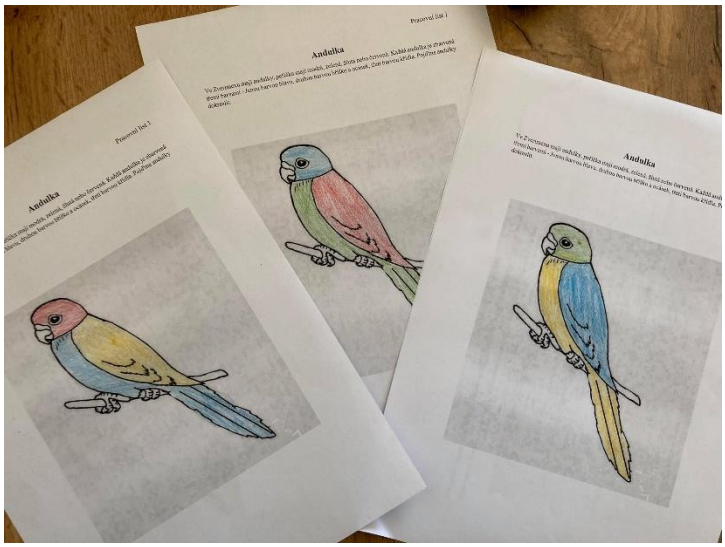
Andulka

Ve Zverimexu mají andulky, peříčka mají modrá, zelená, žlutá nebo červená. Každá andulka je zbarvená třemi barvami - Jenou barvou hlavu, druhou barvou bříško a ocásek, třetí barvou křídla. Pojďme andulky dokreslit.

Obr. č. 13: Pracovní list Andulka (foto autor)

Počet dětí: jednotlivec, malé skupinky (pod dohledem pedagogického pracovníka)

Realizace: Dítě by mělo sedět u stolku. Úkolem dítěte je vybarvit pera andulek dle zadání.
Řešení: Andulky můžeme vybarvit 24 možnostmi. Po dítěti v mateřské škole budeme požadovat pouze dvě až tři varianty. (obr. č. 14)


Andulka

Andulka

Andulka

Obr. č. 14: Andulky (řešení) (foto autor)

1.3.4 PERMUTACE

Název aktivity: PENÁL

Zadání: Anička od babičky dostala nový penál, do kterého se vejdou jen 3 pastelky. Kolika způsoby může Anička uložit do penálu modrou, červenou a zelenou pastelku?

Pomůcky: pastelky, papírový penál (6x modrá pastelka, 6x zelená pastelka, 6x červená pastelka, 6x papírový penál) (obr. č. 15)

Obr. č. 15: Penály s pastelkami (foto autor)

Počet dětí: jednotlivec (pod dohledem pedagogického pracovníka)

Realizace: Dítě by nejlépe mělo sedět u stolku, aby je ostatní děti nerozptylovaly. Dítě nejdříve pojmenuje barvy pastelek. Poté se pokusí na základě manipulace o co největší počet variant. Na závěr je úkolem dítěte spočítat množství nalezených variant. (je možná realizace úloh i v grafické podobě)

Řešení: Anička může do penálu uložit pastelky šesti způsoby. (obr. č. 16)

Obr. č. 16: Penály (řešení) (foto autor)

Název aktivity: VLÁČEK

Zadání: Zamávám kouzelným proutkem a stane se z vás vláček, který jezdí velice rád, když mu někdo hraje na klavír. Po příjezdu do stanice vyměňuje své vagonky i s lokomotivou mezi sebou. Ze stanice může vyjet jen za toho předpokladu, že vagonky a lokomotiva budou proházeny tak, jak v předešlých jízdách ještě nebyly.

Pomůcky: žádné

Počet dětí: malé skupinky (pod dohledem pedagogického pracovníka)

Realizace: Skupinka dětí vytvoří vláček ze tří dětí. Jejich úkolem je vytvořit vzájemné uspořádání, tak aby se změnilo vždy po každé jízdě. Děti se pohybují v prostoru.

Řešení: 6 možností (A-Adámek, T-Terezka, P-Pavlík)

1. A – T – P
2. A – P – T
3. P – A – T
4. P – T – A
5. T – P – A
6. T – A – P

1.3.5 KOMBINACE

Název aktivity: KYTICE

Zadání: Ema chce dát babičce k narozeninám kytku ze tří květin. Na zahrádce má na výběr sedmikrásku, tulipán, růži a zvonek. Kolika různými způsoby může Ema kytku svázat?

Pomůcky: barevné papíry, nůžky, lepidlo (4x sedmikráska, 4x tulipán, 4x růže, 4x zvonek) (obr. č. 18)

Obr. č. 18: Kytky (foto autor)

Počet dětí: jednotlivec, malé skupinky (pod dohledem pedagogického pracovníka)

Realizace: Děti si u stolku vyrobí kytky pomocí papíru, lepidla a nůžek. Vyrobí si od každé kytky jednu, pro realizaci úkolu se využijí vyrobené kytky od všech dětí. Poté se dítě usadí ke stolku, aby je ostatní děti nerozptylovaly, a vytváří kombinace. Na závěr je úkolem dítěte spočítat množství kombinací. (je možná realizace úlohy i v grafické podobě)

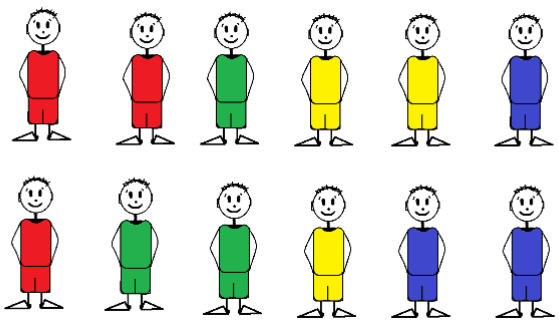
Řešení: Ema může kytku svázat čtyřmi různými způsoby. (obr. č. 19)

Obr. č. 19: Kytice (foto autor)

Název aktivity: Dvojice

Zadání: Paní učitelka má za úkol sestavit dvojice chlapců na Vánoční besídku. K sestavení dvojic má čtyři děti. Z kolika různých dvojic má na výběr?

Pomůcky: Papírové postavičky (3x červený chlapec, 3x zelený chlapec, 3x žlutý chlapec, 3x modrý chlapec) (obr. č. 20)

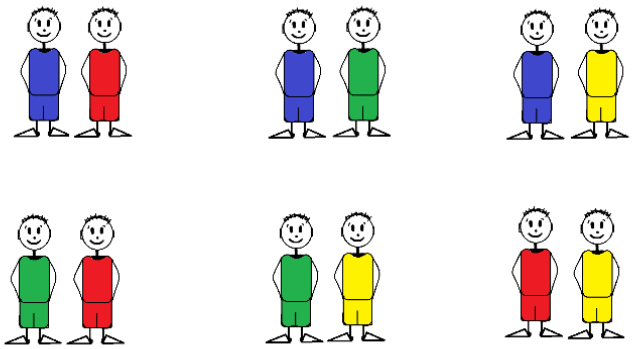


Obr. č. 20: Barevní chlapci (obrázek autor)

Počet dětí: jednotlivec (pod dohledem pedagogického pracovníka)

Realizace: Dítě by nejlépe mělo sedět u stolku, aby je ostatní děti nerozptylovaly. Dítě se pokusí na základě manipulace o co největší počet variant. Na závěr je úkolem dítěte spočítat množství nalezených variant. (je možná realizace úlohy i v prostoru)

Řešení: Paní učitelka má na výběr z šesti různých dvojic. (obr. č. 21)



Obr. č. 21: Dvojice chlapců (obrázek autor)

Výše uvedené činnosti v souladu se vzdělávacími oblastmi Rámcového vzdělávacího programu pro předškolní vzdělávání, kterých je celkem pět a dělí se na oblast biologickou, psychologickou, sociálně kulturní a environmentální, neboli Dítě a jeho tělo, Dítě a jeho psychika, Dítě a ten druhý, Dítě a společnost a Dítě a svět. V následujícím textu se pokusíme uvést přehled výstupů, které mohou být realizovány právě prostřednictvím činností v oblasti kombinatoriky:

- ,,***Dítě a jeho tělo***
    - *konstruktivní a grafické činnosti*
    - *manipulační činnosti a jednoduché úkony s předměty, pomůckami, nástroji, náčiním, materiálem; činnosti seznamující děti s věcmi, které je obklopují, a jejich praktickým používáním*
- ***Dítě a jeho psychika***
    - *příležitosti a hry pro rozvoj vůle, vytrvalosti a sebeovládání*
    - *hry a praktické úkony procvičující orientaci v prostoru i v rovině*
    - *konkrétní operace s materiálem (třídění, přiřazování, uspořádání, odhad, porovnávání apod.)*

- *grafické napodobování symbolů, tvarů, čísel, písmen*

- ***Dítě a ten druhý***
  - *kooperativní činnosti ve dvojicích, ve skupinkách*
  - *činnosti zaměřené na porozumění pravidlům vzájemného soužití a chování, spolupodílení se na jejich tvorbě*

- ***Dítě a společnost***
  - *hry a praktické činnosti uvádějící dítě do světa lidí, jejich občanského života a práce (využívání praktických ukázek z okolí dítěte, tematické hry seznamující dítě s různými druhy zaměstnání, řemesel a povolání, s různými pracovními činnostmi a pracovními předměty, praktická manipulace s některými pomůckami a nástroji, provádění jednoduchých pracovních úkonů a činností apod.)*

- ***Dítě a svět***
  - *kognitivní činnosti (kladení otázek a hledání odpovědí, diskuse nad problémem, vyprávění, poslech, objevování)"* (RVP, 2018, s. 15 – 28)

METODOLOGICKÁ ČÁST

1.4 CÍL EXPERIMENTU

Cílem experimentu je zjistit:

1. zda je dítě schopno vyřešit formou manipulace s obrázky, úlohu na permutace v rovině.
2. zda je dítě schopno vyřešit formou manipulace s hračkami, úlohu na permutace v prostoru.
3. zda je dítě schopno vyřešit formou manipulace s modelínou, úlohu na variace v prostoru.
4. zda je dítě schopno vyřešit formou grafického znázornění, úlohu na variace v rovině.
5. zda je dítě schopno vyřešit formou manipulace s předměty, úlohu na kombinace v prostoru.
6. zda se dítěti schopno vyřešit formou manipulace s obrázky, úlohu na kombinace v rovině.

1.5 PODMÍNKY EXPERIMENTU

Experiment bude prováděn v mateřské škole Loket. Bude probíhat v únoru roku 2021, při souvislé praxi, která potrvá 3 týdny. Experimentu se zúčastní 8 dětí ve věku 5-6 let. Zadané úkoly budou děti řešit individuálně, při ranních či odpoledních činnostech, aby byly dostatečně odpočaté.

1.6 POUŽITÉ METODY

Úkoly budou součástí integrovaného bloku *„Loučíme se se zimou“.* Experiment bude zaznamenáván fotografiemi a probíhat na základě řízeného pozorování, poté analyzován slovně a prostřednictvím tabulek.

1.7 TERMINOLOGIE

V experimentální části bude využíván jazyk, kterému bude dítě v předškolním věku rozumět.

1.8 PŘÍPRAVA EXPERIMENTU

1.8.1 OSNOVA SCÉNÁŘE EXPERIMENTU

1. Pozdrav s dětmi.
2. Podání základních informací o daném úkolu, motivace.
3. Zadání úkolu.
4. Řešení úkolu.
5. Zkontrolování úkolu.
6. Zhodnocení, pochvala, poděkování.

1.8.2 POMŮCKY

Pomůcky jsou uvedeny vždy u každého úkolu.

1.8.3 AKTIVITY

Úkol č. 1: **Střešní tašky** (permutace v rovině)

Pomůcky: papírové domy, tašky (6x zelená taška, 6x modrá taška, 6x žlutá taška, 6x papírový dům) (obr. č. 22)

Motivace: Pepík s Emičkou potřebují opravit střechu, tento rok čekají velkou zimu a neradi by, aby jim do baráčku zatýkalo. K opravě mají připravené tři různobarevné tašky (zelenou, modrou, žlutou). Pomůžeš jim střechu opravit? Jakými různými způsoby se dají tašky uspořádat?

Zadání: Na střechu papírových domečků dítě umisťuje tašky tří barev. Dítě dostane za úkol přiložit tašky na střechu (prázdné políčko). Jeho úkolem je přijít na to jakými různými způsoby je možné tašky poskládat.

Obr. č. 22: Domečky (foto autor)

Úkol č. 2: **Výlet** (permutace v prostoru)

Pomůcky: tři židle, tři plastové hračky (medvěd, žirafa, slon)

Motivace: Medvěd, žirafa a slon jedou na výlet autobusem. V autobuse jsou tři poslední místa. Jakými různými možnostmi se můžou zvířátka za sebou posadit?

Zadání: V místnosti rozmístíme tři židle, dítě na rozmístěné židle umisťuje plastové hračky. Úkolem dítěte je přijít na to, jakými možnostmi se mohou zvířata usadit. (obr. č. 23)

Obr. č. 23: Zvířátka v autobuse (foto autor)

Úkol č. 3: **Svíčky** (variace v prostoru)

Pomůcky: kvádry z modelíny (4x červený kvádr, 4x zelený kvádr, 4x modrý kvádr)

Motivace: Každý advent se pálí jedna svíčka, co si takhle nějaké vyrobit? Máme tři vosky- červený, zelený a modrá. Jakými různými způsoby si můžeme vyrobit svíčky, pokud se jedna svíčka bude skládat ze dvou různobarevných pruhů?

Zadání: Dítě má k dispozici barevné kvádry z modelíny, jeho úkolem je sestavit různými způsoby svíčky, které jsou tvořeny dvěma barvami. (obr. č. 24)

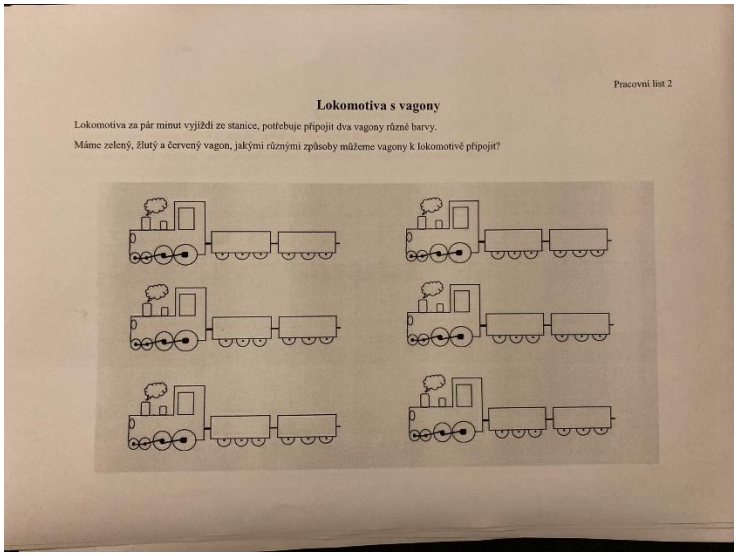
Obr. č. 24: Svíčky (foto autor)

Úkol č. 4: **Lokomotiva a vagony** (variace v rovině)

Pomůcky: pracovní list, pastelky (zelená, žlutá, červená) (obr. č. 25)

Motivace: Lokomotiva za pár minut vyjíždí ze stanice, potřebuje připojit dva vagony různé barvy. Máme zelený, žlutý a červený vagon, jakými různými způsoby můžeme vagony k lokomotivě připojit?

Zadání: Dítě dostane pracovní list s předkreslenými šesti vlaky, jeho úkolem je vybarvit vagony různými způsoby.



Obr. č. 25: Lokomotiva a vagony (foto autor)

Úkol č. 5: **Obchod s ovocem** (kombinace v prostoru)

Pomůcky: Ovoce (4x jablko, 4x mandarinka, 4x banán, 4x pomeranč) (obr. č. 26)

Motivace: Víš, kdo je paní prodavačka? Pojďme si na ní zahrát. Co by mohla taková prodavačka prodávat? Ovoce - jablko, banán, pomeranč a mandarinku. Tři zákazníci by si rádi koupili nějaké ovoce, ale každý by si přál něco jiného. Jak ovoce rozdáš?

Zadání: Dítě manipuluje s ovocem a kombinuje je tak, aby se objednávky neopakovaly.

Obr. č. 26: košík s ovocem (foto autor)

Úkol č. 6: **Jídelní lístek** (kombinace v rovině)

Pomůcky: obrázky jídel (12 obrázků – 4 druhy jídla třikrát) (obr. č. 27)

Motivace: V restauraci kuchaři připravují večeři. Co mají uvařit? Večeře se musí skombinovat ze tří pokrmů, aby si každý mohl vybrat. Rozhodují se mezi čtyřmi jídly: gulášová polévka, kuřecí maso se salátem, rizoto nebo dort. Nemůžou se rozhodnout, která jídla by byla ta nejlepší. Pomůžete jim? Jakými způsoby mohu jídelníček vytvořit?

Zadání: Dítě manipuluje s obrázky jídel a hledá co nejvíce možností jak skombinovat jídelní lístek.

Obr. č 27: Obrázky jídel (foto autor)

1.8.4 KRITÉRIA HODNOCENÍ

Za splněný úkol budu považovat:

- ✓ Úkol č. 1: Pokud dítě samostatně správně umístí barevné tašky na prázdné plochy s maximálně dvěma chybami (dvě chybné střechy).
- ✓ Úkol č. 2: Pokud dítě samostatně usadí zvířata, alespoň čtyřmi různými způsoby.
- ✓ Úkol č. 3: Pokud dítě samostatně najde alespoň čtyři různé kombinace svíček.
- ✓ Úkol č. 4: Pokud dítě samostatně správně vybarví vagony s maximálně dvěma chybami.
- ✓ Úkol č. 5: Pokud dítě samostatně zvládne každému zákazníkovi vytvořit jednu objednávku, tak aby se žádná z objednávek neopakovala.
- ✓ Úkol č. 6: Pokud dítě samostatně vytvoří alespoň tří různé jídelní lístky.

EXPERIMENTÁLNÍ ČÁST

1.9 PRŮBĚH EXPERIMENTU

Experiment byl proveden v únoru 2021 na vzorku 8 dětí vybrané mateřské školy. Každé dítě bylo pozorováno jednotlivě ve svém přirozeném prostředí mateřské školy a pracovalo na zadání individuálně. Experiment probíhal dle předem připraveného scénáře. Úkoly experimentu, zpracovala autorka sama.

1.10 VÝBĚR ZKOUMANÉHO VZORKU

1.10.1 CHARAKTERISTIKA MATEŘSKÉ ŠKOLY

Mateřská škola Loket se nachází na Tyršovo náměstí ve městě Lokti. Je umístěna v jednopatrové budově, kterou nalezneme v centru staré části města. Ke škole patří také menší zahrádka, kterou děti využívají ke sportovním aktivitám, hrám i k relaxaci. V přízemí školy se nachází jídelna s výdejnou, šatny a místnosti pro personál. Přízemí a horní patro spojuje velké schodiště, které slouží k výstavám dětských výrobků. Horní patro tvoří dvě třídy, které jsou členěné na herní, pracovní centra, odpočinková místa i rušnější pohybové aktivity, dále umývárna, toalety, ložnice, kabinet a ředitelna. Obě třídy jsou heterogenní, jsou v nich umístěny děti od tří do šesti let. Škola pracuje podle Rámcového vzdělávacího programu pro předškolní vzdělávání. Školní vzdělávací program „Jaro, léto, podzim, zima ve školce je vždycky príma“, upřednostňuje především hru a prožitkové učení.

1.10.2 CHARAKTERISTIKA DĚTÍ

Charakteristika dětí byla provedena za pomoci paní učitelky, které byly po předchozí domluvě upřesněny dané okruhy k podání informací: věk dítěte, počet sourozenců, docházka do MŠ a stručná charakteristika dítěte (komunikace, schopnosti odpovídající věku, určí počet předmětů nad/pod 10).

Kačenka

5,5 let, jeden sourozenec, soustavná docházka do MŠ, dobrá výslovnost, velmi komunikativní (s dětmi i dospělými), pohybově nadaná, určí počet předmětů nad 10, schopnosti odpovídající věku.

Péťa

5 let, jeden sourozenec, soustavná docházka do MŠ, dobrá výslovnost, dobrá komunikace, nevyslovuje Ř, často nevydrží u hry, při činnostech vyrušuje, určí počet předmětů do 10, schopnosti odpovídající věku.

Daneček

6 let, bez sourozenců, v poslední době docházka do MŠ nepravidelná, v komunikaci lehce ostýchavý, nikdy nevyvolává konflikty, je milý, přátelský, neumí Ř, určí počet předmětů nad 10, schopnosti odpovídající věku.

Hyneček

5,5 let, jeden sourozenec, dochází do MŠ nepravidelně, pouze na dopoledne, má dobrou výslovnost, ke hře vyhledává mladší děti, raději si hraje než by se učil, při plnění úkolů je nejistý, určí počet předmětů nad 10, schopnosti odpovídající věku.

Julinka

5,5 let, jeden sourozenec, docházka do MŠ pravidelná, má dobrou výslovnost, při komunikaci bez zábran, slabší výtvarný projev, špatně stříhá papír, chování dobré, špatně reaguje, určí počet předmětů nad 10, schopnosti odpovídající věku.

Eliška

5,5 let, jeden sourozenec, soustavná docházka do MŠ, velice špatná výslovnost, mluví agramaticky, komunikuje s kamarádem, s oblíbenou učitelkou částečně, v kontaktu s cizím člověkem slovně téměř nekomunikuje, zadání úkolů chápe a správně plní, hezky kreslí, je pohybově zdatná, určí počet předmětů do 10, schopnosti odpovídající věku.

Vašík

6 let, jeden sourozenec, do MŠ dochází pravidelně, dobrá výslovnost, dobrá komunikace, je spolehlivý, samostatný, manuálně zručný, rád se učí, určí počet předmětů nad 10, schopnosti odpovídající věku.

Jaroušek

6 let, jeden sourozenec, soustavná docházka do MŠ, dobrá komunikace, horší výslovnost, nevysloví ř, sykavky umí, ale v běžném hovoru je vyslovuje nesprávně, v některých

oblastech nadprůměrně snaživý, soutěživý, určí počet předmětů nad 10, schopnosti odpovídající věku.

1.11 SCÉNÁŘ EXPERIMENTU

Úkol č. 1: Střešní tašky

„Mám tu pro tebe připravených šest domečků, na každé střeše domečku chybí tři tašky, pomůžeš je Pepíkovi a Emičce doplnit?

Vedle domečků leží vždy tři různobarevné tašky, poznáš, jaké barvy to jsou?

Ano, zelená, žlutá a modrá. Zkusíš tašky doplnit?

Ale dávej pozor, pořadí tašek se na střechách nesmí opakovat, pokaždé musí být jiné.

Hotovo?

Výborně, zvládl/a jsi to dobře. / Nevadí, zkusíme to ještě jednou společně.“

Úkol č. 2: Výlet

„Podívej, mám tu připravená tři plyšová zvířátka, poznáš, jaká to jsou?

Ano, medvěd, žirafa a slon. Zvířátka jedou na výlet autobusem, před námi jsou připravené tři židličky. Zkusíš pomoct zvířátkům najít co nejvíce možností jak se posadit?

Jakým zvířátkem začneme?

Slonem, dobře. Vezmi si tedy slona a posaď ho na jednu ze židlí, to stejné udělej s ostatními zvířátky, dávej ale pozor, každé zvířátko musí mít svou židličku.

Mohou se posadit ještě jinými způsoby?

Výborně, zvládl/a jsi to dobře. / Nevadí, zkusíme to ještě jednou společně.“

Úkol č. 3: Svíčky

„Mám tady připravené kvádry z modelíny, zkusíme si z nich vyrobit svíčky, nebudou to opravdové svíčky, které se dají zapálit, ale budou krásně barevné, zkusíš si to?

Zvládneš pojmenovat barvičky, které před sebou vidíš?

Ano, správně. Červená, zelená a modrá.

Máme tedy tři barvičky, z kterých si postavíme svíčky, ale má to háček. Každá svíčka se může skládat pouze ze dvou barviček, které se nesmí opakovat. Zkusíš si to?

Kolik různých svíček si vyrobil/a?

Výborně, zvládl/a jsi to dobře. / Nevadí, zkusíme to ještě jednou společně."

Úkol č. 4: Lokomotiva a vagony

„Už jsi někdy jel/a vláčkem?

Víš, z jakých částí se vláček skládá?

Ano, skládá se z lokomotivy a vagonků./ Nevadí, skládá se z lokomotivy a vagonků.

Podívej se, na stolečku je pracovní papír s obrázky lokomotivy a vagonků. Poznáš co je lokomotiva a co vagon?

Ukážeš mi to, prosím?

Výborně. / Nevadí, lokomotiva je vepředu a táhne vagonky za sebou, tady (ukážu na obrázku)

Tady máš tři pastelky, různé barvy. Jaké barvy to jsou?

Ano, červená, zelená a žlutá.

Tvým úkolem je vybarvit vagonky tak, aby každá lokomotiva táhla jinak barevné vagonky. Zkusíš to?

Výborně, zvládl/a jsi to dobře. / Nevadí, zkusíme to ještě jednou společně."

Úkol č. 5: Obchod s ovocem

„Víš, co dělá takový/á pan/í prodavač/ka?

Ano, něco prodávají. Mám tady připravený košík, co v něm mám?

Ano, ovoce. Zkusíš ho správně pojmenovat?

Správně. / Nevadí, pomůžu ti.

Abychom si mohli zahrát na paní prodavačku, potřebujeme nějaké zákazníky. Vybrala jsem dinosaura, medvěda a slona. Každý z nich by si rád nakoupil, ale každý by si přál něco jiného. Jak ovoce rozdáš?

Mohl/a bys vytvořit ještě jinou objednávku?

Výborně, zvládl/a jsi to dobře. / Nevadí, zkusíme to ještě jednou společně.“

Úkol č. 6: Jídelní lístek

„Byl/a jsi někdy v restauraci?

Pamatuješ si, co jsi měl/a dobrého? /Ne? Nevadí, jaké je tvé nejoblíbenější jídlo?

Zkusíme si zahrát na kuchaře, kteří vaří v restauraci pro spousty lidí. Nebudeme vařit, ale zkusíme naplánovat jídelní lístek, který je také velice důležitý. Zkusíš si to?

Před sebou vidíš obrázky čtyř různých jídel, poznáš, která jídla to jsou?

Ano, správně.

Víš, co je to jídelní lístek?

Ano. / Nevadí, jídelní lístek může být například papír nebo menší knížka, z které si vybíráš jídlo nebo pití které si chceš dát.

Zkus sestavit co nejvíce jídelních lístků, které se budou skládat ze tří jídel, vždy si dej například takhle tři jídla k sobě, ty budou tvořit jeden jídelníček, ano?

Pozor každý jídelníček musí být jiný.

Ještě jednou si to pro jistotu zopakujeme, ano?

Vždy vybereš tři jídla na obrázcích a dáš je k sobě, zkusíš najít co nejvíce možností jak jídelní lístek sestavit a na žádném z lístků nesmí být tři stejná jídla nebo se opakovat stejné kombinace jídel.

Výborně, zvládl/a jsi to dobře. / Nevadí, zkusíme to ještě jednou společně.“

1.12 VYHODNOCENÍ EXPERIMENTU

1.12.1 VYSVĚTLIVKY K TABULKÁM

Spolupráce

S – dítě spolupracovalo, komunikovalo (odpovídalo na otázky)

N – dítě nespolupracovalo, nekomunikovalo (neodpovídalo na otázky)

S/N – dítě částečně spolupracovalo (odpovídalo jen na některé otázky)

Popis

Z – dítě zvládlo popsat pomůcky, které se nacházely před ním

N – dítě nezvládlo popsat pomůcky, které se nacházely před ním

Postup

R – rychlý (do 3 minut)

P – pomalý (nad 3 minuty)

Práce

A – okamžitá práce

B – chvilka váhání

C – dlouhé váhání

D - chvilka váhání v průběhu činnosti

E – dlouhé váhání v průběhu činnosti

Hodnocení

S – úkol splněn

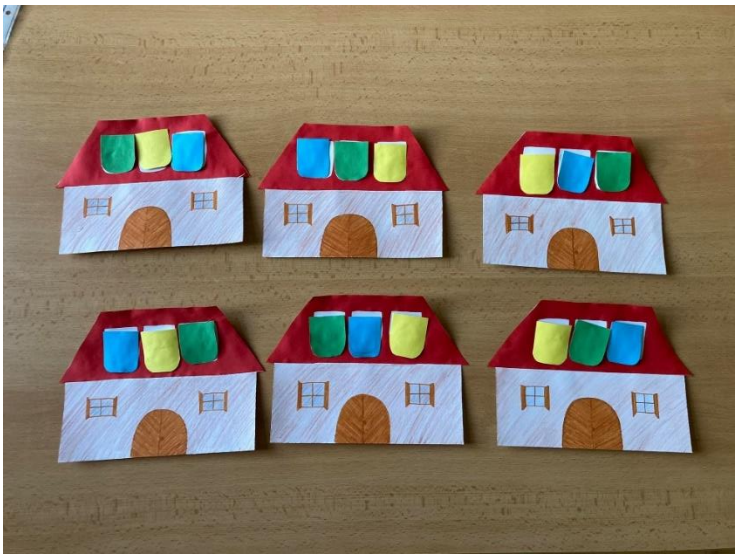
N – úkol nesplněn

1.12.2 ÚKOL Č. 1: STŘEŠNÍ TAŠKY

Jméno	Spolupráce S/N	Popis Z/N	Postup R/P	Práce A/B/C/D/E	Počet chyb (max. 2)	Hodnocení S/N
Kačenka	S	Z	R	B	3	N
Péťa	S	Z	R	A	2	S
Daneček	S	Z	R	A	1	S
Hyneček	S/N	Z	R	B	1	S
Julinka	S	Z	R	C	1	S
Eliška	S	Z	R	A	2	S
Vašík	S	Z	R	A	0	S
Jaroušek	S	Z	R	A	0	S

Tab. č. 1: Střešní tašky

Úspěšnost řešení *Úkolu č. 1* byla 87,5%, úkol nebyl splněný pouze jedním dítětem a to Kačenkou, která udělala 3 chyby. Kačenka při plnění činnosti lehce váhala, byla nesoustředěná, po každém tahu stříškou se na mě otočila a očekávala alespoň lehké pobídnutí k tomu, zda udělala správný tah či ne. Děti spolupracovaly po celou dobu činnosti, pouze Hyneček po dokončení činnosti přestal komunikovat, nechtěl odpovědět ani na otázku, zda si myslí, že jsou všechny domečky rozdílné. Zeptala jsem se tedy jinak: „Jsou tyto dvě střechy stejné?“ poté odpověděl: „ano“. Všechny děti dokázaly popsat pomůcky, které se nacházely před nimi, pět dětí začalo pracovat okamžitě, dvě děti na začátku chvíli váhaly, Julinka váhala dlouho. Dvě děti splnily úkol bez jakékoliv chyby, tři děti se dopustily jedné chyby, dvě děti dvou chyb a Kačenka chybovala třikrát. (obr. č. 28, tab. č. 1)



Obr. č. 28: Domečky s taškami (foto autor)

1.12.3 ÚKOL Č. 2: VÝLET

Jméno	Spolupráce S/N	Popis Z/N	Postup R/P	Práce A/B/C/D/E	Počet nalezených způsobů usazení (min. 4)	Hodnocení S/N
Kačenka	S	Z	R	A	6	S
Péťa	S	Z	R	A	5	S
Daneček	S	Z	R	A	4	S
Hyneček	S	Z	R	B	5	S
Julinka	S	Z	R	A	5	S
Eliška	S	Z	R	A	4	S
Vašík	S	Z	R	A	5	S
Jaroušek	S	Z	R	A	5	S

Tab. č. 2: Výlet

Úspěšnost řešení *Úkolu č. 2* byla 100%. Děti spolupracovaly bez problému po celou dobu činnosti. Všechny děti dokázaly popsat pomůcky, které se nacházely před nimi, sedm dětí začalo pracovat okamžitě, Hyneček na začátku chvíli váhal. Překvapilo mě, že tato činnost byla velice úspěšná i přesto, že si děti musely pamatovat, jakými způsoby zvířata

usazovaly, jen u dvou dětí se po čtvrté změně stalo, že způsob usazení zopakovaly. Po mém upozornění usazení zvířat změnily. Kačenka úspěšně dokončila úkol s nejvyšším počtem nalezených možností pro usazení zvířat, tudíž šest možností, pět dětí nalezlo pět možností a dvě děti nalezly čtyři možnosti, které stačily k úspěšnému splnění činnosti. (obr. č. 29, tab. č. 2)

Obr. č. 29: Manipulace se zvířaty (foto autor)

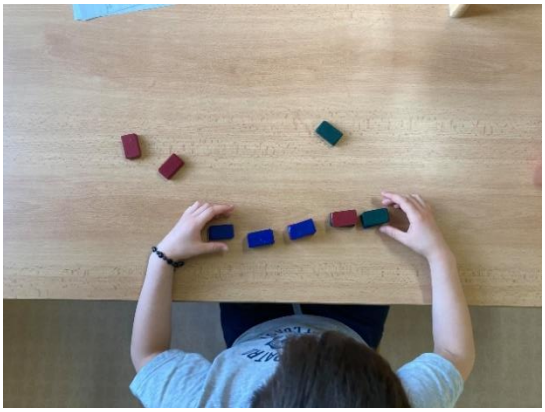
1.12.4 ÚKOL č. 3: SVÍČKY

Jméno	Spolupráce S/N	Popis Z/N	Postup R/P	Práce A/B/C/D/E	Počet nalezených kombinací (min. 4)	Hodnocení S/N
Kačenka	S	Z	R	B	6	S
Péťa	S	Z	R	D	6	S
Daneček	S	Z	R	A	6	S
Hyneček	S	Z	R	B	4	S
Julinka	S	Z	P	C	6	N
Eliška	S	Z	R	A	6	S
Vašík	S	Z	R	A	6	S
Jaroušek	S	Z	R	A	4	S

Tab. č. 3: Svíčky

Úspěšnost řešení *Úkolu č. 3* byla 87,5%. Děti plnily úkol bez problémů, až na Julinku, která si u tohoto úkolu nebyla jistá. Dlouho přemýšlela, u přemýšlení sledovala spíše třídu,

než aby sledovala pomůcky před sebou. Byla lehce nesoustředěná, potřebovala radu. Byla jí zopakováno zadání a pobídnutí k práci, poté se na dokončení úkolu bez dlouhého váhání pustila a obstojně i zakončila, tato druhá možnost již nebyla považována za úspěšné splnění úkolu. Všechny děti dokázaly popsat pomůcky, které se nacházely před nimi, čtyři děti začaly pracovat okamžitě, dvě děti na začátku chvíli váhaly, Julinka váhala delší dobu a Péťa váhal chvíli v průběhu činnosti. Až na Jarouška, našli všichni děti nejvyšší možný počet kombinací, jimž je šest. Jaroušek našel čtyři kombinace, které mu stačily k úspěšnému splnění činnosti. (obr. č. 30, obr. č. 31, tab. č. 3)



Obr. č. 30: Plnění úkolu svíčky (foto autor)

Obr. č. 31: Svíčky (řešení) (foto autor)

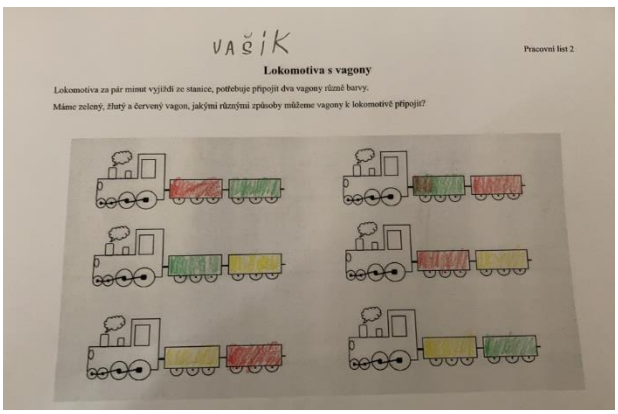
1.12.5 ÚKOL Č. 4: LOKOMOTIVA A VAGONY

Jméno	Spolupráce S/N	Popis Z/N	Postup R/P	Práce A/B/C/D/E	Počet chyb (max. 2)	Hodnocení S/N
Kačenka	S	Z	R	D	3	N
Péťa	S	Z	R	D	0	S
Daneček	S	Z	R	A	0	S
Hyneček	S	Z	R	A	1	S
Julinka	S	Z	R	D	2	S
Eliška	S	Z	R	A	0	S
Vašík	S	Z	R	A	0	S
Jaroušek	S	Z	R	A	1	S

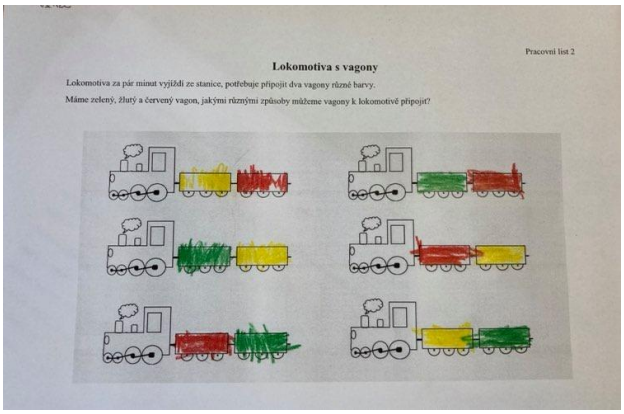
Tab. č. 4: Lokomotiva a vagony

Úspěšnost řešení *Úkolu č. 4* byla 87,5%, kde nesplnila úkol pouze Kačenka. U úkolu byla Kačenka lehce nesoustředěná, již po zadání úkolu se zeptal na otázku „Mám to tedy vybarvit barevně, nebo?“ i přesto že v zadání bylo řečeno, aby vagonky barevně vybarvila pomocí tří barev *(viz. 3.4 Scénář experimentu – úkol č. 4).* Výsledek její práce byl takový, že tři lokomotivy měly správně vybarvené vagony, zbylé tři se opakovaly. Dle pozorování Kačenky u práce si myslím, že její problém je v soustředěnosti, ovlivňuje ji spousta vlivů kolem i přesto, že každé dítě mělo stejné podmínky a úkol plnily v odlehlé třídě od ostatních dětí. Všechny děti dokázaly popsat pomůcky, které se nacházely před nimi, pět dětí začalo pracovat okamžitě, tři děti váhaly chvíli v průběhu činnosti. Čtyři děti splnily úkol bez jakékoliv chyby, dvě děti se dopustily jedné chyby, Julinka chybovala dvakrát a Kačenka třikrát.

U tohoto úkolu jsem byla příjemně překvapena, že úspěšnost byla tak vysoká a děti si s touto činností bez problému poradily. U dětí byly také viditelné rozdíly v jemné motorice, kdy například Péťa před zahájením úkolu poznamenal: „To je ale hodně vláčků“. Bylo to z toho důvodu, že mu vybarvování dalo velmi zabrat, úchop pastelky byl velice křečovitý, na pastelku tlačil, přehazoval si pastelku z pravé ruky do levé a naopak aby si odpočinul. Proto mu vybarvování trvalo trochu déle než ostatním dětem, ale na výsledek činnosti to nemělo žádný vliv. (obr. č. 32, obr. č. 33, tab. č. 4)



Obr. č. 32: Vláčky Vašík (foto autor)



Obr. č. 33: Vláčky Péťa (foto autor)

1.12.6 ÚKOL Č. 5: OBCHOD S OVOCEM

Jméno	Spolupráce S/N	Popis Z/N	Postup R/P	Práce A/B/C/D/E	Počet objednávek (min. 3)	Hodnocení S/N
Kačenka	S	Z	R	B	5	S
Péťa	S	Z	R	B	3	S
Daneček	S	Z	R	A	6	S
Hyneček	S	Z	R	B	3	S
Julinka	S	Z	R	B	3	N
Eliška	S	Z	R	A	4	S
Vašík	S	Z	R	A	3	S
Jaroušek	S	Z	R	A	6	S

Tab. č. 5: Obchod s ovocem

Úspěšnost řešení *Úkolu č. 5* byla 87, 5%. Děti plnily úkol rychle a bez problémů, až na Julinku, kdy bylo zapotřebí jen lehké pobídnutí k práci, zopakování zadání. Poté se do dokončení úkolu bez dlouhého váhání pustila a obstojně i zakončila, tato druhá možnost již nebyla považována za úspěšné splnění úkolu. Všechny děti dokázaly popsat pomůcky, které se nacházely před nimi, polovina dětí začala pracovat okamžitě, druhá polovina na začátku chvíli váhala. Nejvyšší počet objednávek našel Jaroušek a Daneček, našli šest objednávek, Kačenka našla objednávek pět, Eliška čtyři a zbylé čtyři děti našly objednávky tři. (obr. č. 34, tab. č. 5)

Obr. č. 34: Zákazníci s nákupy (foto autor)

1.12.7 ÚKOL č. 6: JÍDELNÍ LÍSTEK

Jméno	Spolupráce S/N	Popis Z/N	Postup R/P	Práce A/B/C/D/E	Počet jídelních lístků (min. 3)	Hodnocení S/N
Kačenka	S	Z	R	D	4	S
Péťa	S	Z	R	A	4	S
Daneček	S	Z	R	A	4	S
Hyneček	S/N	Z	R	D	4	S
Julinka	S	Z	R	E	4	S
Eliška	S	Z	R	A	4	S
Vašík	S	Z	R	A	4	S
Jaroušek	S	Z	R	A	4	S

Tab. č. 6: Jídelní lístky

Úspěšnost řešení *Úkolu č. 6* byla 100%. Při úkolu byly děti lehce váhavé, přesto úkol plnily bez větších problémů. Hyneček přestal po dokončení úkolu komunikovat, stejně jako u předešlé činnosti (viz. *Úkol č. 1*), svým výkonem si nebyl jistý a po otázce „Co myslíš, liší se všechny jídelní lístky, které jsi vytvořil?“, nebyl schopen odpovědět. Jsem toho názoru, že Hyneček byl při kontrole jeho práce lehce nejistý, bál se, že něco pokazí, proto se uzavřel do sebe a na položenou otázku nebyl schopný odpovědět. Snažila jsem se najít jiný způsob jak odvedenou práci s Hynečkem zkontrolovat. Nakonec jsme s mou dopomocí postupně každý jídelní lístek zkontrolovali a zjistili, že se všechny opravdu liší. Tato činnost

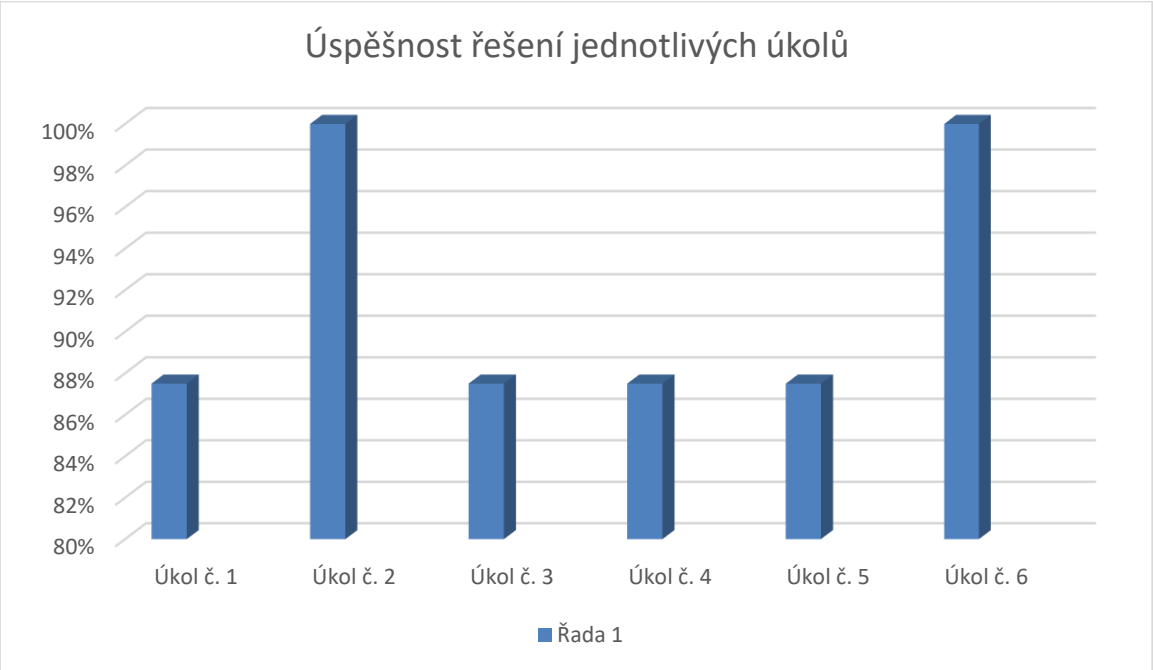
Obr. č. 34: Tvoření jídelních lístků (foto autor)

byla poslední a také nejúspěšnější, kdy všechny děti našly všechny možnosti pro sestavení jídelního lístku, tedy čtyři.

1.13 ZÁVĚREČNÉ VYHODNOCENÍ EXPERIMENTU

Na základě vyhodnocení jednotlivých úkolů bylo zjištěno:

1. 87,5% dětí z uvedeného vzorku, vyřešilo formou manipulace s obrázky úlohu na permutace v rovině.
2. 100% dětí z uvedeného vzorku, vyřešilo formou manipulace s hračkami úlohu na permutace v prostoru.
3. 87,5% dětí z uvedeného vzorku, vyřešilo formou manipulace s modelínou úlohu na variace v prostoru.
4. 87,5% dětí z uvedeného vzorku, vyřešilo formou grafického znázornění úlohu na variace v rovině.
5. 87,5% dětí z uvedeného vzorku, vyřešilo formou manipulace s předměty úlohu na kombinace v prostoru.
6. 100% dětí, z uvedeného vzorku, vyřešilo formou manipulace s obrázky úlohu na kombinace v rovině.



Graf č. 1: Úspěšnost řešení jednotlivých úkolů

Z *Grafu č. 1* je vidět, že děti nejlépe vyřešily *Úkol č. 2* a *Úkol č. 6,* jejichž úspěšnost řešení byla 100%. Úspěšnost řešení všech ostatních úkolů bylo 87,5 %.

Jak můžeme vidět dle tabulky (tab. č. 7) šest dětí splnilo všechny úkoly. Kačenka a Julinka měly u dvou rozdílných aktivit menší problémy. V tabulce můžeme zpozorovat i to, že jednoduší pro děti byly činnosti v prostoru, než činnosti v rovině.

Vysvětlivky k tabulce (tab. č. 7):

- ✓ úkol byl splněn

X úkol nebyl splněn

	Prostor			**Rovina**		
	Permutace – Úkol č. 1	**Variace** – Úkol č. 3	**Kombinace** – Úkol č. 5	**Permutace** – Úkol č. 2	**Variace** – Úkol č. 4	**Kombinace** – Úkol č. 6
Kačenka	X	✓	✓	✓	X	✓
Péťa	✓	✓	✓	✓	✓	✓
Daneček	✓	✓	✓	✓	✓	✓
Hyneček	✓	✓	✓	✓	✓	✓
Julinka	✓	X	X	✓	✓	✓
Eliška	✓	✓	✓	✓	✓	✓
Vašík	✓	✓	✓	✓	✓	✓
Jaroušek	✓	✓	✓	✓	✓	✓

Tab. č. 7: Přehled úspěšnosti dětí v úkolech

Během experimentu se ukázalo, že většina dětí v předškolním věku nemá téměř žádný problém řešit kombinatorické úlohy. Čas od času se některá z úloh nepovede, ale i tak splnily všechny úkoly velice obstojně i přes to, že tyto aktivity v mateřské škole, zařazují velice zřídka.

ZÁVĚR

Během studia na vysoké škole jsem zpracovávala několik semestrálních prací, ale žádná z nich nebyla tak časově a obsahově náročná jako je tato bakalářská práce.

Při volbě bakalářské práce jsem nepřemýšlela dlouho, za dobu studia jsem si předmět RMMŠ velice oblíbila, a proto jsem se rozhodla požádat paní doktorku Pěchoučkovou o její odborné vedení. Čímž jsem rozhodně neudělala chybu. Paní doktorka Pěchoučková byla velice trpělivá a snažila se vyhovět ve všem, co jen šlo.

Při volbě tématu jsem se moc nerozmýšlela a rovnou sáhla po kombinatorice. To byl kámen úrazu, předem jsem si nehledal publikace na internetu či knihovnách, abych si zjistila, zda budu mít dostatečné množství potřebné literatury. Proto když jsem s psaním bakalářské práce začínala, myslela jsem si, že nedám nic do kupy, natož ke kombinatorice vymyslet srozumitelné činnosti pro děti v mateřské škole. Postupem času co jsem informace shromažďovala, se psaní zrychlovalo a psalo se mnohem lépe.

Díky zpracovávání jsem získala spoustu nových poznatků, zkušeností, otestovala svou vytrvalost a dosáhla konečného cíle, který se z počátku zdál neuskutečnitelným. Zjistila jsem, že vše je možné a to i kombinatorika v mateřské škole, která mi přišla ze začátku naprosto nesmyslná.

Za všechen ten čas, který jsem strávila vyhledáváním literatury, která by se alespoň částečně dotýkala tohoto tématu či vymýšlením jednotlivých činností, které pro mě byly nejtěžším oříškem, jsem byla odměněna časem stráveným v MŠ Loket, kde jsem experiment uskutečňovala s dětmi, které byly neskutečně šikovné a pracovité. Bylo potěšení vidět snahu a nadšení dětí u řešení daných činností.

Ze zjištěných výsledků jsem došla k závěru, že většina dětí v předškolním věku dokáže využívat své logické myšlení v souvislosti s kombinatorickými úlohami, které se začíná rozvíjet zhruba s příchodem pátého roku dítěte. Mohla bych tvrdit, například i to, že chlapci jsou v logickém myšlení napřed či práce v rovině je jednodušší než práce v prostoru, ale vzhledem k tomu že jsem experiment prováděla jen v jedné MŠ a pouze s osmi dětmi, nemohu tvrdit, že tento výsledek je pravdivý, neboť výsledky, kterých jsem docílila v mém experimentu, nejsou plnohodnotné. Plnohodnotnými by mohly být

až tehdy, kdy by se experiment provedl s mnohem větším vzorkem dětí v různých mateřských školách, například v celém okrese.

RESUMÉ

Cílem bakalářské práce bylo sledování schopností dětí v MŠ v oblasti kombinatoriky. Bakalářská práce je rozdělena do tří částí. První část je teoretická, popisuje historii, základní pravidla a pojmy kombinatoriky, prvky kombinatoriky ve hrách a možné příklady činností v MŠ. Druhá část je metodologická, věnuje se metodám zjišťování zařazení kombinatorických činností do programu mateřské školy. Třetí část je experimentální, věnována experimentu. Zabývá se šesti experimenty věnované vybraným kapitolám kombinatoriky.

The goal of my bachelor thesis was to monitor young children in kindergarten in the field of combinatorics. The bachelor thesis itself is divided into three parts. The first part is theoretical – the theoretical part describes history, fundamental rules and terms from combinatorics, elements of combinatorics inside of games and possible instances of activities in kindergarten. The second part deals with methodology as well as with determining methods of the inclusion of combinatorial activities into the kindergarten program. Third part is mainly experimental, it deals with the experiment itself. It deals with the six experiments devoted to the selected chapters of combinatorics

SEZNAM LITERATURY

1. CALDA, Emil a Václav DUPAČ. *Matematika pro gymnázia: kombinatorika, pravděpodobnost, statistika*. 4. upr. vyd. Praha: Prometheus, 1999. Učebnice pro střední školy. ISBN 80-7196-147-7.
2. FUCHS, Eduard. *Diskrétní matematika pro učitele*. Brno: Masarykova univerzita, 2001. ISBN 80-210-2703-7.
3. KASLOVÁ, Michaela. Předmatematické činnosti v předškolním vzdělávání. Praha: Raabe, c2010. ISBN 978-80-86307-96-1.
4. MAREŠ, Milan. Příběhy matematiky: stručná historie královny věd. 2., rev. vyd. Příbram: Pistorius & Olšanská, 2011. ISBN 978-80-87053-64-5.

Internetové zdroje:

1. MuDisMat – Historie. [online]. [cit. 20.09.2020]. Dostupné z: http://xzagorov.webzdarma.cz/MuDisMat3/index.php?CisZal=3&file=&Kniha=1&CisKap=1
2. *Projekt - Přírodovědecká fakulta, Masarykova univerzita v Brně* [online]. Copyright © [cit. 20.09.2020]. Dostupné z: http://ucitele.sci.muni.cz/materialy/200_1.pdf

3. RVP PV leden 2018.pdf, MŠMT ČR. *MŠMT ČR* [online]. Copyright ©2013 [cit. 06.04.2021]. Dostupné z: https://www.msmt.cz/file/45304/

SEZNAM OBRÁZKŮ

OBR. Č. 1: KONFIGURACE „LO-ŠU“ VE STŘEDOVĚKÉM TEXTU 2
OBR. Č. 2: KONFIGURACE „ŘÍČNÍ MAPA“ 3
OBR. Č. 3: PASCAL BLAISE 6
OBR. Č. 4: GOTTFRIED WILHELM VON LEIBNIZ 6
OBR. Č. 5: JACOB BERNOULLII I. 7
OBR. Č. 6: EULER LEONHARD 7
OBR. Č. 7: OBCHOD S OVOCEM 13
OBR. Č. 8: OBCHOD S OVOCEM (ŘEŠENÍ) 13
OBR. Č. 9: PAPÍROVÉ OBLEČENÍ 14
OBR. Č. 10: OBLEČENÉ PANENKY 14
OBR. Č. 11: KOSTKY 15
OBR. Č. 12: VĚŽE 15
OBR. Č. 13: PRACOVNÍ LIST ANDULKA 16
OBR. Č. 14: ANDULKY (ŘEŠENÍ) 16
OBR. Č. 15: PENÁLY S PASTELKAMI 17
OBR. Č. 16: PENÁLY (ŘEŠENÍ) 17
OBR. Č. 18: KYTKY 18
OBR. Č. 19: KYTICE 19
OBR. Č. 20: BAREVNÍ CHLAPCI 19
OBR. Č. 21: DVOJICE CHLAPCŮ 20
OBR. Č. 22: DOMEČKY 23
OBR. Č. 23: ZVÍŘÁTKA V AUTOBUSE 24
OBR. Č. 24: SVÍČKY 25
OBR. Č. 25: LOKOMOTIVA A VAGONY 25
OBR. Č. 26: KOŠÍK S OVOCEM 26
OBR. Č 27: OBRÁZKY JÍDEL 26
OBR. Č. 28: DOMEČKY S TAŠKAMI 35
OBR. Č. 29: MANIPULACE SE ZVÍŘATY 36
OBR. Č. 30: PLNĚNÍ ÚKOLU SVÍČKY 37
OBR. Č. 31: SVÍČKY (ŘEŠENÍ) 37
OBR. Č. 33: VLÁČKY PÉŤA 38
OBR. Č. 32: VLÁČKY VAŠÍK 38
OBR. Č. 34: ZÁKAZNÍCI S NÁKUPY 39
OBR. Č. 34: TVOŘENÍ JÍDELNÍCH LÍSTKŮ 40

SEZNAM TABULEK

TAB. Č. 1: STŘEŠNÍ TAŠKY 39
TAB. Č. 2: VÝLET 35
TAB. Č. 3: SVÍČKY 36
TAB. Č. 4: LOKOMOTIVA A VAGONY 37
TAB. Č. 5: OBCHOD S OVOCEM 39
TAB. Č. 6: JÍDELNÍ LÍSTKY 40
TAB. Č. 7: PŘEHLED ÚSPĚŠNOSTI DĚTÍ V ÚKOLECH 42

SEZNAM GRAFŮ

GRAF Č. 1: ÚSPĚŠNOST ŘEŠENÍ JEDNOTLIVÝCH ÚKOLŮ 41

PŘÍLOHY

Volitelně se zde mohou nacházet přílohy.