ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI
FAKULTA PEDAGOGICKÁ
KATEDRA MATEMATIKY, FYZIKY A TECHNICKÉ VÝCHOVY

VYBRANÉ ÚLOHY MATEMATICKÉHO KLOKANA

DIPLOMOVÁ PRÁCE

Tomáš Dědek

Učitelství pro 1. stupeň základní školy

Vedoucí práce: Mgr. Jan Frank, Ph.D.

Plzeň, 2023

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci vypracoval samostatně s použitím uvedené literatury a zdrojů informací.

V Plzni dne ………………

………………………………………………………
vlastnoruční podpis

Chtěl bych poděkovat panu Mgr. Janu Frankovi, Ph.D., za jeho vedení, ochotu a důležité připomínky při sepisování mé práce.

OBSAH

ÚVOD

Diplomová práce se věnuje vybraným ročníkům a úlohám ze soutěže Matematický klokan. Zároveň se v práci věnuji problematice jiných matematických soutěží a jejich využití v učivu matematiky na 1. stupni základní školy. Snažím se vhodně vymezit učivo matematiky s přihlédnutím k nestandardním úlohám, které se v jednotlivých soutěžích objevují. Současně definuji pojem slovní úloha, klasifikuji různé typy úloh a snažím se provádět analýzu jednotlivých mnou řešených příkladů.

V praktické části mé práce jsem připravil dva pracovní listy, které mohou sloužit jako podklady pro mou budoucí praxi a mohou sloužit i jiným vyučujícím pro zjišťování úspěšnosti žáků při řešení nestandardních slovních úloh. Tyto pracovní listy jsem v rámci svého výzkumu nechal vyplnit žáky ve 2. – 5. ročníku základní školy, následně jsem je zanalyzoval a výsledky uvádím ve své práci. Cílem analýzy je určit úspěšnost žáků v jednotlivých úlohách jak v závislosti na zvoleném typu úlohy, tak v závislosti na ročníku, ve kterém se úloha objevila. Dále porovnávám získané výsledky s každoročně publikovanými celorepublikovými statistikami.

Poslední částí mé práce je vytvoření řešení různých úloh z Matematického klokana, tato řešení mohou posloužit i dalším vyučujícím jako sborník k nahlédnutí a pro inspiraci při zadávání slovních úloh v učivu matematiky. Věřím, že má práce bude moci být využita v mé budoucí praxi.

1 STRUČNÉ VYMEZENÍ POSTAVENÍ MATEMATIKY NA 1. STUPNI ZŠ

1.1 HISTORIE A VÝVOJ POČETNÍHO VYUČOVÁNÍ

V první kapitole bych chtěl vymezit postavení matematiky na prvním stupni základní školy jak z pohledu historického (myšleno vývoj a změny ve vzdělávacím procesu), tak z pohledu nynějšího (především cíle a zaměření vycházející z Rámcově vzdělávacího programu pro základní vzdělávání).

Nejdříve zahájím drobným historickým okénkem, aby se čtenář mohl seznámit s cíli výuky v době do roku 1930. *„Až do 18. století se početní vyučování omezovalo pouze na základní početní výkony. Metodickým východiskem byla německá početnice, kterou napsal Adam Riese (1492 – 1559). Počítání bylo zcela mechanické podle naučených pravidel. Místo početnic používali učitelé jen ručně opisované texty.“* (Divíšek, 1989 str. 11). Tímto krátkým odstavcem zahajuje Divíšek svou knihu Didaktika matematiky a díky ní si dokážeme lépe představit situaci, která byla v době minulé a je pro nás alespoň částečným náznakem, jak bychom nechtěli, aby probíhala výuka matematiky i ve 21. století.

K větší změně dochází až v průběhu 30. let 19. století, kdy Fridrich Wilhelm Adolf Diesterweg klade za cíl vzdělání pro praktický život. Následuje období, ve kterém se řeší otázky vyučování, vytváření pojmů (číslo, početní operace) a vše se propojuje i po pedagogicko-psychologické stránce. Následně pokračuje názorné vyučování, které učitel A. W. Grube (1816 – 1884) využívá v tzv. číselných obrazcích. Bohužel se jako nedostatek projevuje přílišná náročnost s rostoucí hodnotou probíraného čísla. Z toho důvodu se následně využívá pouze v oboru do 10 nebo do 20 (Divíšek, 1989 stránky 11, 12).

Pokračuje období začátku 20. století, kdy se objevují a využívají nové metody – metoda čítací (přidávání k číslům po jedné[1]), metody umělé (členění čísel na obory 1 – 20, 20 – 100, 100 – 10 000, logické uspořádávání), metody přirozené (podřizování empirickým poznatkům a vycházení z vědomostí a zkušeností dětí), didaktické hry aj. Zastánci metod přirozených byli kritizováni nejen z důvodů usnadňování výuky, ale i kvůli opoře u školské správy (Divíšek, 1989 str. 13).

[1] Zde můžeme vidět nápadnou podobnost s Peanovou množinou, kde se také využívá následovníků k jejímu vystavení.

Výsledek snažení v obou metodách byl ucelen a objasněn Janem Zlámalem v knize Počty a měřictví v novodobé národní škole. Prosazoval názor, že škola by neměla jen napodobovat život a práci dospělých (případně mimoškolní život dětí), protože tím by se nedostala ze stupně primitivní výchovy. Proto dospěl k závěru, že by škola měla *„mít vlastní systém metod (umělých) a při nich využívat přirozené podněty ze života."* (Divíšek, 1989 str. 14).

Pro zajímavost uvedu některé tehdejší (počátek 20. století) výchovně vzdělávací cíle: *„Jistota a obratnost v ústním i písemném řešení praktických početních úloh z domácího a občanského života. Poměrná spolehlivost v odhadech a měření, […] vytváření návyku soustavného uvažování, rozvíjení chápavosti a výcvik v nejpotřebnějších denních výpočtech a měřeních."* (Divíšek, 1989 stránky 14, 15).

V období let konce 20. let 20. století do roku 1948 (kdy došlo ke změně zákona č. 95 Sb.) se vyučovalo za pomoci behavioristické psychologie (která byla přinesena především z USA) a označujeme jej jako reformní hnutí. Roku 1933 došlo ke změně učebních osnov, podle kterých se učilo až do roku 1948. Z využívaných metod můžeme zdůraznit např. metody globální (odmítání analyticko-syntetické metody, vštěpování návyků v jejich finální podobě), proti ní stála metoda řízeného objevování a uplatnění transferu[2] (Divíšek, 1989 stránky 15, 16). *„Reformní hnutí vedlo nakonec k povrchnímu mechanistickému osvojování poznatků bez potřeby hlubšího porozumění, k metodikaření a k diferenciaci dětí podle schopností."* (Divíšek, 1989 str. 16).

Roku 1948 jsou vydány nové osnovy, které se liší formou, obsahem i rozložením učiva. Východiskem jsou manipulace, znázornění a modelování. Žáci jsou více vedeni k samostatnosti a jsou nově formulovány vzdělávací cíle: *„Vychovávat k přesnému, logickému a kritickému myšlení, k pořádku, k hospodárnosti, k úctě k práci a k jejímu správnému hodnocení i k porozumění účelně a plánovité hospodářské výstavby naší lidově demokratické republiky. Vést žáky k pozorování a k chápání číselných vztahů v jejich okolí. […] Řešení slovních úloh zabíralo asi polovinu vyučovacího času."* (Divíšek, 1989 str. 18).

[2] Za transfer označujeme přenos naučených zásad, případně vědomostí, z jedné oblasti do druhé a jejich vzájemné propojování.

V dubnu roku 1959 vydal Ústřední výbor KSČ usnesení O těsném spojení školy se životem. Došlo k úpravě obsahu a metod práce. Následně byl 15. 12. 1960 přijat nový školský zákon, v němž byly cíle formulovány takto: *„Žák má získat základní vědomosti a dovednosti v aritmetice a přitom má být seznamován s hospodářskými jevy svého okolí a má se naučit získávat potřebné praktické údaje; požadavek polytechnického vzdělání se realizuje v dovednosti měřit a rýsovat i v řešení praktických úloh; rozvíjení logického myšlení se provádí v systematickém a plánovitém řešení úsudkových úloh; učit přesnosti, kritičnosti, houževnatosti a pomáhat utvářet prvky vědeckého názoru a komunistické morálky.“* (Divíšek, 1989 stránky 18, 19).

Roku 1983 jsou vydány nové učební osnovy a platí až do roku 1989. Formulovány jsou takto: *„Vybavit žáky logicky utříděnou strukturou poznatků, které tvoří základ budoucího odborného vzdělání. Tato struktura by měla být postupně doplňována a v oblasti potřeb a zájmů žáka pohotově aplikabilní. Vybavit žáky vhodnou nazírací formou, která by umožnila postihnout a řešit běžné praktické problémy efektivními matematickými metodami. […] Umožnit mladé generaci přístup k ovládnutí moderní techniky a bohatství vědy, která se dnes bez hlubokých matematických znalostí neobejde v žádné oblasti.“* (Divíšek, 1989 str. 20).

1.2 ZAVEDENÍ RVP A ŠVP

K dalším změnám dochází roku 1990, který přináší novelu školského zákona (č. 171/1990 Sb.), kdy je např. zrušena „jednotná“ škola a je zavedena možnost diferenciace výuky podle schopností a zájmu dětí; bylo zrušeno ustanovení o povinnosti jednotné ideové orientace výchovy a vzdělávání (MŠMT).

Jeden z nejvýznamnějších kroků přichází s novelou školského zákona v roce 2004, který přináší především zavedení rámcově vzdělávacích programů a školních vzdělávacích programů. Těmto dokumentům se budu věnovat v následujících odstavcích, protože z nich vychází většina mé práce (tedy metody a formy výuky, případně druhy řešení mnou vybraných úloh matematického klokana).

Zaměření oblasti „Matematika a její aplikace“ je jasně uvedeno v Rámcově vzdělávacím programu pro základní vzdělávání (2021): *„[…] je založena především na aktivních činnostech, které jsou typické pro práci s matematickými objekty a pro užití matematiky* *v reálných situacích. Poskytuje vědomosti a dovednosti potřebné v praktickém životě, a umožňuje tak získávat matematickou gramotnost.“* (EDU)

Dále je potřeba vytnout citaci, která je přímo vodítkem k tématu a zaměření mé práce, dovolím si ji zdůraznit: *„**Důležitou součástí matematického vzdělávání jsou Nestandardní aplikační úlohy a problémy**, jejichž řešení může být do značné míry nezávislé na znalostech a dovednostech školské matematiky, ale při němž je nutné uplatnit logické myšlení. Tyto úlohy by měly prolínat všemi tematickými okruhy v průběhu celého základního vzdělávání. Žáci se učí řešit problémové situace a úlohy z běžného života, pochopit a analyzovat problém, utřídit údaje a podmínky, provádět situační náčrty, řešit optimalizační úlohy. Řešení logických úloh, jejichž obtížnost je závislá na míře rozumové vyspělosti žáků, posiluje vědomí žáka ve vlastní schopnosti logického uvažování a může podchytit i ty žáky, kteří jsou v matematice méně úspěšní.“* (EDU)

Z cílů vzdělávání, které pomohou uzavřít krátké uvedení do problematiky bych vybral tyto: „žák *řeší a tvoří úlohy, ve kterých aplikuje a modeluje osvojené početní operace, […] řeší jednoduché praktické slovní úlohy a problémy, jejichž řešení je do značné míry nezávislé na obvyklých postupech a algoritmech školské matematiky.“* (EDU)

Poslední uvedený cíl vychází přímo z kapitoly Nestandardní aplikační úlohy a problémy, které jsou cíleně určeny i v RVP. Z toho důvodu přikládám velikou důležitost nejenom „klasickým, školním,“ slovním úlohám, ale je potřeba využívat i jiné zdroje na netradiční úlohy, aby u žáků docházelo k rozvoji logického myšlení mimo rovinu školské matematiky. K tomuto mají školy vymezený prostor i ve svých školních vzdělávacích programech a díky tomu je možnost žáky zapojovat do různých matematických soutěží, jako jsou např. Matematická olympiáda, Matematický klokan, Pythagoriáda, Pangea, Mezinárodní matematická soutěž Vojtěcha Jarníka aj. Některým soutěžím a jejich historii se budu věnovat v následující kapitole.

1.3 SLOVNÍ ÚLOHY

1.3.1 VYMEZENÍ POJMU

Než se dostanu k hlavní části mé práce, považuji za nutné vymezit mezi základní mnou používané pojmy i slovní úlohy; jejich klasifikaci, definici a typologii. Nejprve uvedu některé definice z odborné literatury, na které jsem při svém výzkumu narazil a které mi přišly nejvíce srozumitelné a uchopitelné.

„Za slovní úlohu budeme považovat takovou úlohu, která obsahuje nějaký kontext (který může být reálný, pseudoreálný či imaginární) a v níž jsou některé numerické údaje dány a jiné se hledají. Úloha obsahuje jeden nebo více úkolů (ve formě otázek nebo imperativních vět), které lze splnit za pomoci těchto numerických údajů, vztahů mezi nimi, které řešitel vyvodí ze zadání, a řešitelových znalostí a zkušeností, včetně mimoškolních. Úkolem žáka je situaci/příběh matematizovat, tj. (a) určit, které prvky budou vyjádřeny matematickými symboly, (b) zjistit, jakou, resp. Jaké operace bude nutné s těmito prvky provádět a v jakém pořadí, aby bylo nalezeno řešení problému (adekvátní odpověď na položenou). Řešení je následně třeba ověřit, protože mnohé slovní úlohy sugerují více možností matematizace, kdy tvůrce úlohy vědomě postupuje opačným směrem, než očekává od žáka, který bude úlohu řešit.“ (Vondrová, 2019 str. 15) U této definice se mi líbí, že problém není určen přímo praktickou zkušeností, ale může být i imaginární, protože ve vyšším věku se žáci ve škole (na 2. stupni základní školy, případně na střední škole) setkávají i s problémy, které nemusí být nutně z reálného života.

Jiná definice říká toto: *„Slovními úlohami bývají nazývány úlohy aritmetické nebo algebraické, formulované slovy, nikoliv matematickými symboly, nebo úlohy z praxe, jejichž řešení vyžaduje rozřešení aritmetické nebo algebraické úlohy. Geometrické úlohy se obvykle nepokládají za slovní úlohy.“* (Vyšín, 1962 str. 107) Uvedené vymezení pojmu opět vhodně poukazuje na to, že nutností slovní úlohy není řešit příklad z praxe, ale jedná se o slovně formulovaný matematický problém.

S těmito definicemi budu nadále pracovat a při použití pojmu slovní úloha bude myslet slovně formulovaný matematický problém.

Důležité je také doplnit cíl slovních úloh, uvedu jedenu z možností: *„Cílem učiva o slovních úlohách je naučit žáky řešit tyto úlohy matematicky. To ovšem předpokládá nejprve daný reálný problém umět formulovat jako aritmetickou nebo algebraickou úlohu a tu pak matematicky řešit. […] Z didaktického hlediska musíme hlavní cíl učiva o slovních úlohách vidět ne ve správných odpovědích nebo výsledcích, ale především ve schopnosti daný* *problém – reálný nebo verbálně formulovaný – formulovat matematicky."* (Divíšek, 1989 str. 123)

1.3.2 KLASIFIKACE SLOVNÍCH ÚLOH

Abychom mohli klasifikovat slovní úlohy, je potřeba provést rozdělení z více úhlů pohledu (v různých rovinách). Nejprve je možno typy úloh rozdělit podle počtu operací na jednoduché (s jednou početní operací) a složené (s více početními operacemi). Složené úlohy bývají složitější a kladou vyšší nároky na krátkodobou paměť řešitelů. (Vondrová, 2019 stránky 62, 63)

Pokud bych měl uvést další dělení jednoduchých úloh, použil bych nejprve rozdělení pro aditivní úlohy: (i) change problems (úlohy změny), (ii) combine problems (slučovací), (iii) compare problems (porovnávací) (Riley, a další, 1984 stránky 159, 160)

Ke každému typu úlohy nyní pro pochopení rozdělení uvedu jednoduchý příklad:

(i) Jenda má 3 kuličky. Poté mu Jirka přidal dalších 5 kuliček. Kolik kuliček má Jenda nyní?

(ii) Jenda má 3 kuličky. Jirka má 5 kuliček. Kolik kuliček mají dohromady?

(iii) Jenda má 3 kuličky. Jirka má 5 kuliček. O kolik kuliček má Jirka více než Jenda?

V uvedené literatuře je připojen ještě jeden typ úlohy (iv) equalizing (změna a porovnání dohromady). Tento typ úlohy by mohl vypadat takto:

(iv) Jenda má 3 kuličky. Jirka má 5 kuliček. Kolik kuliček Jenda potřebuje, aby měl stejně jako Jirka?

Uvedu ještě rozdělení multiplikativních slovních úloh podle Smidta a Wernera, kteří rozdělují úlohy na a) ntý násobek množství (tyto úlohy jsou ještě dále děleny na další podtypy), b) kombinatorické násobení, c) násobení operátorů, d) násobení ve vzorci. (Smidt, a další, 1995)

Z dalších kategorií slovních úloh můžeme uvést slovní úlohy s antisignálem[3], typové slovní úlohy (o pohybu, o společné práci, o směsích). Dále můžu zmínit neúplně vymezené slovní

[3] Antisignálem se rozumí taková informace v textu slovní úlohy, která navádí řešitele k využití opačné operace. (Vondrová, 2019 str. 63)

úlohy, slovní úlohy s různou mírou autenticity, slovní úlohy proti toku času. (Vondrová, a další, 2015 stránky 29 - 31)

2 SHRNUTÍ VÝZNAMNÝCH MATEMATICKÝCH SOUTĚŽÍ NA ÚZEMÍ ČR

V dalším textu se budu věnovat klasifikaci pár matematických soutěží, které se organizují na území České republiky. Vybral jsem pouze takové soutěže, které mají širší spektrum řešitelů. Nejdříve stručně uvedu charakteristiku matematických soutěží a soutěžních úloh.

2.1 CHARAKTERISTIKA MATEMATICKÝCH SOUTĚŽÍ

Význam slova soutěž můžeme nalézt ve výkladovém slovníku, objevují se zde dvě možné odpovědi: 1. situace, ve které dva nebo více lidí nebo skupin se snaží dostat něco, co nemůže mít každý, 2. událost, které se lidé účastní, aby zjistili, kdo je nejlepší v určité činnosti. Z tohoto vyplývá, že pomocí soutěže můžeme nejenom získat odměnu (ať již ve formě diplomu, či nějaké fyzické ceny), ale zároveň ji můžeme použít jako didaktický nástroj, kdy učitel může diagnostikovat různé schopnosti a potence žáků. Pomocí reflexe a návodných otázek dokážeme vést žáky k zamyšlení nad daným problémem, rozvíjet u nich logické myšlení a po společné analýze vytvoříme prostor pro diskusi. Jistě je pro učitele přínosné i zajímavé vyslechnout si zajímavá žákovská řešení úloh, vést žáky k argumentaci a získávat zpětnou vazbu. (Nováková, 2016 stránky 56, 57).

Dalším aspektem, který můžeme zmínit, je fakt, že v matematických soutěžích se mohou u žáků projevit dispozice, které nejsou zcela zřetelné při klasické, školní matematice. Může dojít k obojí odchylce, žáci, kteří jsou úspěšní v běžné matematice mohou nesprávně řešit soutěžní úlohy a obráceně, žáci, kteří nemusí ve školní matematice zcela vynikat, budou řešitelé úspěšní. Pokud pomineme statistickou odchylku, můžeme takto získané informace využít k následné individuální práci se žáky, rozvíjet u nich logické predispozice, zaměřit se na opakující se chybovost a vést je k práci s textem.

Většinu mnou uvedených soutěží můžeme označit pojmem výkonové. Snažíme se podnítit studenty k většímu nasazení, k rozšiřování poznatků z různých oblastí matematiky a úlohy nemusí nutně vždy využívat školní učivo matematiky. Mohou se objevit i úlohy s delším logickým řetězením dílčích kroků a rozbor úloh bývá hlubší než u běžných školních úloh. (2002 stránky 76 - 80)

2.2 MATEMATICKÁ OLYMPIÁDA

„Matematická olympiáda je nejstarší předmětová soutěž v České republice. Je určena žákům základních a středních škol a víceletých gymnázií. V matematické olympiádě klademe důraz především na správný postup řešení úlohy a jeho vysvětlení. Soutěžící se tedy zdokonalují nejen v počítání, používání matematických znalostí a dovedností, analytickém myšlení, logice a systematičnosti, ale také ve vysvětlování, formulování svých myšlenek a předkládání nezpochybnitelných argumentů. Řešení, které obsahuje jen správný výsledek bez postupu, je obvykle hodnocené nejvýše polovinou bodů.“ (Matematická olympiáda)

Matematickou olympiádu vyhlašuje Ministerstvo školství, mládeže a tělovýchovy ČR, aktuálně probíhá již 72. ročník této soutěže. Soutěž probíhá v několika kategoriích a odlišuje žáky věkově; nerozlišuje základní školy a víceletá gymnázia, řešitelé mají díky tomu možnost porovnat se i napříč tímto spektrem.

Soutěž nejdříve začíná domácím kolem, ve kterém žáci řeší úlohy samostatně bez časového limitu, ze 6 zadaných úloh stačí přinést 4 správná řešení a řešitel postupuje do dalšího kola. Následují další kola (školní, okresní, krajské, celostátní). V případě kategorie A postupuje 6 nejúspěšnějších řešitelů do Mezinárodní matematické olympiády. Jednotlivá kola postupně zvyšují obtížnost zadaných úloh.

2.3 PANGEA

Pangea je relativně mladá matematická soutěž zaměřená na žáky základních škol, konkrétně se jedná o 4. až 9. ročníky. První ročník soutěže proběhl v roce 2013 a od té doby se každý rok opakuje; zúčastňují se základní školy i víceletá gymnázia. (Pangea) Soutěž vznikla v roce 2007 v Německu a doposud se připojilo 22 evropských zemí. (Pangea)

Témata úloh jsou vždy volena uceleně a věnují se předem danému tématu (především společenskovědní a přírodovědné obory). Soutěž se dělí na 2 kola – školní a finálové. Zajímavou možností je plnit školní kolo online, finále poté probíhá v Praze. (Pangea) Soutěž pořádá Meridian matematický spolek. (Pangea)

2.4 MATEMATICKÝ KLOKAN

Soutěž Matematický klokan, která je hlavním předmětem mé diplomové práce, má historii již v počátcích 80. let 20. století. Australský učitel Peter O'Halloran vytvořil nový druh soutěžní hry, který spočíval ve výběru z více odpovědí, a tudíž bylo možné tyto archy se správnými odpověďmi opravovat strojově. Díky této inovaci se soutěže mohli zúčastnit tisíce žáků. Tento úspěch byl následnou inspirací pro tvorbu Matematické klokana v dnešní podobě. (Math Kangaroo)

V roce 1991 zorganizovali 2 francouzští učitelé (André Deledicq, Jean Pierre Boudine (Math Kangaroo) soutěž, kterou na počest učitele ze Sydney pojmenovali Matematický klokan. Zajímavostí je, že soutěž nebyla určena pro nejtalentovanější žáky, ale snažila se přiblížit matematiku běžným žákům. Nejspíš to může být důvodem, proč se tak rychle rozšířila i do okolních států. O rok později se soutěže zúčastnili žáci z Běloruska, Maďarska, Nizozemí, Polska, Rumunska a Španělska. (Nováková, 2016 str. 58)

Největší úspěch a rozmach nastal v roce 1994, kdy ve Štrasburku byla ustanovena soutěž „Kangourou sans frontières" se sídlem v Paříži. Byla formulována pravidla a ustaveny jednotlivé kategorie (Ècolier, Benjamin, Cadet, Junior, Student, od roku 2011 také Pre-ècolier). Byl zvolen první prezident asociace a následně se soutěž dostala i do mimoevropských zemí. V roce 2015 se soutěže zúčastnilo více než 6 milionů soutěžících ze 60 zemí 4 kontinentů. (Nováková, 2016 str. 59)

Celá soutěž probíhá individuálně a obsahuje vždy 24 úloh s časovým limitem 60 minut. Úlohy jsou uspořádány podle obtížnosti (za 3, 4 a 5 bodů, každá úroveň obtížnosti obsahuje právě 8 úloh). Každý soutěžící má na začátku 24 bodů, maximální možný počet získaných bodů je 120. Při chybně vybrané odpovědi ztrácí soutěžící 1 bod, při nevybrání žádné odpovědi žádné body nezíská ani neztrácí a při správné odpovědi získá počet bodů odpovídající dané obtížnosti. (Nováková, 2016 str. 60)

Pokud bych měl vytknout některé výhody či odlišnosti soutěže Matematický klokan, jistě je potřeba zmínit její zajímavé pojetí v pohledu na výběr úloh. Soutěž se nesnaží cílit na typické školní úlohy (mohli bychom je nazvat učebnicové), ale cílí na rozvahu a originální pojetí každého řešitele. Cílem není věrně dodržet předem naučený postup, ale rozvíjí žáky i v primárně matematických aspektech, které vedou k řešení úlohy. Takové nestandardní úlohy vedou žáky k experimentování, ke snaze řešit úlohy metodou pokus – omyl a motivují žáky k inovativním postupům. (Nováková, 2016 stránky 60, 61) Z mého pohledu tento badatelský přístup některým žákům chybí, a právě touha objevovat a zkoušet nové, nezažité věci je hlavním motivem pro soutěž. Z toho důvodu by úlohy z Matematického klokana měly být zařazovány i do běžné výuky, aby žáci výše popsané pocity mohli zažít bez ohledu na přihlášení se do soutěže.

Další výhodou soutěže je zaměření se na cílovou skupinu žáků, protože (jak z historie soutěže, i z jejích hlavních stanov vyplývá) umožňuje zapojení všech žáků nehledě na jejich výsledky a předpokládá vysokou účast žáků i s průměrnými, případně podprůměrnými výsledky. (Nováková, 2016 str. 60)

Co se týče historie soutěže na území České republiky, tak první ročník se konal 23. března 1995 ve spolupráci Jednoty českých matematiků a fyziků, Katedry matematiky Pedagogické fakulty Univerzity Palackého v Olomouci a Katedry algebry a geometrie Přírodovědecké fakulty Univerzity Palackého v Olomouci. Na rozdíl od jiných států probíhá od roku 2005 také kategorie Cvrček.[4] Tato kategorie se liší počtem úloh, obsahuje jich pouze 18 (čas na řešení i bodové rozhraní je stejné jako u vyšších kategorií). (Nováková, 2016 str. 61)

Zajímavostí je také to, že *„od roku 1997 je Matematický klokan oficiální soutěží zařazenou mezi soutěže podporované MŠMT ČR. Soutěž se dotuje příspěvky MŠMT ČR a JČMF, které pokrývají náklady na organizaci i ceny pro vítěze jednotlivých kategorií. Účast v soutěži je – na rozdíl od převážné většiny účastnických zemí – pro všechny české účastníky bezplatná. … Česká republika se v počtu účastníků nachází na předním místě jak v absolutních, tak zejména v relativních (v přepočtu na počet obyvatel) počtech soutěžících v celosvětovém měřítku.“* (Nováková, 2016 str. 61)

[4] Jak bylo zmíněno výše, tato kategorie se v mezinárodním měřítku objevila poprvé až v roce 2011.

3 ANALÝZA VYBRANÝCH ROČNÍKŮ MATEMATICKÉHO KLOKANA

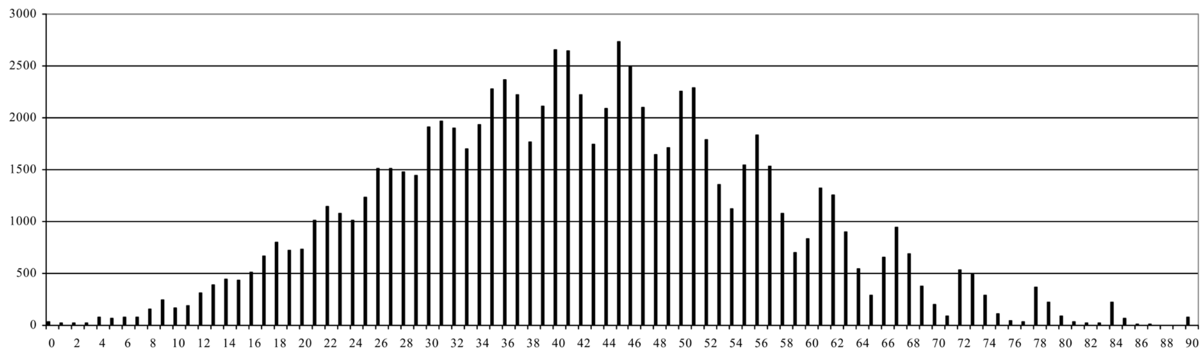
Pro svou analytickou část práce jsem zvolil 2 ročníky, které se budu snažit porovnat a analyzovat po obsahové stránce. Zvolil jsem ročníky 2013 a 2022, které dělí 10 let tvorby a vývoje této soutěže. Při analýze ročníků budu vycházet z veřejně dostupných informací (úspěšnost, bodové zisky) a dále se pokusím rozlišit úroveň obtížnosti těchto dvou ročníků. Budu pracovat pouze s úlohami, které svou kategorií odpovídají žákům 1. stupně základní školy (kategorie Cvrček a Klokánek).

3.1 ROČNÍK 2013

3.1.1 KATEGORIE CVRČEK

Kategorie obsahuje celkem 18 úloh (po šesti úlohách ve třech obtížnostech). Z těchto úloh je celkem 8 zaměřených na aritmetiku (úlohy č. 1, 2, 3, 4, 7, 8, 11, 14), 4 úlohy jsou z oblasti planimetrie (úlohy č. 5, 9, 12, 15), 2 úlohy ze stereometrie (úlohy č. 10, 17), 2 úlohy na logické uvažování (úlohy č. 6, 13) a zbylé 2 úlohy propojují oblast planimetrie a aritmetiky (úlohy č. 16, 18)

Po nahlédnutí do statistik (Matematický klokan) můžeme získat celková data v úspěšnosti žáků. Bohužel sborníky nenabízí úspěšnost v jednotlivých úlohách, ale jsou uvedeny pouze celkové počty bodů.



Graf č. 1: výsledky v kategorii Cvrček, ročník 2013

Vidíme, že graf splňuje normální rozdělení a nedochází k neočekávaným odchylkám. Graf obsahuje zajímavé skupiny u některých počtů bodů, je to způsobeno tím, že některé bodové kombinace jsou více časté než jiné.

Průměrný bodový zisk byl 41,9 bodů. Celkový počet řešitelů byl 86 011 žáků.

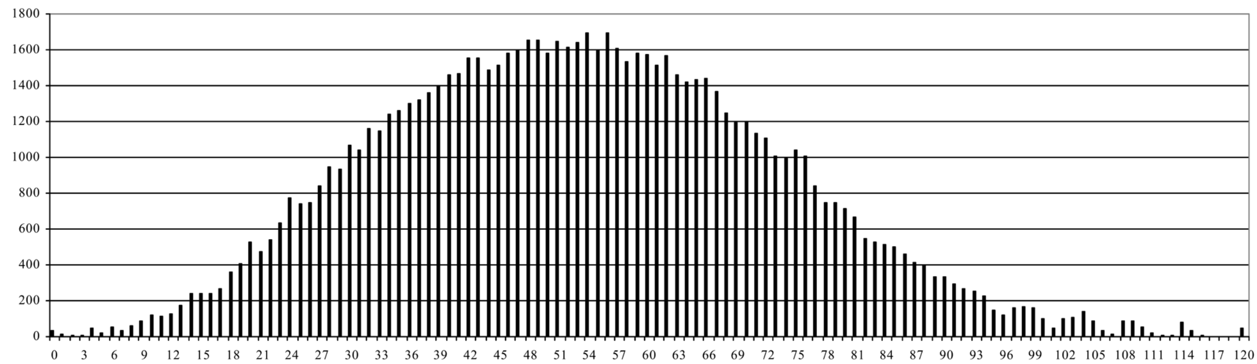
Můžeme prohlásit, že soutěž je rozdělena dle zastoupení očekávaných výstupů žáků 3. ročníku základní školy, viz (EDU). Obtížnost jednotlivých úloh graduje a zároveň úlohy postupně pokrývají více oblastí matematiky současně.

Další komentáře k řešení úloh a různé didaktické poznámky uvádím v závěrečné kapitole mé práce v rámci vzorového řešení jednotlivých úloh.

3.1.2 KATEGORIE KLOKÁNEK

Kategorie obsahuje celkem 24 otázek (po 8 otázkách ve třech obtížnostech). Zaměřeny jsou následujícím způsobem: 14 úloh na téma aritmetika (úlohy č. 1, 2, 5, 6, 7, 10, 11, 12, 14, 16, 18, 19, 21, 23), 7 úloh z oblasti planimetrie (úlohy č. 4, 8, 9, 15, 17, 22, 24) a 3 úlohy na logické uvažování (úlohy č. 3, 13, 20). Některé úlohy jsou navrženy takovým způsobem, aby zasahovaly do více oblastí matematiky a tím rozvíjejí u žáků všestrannost a snahu o pochopení komplexnosti problému.

Ze statistik (Matematický klokan) opět můžeme zjistit, že zisk celkového počtu bodů opět splňuje normální rozdělení, ale medián se objevuje u hodnoty 53, tedy lehce pod polovinou bodů.



Graf č. 2: výsledky v kategorii Klokánek, ročník 2013

Kategorie opět vhodně zastupuje veškeré oblasti, které by žáci měli zvládat ke konci 5. ročníku. Bližší rozdělení je uvedeno v závěrečné kapitole v rámci vlastního řešení úloh.

Průměrný bodový zisk byl 53,4 bodů. Celkový počet řešitelů byl 86 065 žáků.

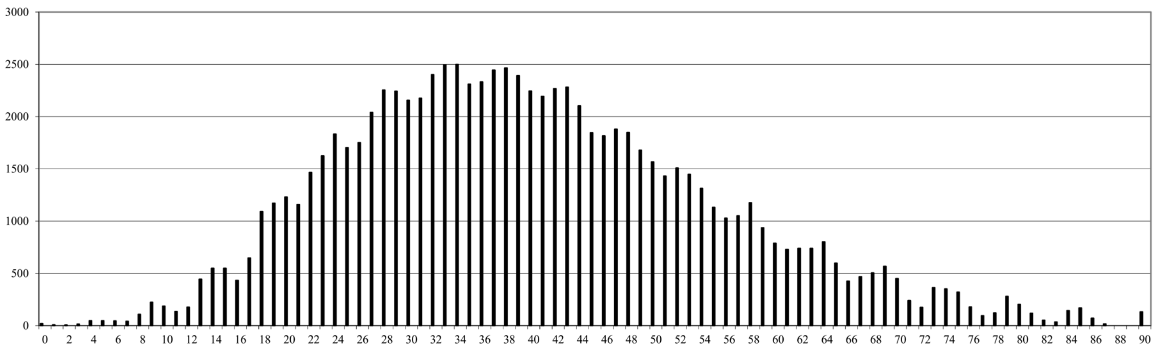
3.2 ROČNÍK 2022

3.2.1 KATEGORIE CVRČEK

Kategorie obsahuje celkem 18 úloh (po šesti úlohách ve třech obtížnostech). Z těchto úloh jsou celkem 3 zaměřeny na aritmetiku (úlohy č. 11, 15, 16), 7 úloh je z oblasti planimetrie (úlohy č. 1, 2, 5, 9, 13, 14, 17), 2 úlohy ze stereometrie (úlohy č. 7, 10), 5 úloh na logické uvažování (úlohy č. 3, 4, 6, 12, 18) a 1 úloha je na algoritmizaci (úloha č. 8).

Pozorujeme, že aritmetika je upozaděna, více se objevují úlohy na orientaci v rovině, resp. na logické uvažování a nově se objevuje algoritmizace.

Využijeme statistiku (Matematický klokan) pro získání většího nadhledu.



Graf č. 3: výsledky v kategorii Cvrček, ročník 2022

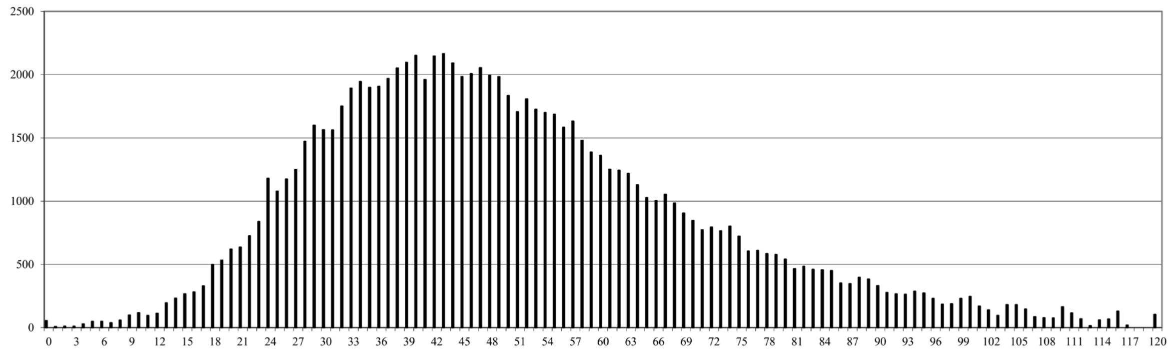
Výsledky jsou oproti normálnímu rozložení více posunuty směrem k nižším bodovým ziskům, průměrný zisk byl 40,11 bodů. Celkový počet řešitelů byl 89 494 žáků.

3.2.2 KATEGORIE KLOKÁNEK

Kategorie obsahuje celkem 24 otázek (po 8 otázkách ve třech obtížnostech). Zaměřeny jsou následujícím způsobem: 8 úloh na téma aritmetika (úlohy č. 5, 7, 8, 10, 12, 15, 18, 22), 7 úloh z oblasti planimetrie (úlohy č. 2, 13, 14, 17, 20, 21, 24), 4 úlohy ze stereometrie (úlohy č. 4, 9, 16, 19), 4 úlohy na logické uvažování (úlohy č. 3, 6, 11, 23) a 1 úloha je na algoritmizaci (úloha č. 1). Některé úlohy jsou navrženy takovým způsobem, aby zasahovaly do více oblastí matematiky.

Můžeme si povšimnout úbytku úloh z oblasti aritmetiky a přibyly úlohy ze stereometrie a na algoritmizaci.

Po prohlédnutí statistik (Matematický klokan) můžeme data interpretovat.



Graf č. 4: výsledky v kategorii Klokánek, ročník 2022

Vidíme, že zisky bodů jsou opět posunuty blíže k nižším hodnotám. Průměrný bodový zisk byl 50,15 bodů. Celkový počet řešitelů byl 96 572.

3.3 POROVNÁNÍ ROČNÍKŮ 2013 A 2022

Po analýze můžeme provést porovnání obou ročníků. Již jsem zmínil změněné zastoupení jednotlivých úloh, autoři soutěže se snaží více upozadit aritmetické problémy; předpokládám, že k tomuto jevu dochází z důvodu řešení nestandardních úloh, aritmetické problémy jsou pro žáky více běžné a v rámci soutěže se po žácích chce, aby řešili úlohy, které jim nejsou tolik známé. Zároveň vidíme, že se nově objevují algoritmizační problémy (úvod do programování). Tento jev sleduje nové trendy ve školství, do výuky se zapojuje programování; žáci pracují s Ozoboty, beruškami apod., z toho důvodu se nejspíš autoři vydali touto cestou.

Negativní jev, který můžeme vypozorovat v obou kategoriích, je ten, že klesá celkové průměrné hodnocení žáků. Je to vidět jak z grafů, tak i z průměrných bodových zisků. Ztráta se pohybuje mezi 2,2 % – 2,5 %. Ačkoliv se nejedná o nikterak velké číslo, rozhodně ho v rámci vysokého počtu řešitelů nemůžeme považovat za statistickou odchylku. Obávám se, že k tomuto trendu mohlo dojít jak vinou zavření škol v průběhu pandemie Covid-19, tak i změnou v rozložení úloh. Přesto statistika jasně vypovídá o tom, že žáci měli nižší bodové zisky.

V obtížnosti jednotlivé ročníky odpovídají očekávaným výstupům, nemyslím si, že by některé úlohy výrazně překračovaly úroveň žáků v jednotlivých ročnících základní školy. Oba ročníky mají obdobně obtížné úlohy, ale pouze jsou v jiném zaměření.

Pokud bychom chtěli porovnat extrémní hodnoty, tak můžeme pozorovat rapidní nárůst řešitelů s plným počtem bodů v kategorii Cvrček. V roce 2013 bylo 74 řešitelů zcela úspěšných, v roce 2022 bylo takových žáků již 132. Pozorujeme nárůst o 78,4 %. Celkový počet řešitelů přitom vzrostl pouze o 4 %.

V kategorii Klokánek dochází k podobnému jevu, rok 2013 – 46 žáků s plným počtem, rok 2022 – 104 žáků bez chyby. Narůst úspěšných žáků byl o 126,1 % při vzrůstu celkového počtu řešitelů o 12,2 %.

Tento jev vypovídá o rozdělení žáků ve třídách, můžeme prohlásit, že se v současné době vyskytuje ve školství více žáků nadaných, ale paradoxně průměrné zisky byly nižší, tedy se objevuje i více žáků podprůměrných. Pouze tím můžeme potvrdit současný stav, kdy se více prohlubují rozdíly mezi žáky v jednotlivých třídách.

4 PRACOVNÍ LIST A ANALÝZA ZÍSKANÝCH VÝSLEDKŮ

Při tvorbě pracovních listů jsem čerpal ze Sborníků Matematického klokana dostupné na webových stránkách soutěže.[5] Používal jsem pouze úlohy dané kategorie pro žáky 2. – 5. ročníků a kombinoval jsem více ročníků dohromady. Také jsem se snažil vybírat takové ročníky, které žáci nemohli vidět při loňské případně letošní účasti. Zachoval jsem formátování, odpovědi i obrázky, pouze jsem přepsal text zadání, aby výsledný pracovní list vzhledem k rozrastrování textu nevypadal nepříjemně pro oči. Veškerá má řešení úloh jsou autorská, ověřoval jsem pouze výsledek.

4.1 PRACOVNÍ LIST PRO ŽÁKY 2. A 3. ROČNÍKŮ

Pro pracovní list pro žáky ze 2. a 3. tříd (kategorie Cvrček) jsem volil 8 úloh – 3 za 3 body a 3 za 4 body, zbylé 2 jsou ze skupiny za 5 bodů. Snažil jsem se, aby vybrané úlohy zasahovaly do co největšího počtu oblastí matematiky, a zároveň, aby byly pro žáky přijatelné (obsahují obrázky a s výjimkou jedné úlohy nejsou příliš abstraktní). Pracovní list včetně řešení je uveden v příloze.

4.1.1 VZOROVÉ ŘEŠENÍ PRACOVNÍHO LISTU PRO ŽÁKY 2. A 3. ROČNÍKŮ

Nyní bych se chtěl věnovat mému vzorovému řešení pracovního listu, který jsem také vložil do přílohy mé práce. V celém řešení jsem používal barvy pro odlišení mých poznámek od originálního textu, předpoklad je ten, že tímto způsobem bych postupoval i se žáky, tedy jsem pro řešení pracovního listu zvolil spíše metodicky-didaktický postup než jen vzorové řešení. Každou úlohu se pokusím okomentovat a krátce se věnovat úvahám, jakým způsobem jsem při tvorbě očekával, že budou žáci při plnění úkolů postupovat, stejně tak se pokusím poukázat na mnou odhadované nejčastější chyby žáků.

Úloha 1: při řešení úkolu jsem použil 2 barvy každou znázorňující jednu ze zadaných podmínek v zadání úlohy. Modrou barvou jsem vyznačil podmínku pro méně než 7 puntíků a zelenou barvou jsem vyznačil více než 5 puntíků. Se žáky bych postupoval stejně (nejprve bych vysvětlil pojmy méně než a více než – daný interval neobsahuje hraniční bod) a následně jim vysvětlil, že musí být splněny obě podmínky zároveň (mohl bych zmínit pojem průnik). Správná odpověď je A. Při žákovském řešení očekávám chyby v mylném

[5] https://matematickyklokan.net/index.php/sborniky

pochopení významu méně než a více než; myslím, že někteří omylem započítají i hranici daného intervalu. Další možná chyba je podle mého názoru splnění pouze jedné podmínky a vynechání druhé.

Úloha 2: barevně jsem odlišil každou část provázku, která je přerušena střihem nůžek. Se žáky bych také postupoval tímto způsobem, na interaktivní tabuli bych fixem obtahoval čáru provázku a při přestřižení bych zmínil, že v tuto chvíli provázek končí, protože je přerušen střihem nůžek. Společně bychom spočítali 5 kusů, správná odpověď je A. Myslím, že při řešení žáky může dojít k nepochopení rozstřižení provázku (tedy označení přerušovanou čarou), případně špatně spočítají jednotlivé kusy, kdy některé mylně spojí v jeden.

Úloha 3: při řešení jsem ve všech mracích označil všechna čísla menší než 7 (se žáky bych opět zopakoval význam tohoto slovního spojení) a poté jsem vybral jediný mrak, který byl složen pouze z daných čísel. Správná odpověď je D. U žáků očekávám 2 možné chyby: započítání čísla 7 do daného intervalu nebo mylné pochopení menší než a nahrazení za větší než.

Úloha 4: v obrázku jsem modře označil veškeré černé trojúhelníky a následně zeleně čtverce. Se žáky bych nejdříve zopakoval pojmy trojúhelník a čtverec a upozornil na barevné označení tvarů v zadání. Dále bych určil, který obrázek splňuje obě podmínky (opět průnik) a zaměřil se také na méně než 4. Správná odpověď je E. U žáků očekávám chybu v barevném rozlišení (nebudou respektovat podmínku černého trojúhelníku, případně tuto podmínku vztáhnou i na čtverce) nebo může opět nastat chyba v pojmu méně než (vybrání krajního bodu intervalu).

Úloha 5: tato úloha mi subjektivně přišla nejtěžší, protože žáci musí velice abstraktně přemýšlet nad výsledným tvarem složeného papíru a nad počtem kusů po odstřižení. Při řešení se žáky bych použil kus papíru a výsledný počet kusů jim ukázal, při vysvětlování bych zmínil, kolik konců papíru jsem odstřihl, tedy kolik částí z papíru odpadne. Správná odpověď je B. U této úlohy očekávám vysokou chybovost, především v mylných úvahách (např. kolikrát přehnu papír, tolik musím mít při přestřihnutí kusů; při jednom střihnutí mohu dostat pouze 2 kusy). Druhá možnost je ta, že někteří žáci si sklady na papíru názorně vyzkouší a poté výsledek zjistí správně.

Úloha 6: do obrázku jsem pouze označil taková místa u kterých nedochází k dotyku, se žáky bych také začal zaplňovat krabici s vajíčky postupně a tak, aby se jednotlivá vajíčka nedotýkala. Správná odpověď je C. U žáků očekávám chybu v mylné představě dotyku diagonálně položených vajec.

Úloha 7: tato úloha mi nepřišla náročná, ale přesto myslím, že kvůli špatné intuici žáků bude docházet k vysoké chybovosti. U této úlohy nemám vypsaný postup, píši jej sem: nejdříve zjistíme, kolik je potřeba sirek na sestavení prvního domu (6). Následně spočítáme, kolik sirek musíme přidat, abychom postavili další dům (5) a takto postupujme až do počtu 10. V tuto chvíli záleží na zdatnosti každého řešitele, vzorovou matematizaci problému bych viděl takto: $P = 6+9\cdot 5 = 51$. Správná odpověď je B. U žáků očekávám chybu v mylné představě o počtu sirek v domě (*první se skládá ze 6 sirek, každý další také* → $6\cdot 10 = 60$). Další možná chyba je v numerickém řešení, výpočet obsahuje více čísel.

Úloha 8: při řešení úlohy bych se žáky postupoval pomocí osové symetrie, kterou bych na interaktivní tabuli překresloval přímo do obrázku (stejně jako v mém vzorovém řešení). Upozornil bych je na převracení tvaru trojúhelníku a také na změnu pořadí způsobenou svislým převrácením. Správná odpověď je B. U žáků očekávám chybu v převracení trojúhelníku a dále možná při změně pořadí prvků po druhém překlopení.

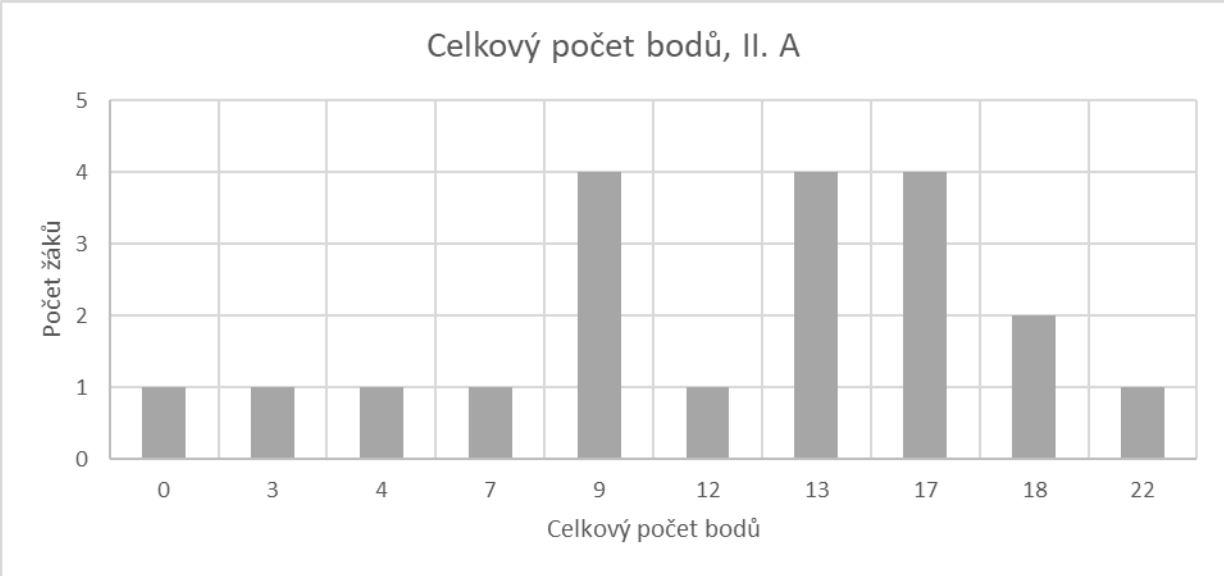
4.1.2 ZÍSKANÉ VÝSLEDKY OD ŽÁKŮ A JEJICH ANALÝZA

Pracovní list jsem měl možnost zadat na Základní škole Karlovy Vary, Konečná 25, příspěvková organizace; mého výzkumu se zúčastnily 3 třídy v kategorii Cvrček, konkrétně třídy II. A, II. B, III. B. Žáci dostali pokyny od svých třídních učitelů, na rozdíl od řešení Matematického klokana v rámci soutěže se jim při řešení nestrhávaly body při špatné odpovědi a na začátku měli všichni žáci shodně 0 bodů. K tomuto jsem přikročil vzhledem ke skutečnosti, že se jednalo o pracovní list zadávaný v průběhu běžné výuky a po konzultaci s vyučujícími jsem se rozhodl nedávat body do začátku. Dále budu uvádět výsledky v jednotlivých třídách i celkově za kategorii.

V různých grafech budu po kategoriích uvádět informace zjistitelné ze žákovských prací, konkrétně celkový počet bodů, úspěšnost v úlohách podle obtížnosti, úspěšnost v ročnících, ze kterých jsem čerpal úlohy a počet správných odpovědí v jednotlivých otázkách.

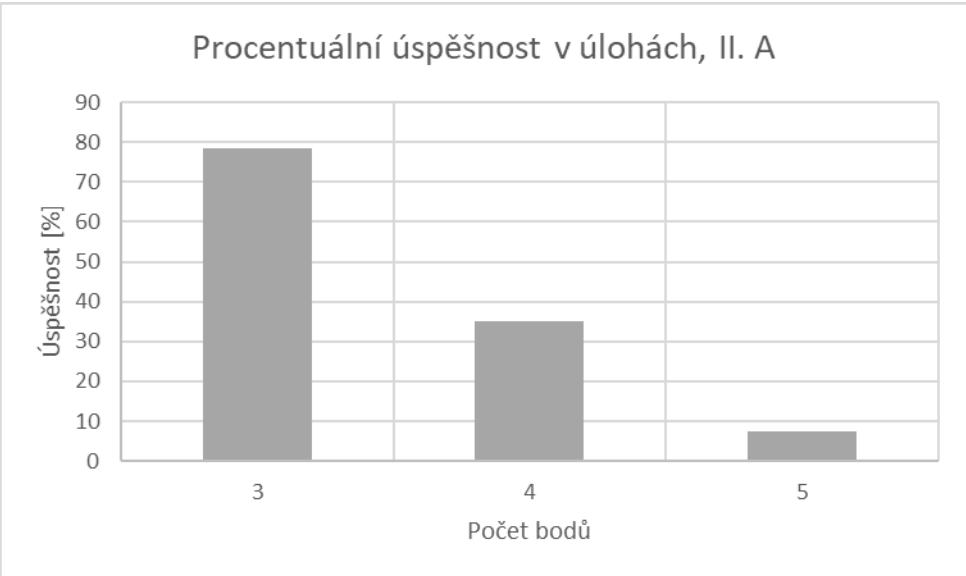
4.1.3 TŘÍDA II. A

Ve třídě II. A se výzkumu zúčastnilo 20 žáků, grafy níže popisují získané výsledky.



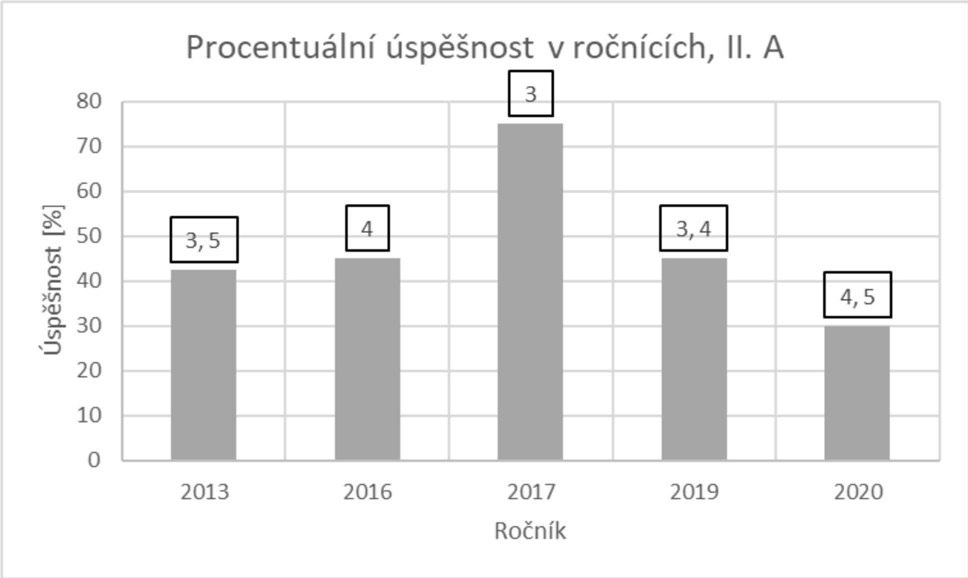
Graf č. 5: Celkový počet bodů, II. A

V grafu můžeme pozorovat, kolik bodů žáci získali z celkem možných 31 bodů. Graf zcela nesplňuje Gaussovo normální rozložení, tuto statistickou odchylku nedokážu ničím vysvětlit.



Graf č. 6: Procentuální úspěšnost v úlohách, II. A

Podle očekávání žáci nejlépe plnili jednoduché úlohy za 3 body a hůře se jim dařilo v úlohách náročnějších za 4 a 5 bodů.



Graf č. 7: Procentuální úspěšnost v ročnících, II. A

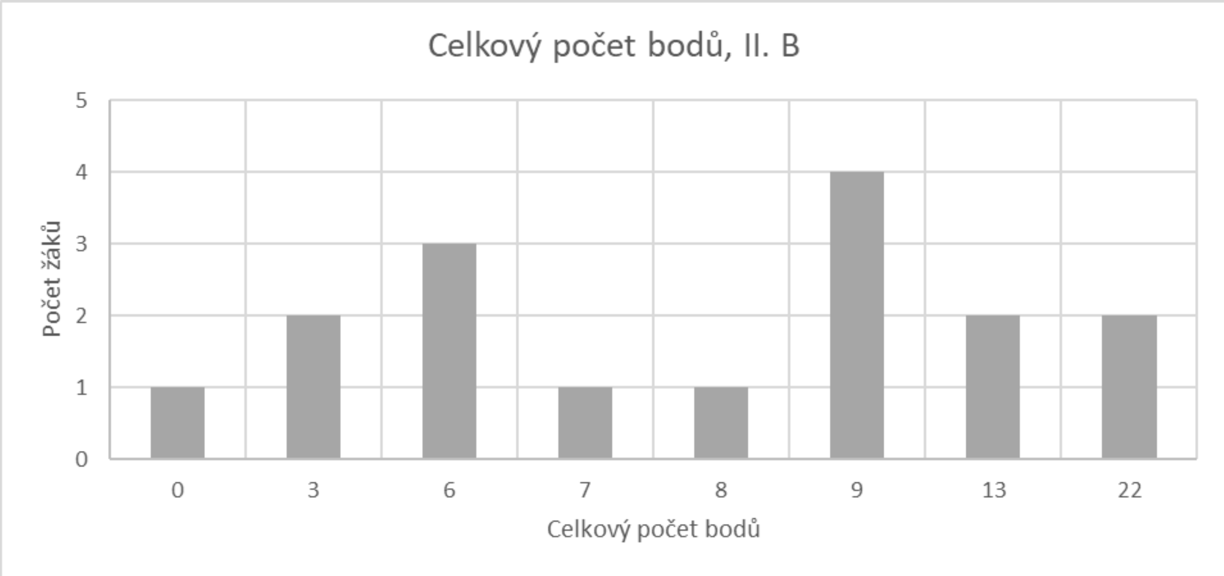
Tento graf jsem připojil z důvodu porovnání úspěšnosti podle ročníků, u každé hodnoty je uvedeno, jaký typ úlohy byl z daného ročníku vybrán (podle počtu bodů). Snažil jsem se zjistit, jestli budou jednotlivé ročníky pro žáky náročnější, resp. snadnější. V rámci statistické odchylky jsem dostal odpovídající výsledky stejné úrovně obtížnosti. Jediný nekorelující výsledek je z roku 2017, připisuji to tomu, že z tohoto ročníku byla vybrána pouze jednoduchá úloha za 3 body.

Graf č. 8: Počet správných odpovědí v jednotlivých otázkách, II. A

Z grafu výše je jasně patrné, které úlohy byly pro žáky nejtěžší, a které naopak problém nebyly. V celkovém hodnocení v závěru kapitoly se k tomuto ještě vyjádřím.

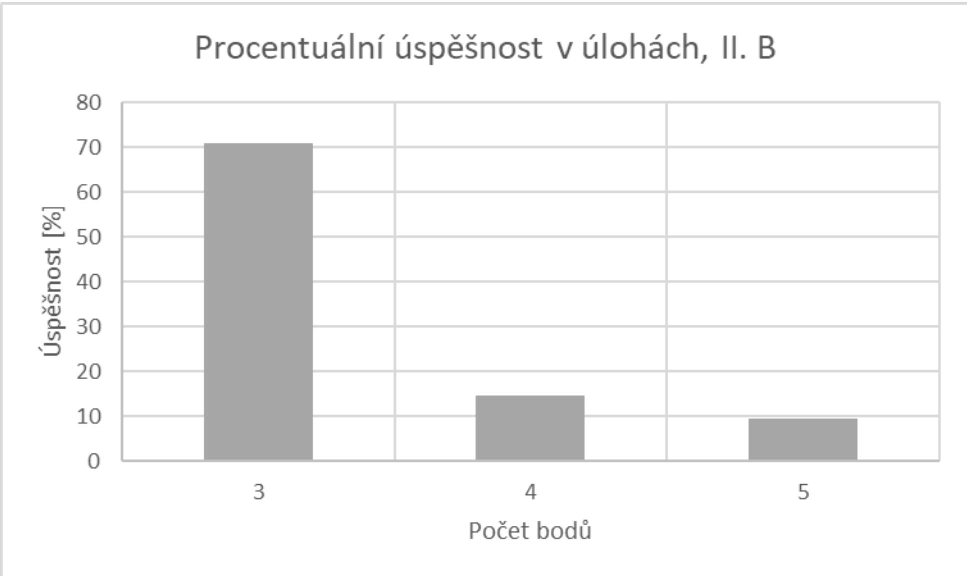
4.1.4 TŘÍDA II. B

Ve třídě II. B se výzkumu zúčastnilo 16 žáků, grafy níže popisují získané výsledky.



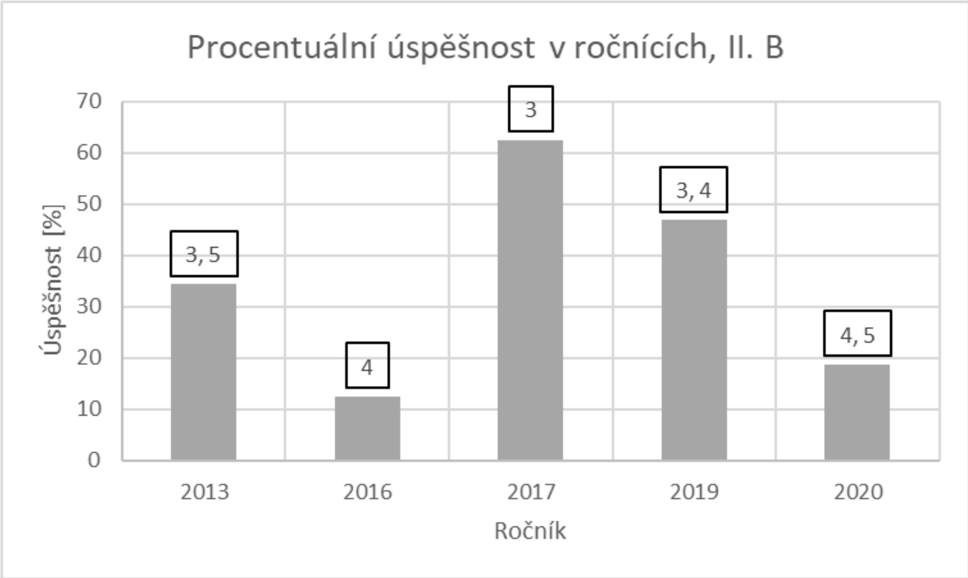
Graf č. 9: Celkový počet bodů, II. B

Graf opět nesplňuje normální rozdělení, ačkoliv maximum má v bodě 9, tato hodnota by mohla odpovídat střední hodnotě bodů v daném ročníku.



Graf č. 10: Procentuální úspěšnost, II. B

Graf ukazuje, že úlohy za 4 a 5 bodů byly pro žáky náročné a pouze malá část třídy problémy vyřešila.



Graf č. 11: Procentuální úspěšnost v ročnících, II. B

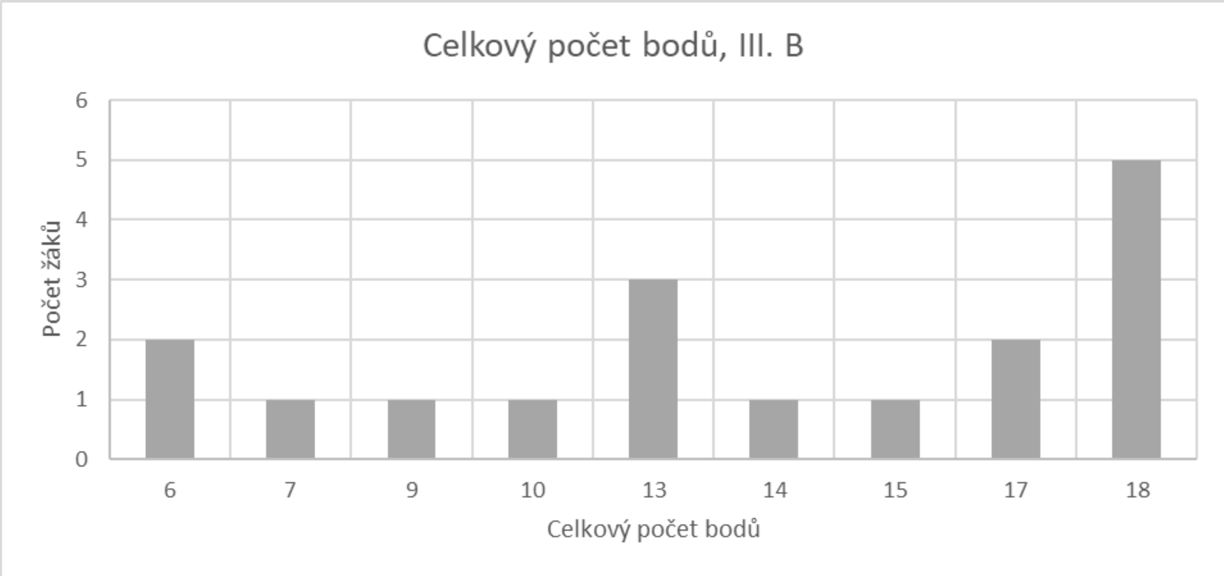
Graf poukazuje na skutečnost náročnosti úlohy č. 6 z ročníku 2016, zbylé ročníky odpovídají obtížnosti v závislosti na počtu bodů za úlohu.

Graf č. 12: Počet správných odpovědí v jednotlivých otázkách, II. B

Získáváme údaje o obtížnostech úloh, v této třídě měli žáci problém s většinou úloh za 4 a 5 bodů. Úlohy č. 5 a 7 splnil pouze 1 žák, úlohy č. 6 a 8 splnili 2 žáci.

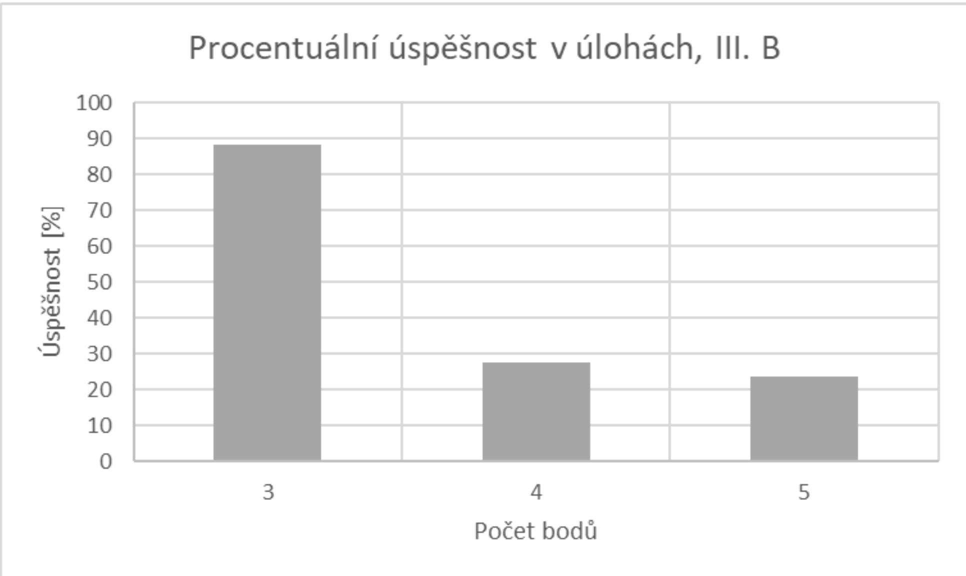
4.1.5 TŘÍDA III. B

Ve třídě III. B se výzkumu zúčastnilo 17 žáků, grafy níže popisují získané výsledky.



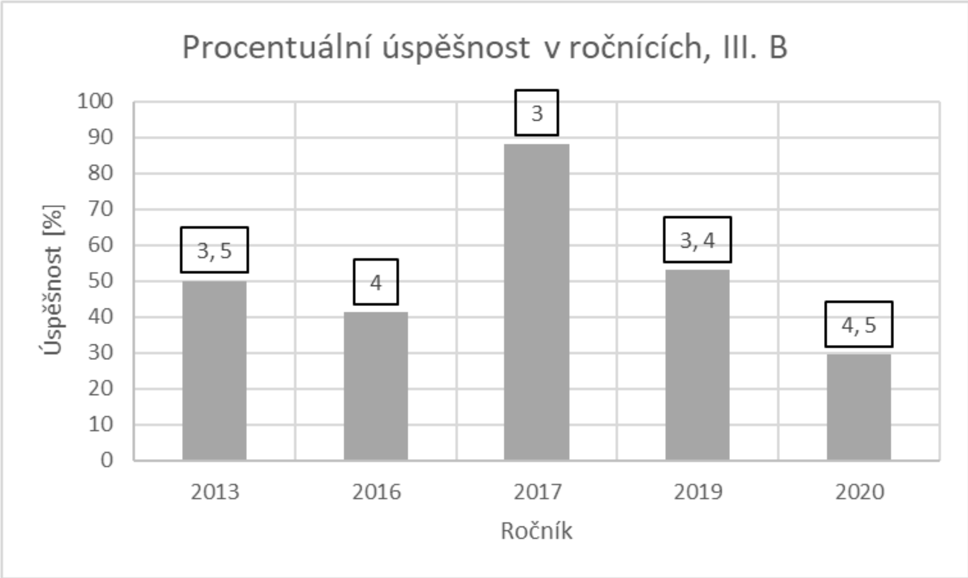
Graf č. 13: Celkový počet bodů, III. B

Graf ukazuje velký počet žáků, kterým se podařilo získat 18 bodů podle předpokladu starší žáci dopadli v porovnání s mladším ročníkem lépe. Graf opět nesplňuje normální rozdělení.



Graf č. 14: Procentuální úspěšnost v úlohách, III. B

Můžeme pozorovat vysokou úspěšnost v jednodušších úlohách, oproti předchozím výsledkům vidíme i vyšší úspěšnost v úlohách za 4 a 5 bodů.



Graf č. 15: Procentuální úspěšnost v ročnících, III. B

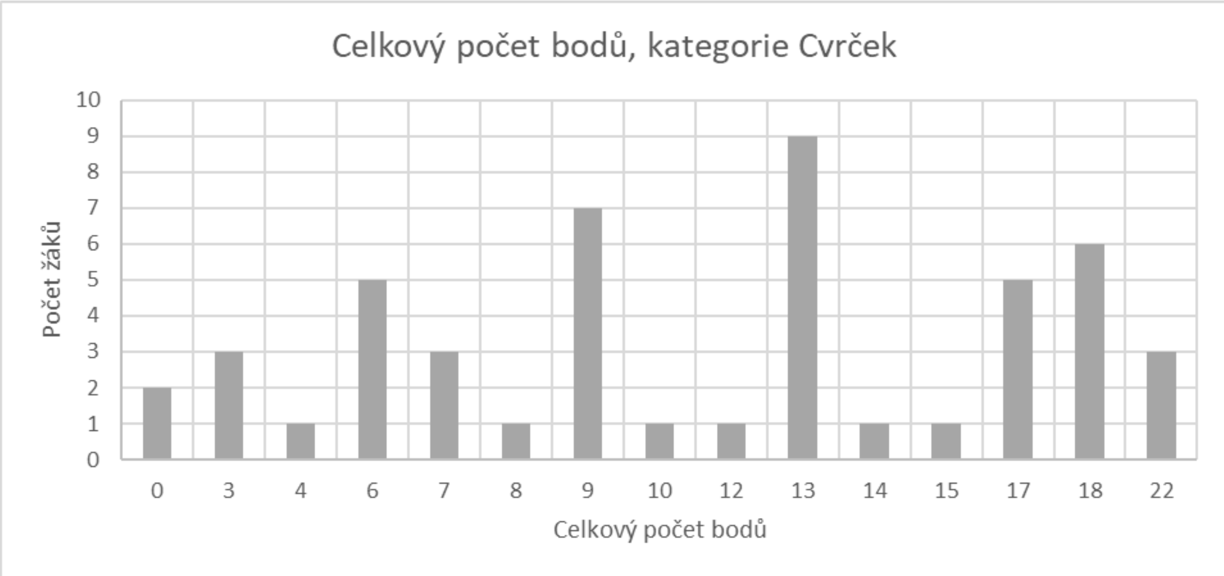
Graf kopíruje hodnoty na základě obtížnosti úloh, nepozorujeme žádné větší výkyvy způsobené časovým rozptylem zadávaných úloh.

Graf č. 16: Počet správných odpovědí v jednotlivých otázkách, III. B

Vidíme nejhorší úspěšnost v úloze č. 7, poté špatně dopadla úloha č. 4 a 5. Úloha č. 8 dopadla v porovnání s předchozími ročníky lépe.

4.1.6 CELKOVÉ VÝSLEDKY KATEGORIE CVRČEK

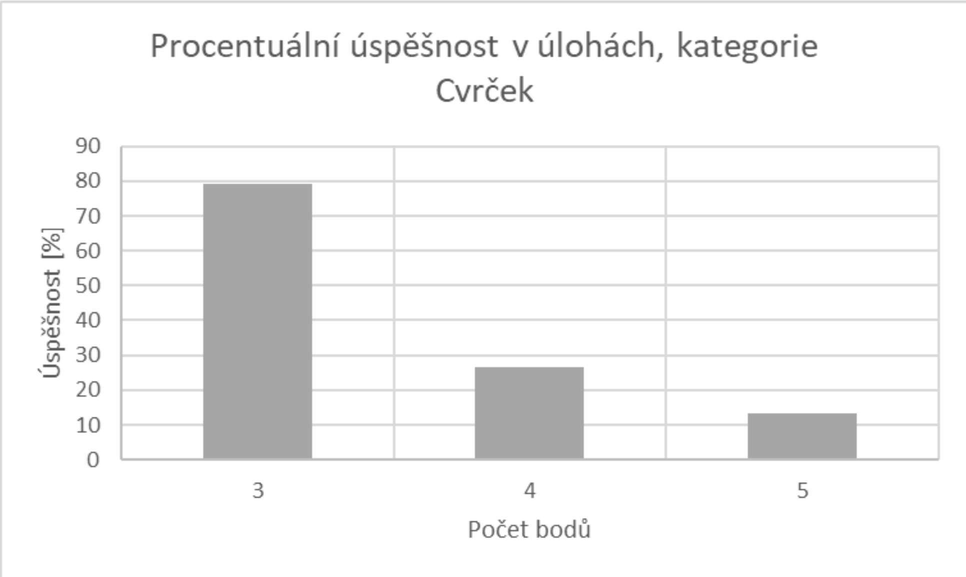
Nyní uvedu statistiky pro celou kategorii Cvrček, které se celkem zúčastnilo 53 žáků ve věku 7, 8, 9 a 10 let. Ke každému grafu připojuji mé domněnky popisující různé výkyvy v grafech; tyto domněnky jsou založeny jak na pozorování a průzkumu úloh, tak na základě osobních zkušeností při řešení slovních úloh při učení na prvním stupni základní školy.



Graf č. 17: Celkový počet bodů, kategorie Cvrček

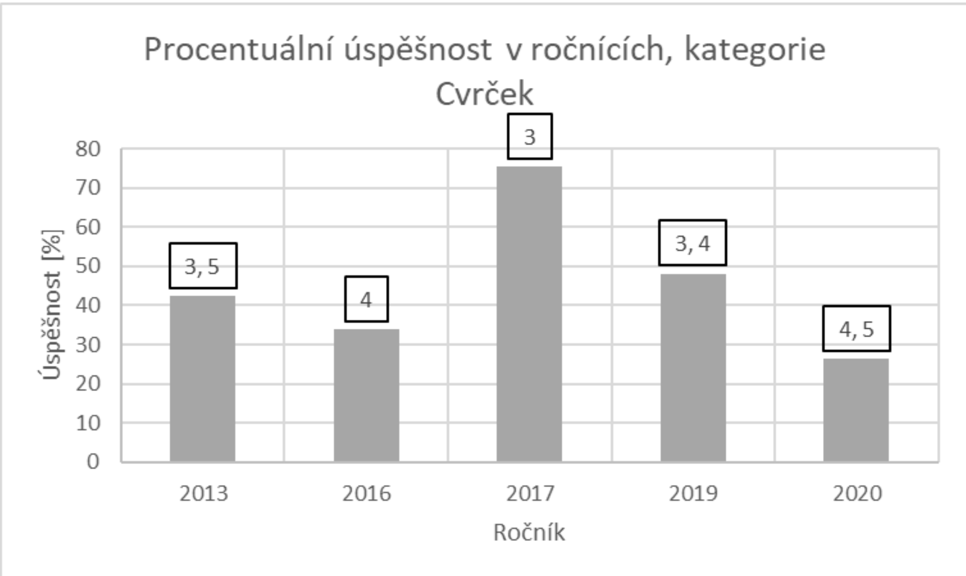
Při spojení všech výsledků získaných v jednotlivých ročnících dostaneme výše uvedený graf, který již můžeme považovat za normální rozdělení (samozřejmě ne dokonalé, objevují se v něm výkyvy). Některé výkyvy (např. body 8, 10, 12) přisuzuji i tomu, jaká byla šance na získání daného součtu. Např. součet 8 můžeme získat pouze jako 5 + 3 nebo 4 + 4, ale součet 13 jako 5 + 5 + 3, 4 + 4 + 5, 3 + 3 + 3 + 4, který kromě počtu možností je i obvyklejší (při řešení jsem se často setkal se všemi správnými odpověďmi za 3 body, naopak málokdo splnil úlohu za 5 bodů a pouze jednu úlohu za 3 body, resp. 2 úlohy za 4 body).

Z grafu dále můžeme vypozorovat, že 2 žáci nezískali ani jeden bod, naopak plný počet bodů nezískal nikdo, nejblíže byli 3 žáci s 22 body.



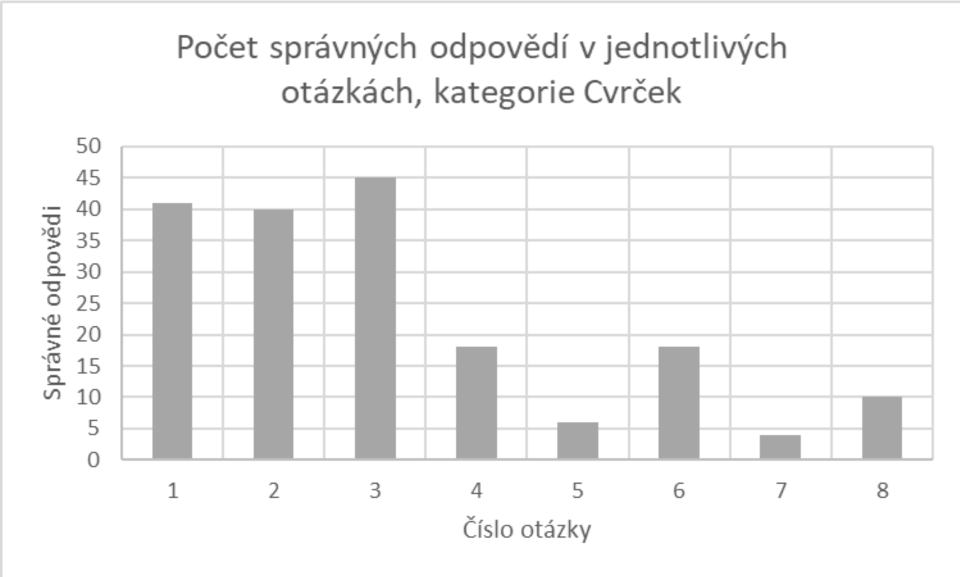
Graf č. 18: Procentuální úspěšnost v úlohách, kategorie Cvrček

Výše uvedený graf lépe odpovídá očekávaným výsledkům, tedy nejméně správných odpovědí za 5 bodů, nejvíce za 3 body. Ačkoliv jsem neočekával takový rozdíl, na základě vybraných úloh za 5 bodů a vzhledem k tomu, že oproti 3 úlohám za 3 a 4 body byly úlohy za 5 bodů pouze 2, nás graf nemusí příliš překvapovat.



Graf č. 19: Procentuální úspěšnost v ročnících, kategorie Cvrček

Z grafu můžeme vyčíst již dříve zmiňovanou myšlenku stejné obtížnosti úloh v jednotlivých ročnících. Nejhůře dopadl ročník 2020, z kterého byly vybrány náročnější úlohy a nejlépe dopadl ročník 2017, ze kterého byla vybrána pouze jedna úloha za 3 body. Zbylým ročníkům plynule klesá úspěšnost v závislosti na obtížnosti úloh.



Graf č. 20: Počet správných odpovědí v jednotlivých otázkách, kategorie Cvrček

Pozorujeme nejhorší výsledek u úlohy č. 7, poté 5, 8 a shodně úlohy č. 4 a 6.

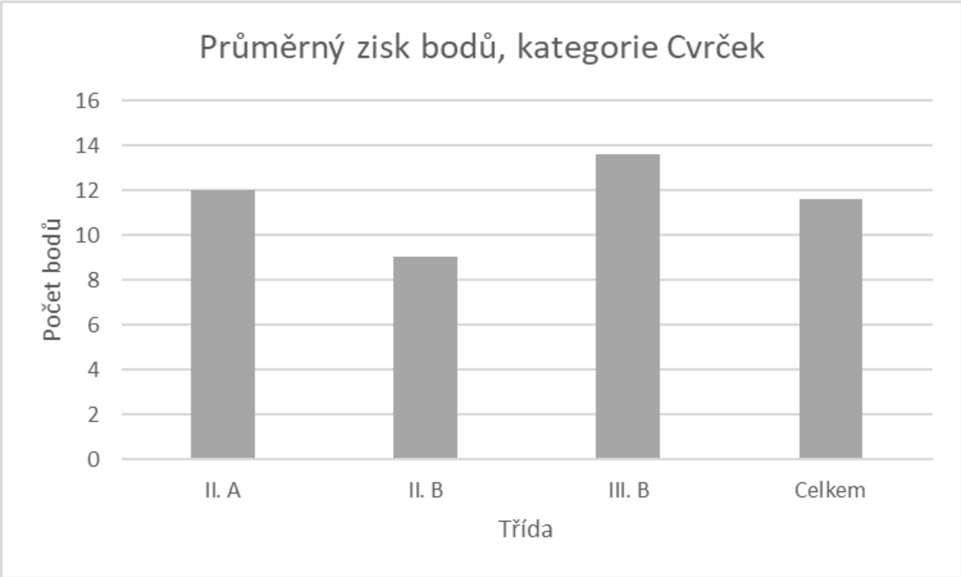
Úloha č. 5 mi přišla velmi náročná, byl jsem překvapen, že je hodnocena pouze 4 body a nachází se v kategorii pro žáky 2. a 3. tříd. Při řešení jsem musel použít názorný příklad papíru a problém vyřešit přímo s jeho pomocí. Žáci tuto možnost měli také, mohli využít zadání, nejspíš je taková možnost nenapadla nebo nechtěli znehodnotit pracovní list skládáním.

Úloha č. 7 byla podle mého názoru ta nejtěžší a tato domněnka byla naplněna. Jednalo se o jedinou úlohu, která se musela řešit abstraktně, u ostatních úloh byl celý obrázek, zde se nacházela pouze jeho část. Kromě abstraktnosti se v příkladu objevovala relativně velká čísla a žáci rozhodně neměli jednoduchý úkol při násobení a sčítání. Ačkoliv pro dospělé (učitele) se jedná o příklad relativně snadný, je mi více než jasné, že žáci měli velký problém pro pochopení počtu zápalek v jednotlivých domečcích.

Úloha č. 8 s osovou symetrií mi přišla snazší, než vyšlo při žákovském řešení, nejspíše žáci nedokázali vhodně určit obrazce při překlápění útvarů.

Velice mě překvapil špatný výsledek u úlohy č. 4, zde jsem neočekával žádný problém, jedná se pouze o úlohu na čtenářskou gramotnost a geometrické tvary. Jak uvádím ve svém vzorovém řešení, možné chyby mohly vzniknout při použití slova méně než. Při opravě pracovních listů jsem často narážel na odpověď (B), kde se nachází právě 4 čtverce.

U úlohy č. 6 se také naplnil můj předpoklad, žáci nedokázali vhodně určit, která vajíčka se sebe dotýkají, možnost diagonální uložení vajec považovali za dotyk (ačkoliv na obrázku je zřejmé, že k dotyku nedochází, kontroloval jsem i kvalitu tisku, hranice vajec je zřetelná).



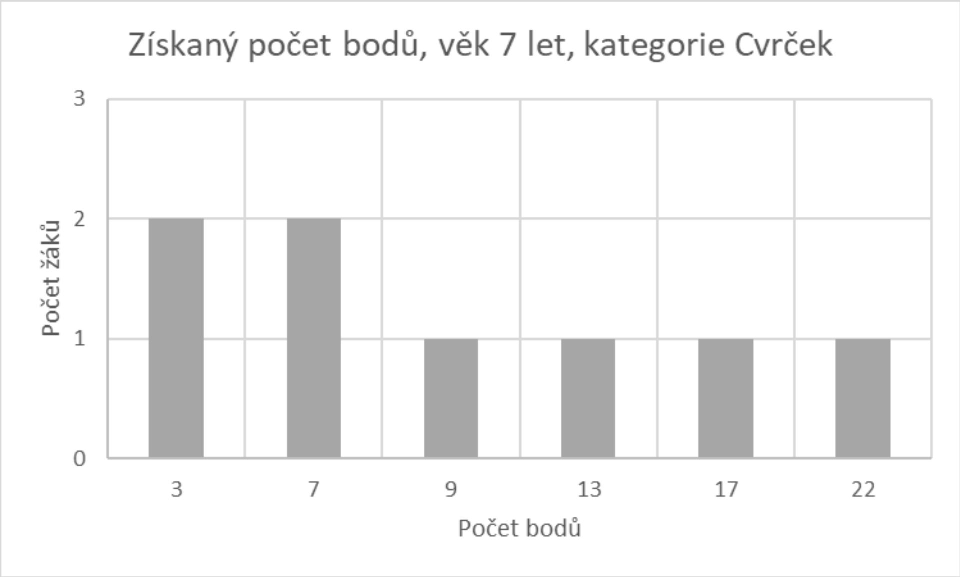
Graf č. 21: Průměrný zisk bodů, kategorie Cvrček

Dále uvádím porovnání tříd s počtem bodů na jednoho žáka. Podle očekávání vychází lépe žáci 3. ročníku, pouze mě překvapil veliký rozdíl mezi třídami 2. ročníku. V grafu je vidět i průměr celé kategorie.

4.1.7 ROZLOŽENÍ VÝSLEDKŮ PODLE VĚKU, KATEGORIE CVRČEK

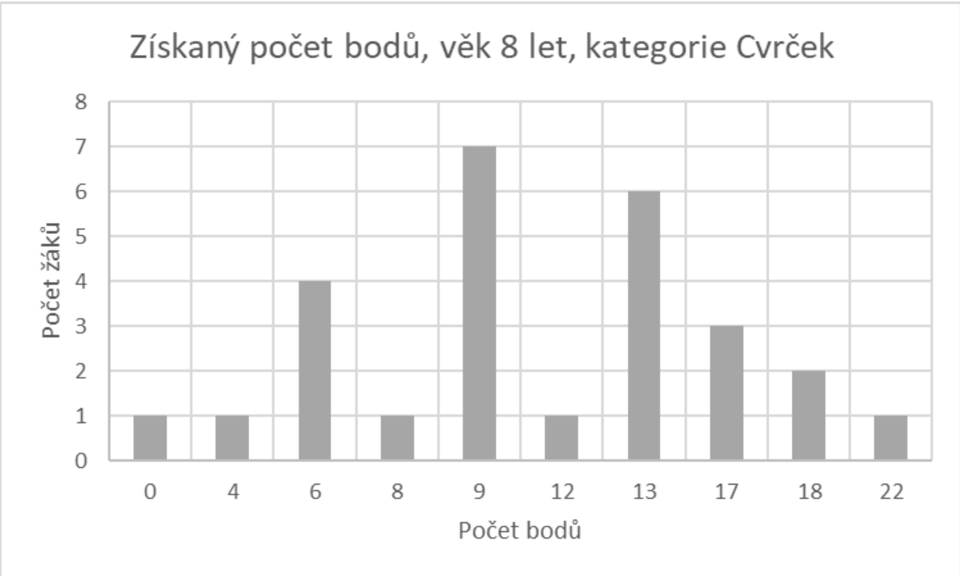
Po žácích jsem vyžadoval, aby v pracovním listu uváděli svůj věk, z těchto dat jsem také sestavil grafy popisující zisk bodů v závislosti na věku. Níže uvedu výsledky jednotlivých věkových hladin. Výsledky jsem rozdělil podle věku na kategorie 7, 8, 9 a 10 let. Vždy se v grafu objevuje získaný počet bodů daných žáků.

Na závěr jsem ještě zaznamenal průměrný získaný počet bodů v závislosti na věku.



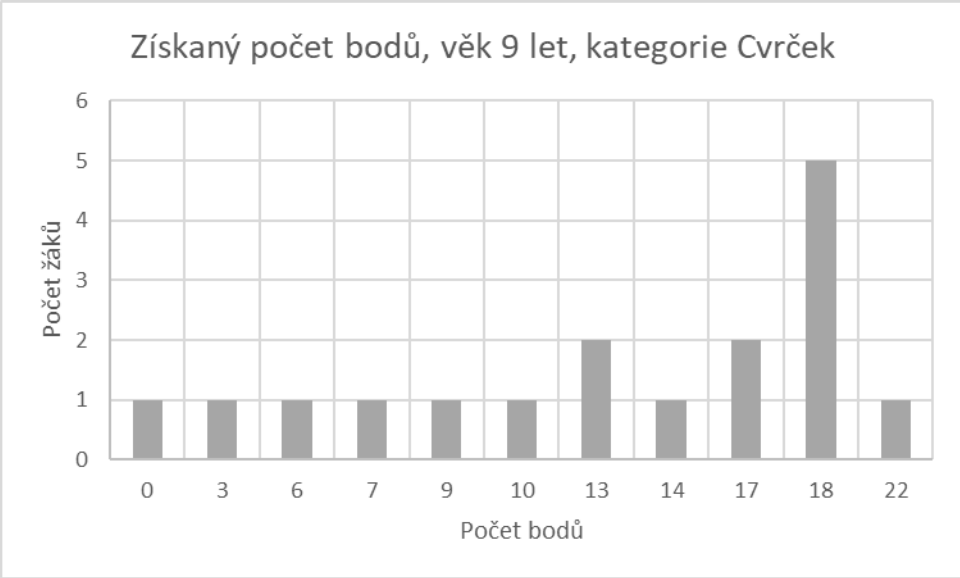
Graf č. 22: Získaný počet bodů, věk 7 let, kategorie Cvrček

Z grafu nelze vyčíst žádná významně jiná myšlenka, než která byla uvedena již dříve.



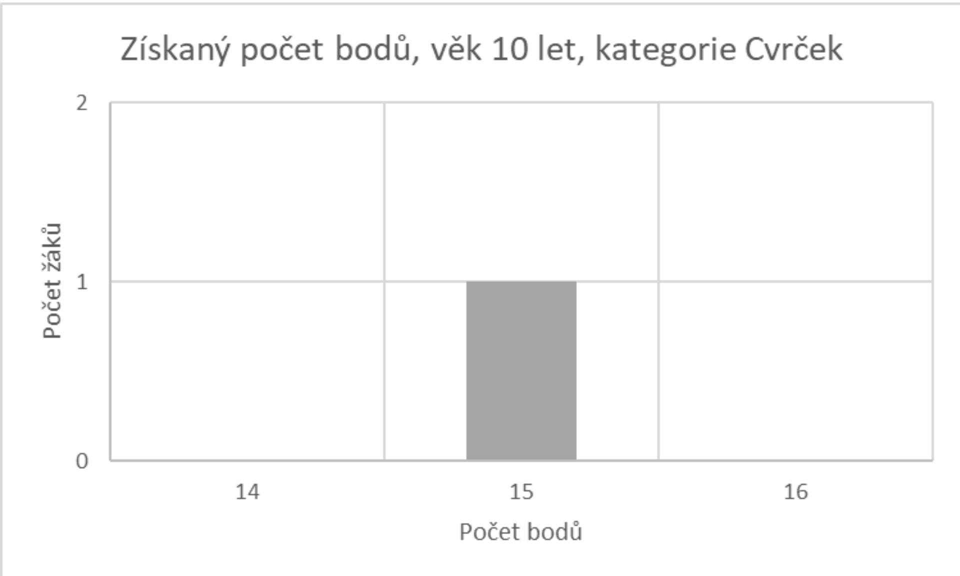
Graf č. 23: Získaný počet bodů, věk 8 let, kategorie Cvrček

V grafu pozorujeme významně zajímavější situaci, než se objevuje v předchozím obrázku. Tato skupina obsahovala největší počet žáků, z pohledu statistiky tedy nejlépe postihuje normální rozdělení. Počty 8 a 12 se statisticky objevují méně než čísla 9 a 13, nejspíš proto tyto hodnoty danou skutečnost nesplňují.



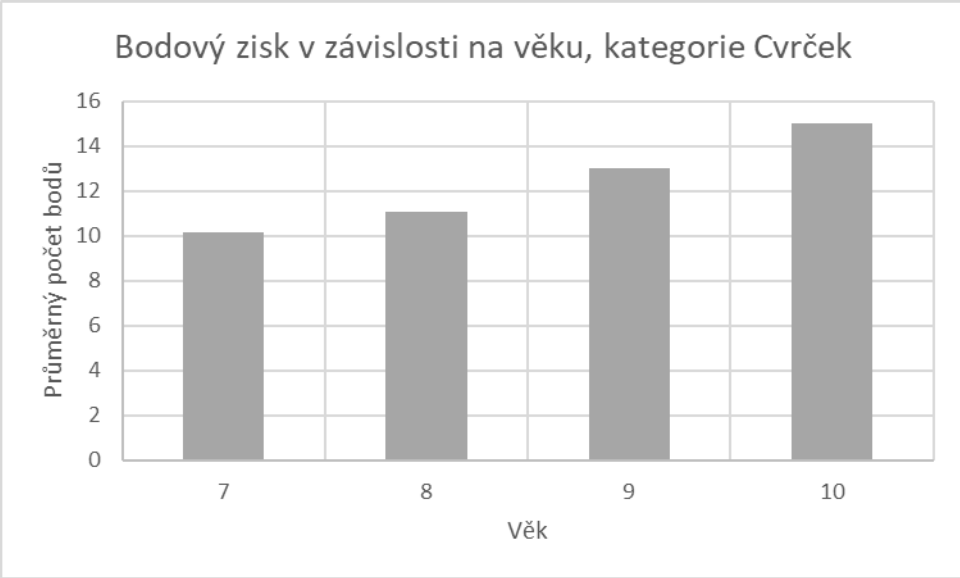
Graf č. 24: Získaný počet bodů, věk 9 let, kategorie Cvrček

Graf je překvapivě spíše konstantní, nejspíš se jedná o statistickou chybu způsobenou nedostatečným počtem žáků.



Graf č. 25: Získaný počet bodů, věk 10 let, kategorie Cvrček

Ze všech žáků 2. a 3. ročníku byl pouze jeden žák desetiletý, pro úplnost uvádím i tento jeden výsledek.



Graf č. 26: Bodový zisk v závislosti na věku, kategorie Cvrček

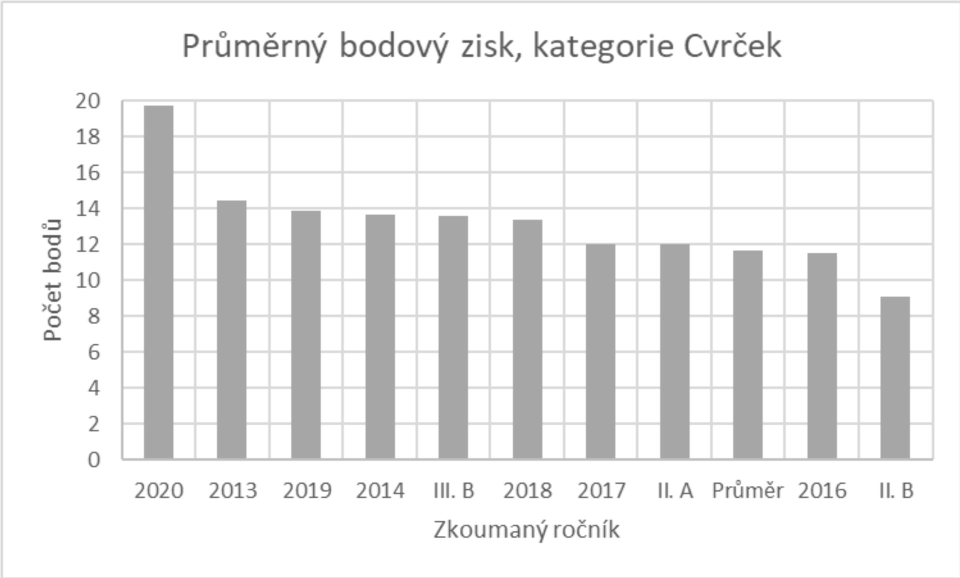
Dále uvádím graf vypovídající o průměrném zisku žáků v dané věkové kategorii. Podle očekávání mají starší žáci vyšší bodový zisk (především je to způsobeno skutečností, že většina 9letých žáků dochází do 3. ročníku).

Ze získaných dat můžeme pozorovat očekávané jevy, každý je vždy popsán u svého grafu na závěr uvedu ještě porovnání vyšetřovaných žáků s jednotlivými ročníky, tyto hodnoty jsem normoval, aby odpovídaly maximálnímu možnému získatelnému počtu bodů.

4.1.8 POROVNÁNÍ ZÍSKANÝCH VÝSLEDKŮ S JEDNOTLIVÝMI ROČNÍKY, KATEGORIE CVRČEK

V dalším textu se objevují grafy, které popisují normovaný průměrný zisk řešitelů v dané kategorii a v jednotlivých ročnících. Použil jsem pouze ty ročníky, ze kterých jsem měl vybrané úlohy. Při vytváření jsem postupoval tak, že jsem výsledky uvedené v jednotlivých sbornících Matematického klokana normoval na hodnotu maximálního počtu 31 bodů, zprůměroval a následně vložil do grafu.

Graf je seřazen od největšího bodového zisku po nejmenší, aby z grafu byla data dobře čitelná. V grafu nalezneme ročníky 2013, 2014, 2016, 2017, 2018, 2019, 2020 a dané zkoumané třídy včetně průměru všech 3 tříd.



Graf č. 27: Průměrný bodový zisk, kategorie Cvrček

Z grafu je jasně patrný vyšší průměrný bodový zisk v roce 2020; v tomto roce probíhala soutěž distančně a žáci byli povinni dodržovat pravidla samostatně. Nechci být negativní a nechci nikoho obviňovat, ale vzhledem k rapidnímu nárůstu průměru bych tuto hodnotu nebral jako bernou, žáci mohli úlohy řešit s pomocí někoho jiného, případně mohli používat kalkulačky, nedodrželi časový limit nebo jiným způsobem mohli porušit pravidla.

Zbývající výsledky již mají zkoumatelný charakter. Abychom mohli data co nejlépe interpretovat, je potřeba znovu zdůraznit, že při bodování žáků nedocházelo ke srážení bodů za špatnou odpověď, a navíc plnili pouze třetinu, resp. čtvrtinu celkového počtu úloh v běžném ročníku Matematického klokana. Abychom data zpřesnili, bylo by třeba znovu počty bodů přepočítat, ale tím bych narušil objektivnost dat, protože žáci brali v úvahu to, že body se jim strhávat nebudou. Navíc by mohli získat 8 bodů za pouhé odevzdání prázdného papíru, případně by jejich bodový zisk byl vyšší, protože by za nevyplněnou odpověď (kterou v mém pracovním listu mohli vybrat náhodně) získali bod.

Vzhledem k výše uvedenému můžeme rozvážně prozkoumat daný graf. Vidíme, že průměr třídy III. B byl na hraně vysoké úspěšnosti (ročníky 2014 a 2019 byly v počtu bodů srovnatelné se třídou). Naopak třída II. B v průměru propadla; stejně tak vidíme bodový propad i u třídy II. A. Toto přisuzuji tomu, že v celkových ročnících jsou započítány jak výsledky žáků ze 2., tak i ze 3. ročníků, ale v mém průzkumu mám 2. ročníky samostatně. Z toho důvodu uvádím v grafu i průměrný zisk všech 3 tříd dohromady.

4.2 PRACOVNÍ LIST PRO ŽÁKY 4. A 5. ROČNÍKŮ

Pro pracovní list pro žáky ze 4. a 5. tříd (kategorie Klokánek) jsem volil také 8 úloh – 3 za 3 body a 3 za 4 body, zbylé 2 jsou ze skupiny za 5 bodů. Vybrané úlohy postihují více oblastí matematiky a také jsem zapojil 3 úlohy, které jsou čistě abstraktní, žáci nemají obrázkovou podporu, musí si úlohu matematizovat sami. Pracovní list včetně řešení je uveden v příloze.

4.2.1 VZOROVÉ ŘEŠENÍ PRACOVNÍHO LISTU PRO ŽÁKY 4. A 5. ROČNÍKŮ

Přistoupím rovnou ke vzorovému řešení úloh, ostatní zůstává stejné jako u pracovního listu pro kategorii Cvrček.

Úloha č. 1 cílí na porozumění textu a následnou dedukci žáků. Žáci si nejdříve musí správně přečíst, kdy probíhalo focení (5 dnů od pondělí do pátku) a následně je potřeba si uvědomit, že úterý je druhý den, vyfocený hříbek musí mít druhou nejmenší velikost. U žáků očekávám chybu ve špatném přečtení textu (budou volit odpověď (B) z důvodu nejmenší velikosti), jiné chyby neočekávám.

Úloha č. 2 je logická slovní úloha se zapojením abstraktního myšlení. Žáci nemají žádný obrázek pro kontrolu, ideálně by mohli postupovat pomocí vlastních kreseb hradů. V mém případě jsem pouze zaznamenal posloupnost počtu hradů pomocí nerovnice, očekávám, že žáci budou více kreativní a vytvoří si i obrázky.

Úloha č. 3 opět cílí na porovnávání velikostí, konkrétně velikostí úseček. Žáci musí rozhodnout, který vrut bude nejdelší, ačkoliv nevidí vrut celý. Očekávám postup v tom, že si žáci uvědomí shodnou velikost všech vrutů a poté jim z toho vyplyne důležitá informace, že pouze ty vruty které lze porovnat, rozhodnou o velikosti. Tyto vruty jsou 1 a 5, protože jsou oba zašroubovány do materiálu stejně. Z těchto dvou vrutů je určitě menší vrut 5, protože není možné vidět jeho špičku.

Úloha č. 4 obsahuje kombinatorické přemýšlení, jedná se o kombinatorické pravidlo součinu. Očekávám, že někteří žáci si cestu myši do obrázku naznačí, rozumnější žáci si spočítají počet křižovatek, jsou pouze 2 a následně jim dojde výsledný výpočet $2 \cdot 2 = 4$.

Úloha č. 5 je úloha s geometrií v rovině, žáci si musí uvědomit, které čtverečky je možné odstřihnout, aby útvar držel pohromadě. Dochází k výsledku, že je možné odstřihnout pouze čtverečky na 3 místech. Následně musí správně rozhodnout o tvaru výsledného obrazce.

Úloha č. 6 mi přijde nejnáročnější, očekávám nízkou úspěšnost mezi žáky. Jedná se o čistě abstraktní aditivní složenou slovní úlohu. Vzhledem k tomu, že žáci na prvním stupni nepoužívají rovnice jako nástroj k řešení problémů tak často, aby si všimli, že se jedná o rovníkový problém, očekávám, že se pokusí úlohu vyřešit metodou pokus – omyl. Navíc otázka je zaměřená pouze na jedno číslo, i to nejspíš přispěje k chybovosti v úloze.

Úloha č. 7 již patří k úlohám za 5 bodů, přesto si nemyslím, že bude žákům 4. a 5. ročníku způsobovat problémy. Jedná se o geometrickou slovní úlohu s využitím osové souměrnosti, pokud si žáci připraví obrázek (viz řešení), úloha jim nebude dělat problém. Chybu očekávám právě v nepřípravě a ve snaze o rychlé odhadnutí výsledku.

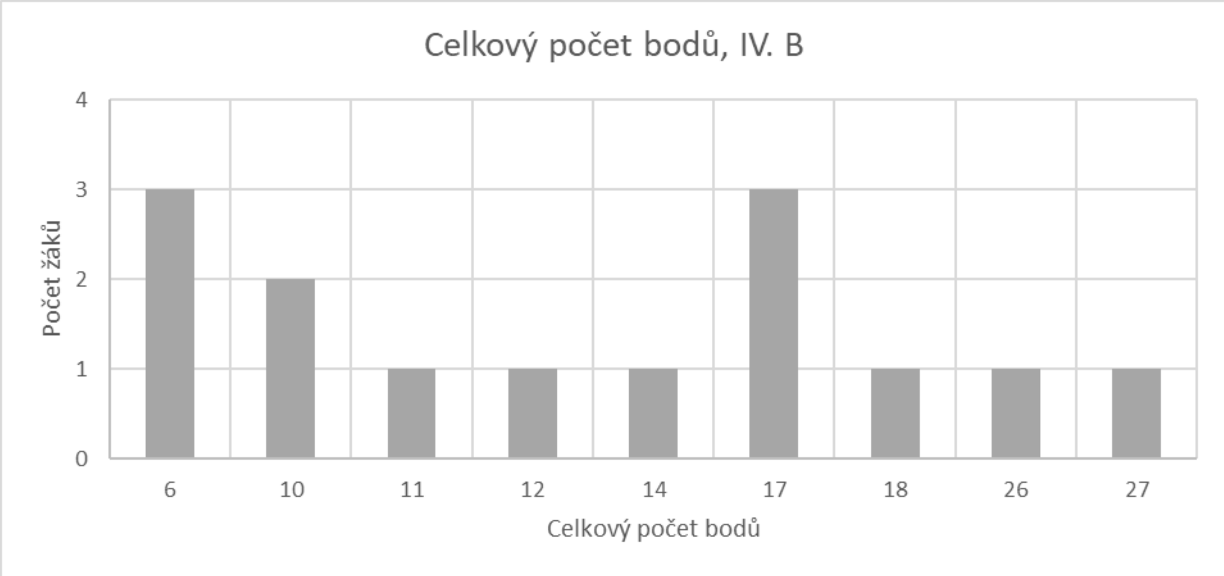
Úloha č. 8 je opět abstraktní úloha, která se dá řešit pomocí rovnice. Žáci nejspíš nedokáží rovnici správně sestavit (očekávám klasický zápis s využitím šipky o 18 větší), tento postup pravděpodobně nebude dostačující. Myslím, že žáci budou používat metodu pokus – omyl, aby ověřili, jestli jimi vybraný počet psů odpovídá zadaným údajům.

4.2.2 ZÍSKANÉ VÝSLEDKY OD ŽÁKŮ A JEJICH ANALÝZA

Pracovní list z kategorie Klokánek jsem zadal na stejné základní škole, jako jsem zadal kategorii Cvrček. Průzkumu se zúčastnily třídy IV. B, IV. C, V. A a V. B. Pokyny byly stejné jako pro kategorii Cvrček. V následujícím textu uvedu stejné statistiky i s mými poznatky, jako jsem uváděl v kategorii Cvrček.

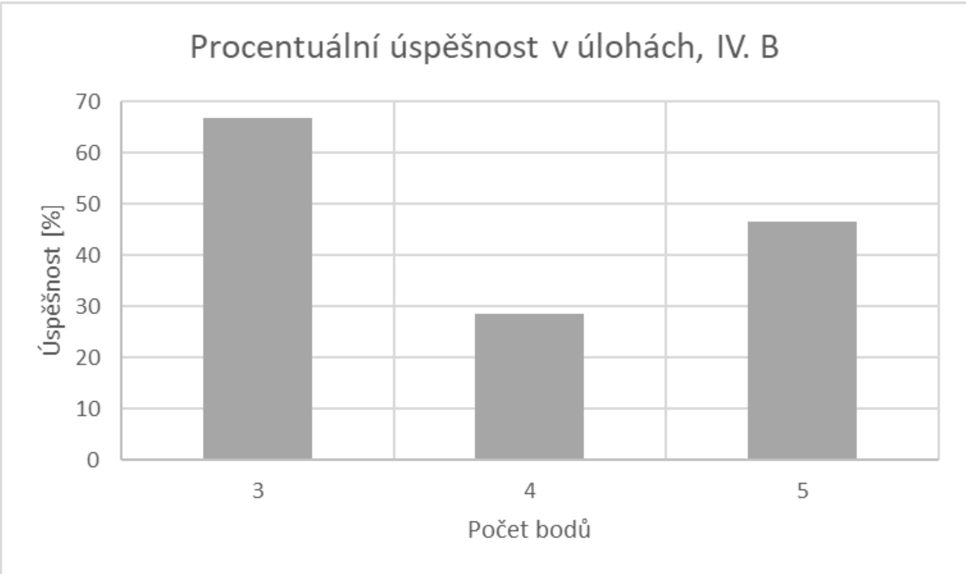
4.2.3 TŘÍDA IV. B

Ve třídě IV. B se výzkumu zúčastnilo 14 žáků, grafy níže popisují získané výsledky.



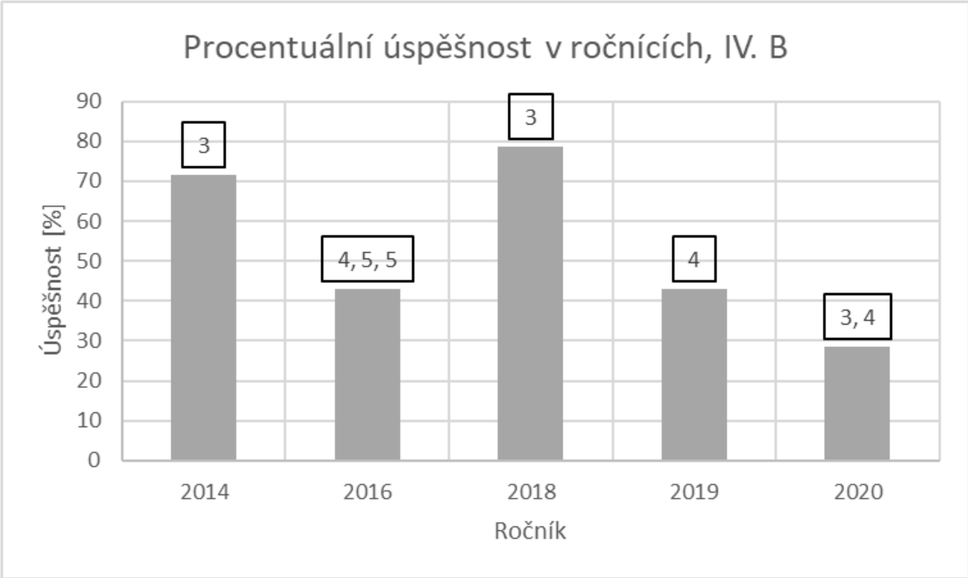
Graf č. 28: Celkový počet bodů, IV. B

Z grafu lze vyčíst údaj, kolik bodů získal jaký počet žáků. Má očekávání jsou grafy odpovídající normálnímu rozdělení, ne vždy k tomuto jevu dochází (nejspíš vinou malého počtu žáků a malého počtu úloh).



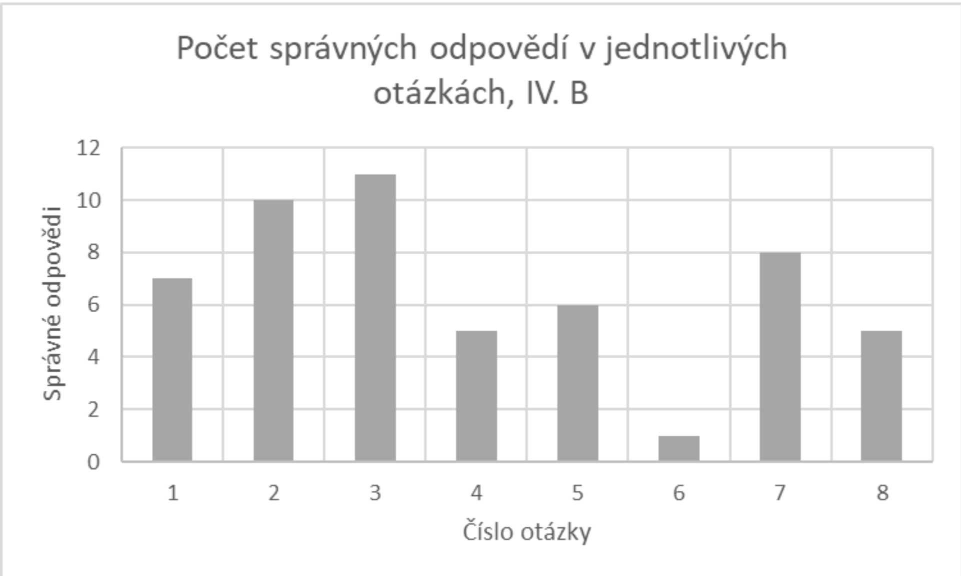
Graf č. 29: Procentuální úspěšnost v úlohách, IV. B

Tento graf plně odporuje mému původnímu přesvědčení, že žáci budou mít největší problém s úlohami za 5 bodů. Tuto svou myšlenku jsem již částečně vyvrátil výše při uvádění vzorového řešení úkolů, ve kterém jsem za nejtěžší označil úlohu č. 6 za 4 body. Také mě překvapil nepříliš veliký rozdíl mezi úlohami za 3 body a 5 bodů.



Graf č. 30: Procentuální úspěšnost v ročnících, IV. B

Již jsem ve své práci zmínil domněnku (můžeme říci i obavu), že novější ročníky budou snazší, a naopak starší ročníky budou žákům způsobovat problémy. Výše uvedený graf tuto myšlenku nepotvrzuje, ačkoliv již zmíněná úloha č. 6 patří právě do ročníku 2020. Přesto mě překvapil fakt, že úlohy za 5 bodů mají vyšší úspěšnost, než úlohy za 3 a 4 body z ročníku 2020.

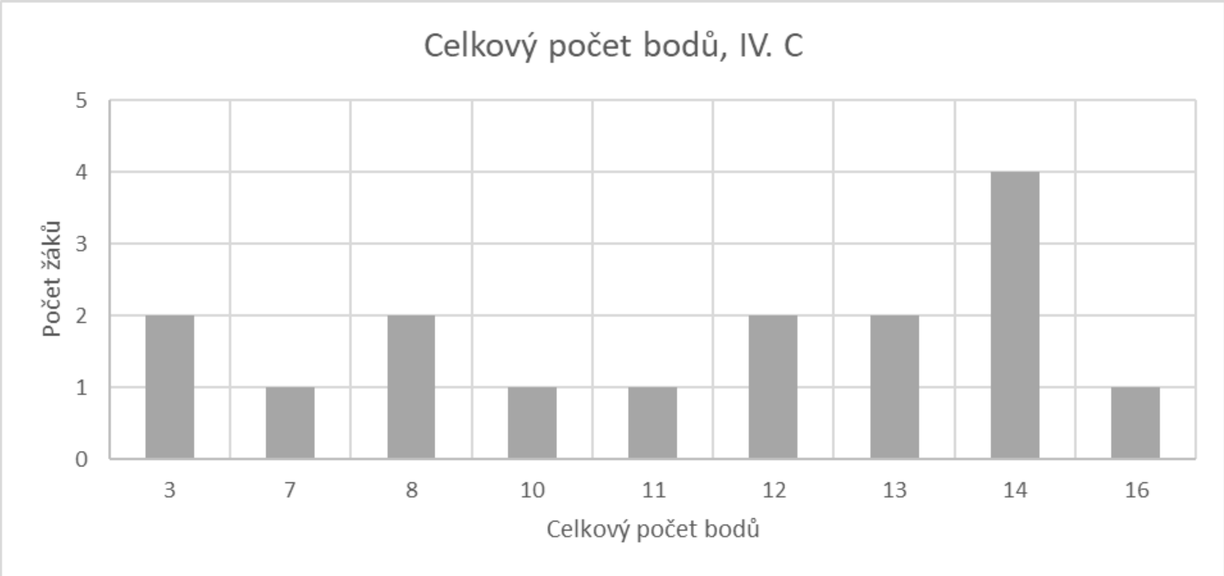


Graf č. 31: Počet správných odpovědí v jednotlivých otázkách, IV. B

Výše uvedený graf potvrzuje mou domněnku o obtížnosti úlohy č. 6 a zároveň mě překvapila úspěšnost u úloh č. 7 a 8, která byla vyšší, resp. srovnatelná jako u úloh za 4 body.

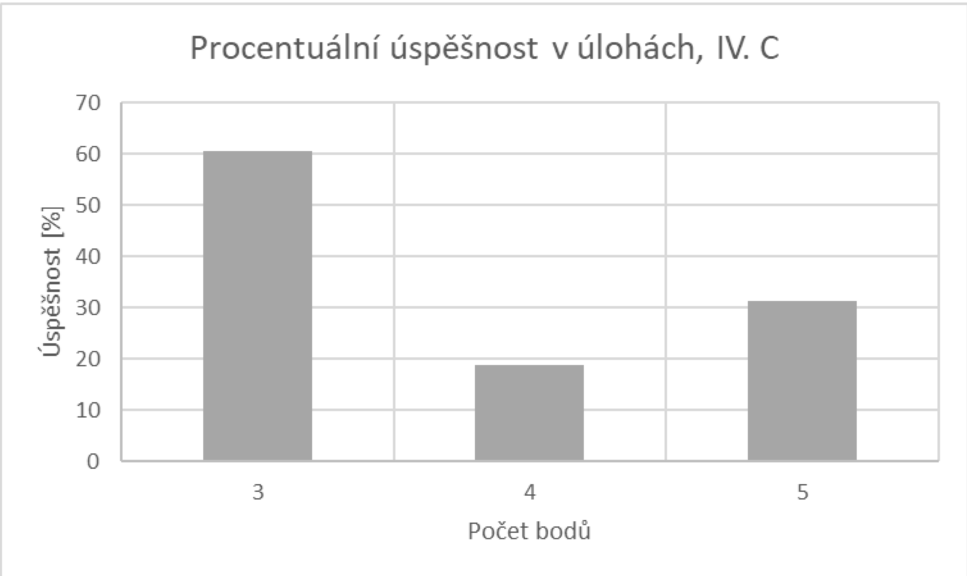
4.2.4 TŘÍDA IV. C

Ve třídě IV. C se výzkumu zúčastnilo 16 žáků, grafy níže popisují získané výsledky.



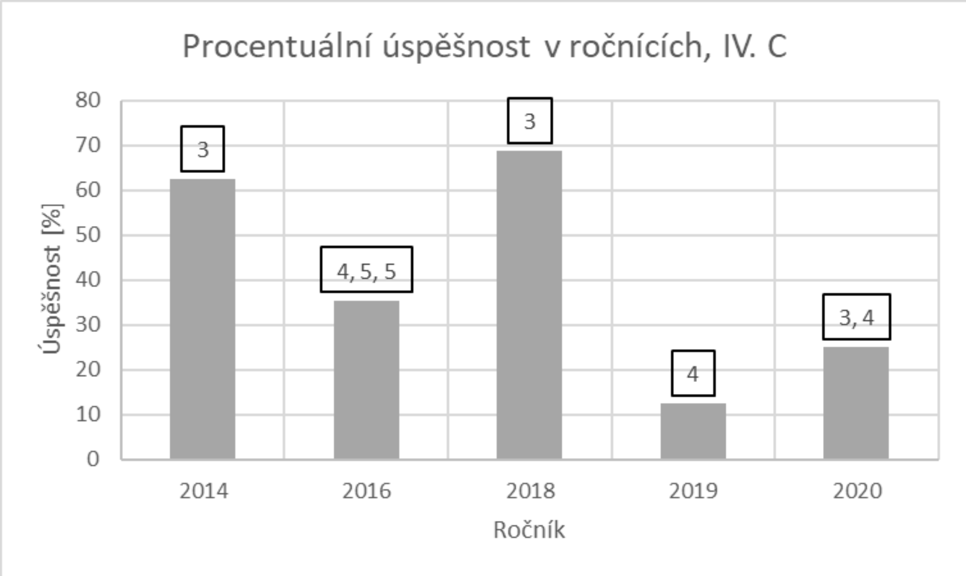
Graf č. 32: Celkový počet bodů, IV. C

Výše uvedený graf nesplňuje normální rozložení, jedná se o téměř lineární průběh získaných hodnot.



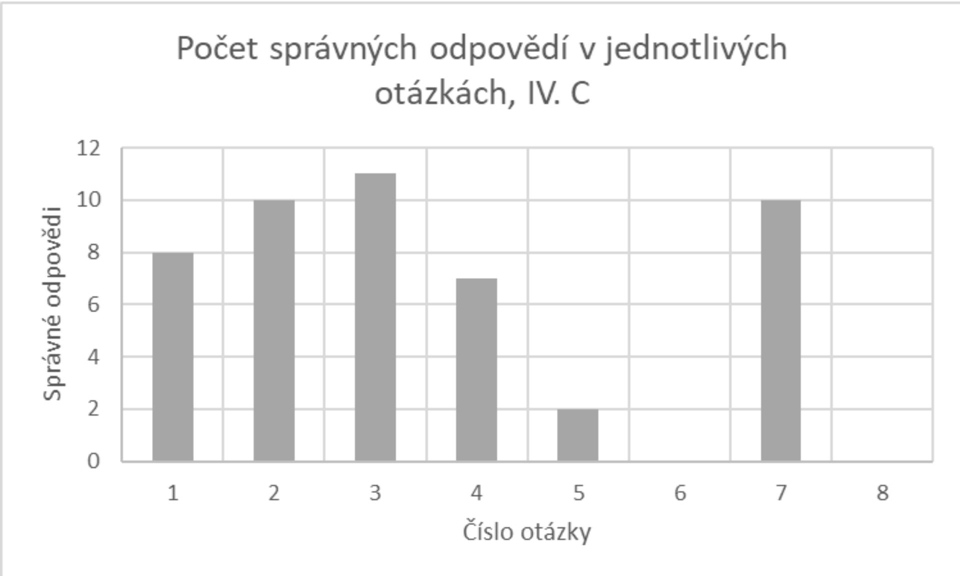
Graf č. 33: Procentuální úspěšnost v úlohách, IV. C

Graf vykazuje stejné výkyvy v domněnkách, jako se tomu stalo u předchozí třídy, opět můžeme pozorovat neobvykle vysokou úspěšnost u úloh za 5 bodů.



Graf č. 34: Procentuální úspěšnost v ročnících, IV. C

Z grafu můžeme vypozorovat vysokou neúspěšnost v ročnících 2019 a 2020, tato nesrovnalost (alespoň částečně z důvodu malého vzorku úloh) vyvrací autorovu domněnku o nižší obtížnosti úloh.

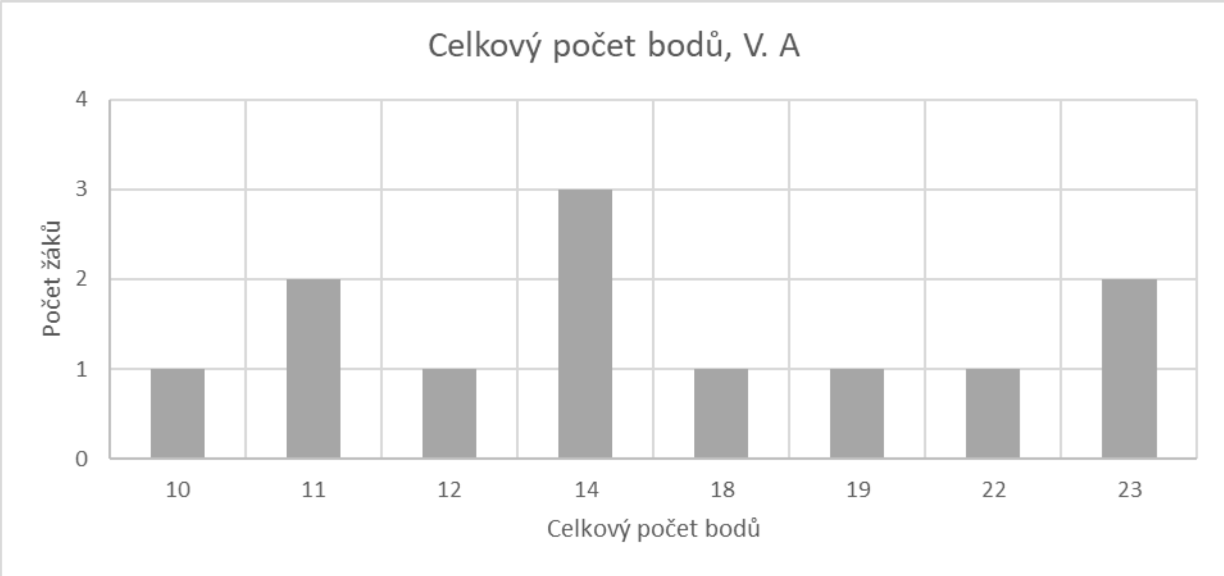


Graf č. 35: Počet správných odpovědí v jednotlivých otázkách, IV. C

Z výše uvedených údajů mě nejvíce překvapila nulová úspěšnost v úlohách č. 6 a 8, ačkoliv jsem nečekal velký počet správných řešitelů, žádného řešitele jsem ale opravdu neuvažoval. K takovému jevu došlo nejspíš z důvodu neznázornění dané úlohy, případně z neuplatnění metody pokus – omyl.

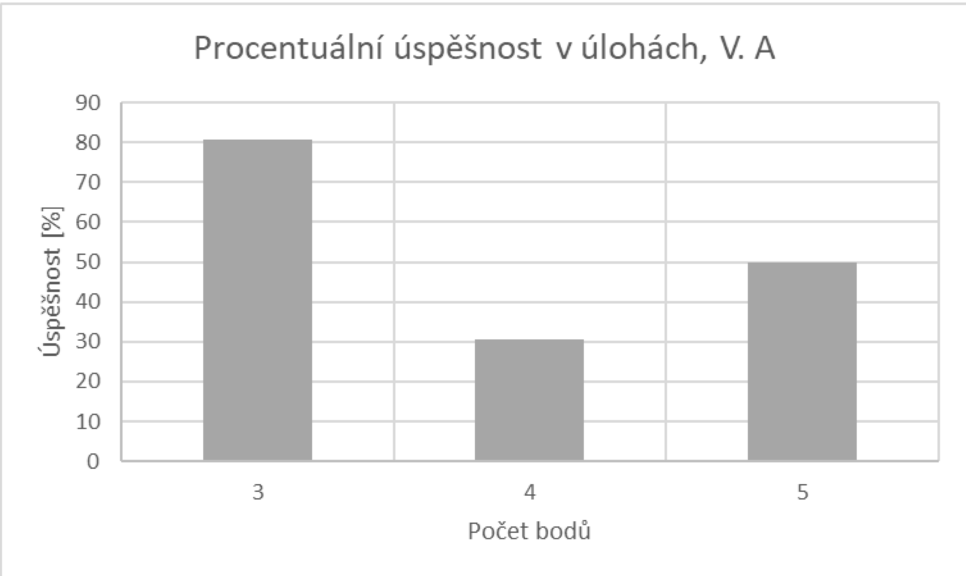
4.2.5 TŘÍDA V. A

Ve třídě V. A se výzkumu zúčastnilo pouze 12 žáků, jedná se o nejmenší zkoumaný vzorek. Grafy níže popisují získané výsledky.



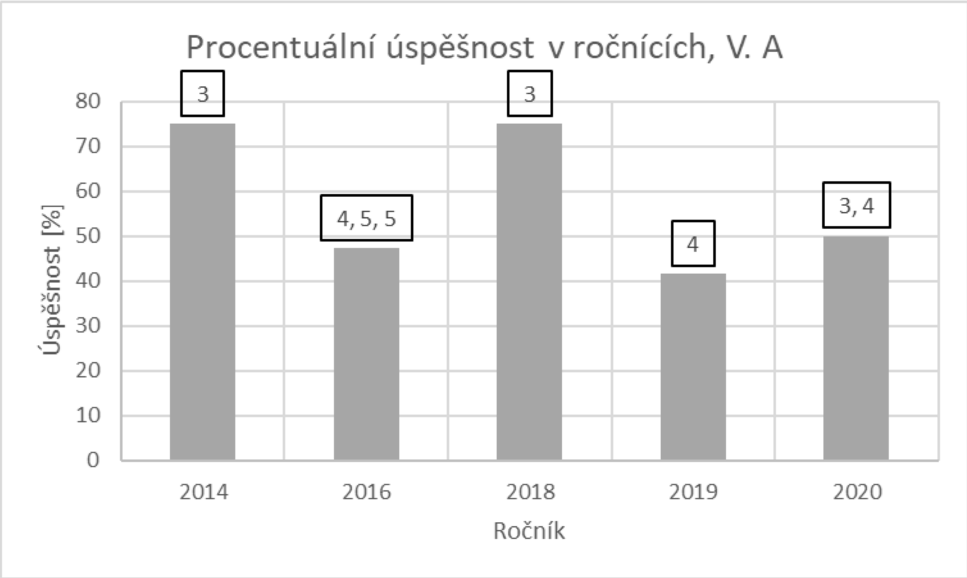
Graf č. 36: Celkový počet bodů, V. A

Z důvodu malého počtu žáků nemůžeme vytvořit žádné očekávání, statistická odchylka bude veliká.



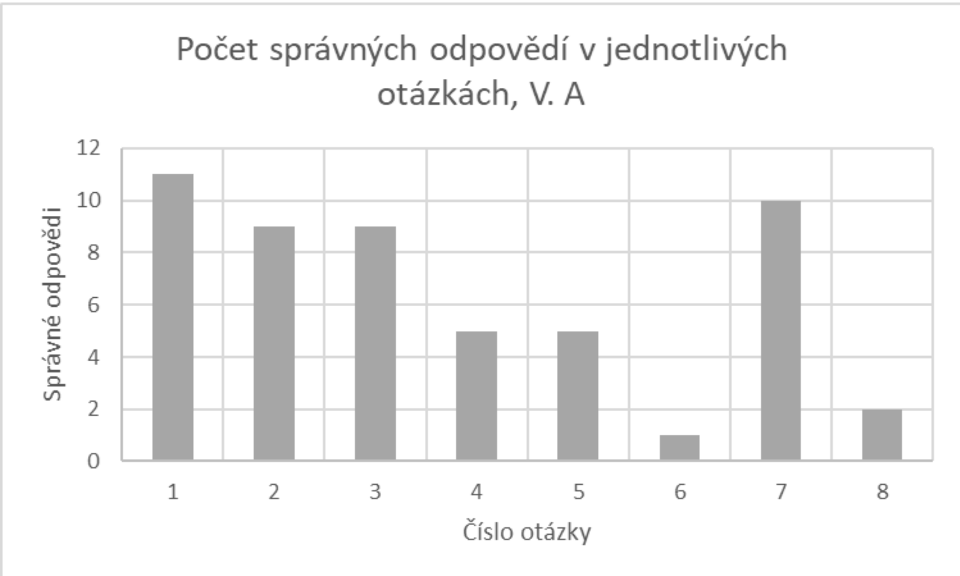
Graf č. 37: Procentuální úspěšnost v úlohách, V. A

Opět se setkáváme s vyšší úspěšností u úloh za 5 bodů, tento trend nejspíš nastane i u poslední sledované třídy.



Graf č. 38: Procentuální úspěšnost v ročnících, V. A

V tomto grafu se hodnoty úspěšnosti u úloh za více než 3 body nejméně odlišují. Můžeme pozorovat relativně stejnou míru chybovosti.

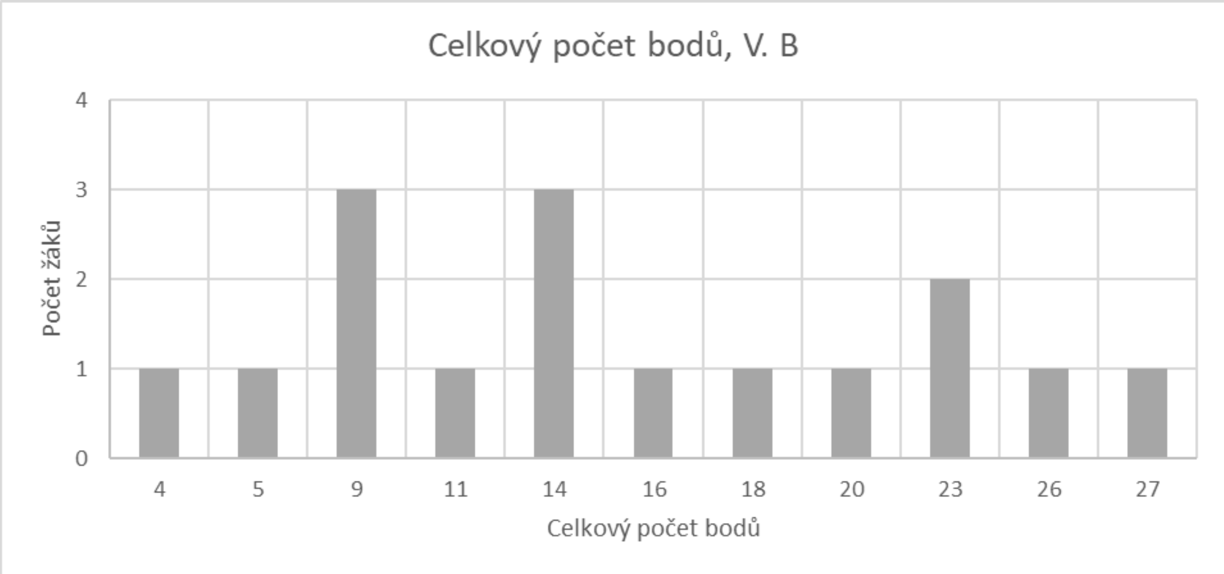


Graf č. 39: Počet správných odpovědí v jednotlivých otázkách, V. A

Můžeme pozorovat nízkou úspěšnost v úlohách č. 6 a 8, naopak úloha č. 7 má druhou nejvyšší úspěšnost v ročníku. Tento jev bych zdůvodnil nejenom obtížností úlohy, ale především možností si jednoduše řešení úlohy namalovat přímo do zadání.

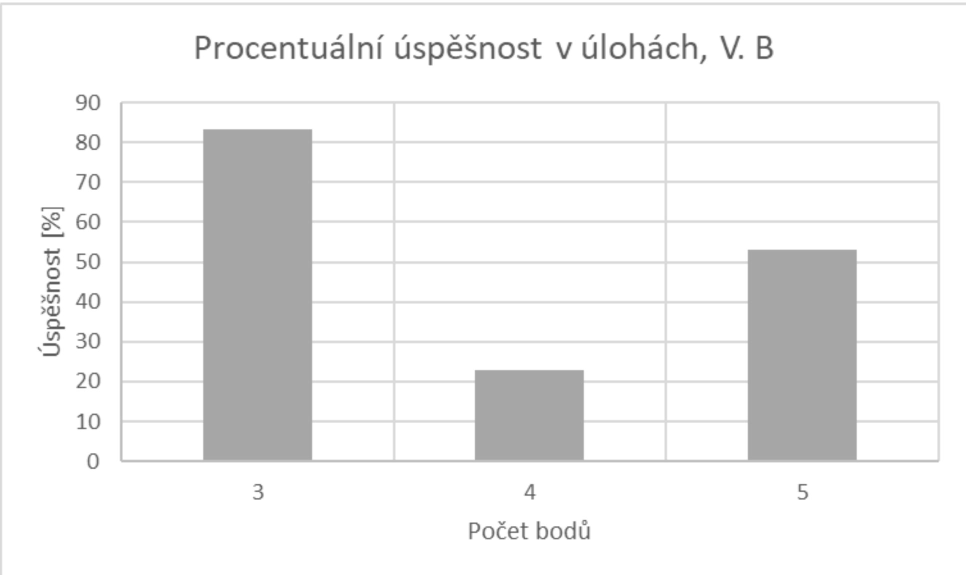
4.2.6 TŘÍDA V. B

Ve třídě V. B se výzkumu zúčastnilo 16 žáků, grafy níže popisují získané výsledky.



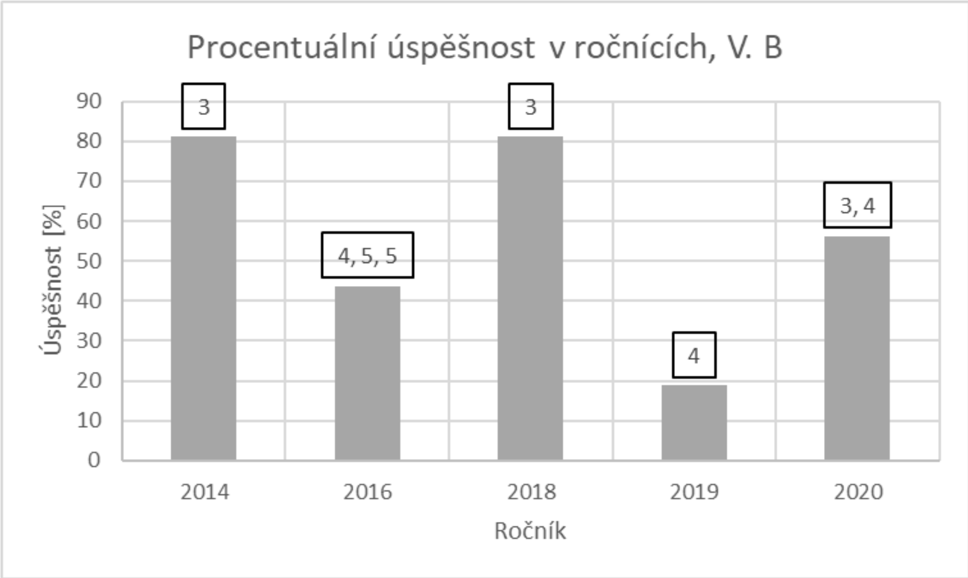
Graf č. 40: Celkový počet bodů, V. B

Ani poslední ze tříd nesplňuje normální rozdělení, můžeme pozorovat spíše různé počty bodů než opakující se možnosti.



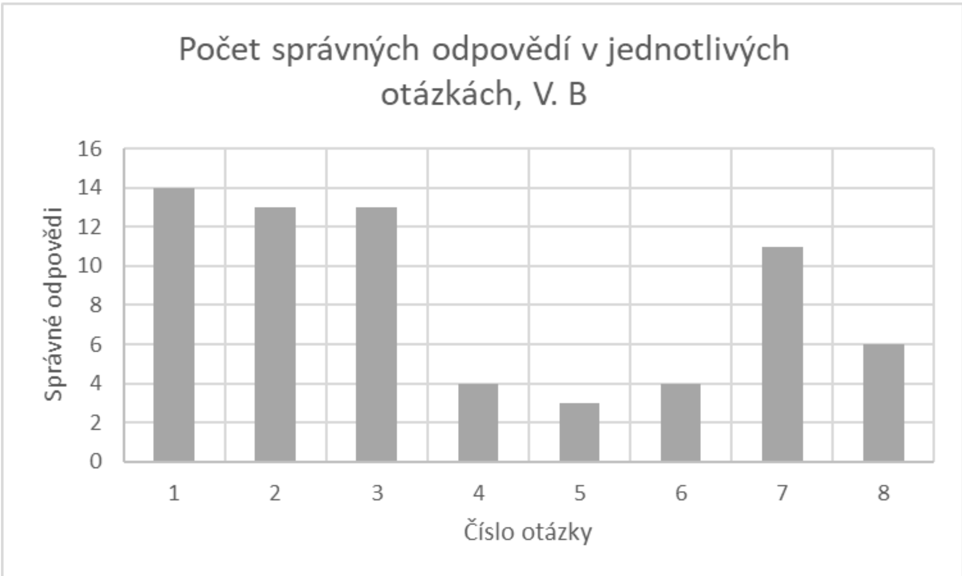
Graf č. 41: Procentuální úspěšnost v úlohách, V. B

Ve výše uvedeném grafu můžeme opět vidět vyšší úspěšnost ve více bodovaných úlohách nežli v úlohách za méně bodů. Opět bych tento jev připsal náročnějšímu řešení úlohy č. 6.



Graf č. 42: Procentuální úspěšnost v ročnících, V. B

Z grafu je patrné, že jednotlivé ročníky mohou obsahovat jak náročné, tak i snazší úlohy, které musí žáci zvládnout. Obě úlohy za 5 bodů z ročníku 2016 dopadly lépe než úloha za 4 body z ročníku 2019.

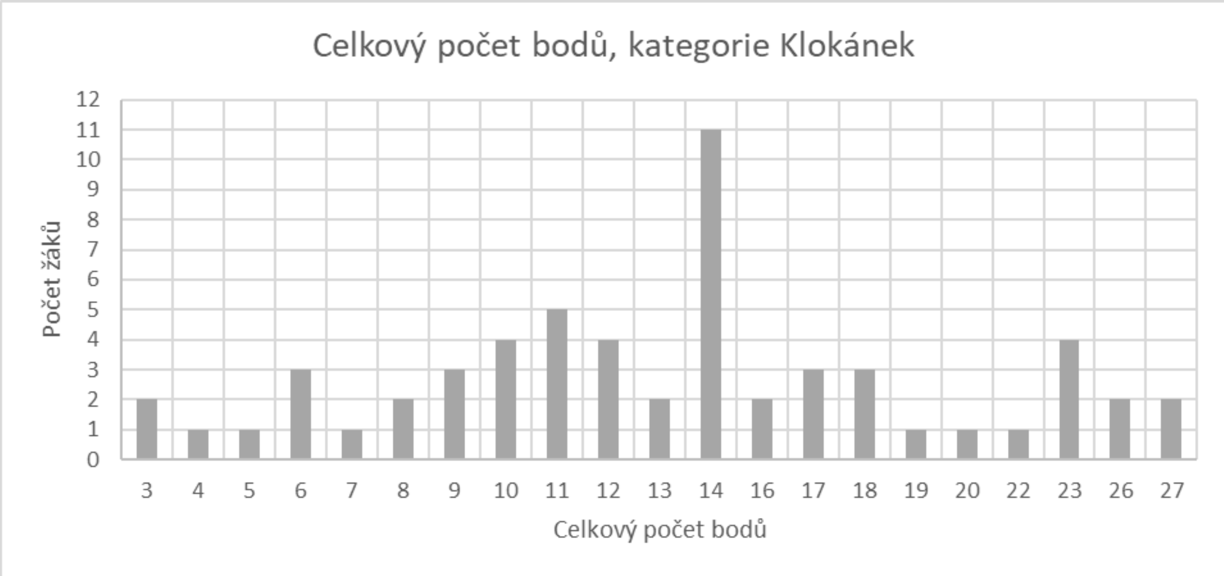


Graf č. 43: Počet správných odpovědí v jednotlivých otázkách, V. B

U poslední sledované třídy se nepotvrdila domněnka a nejtěžší úloze č. 6, žákům největší úskalí způsobila úloha č. 5, následně shodně úlohy č. 4 a 6. Opět vidíme vyšší úspěšnost u úloh za 5 bodů.

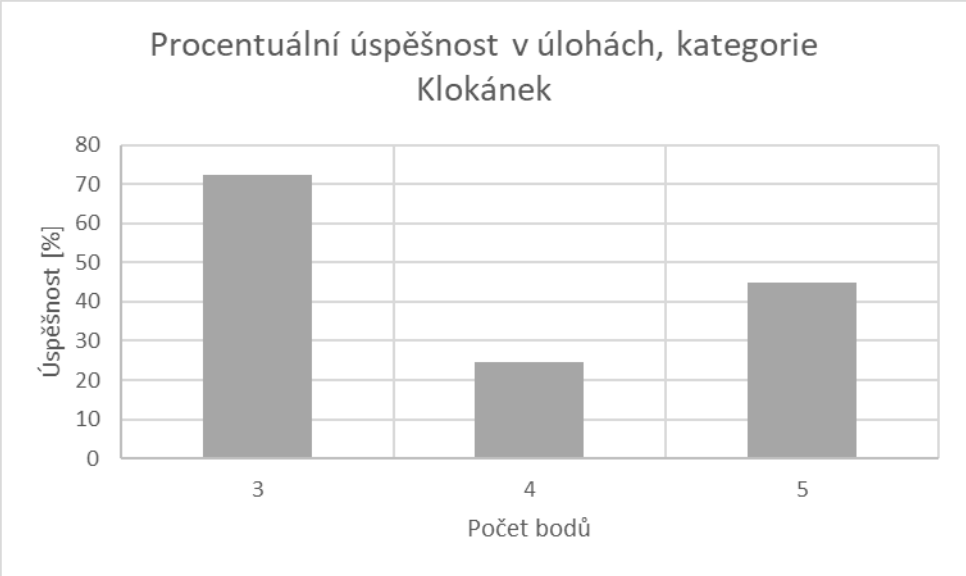
4.2.7 CELKOVÉ VÝSLEDKY KATEGORIE KLOKÁNEK

Na závěr uvádím souhrnné údaje o zkoumaných třídách z kategorie Klokánek. Průzkumu se celkem zúčastnilo 58 žáků ve věku 9, 10 a 11 let. Opět se pokusím grafy popsat jak z pohledu statistiky, tak z pohledu vlastních myšlenek a domněnek.



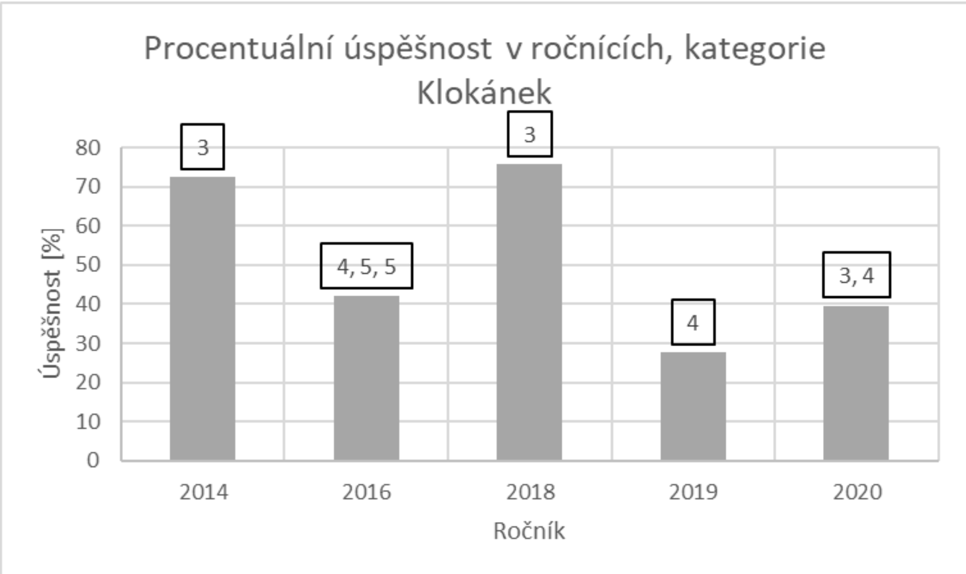
Graf č. 44: Celkový počet bodů, kategorie Klokánek

Ačkoliv průběžně jsme neměli možnost pozorovat normální Gaussovo rozdělení, v celkovém hodnocení tříd již tento jev máme možnost alespoň částečně zahlédnout. Opět je potřeba zmínit, že některé bodové hodnoty mohou nastat častěji než jiné, a proto nedochází k úplné Gaussově křivce. Z grafu je zároveň patrné, že mezi žáky kategorie Klokánek nebyl nikdo, kdo by měl 0 bodů, zároveň nemáme žádného cele úspěšného řešitele. V porovnání s předchozí kategorií pozorujeme vyšší počty bodů, tomuto se budu věnovat v dalším textu.



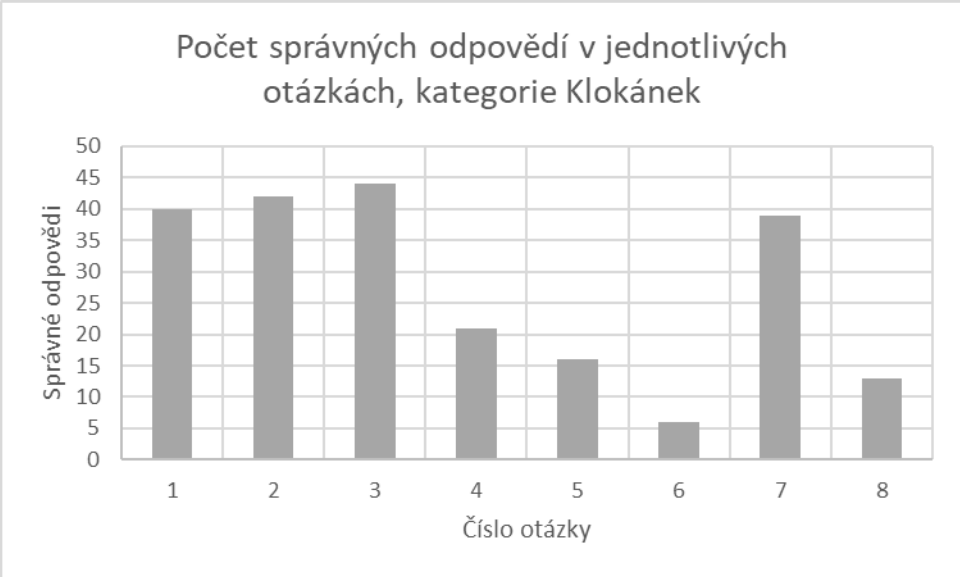
Graf č. 45: Procentuální úspěšnost v úlohách, kategorie Klokánek

Jev který jsme mohli pozorovat průběžně, je viditelný i v celkových součtech, úlohy za 5 bodů byly pro žáky snazší než úlohy za 4 body. Alespoň pro mnou vybrané úlohy tedy platí, že vyšší bodové ohodnocení nemusí nutně představovat vyšší obtížnost.



Graf č. 46: Procentuální úspěšnost v ročnících, kategorie Klokánek

Graf týkající se obtížnosti v jednotlivých ročnících nemůže plně postihnout myšlenku toho, který ročník byl pro žáky více náročný, protože byl vybrán pouze malý vzorek úloh, které žáci museli vyřešit. Přesto můžeme říci, že vybrané úlohy za nižší bodové ohodnocení z ročníku 2020 byly náročnější než úlohy z ročníku 2016.



Graf č. 47: Počet správných odpovědí v jednotlivých otázkách, kategorie Klokánek

Z grafu je patrná nízká úspěšnost v úloze 6, poté shodně úlohy 8 a 5, následuje úloha č. 4.

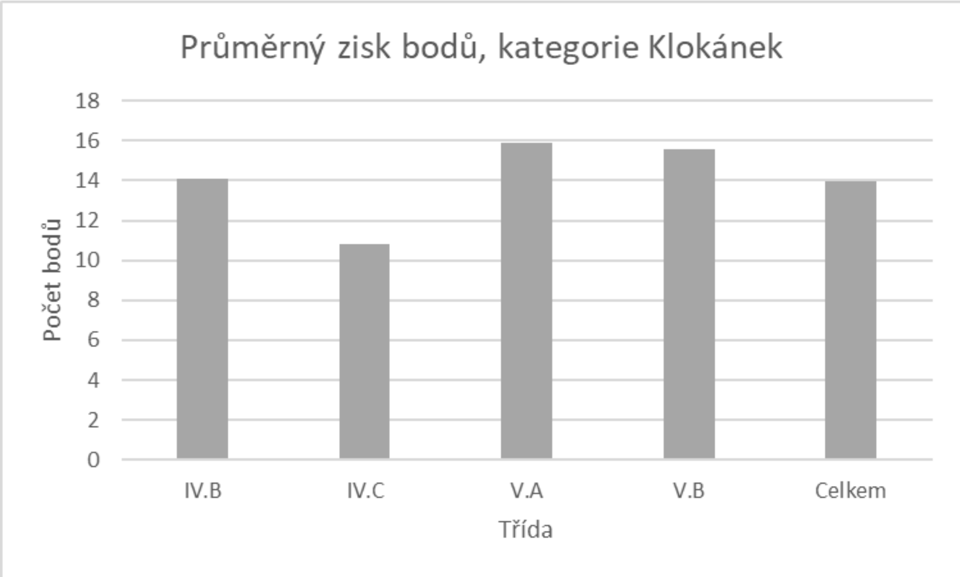
Již jsem zmínil obavu, že úloha č. 6 bude pro žáky náročná, má domněnka se potvrdila a zmíněnou úlohu vyřešilo pouze 6 žáků. Předpokládám, že žáci nebyli schopni problém matematizovat, případně se špatně zorientovali v zadání úlohy, která obsahuje více kroků ke správnému splnění.

Úloha č. 8 byla také z pohledu abstrakce náročná, ale v průběhu oprav jsem narazil na pár řešení, kdy žák použil možnost pokus – omyl a získal správné řešení. Nízká obtížnost je možná způsobena i špatným pochopením zadání a následnou špatnou matematizací problému.

Nízká úspěšnost u úlohy č. 4 mě překvapila, protože jsem očekával, že si žáci možnosti namalují přímo do obrázku a poté snadno zjistí správný výsledek.

Naopak vysoká úroveň úspěšnosti je u úlohy č. 7, u které jsem již dříve uváděl vysoká čísla a zdůvodnil je jednoduchou možností nakreslení obrázku a následné určení výsledku.

Úlohy za 3 body splnily má očekávání a byly pro žáky nejsnazší.

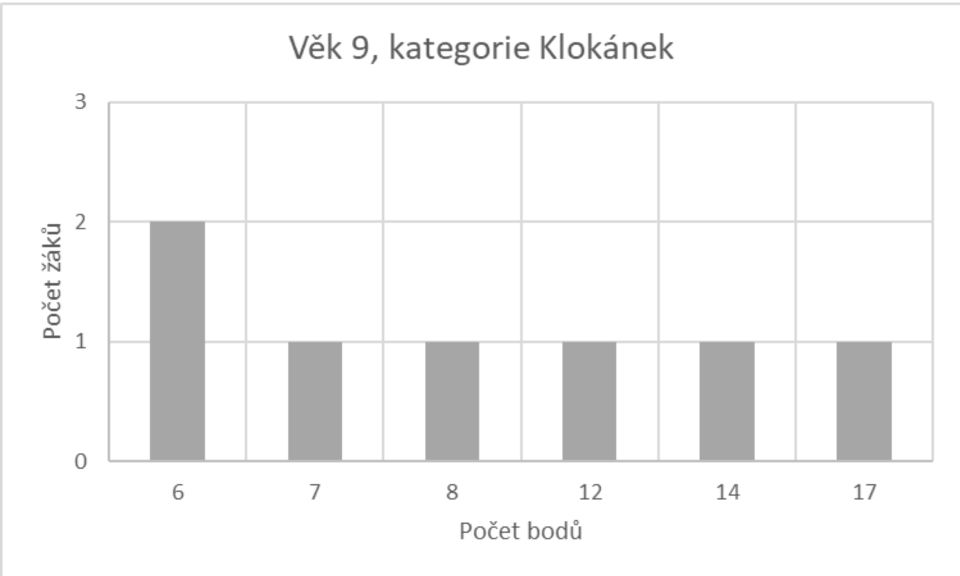


Graf č. 48: Průměrný zisk bodů, kategorie Klokánek.

Další graf pouze ukazuje průměrný zisk bodů v jednotlivých třídách a také celkový průměr zkoumaných žáků. Podle očekávání získali žáci 5. ročníku vyšší průměr než žáci 4. ročníku. Opět vidíme velký propad v průměru jedné třídy, tento jev nedokážu ničím vysvětlit.

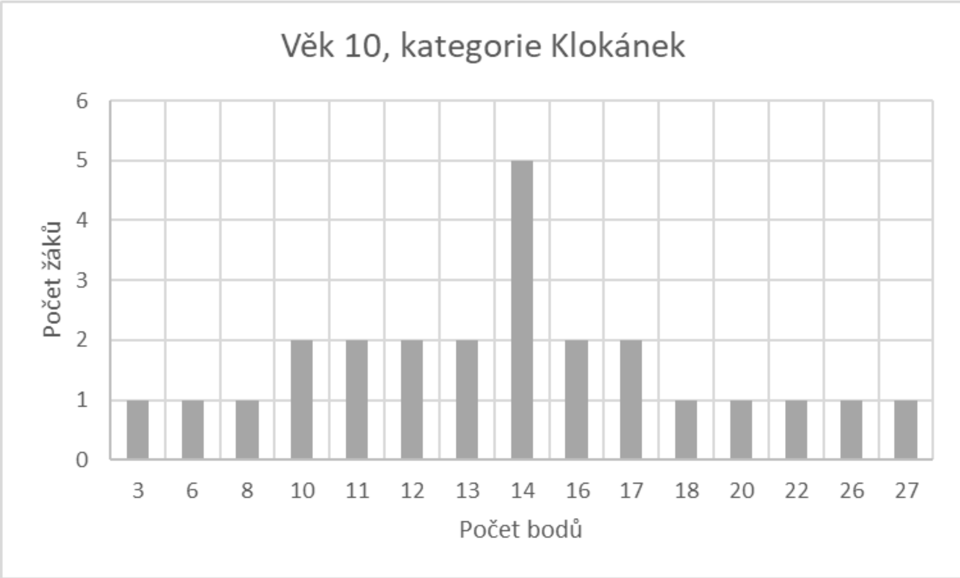
4.2.8 Rozložení výsledků podle věku, kategorie Klokánek

Žáci se nacházeli ve věkovém rozhraní od9 do 11 let, tuto skutečnost dále budu zkoumat.



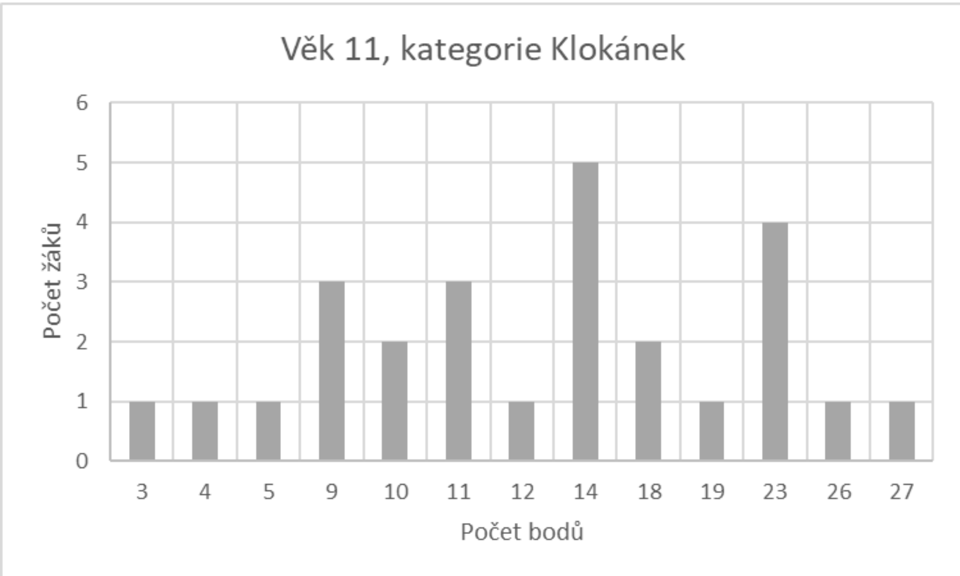
Graf č. 49: Věk 9, kategorie Klokánek

Opět nepozorujeme žádný statistický jev.



Graf č. 50: Věk 10, kategorie Klokánek

Naopak v grafu pro žáky ve věku 10 let se objevuje Gaussovo normální rozložení téměř perfektně. Podle mého názoru je to způsobeno především větším počtem žáků v tomto věku.



Graf č. 51: Věk 11, kategorie Klokánek

Také u žáků ve věku 11 let můžeme pozorovat náznak normálního rozložení; nejspíš je opět způsobeno větším počtem žáků.

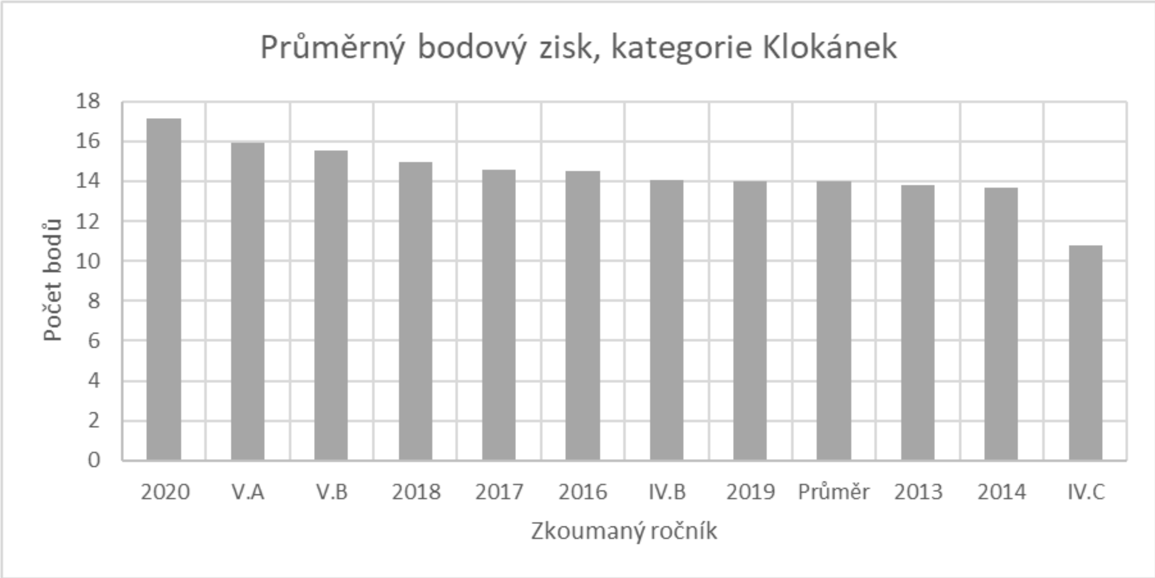
Graf č. 52: Bodový zisk v závislosti na věku, kategorie Klokánek

Poslední graf týkající se věku poukazuje na dříve zmíněnou myšlenku, že starší žáci jsou úspěšnější (především je to způsobeno tím, že žáci ve věku 11 let se objevují pouze v 5. ročníku, a naopak žáci ve věku 9 let se objevují ve 4. ročníku).

Mnou očekáváné domněnky se ve většině případů potvrdily, některé byly naopak vyvráceny. Dále uvedu porovnání zkoumaných tříd s celorepublikovými výsledky, které jsem opět normoval, abych výsledky mohl porovnávat.

4.2.9 POROVNÁNÍ ZÍSKANÝCH VÝSLEDKŮ S JEDNOTLIVÝMI ROČNÍKY, KATEGORIE KLOKÁNEK

Při porovnávání výsledků s celorepublikovým průměrem jsem postupoval stejně jako v kategorii Cvrček.



Graf č. 53: Průměrný bodový zisk, kategorie Klokánek

Je patrné, že opět dopadl nejlépe ročník 2020, tomuto jevu jsem se již věnoval, dále mu nebudu věnovat pozornost. Naopak mě překvapila vysoká úroveň žáků v 5. ročníku. Již jsem zmínil, že žáci neměli žádné body do začátku, a naopak žádné body neztráceli, přesto výsledný průměr žáků přesahuje všechny zbylé pozorované ročníky.

Třída IV. B se pohybuje v průměrných hodnotách a třída IV. C propadá i za nejméně úspěšným ročníkem 2014. Tento jev opět nedokážu plně vysvětlit, proto se mu nebudu dále věnovat. Zároveň v grafu uvádím průměrný zisk za celou kategorii, abych vhodně zaznamenal i průměr žáků v různých třídách.

5 VLASTNÍ ŘEŠENÍ VYBRANÝCH ÚLOH

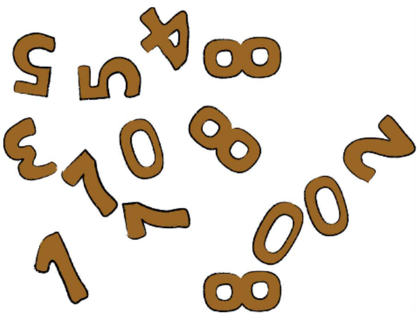
Dále v textu budu uvádět vlastní řešení vybraného ročníku Matematického klokana, konkrétně ročník 2013, kategorii Cvrček a Klokánek

5.1 KATEGORIE CVRČEK[6]

V dalším textu bude vždy obsažen výstřižek ze zadání Matematického klokana s mými vpisky. Pro ucelenou představu nezměněného zadání jej uvádím v příloze.

1. Na magnetické tabuli byly magnetky se všemi číslicemi. O přestávce dva magnetky spadly. Které?

(A) 3 a 5 (B) 4 a 8 (C) 2 a 0
(D) 6 a 9 (E) 7 a 1



Obr. 1: úloha č. 1, ročník 2013, kategorie Cvrček

První úloha vede žáky k pochopení pojmu všechny číslice a uvědomění si problému číselné řady. Žáci musí vhodně čísla seřadit a najít, která čísla chybí. Po seřazení získají řadu: 0, 0, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 5, 7, 7, 8, 8, 8. Nyní lze zjistit, že chybí číslice 6 a 9.

Správná odpověď je (D).

2. V knihovně je 12 knih. Každé z dětí na obrázku si vezme jednu knihu. Kolik knih zůstane?

(A) 12 (B) 8 (C) 4 (D) 2 (E) 0

Obr. 2: úloha č. 2, ročník 2013, kategorie Cvrček

[6] Dostupné z: https://matematickyklokan.net/index.php/sborniky

Druhá úloha patří do typu jednoduchých aditivních úloh, žáci spočítají, že jsou na obrázku 4 děti. Výpočet vypadá takto:

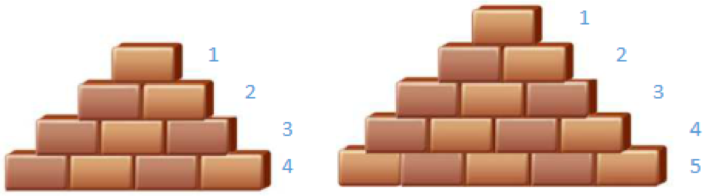
12 – 4 = 8.

Správná odpověď je (B).

Úloha 3 je řešena v rámci mého pracovního listu v příloze.

4. O kolik více cihel vidíte na větší stavbě?

(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 10



Obr. 3: úloha č. 4 včetně řešení, ročník 2013, kategorie Cvrček

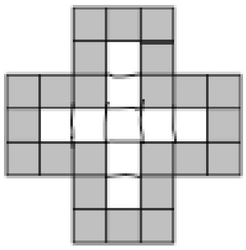
Při řešení této úlohy mají žáci 2 možnosti přístupu. Buď si všimnou rozdílu v počtu řad a z toho vyvodí rozdíl počtu cihel, nebo sečtou počty cihel v obou stavbách (viz obr. 3). Ve druhém případě by se jednalo o složenou slovní úlohu a její výpočet by vypadal takto:

1 + 2 + 3 + 4 = 10; 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15; 15 – 10 = 5.

Správná odpověď je (B).

5. V novostavbě rodinného domu zbývá dokončit podlahu chodby, která má být vydlážděna čtvercovými dlaždicemi. Kolik dlaždic ještě chybí?

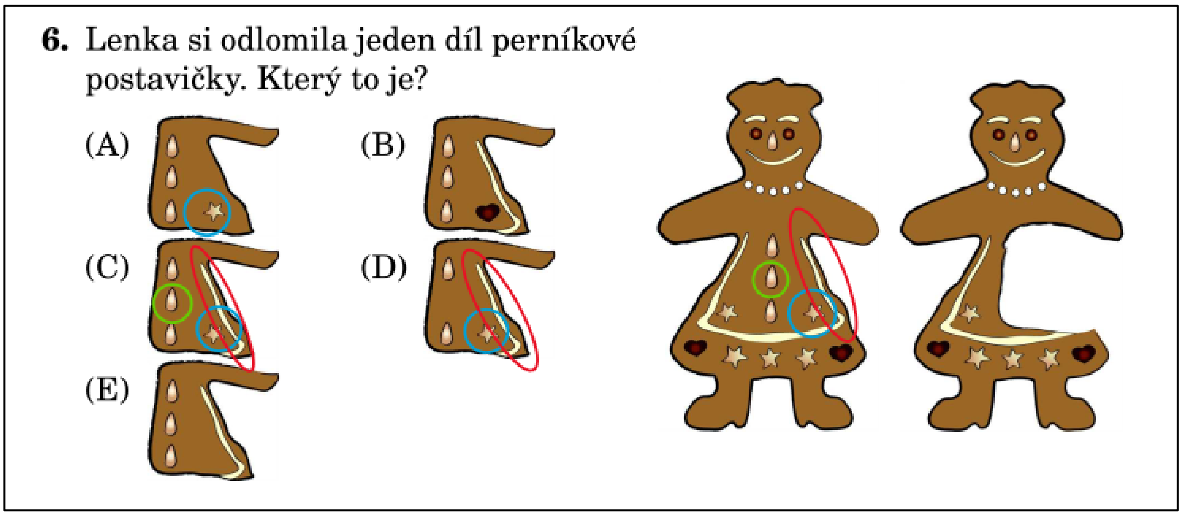
(A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9



Obr. 4: úloha č. 5 včetně řešení, ročník 2013, kategorie Cvrček

U této úlohy si mohou žáci pro vyřešení dokreslit zbývající dlaždice (viz obr. 4), po jejich sečtení získají počet 9.

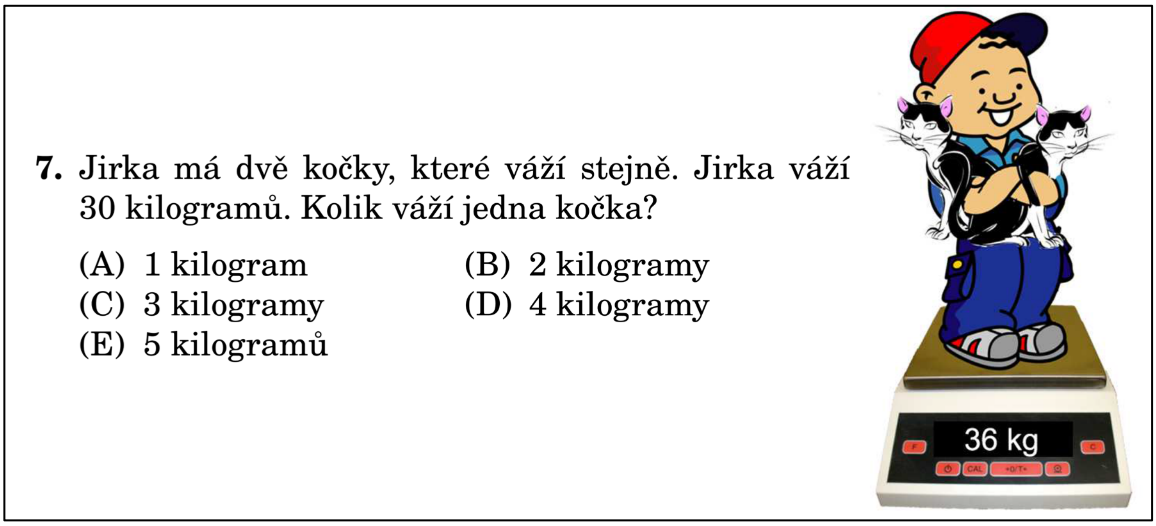
Správná odpověď je (E).



Obr. 5: úloha č. 6 včetně řešení, ročník 2013, kategorie Cvrček

V této úloze musejí žáci správně rozlišit a najít rozdíly v originální i odlomené verzi perníkové postavičky. Do zadání jsem označil hlavní 3 rozdíly, všechny 3 současně splňuje pouze jeden dílek (viz obr. 5).

Správná odpověď je (C).



Obr. 6: úloha č. 7, ročník 2013, kategorie Cvrček

Jedná se o složenou slovní úlohu, žáci musí provést 2 operace, výpočet by mohl vypadat takto:

36 – 30 = 6; 6 : 2 = 3.

Správná odpověď je (C).

8. Janička, Soňa a Míša dostali od tatínka po 5 jablkách. Janička potom dala 3 jablka Soně a Soňa dala polovinu svých jablek Míšovi. Kolik jablek má Míša?

(A) 4 (B) 5 (C) 7 (D) 8 (E) 9

Obr. 7: úloha č. 8, ročník 2013, kategorie Cvrček

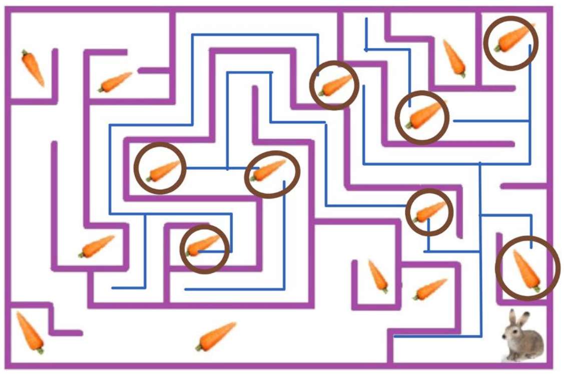
Opět se jedná o složenou slovní úlohu, výpočet by mohl vypadat takto:

3 + 5 = 8; 8 : 2 = 4; 4 + 5 = 9.

Správná odpověď je (E).

9. Ke kolika mrkvím se králík v bludišti může dostat?

(A) 7 (B) 8 (C) 9
(D) 15 (E) 16



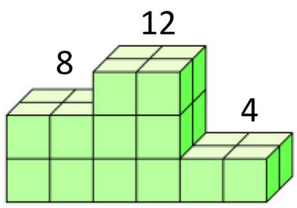
Obr. 8: úloha č. 9 včetně řešení, ročník 2013, kategorie Cvrček

Žáci musí projít bludištěm pouze od králíka, možná trasa je znázorněná v obrázku. Touto cestou se dostanou k počtu 8 (viz obr. 8).

Správná odpověď je (B).

10. Petr stavěl stupně vítězů (podívej se na obrázek). Kolik krychlí potřeboval?

(A) 12 (B) 18 (C) 19 (D) 22 (E) 24



Obr. 9: úloha č. 10 včetně řešení, ročník 2013, kategorie Cvrček

V této úloze musí žáci správně spočítat počet krychlí v jednotlivých patrech stupně vítězů. Mnou předpokládaný postup je ten, že nejprve zjistí počet v jedno patře (4) a poté daný počet zdvojnásobí (8) a ztrojnásobí (12), viz obr. 9. Výsledný výpočet by mohl vypadat takto:

4 + 2 · 4 + 3 · 4 = 4 + 8 + 12 = 24.

Správná odpověď je (E).

11. Šárka má 3 bratry a 3 sestry. Kolik bratrů a sester má její bratr Matěj?

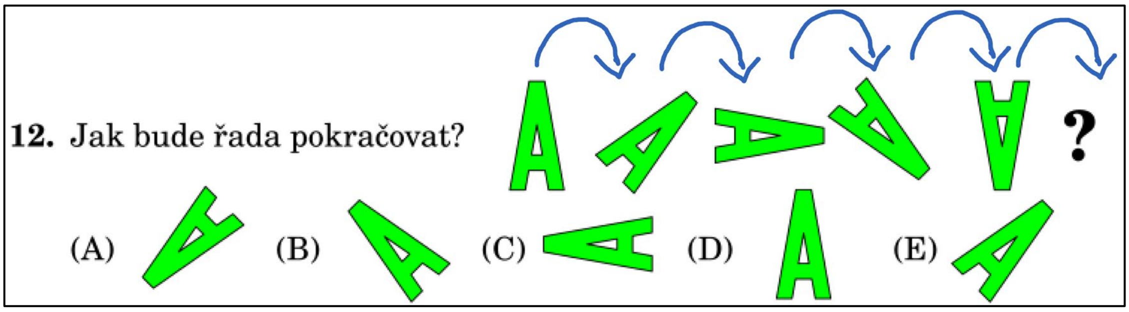
(A) 3 bratry a 3 sestry (B) 3 bratry a 4 sestry (C) 2 bratry a 3 sestry
(D) 3 bratry a 2 sestry (E) 2 bratry a 4 sestry

Obr. 10: úloha č. 11, ročník 2013, kategorie Cvrček

Logická úloha na zamyšlení a nezapomenutí započítání sama sebe. Žáci si prvně musí uvědomit, že Šárka nemůže počítat sebe mezi sestry a následně Matěj nemůže počítat sám sebe mezi bratry. Možný výpočet by mohl vypadat takto:

$M_S = 3 + 1 = 4$; $M_B = 3 - 1 = 2$; kde M_S je počet Matějových sester a M_B je počet Matějových bratrů.

Správná odpověď je (E).



Obr. 11: úloha č. 12 včetně řešení, ročník 2013, kategorie Cvrček

Žáci si musí nejdříve uvědomit vzorec, podle kterého dochází k převracení následujícího členu posloupnosti (otočení o -45°, viz obr. 11), a následně vybrat správný tvar písmene **A**. Správná odpověď je (A).

13. Prokopovi mají 5 dětí. Katka je o dva roky starší než Ríša, ale o dva roky mladší než Danielka. Terezka je o tři roky starší než Anička. Ríša a Anička jsou dvojčata. Které z dětí je nejstarší?

(A) Anička (B) Ríša (C) Danielka (D) Katka (E) Terezka

Obr. 12: úloha č. 13, ročník 2013, kategorie Cvrček

Jedná se o složenou aditivní úlohu, žáci musí vhodně určit rozdíly mezi věky jednotlivých dětí. Začneme určením 2 stejně starých dětí (dvojčata) a poté budeme řadu seřazovat podle zadaných údajů. Katka je o 2 roky starší než Ríša (Anička), Terezka je o 3 roky starší než

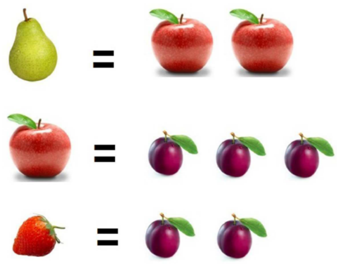
Anička a Danielka je o roky starší než Katka, tedy je o 4 roky starší než Ríša s Aničkou. Možný postup může vypadat takto:

Katka	*Danielka*	*Danielka (o 1 rok starší)*
Ríša ≈ Anička	*Katka*	*Terezka (o 1 rok starší)*
Danielka	*Ríša ≈ Anička*	*Katka (o 2 roky starší)*
Terezka	*Terezka*	*Ríša ≈ Anička*

Správná odpověď je (C).

14. Ve hře Tržiště má Adam na počátku 6 hrušek. Ovoce mění podle tabulky vpravo, až mu zbudou jen samé jahody. Kolik jich bude mít?

(A) 12 (B) 36 (C) 18 (D) 24 (E) 6



Obr. 13: úloha č. 14, ročník 2013, kategorie Cvrček

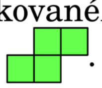
Opět se jedná o složenou aditivní úlohu (kterou můžou žáci řešit i multiplikativně). Žáci postupně sčítají, resp. násobí počty kusů ovoce, až se dostanou do výsledku v podobě jahod. Možný postup by mohl vypadat takto:

6 hrušek ≈ 6 · 2 jablka = 12 jablek *(6 + 6 = 12)*

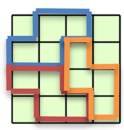
12 jablek ≈ 12 · 3 třešně = 36 třešní *(12 + 12 + 12 = 36)*

36 třešní ≈ 36 : 2 jahod = 18 jahod *(36 – 2 – 2 – 2 – 2 – 2 … – 2 – 2 = 0)*

Správná odpověď je (C).

15. Anežka měla kousek čtverečkovaného papíru jako na obrázku. Vystřihovala jen dílky tvaru . Najdi největší počet dílků, které mohla vystřihnout.

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5



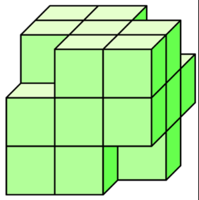
Obr. 14: úloha č. 15 včetně řešení, ročník 2013, kategorie Cvrček

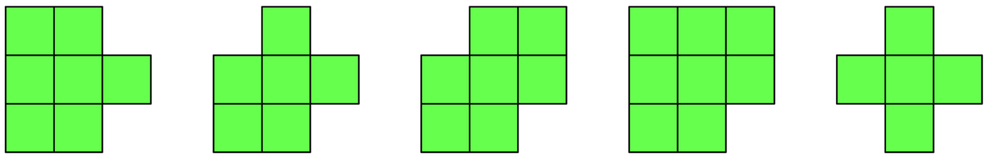
U této úlohy žáci pracují s geometrickými tvary v rovině a ke správnému zodpovězení otázky potřebují využít i osovou souměrnost útvaru. Vzorové řešení je v obr. 14.

Správná odpověď je (C).

Úloha 16 je řešena v rámci mého pracovního listu v příloze.

17. Z velké slepené krychle odpadly malé krychličky ve 4 rozích (podívej se na obrázek). Kolik z následujících tvarů mohlo vzniknout otiskem některé ze stěn tohoto tělesa?





(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

Obr. 15: úloha č. 17, ročník 2013, kategorie Cvrček

Úloha na práci v prostoru a prostorovou představivost žáků. Je potřeba si představit i 3 zbývající stěny, které nejsou na obrázku vidět. Z vybraných obrazců (čísluji zleva doprava) dostáváme:

1. obrazec je zadní a spodní stěna, 2. obrazec je pravá stěna, 3. obrazec je horní a přední stěna, 4. obrazec je levá stěna, 5. obrazec není možné získat ze žádné stěny, protože v žádné stěně nechybí 4 krychličky.

Správná odpověď je (D).

18. Ve čtvercové krabici byly dvě vrstvy stejných čtvercových čokolád. Pavel snědl všech 20 čokolád z horní vrstvy, které byly umístěny okolo bočních stěn krabice. Kolik čokolád zůstalo v krabici?

(A) 16 (B) 30 (C) 50 (D) 52 (E) 70

Obr. 16: úloha č. 18, ročník 2013, kategorie Cvrček

Opět se jedná úlohu na geometrii v rovině. Žáci si musí uvědomit, které čokolády z horní vrstvy Pavel snědl (hranici čtverce), z toho vyvodí velikost čtverce a následně dopočítají počet zbývajících čokolád. Možné řešení by mohlo vypadat takto:

x	x	x	x	x	x
x					x
x					x
x					x
x					x
x	x	x	x	x	x

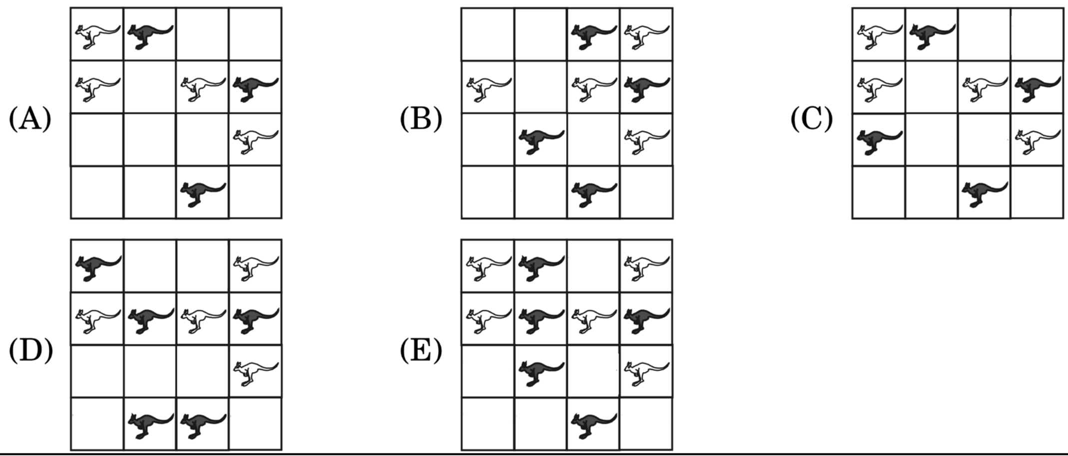
Z obr. 17 je patrné, že rozměry krabice jsou 6 x 6 čokolád. V každé vrstvě je tedy 6 · 6 = 36 čokolád. Z horní vrstvy Pavel snědl 20 čokolád, tedy v horní vrstvě zbylo 36 – 20 = 16 čokolád. V dolní vrstvě je také 36 čokolád, celkem v krabici zbylo 16 + 36 = 52 čokolád.

Obr. 17: řešení úlohy č. 18, ročník 2013, kategorie Cvrček

Správná odpověď je (D).

5.2 KATEGORIE KLOKÁNEK[7]

1. Na kterém obrázku je více klokanů černých než bílých?



Obr. 18: úloha č. 1, ročník 2013, kategorie Klokánek

Při řešení této úlohy musí žáci spočítat počet klokanů na každém obrázku a následně určit rozdíl. Možné řešení by mohlo vypadat takto (pořadí obrázku určuji velkým písmenem, dolní index označuje barvu klokanů):

$A_B = 4$; $A_{\check{C}} = 3$; $A_B > A_{\check{C}}$; $B_B = 4$; $B_{\check{C}} = 4$; $B_B = B_{\check{C}}$; $C_B = 4$; $C_{\check{C}} = 4$; $C_B = C_{\check{C}}$; $D_B = 4$; $D_{\check{C}} = 5$; $D_B < D_{\check{C}}$; $E_B = 5$; $E_{\check{C}} = 5$; $E_B = E_{\check{C}}$.

Správná odpověď je (D).

[7] Dostupné z: https://matematickyklokan.net/index.php/sborniky

2. Karolína nejprve správně určila součet. Poté zakryla dvě stejné číslice papírem: 4□ + 5□ = 104. Kterou číslici Karolína schovala?

(A) 2 (B) 4 (C) 5 (D) 7 (E) 8

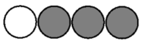
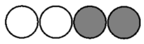
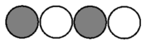
Obr. 19: úloha č. 2, ročník 2013, kategorie Klokánek

Zadanou úlohu mohou žáci řešit více způsoby (metoda pokus omyl; hledání takového součtu, který vychází mod 10 čtyři a splňuje zároveň podmínku součtu, aj.). Já bych uvedl například toto řešení:

Výsledný součet musí končit na 4 (tedy mod 10 má být 4). Proto přicházejí v úvahu pouze čísla 2 a 7, jiná zmíněnou podmínku nesplní. Protože 42 + 52 = 94 a 47 + 57 = 104, je výsledek jasný.

Správná odpověď je (C).

3. Jak bude řada pokračovat?  ? ? ? ?

(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

Obr. 20: úloha č. 3, ročník 2013, kategorie Klokánek

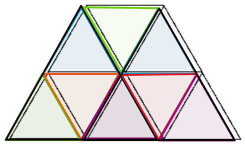
Následující úloha zkouší deduktivní úsudek žáků, při kterém mají možnost výběru pokračování posloupnosti. Vzhledem k malému počátečnímu vstupu řady je potřeba důsledně vybírat z nabízených možností. Možné řešení by mohlo vypadat takto:

Možnost (A) připadá v úvahu, protože splňuje podmínku řady (1 černá, 1 bílá, 3 černé, 3 bílé, 3 černé, 1 černá, 1 bílá, 3 černé). Možnost (B) žádným způsobem nenavazuje, možnost (C) také ne a možnost (D) také nesplňuje žádný způsob opakování. Poslední možnost (E) by splňovala podmínku řady (1 černá, 1 bílá, 3 černé, 3 bílé, 4 černé, 4 bílé).

Vzhledem k nejasnosti řešení považuji výše uvedenou úlohu za chybně zadanou a nesouhlasím s jediným správným řešením, které je podle autorů (E).

4. Kolik trojúhelníků je na obrázku?

(A) 9 (B) 10 (C) 11 (D) 8 (E) 12



Obr. 21: úloha č. 4 včetně řešení, ročník 2013, kategorie Klokánek

Úloha č. 4 vede žáky k zamyšlení, že jednotlivé geometrické tvary se mohou překrývat. S tímto vědomím jsou žáci schopni správně vyřešit úlohu, možné řešení je uvedeno v obrázku. Řešení obsahuje 2 velké trojúhelníky (označeny černě) a 8 malých trojúhelníků označených pro rozlišení různými barvami. Celkem je v obrázků 10 trojúhelníků (viz obr. 21).

Správná odpověď je (B).

5. Na olympijských hrách v Londýně v roce 2012 získal nejvíce medailí tým USA: 46 zlatých, 29 stříbrných a 29 bronzových. Čína byla druhá s 38 zlatými, 27 stříbrnými a 23 bronzovými medailemi. O kolik medailí získal tým USA více než tým Číny?

(A) 6 (B) 14 (C) 16 (D) 24 (E) 26

Obr. 22: úloha č. 5, ročník 2013, kategorie Klokánek

Uvedená úloha je složená aditivní úloha, možné řešení by mohlo vypadat takto:

$N_{USA} = 46 + 29 + 29 = 104;\ N_{CHN} = 38 + 27 + 23 = 88;\ N_{USA} - N_{CHN} = 104 - 88 = 16.$

Správná odpověď je (C).

6. Daniel má sáček s 36 bonbóny. Chce své kamarády podělit rovným dílem. Kolik kamarádů takto podělit nemůže?

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

Obr. 23: úloha č. 6, ročník 2013, kategorie Klokánek

Úloha na základ dělitelnosti, žáci mají za úkol zjistit, kterým číslem nelze číslo 36 vydělit beze zbytku. Možné řešení by mohlo vypadat takto:

36 : 2 = 18; 36 : 3 = 12; 36 : 4 = 9; 36 : 5 = 7 (zb. 1); 36 : 6 = 6.

Správná odpověď je (D).

7. Veroničina maminka potřebuje na výrobu každého sendviče dva plátky chleba. Jedno balení chleba obsahuje 24 plátků. Kolik sendvičů připraví z dvou a půl balení takového chleba?

(A) 24 (B) 30 (C) 48 (D) 34 (E) 26

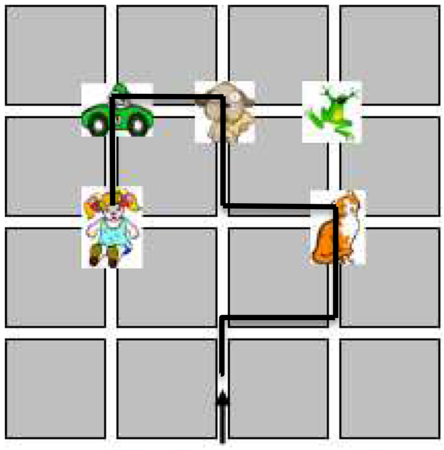
Obr. 24: úloha č. 7, ročník 2013, kategorie Klokánek

Jedná se o složenou multiplikativní úlohu, ve které musí žáci provést více operací na násobení a dělení. Možné řešení by mohlo vypadat takto:

2 · 24 + 24 : 2 = 48 + 12 = 60; 60 : 2 = 30.

Správná odpověď je (B).

8. V bludišti na obrázku jsou některé křižovatky označeny obrázky. Anička vstoupila do bludiště v místě šipky a žádnou křižovatku neprošla rovně. Na první křižovatce šla doprava, na další odbočila vlevo, na třetí se vydala opět vlevo, potom zatočila doprava, dále zahnula doleva a nakonec zamířila zase vlevo. U kterého obrázku Anička teď stojí?



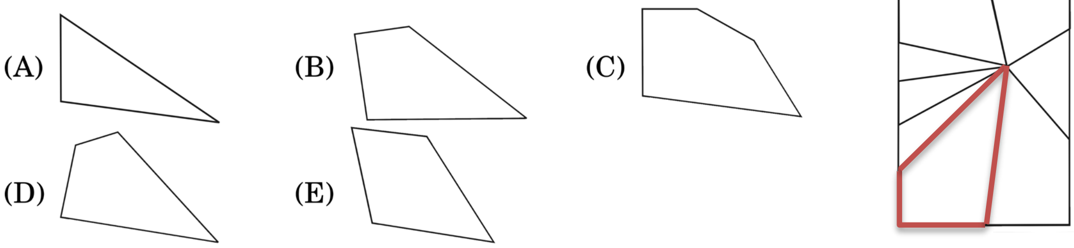
(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

Obr. 25: úloha č. 8 včetně řešení, ročník 2013, kategorie Klokánek

Úloha na orientaci v rovině, ve které musí žáci projevit pochopení pojmu doleva a doprava vzhledem k Aničce, ačkoliv žák jako pozorovatel vidí orientaci jinak. Cesta Aničky je znázorněna přímo v obr. 25.

Správná odpověď je (A).

9. Kája rozbil obdélníkové zrcadlo. Zatím se mu ho podařilo složit tak, jak vidíš na obrázku. Jeden kousek mu ale chybí. Který?



Obr. 26: úloha č. 9 včetně řešení, ročník 2013, kategorie Klokánek

Úloha s geometrickými tvary, žáci musí správně doplnit rozbité zrcadlo na obdélník a následně vybrat výsledný útvar, který je ve výsledcích otočený (viz obr. 26).

Správná odpověď je (B).

10. Pokaždé, když Pinocchio zalže, prodlouží se mu nos o 6 cm. Když řekne pravdu, zkrátí se mu nos o 2 cm. Pinocchiův nos měří 9 cm. Kolik bude měřit, když třikrát zalže a dvakrát promluví pravdu?

(A) 14 cm (B) 15 cm (C) 19 cm (D) 23 cm (E) 31 cm

Obr. 27: úloha č. 10, ročník 2013, kategorie Klokánek

Jedná se o složenou aditivní úlohu (žáci ji mohou řešit i multiplikativně), řešení by mohlo vypadat takto:

$9 + 3 \cdot 6 - 2 \cdot 2 = 9 + 18 - 4 = 23.$

Správná odpověď je (D).

11. V obchodě prodávají pomeranče ve třech různě velkých baleních (po 5 pomerančích, po 9 pomerančích nebo po 10 pomerančích). Pavel koupil 48 pomerančů. Nejmenší možný počet koupených balení byl:

(A) 8 (B) 7 (C) 6 (D) 5 (E) 4

Obr. 28: úloha č. 11, ročník 2013, kategorie Klokánek

Úloha je zaměřená na kombinatorické myšlení žáků s multiplikativním charakterem. Žáci si nejprve musí uvědomit, jak mohou získat číslo, které bude končit na 8 (mod 10 bude rovno 8) a poté zkombinovat dané možnosti pro nejmenší možný výstup. S využitím balení po 5 a 10 nemůžeme nikdy získat číslo končící na 8, s baleními po 9 a 5 bychom se k 8 nejdříve dostali až u 7 balení po 9 pomerančích a jednoho balení po 5. Tímto způsobem dospějeme k závěru, že nejdříve číslo končící na 8 získáme pomocí dvou balení po 9 pomerančích. Poté by mohl následovat výpočet:

2 · 9 = 18; 18 + 3 · 10 = 48. Využili jsme celkem 2 + 3 = 5 balení pomerančů.

Správná odpověď je (D).

12. Pět chlapců řeklo o čísle 325:
Andrej: „Je to trojciferné číslo."
Boris: „Všechny cifry jsou různé."
Vítek: „Ciferný součet je 10."
Tomáš: „Cifra na místě jednotek je 5."
Dan: „Všechny cifry jsou lichá čísla."
Který z chlapců neměl pravdu?

(A) Andrej (B) Boris (C) Vítek (D) Tomáš (E) Dan

Obr. 29: úloha č. 12, ročník 2013, kategorie Klokánek

Žáci pro správné vyřešení příkladu musí být obeznámeni s pojmy: n-ciferné číslo, cifra, ciferný součet, sudá a lichá čísla. Pokud tyto pojmy znají, tak jen postupují příkladem, aby zjistili, že Dan neměl pravdu.

Správná odpověď je (E).

13. Toník, Bětka, Katka a Dana se narodili ve stejném roce, a to 20. února, 12. dubna, 12. května a 25. května (ale ne nutně v tomto pořadí). Bětka a Toník se narodili ve stejném měsíci. Toník a Katka se narodili ve stejném dni různých měsíců. Které z dětí je nejstarší?

(A) Toník (B) Bětka (C) Katka (D) Dana (E) nelze určit

Obr. 30: úloha č. 13, ročník 2013, kategorie Klokánek

Pomocí zadaných informací musí žáci správně přiřadit datum narození ke jménu dětí. Následně žáci musí rozhodnout o věku dítěte. Možný postup by mohl vypadat takto:

Jediný stejný měsíc, který se objevuje v zadání, je květen → Bětka a Toník se narodili v květnu. Stejný den, který se objevuje v zadání, je 12. den → Toník a Katka se narodili 12. den. Z těchto údajů zjišťujeme, že Toník se narodil 12. května, Katka se narodila 12. dubna, Bětka se narodila 25. května a Dana se narodila 20. února. Dana je nejstarší.

Správná odpověď je (D).

14. Sportovního odpoledne se zúčastnilo 30 dětí. Ve skoku soutěžilo 15 dětí, v běhu 20 dětí. Každé z dětí soutěžilo alespoň v jedné z disciplin. Kolik dětí soutěžilo v obou disciplínách?

(A) 25 (B) 15 (C) 30 (D) 10 (E) 5

Obr. 31: úloha č. 14, ročník 2013, kategorie Klokánek

Jedná se o složenou aditivní úlohu s neprázdným průnikem dvou množin. Žáci si musí uvědomit, že počet sportujících dětí, který přebývá nad počtem zúčastněných dětí, je počet dětí, které se zúčastnily obou disciplín. Možné řešení by mohlo vypadat takto:

15 + 20 = 35; 35 – 30 = 5.

Správná odpověď je (E).

15. K dílku skládačky najdi takový druhý dílek, aby jejich složením vznikl černý obdélník.

(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

Obr. 32: úloha č. 15 včetně řešení, ročník 2013, kategorie Klokánek

U zadané úlohy si žáci potřebují všimnout kusů dílků, které se spojením nebudou překrývat, ani nebude kousek chybět. Nejdříve v původním dílku objeví kousek, který je třeba doplnit a tento kousek následně naleznou v řešení (viz obr. 32). Žádný jiný dílek tuto podmínku nesplňuje.

Správná odpověď je (B).

16. Číslo 35 lze dělit beze zbytku číslicí na místě jednotek (35 : 5 = 7). Číslo 38 tuto vlastnost nemá. Kolik najdeš čísel větších než 21 a menších než 30, která jde beze zbytku dělit jejich poslední číslicí (jako 35)?

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

Obr. 33: úloha č. 16 včetně řešení, ročník 2013, kategorie Klokánek

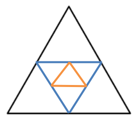
Žáci nejprve musí vhodně určit čísla, která splňují vlastnost v zadání, tato čísla jsou: *22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29*. Následně žáci zkouší vydělit číslo jeho poslední číslicí a výsledek musí bát beze zbytku. Možné řešení je:

22 : 2 = 11; 23 : 3 = 7 (zb. 2); 24 : 4 = 6; 25 : 5 = 5; 26 : 6 = 4 (zb. 2); 27 : 7 = 3 (zb. 6); 28 : 8 = 3 (zb. 4); 29 : 9 = 3 (zb. 2).

Čísla s danou vlastností jsou 22, 24, 25.

Správná odpověď je (B).

17. Spojením středů stran trojúhelníku na obrázku narýsujeme další menší trojúhelník. Zopakujeme to stejně se středy stran tohoto menšího trojúhelníku. Z kolika nejmenších trojúhelníků je možné sestavit původní trojúhelník?



(A) 5 (B) 8 (C) 10 (D) 16 (E) 32

Obr. 34: úloha č. 17 včetně řešení, ročník 2013, kategorie Klokánek

Pomocí zakreslení středů a jejich spojení[8] dochází žáci k závěru, že tímto způsobem jsou schopni rozdělit trojúhelník na 4 shodné trojúhelníky (a zároveň podobné s původním trojúhelníkem). Po druhém rozdělení dojdou ke stejnému závěru a k řešení mohou použít buď násobení, nebo sčítání jednotlivých trojúhelníků. Možné řešení by mohlo být:

$4 \cdot 4 = 16$ $(4 + 4 + 4 + 4 = 16)$.

Správná odpověď je (D).

18. Kolik let uplyne od 1. ledna 2013, než poprvé nastane situace, že bude součin číslic daného roku větší než součet číslic daného roku?

(A) 87 (B) 98 (C) 101 (D) 102 (E) 103

Obr. 35: úloha č. 18, ročník 2013, kategorie Klokánek

V úloze musí žáci vhodně rozlišiti slova součin a součet, a především znát jejich význam. Následně dochází k závěru, že rok nesmí obsahovat 0, protože poté bude součin vždy nula. Nejbližší možný rok, který tuto podmínku splňuje je 2111. Poté metodou sčítání a násobení naleznou správné řešení. Možný postup by mohl vypadat takto:

$2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 2;\ 2 + 1 + 1 + 1 = 5;\ 2 < 5$

$2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 2 = 4;\ 2 + 1 + 1 + 2 = 6;\ 4 < 6$

$2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 3 = 6;\ 2 + 1 + 1 + 3 = 7;\ 6 < 7$

$2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 4 = 8;\ 2 + 1 + 1 + 4 = 8;\ 8 = 8$

$2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 5 = 10;\ 2 + 1 + 1 + 5 = 9;\ 10 > 9$

[8] Úsečka v trojúhelníku která spojuje středy stran, se nazývá střední příčka.

2115 – 2013 = 102

Správná odpověď je (D).

19. Během prosince prospala kočka Micka přesně 3 týdny. Kolik minut v tomto měsíci byla vzhůru?

(A) $(31-7)\cdot 3\cdot 24\cdot 60$ (B) $(31-7\cdot 3)\cdot 24\cdot 60$ (C) $(30-7\cdot 3)\cdot 24\cdot 60$
(D) $31-7\cdot 3\cdot 24\cdot 60$ (E) $(31-7\cdot 3)\cdot 24\cdot 60\cdot 60$

Obr. 36: úloha č. 19, ročník 2013, kategorie Klokánek

Jedná se o složenou aditivní a multiplikativní, u které se po žácích chce, aby dokázali vhodně rozhodnout, který výpočet splňuje zadání. Možný postup by mohl vypadat takto:

Prosinec má 31 dnů, 3 týdny mají 3 · 7 dnů. Počet dnů kdy byla kočka vzhůru, je: 31 – 3 · 7.

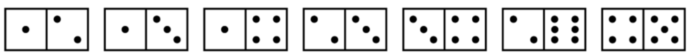
Jeden den má 24 hodin, počet hodin je: (31 – 3 · 7) · 24.

Jedna hodina má 60 minut, počet minut je: (31 – 3 · 7) · 24 · 60.

Vzhledem ke komutativnosti násobení platí rovnost (31 – 7 · 3) · 24 · 60.

Správná odpověď je (B).

20. Jonáš má několik dílků domina (podívej se na obrázek). Má je sestavit do řady podle následujícího pravidla: sousední pole dvou dílků domina musí mít stejný počet teček. Kolik nejvíce dílků může takto seřadit?



(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

Obr. 37: úloha č. 20, ročník 2013, kategorie Klokánek

Úloha na kombinatorické přemýšlení žáků a také zajímavá úloha na teorii grafů. Žáci musí vhodně rozhodnout o tom, kolik můžou vytvořit spojů na základě počtu dílků s daným počtem teček (abychom mohli vytvořit dvojici, musíme mít 2n dílků se stejným počtem teček, pokud máme 2n+1 počtu dílků, můžeme z daného dílku vytvořit konec řady; n ∈ ℕ). Možný postup by mohl vypadat takto:

1 tečka – 3 krát; 2 tečky – 3 krát; 3 tečky – 3 krát, 4 tečky – 3 krát; 5 teček – 1 krát; 6 teček – 1 krát. Každá tečka je umístěna v lichém počtu, tedy nemohu vytvořit řadu ze všech dílků (řada má 2 konce, pouze 2 počty teček mohou být umístěny v lichém počtu). Další úvaha je již pouze na kombinatorickém přemýšlení a snaze nalézt nejdelší řadu.

Abychom využili i dílek s počtem, který je pouze jedenkrát, můžeme ho vzít jako začátek řady, jedna z možností je: 5 – 4 → 4 – 3 → 3 – 2 → 2 – 1 → 1 – 3. Delší řada se nepodaří sestavit, vznikly by uzly, které nemají další návaznost.

Správná odpověď je (C).

21. Kryštof prodává 10 skleněných zvonečků za různou cenu: 1 euro, 2 eura, 3 eura, 4 eura, 5 eur, 6 eur, 7 eur, 8 eur, 9 eur, 10 eur. Potřebuje zabalit všechny zvonečky do tří krabic tak, aby cena zvonečků v každé krabici byla stejná. Kolika způsoby to může udělat?

(A) 1 (B) 2 (C) 3
(D) 4 (E) nelze je takto rozdělit

Obr. 38: úloha č. 21, ročník 2013, kategorie Klokánek

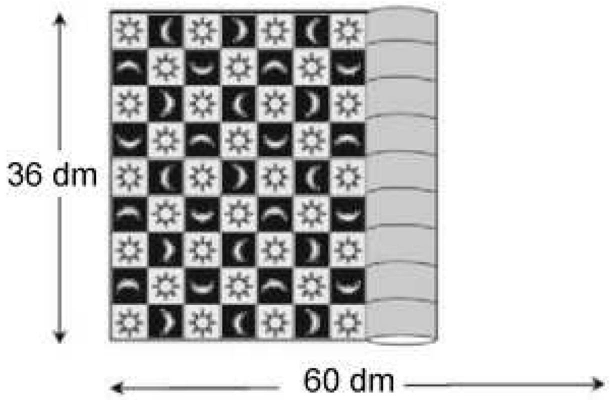
Daná úloha vede žáky k zamyšlení, jak vypočítat hodnotu zboží umístěného v krabicích. Nejdříve je potřeba určit celkovou hodnotu, poté ji rozdělit a zjistit, jestli je možné dané hodnoty docílit pouze pomocí konkrétních částek. Možné řešení by mohlo vypadat takto:

1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 = 55; 55 : 3 = 18 (zb. 1). Protože celková částka není dělitelná 3, není možné zboží vhodně rozdělit do 3 krabic.

Správná odpověď je (E).

22. Petr koupil koberec široký 36 dm a dlouhý 60 dm. Vzor koberce je celý utkán z malých čtverců s obrázkem slunce nebo měsíce. Vidíte, že na šířku koberce se vejde 9 čtverců. Kolik měsíců uvidíte, až bude koberec celý rozvinutý?

(A) 68 (B) 67 (C) 65
(D) 63 (E) 60



Obr. 39: úloha č. 22, ročník 2013, kategorie Klokánek

Jedná se o složenou multiplikativní úlohu, žáci musí za pomoci znalosti o čtvercích zjistit velikost jednoho čtverce a následně dopočítat, kolik čtverců je na delší straně koberce. Poté zbývat určit celkový počet všech malých čtverců a dopočítat počet měsíců. Možný postup by mohl vypadat takto:

36 : 9 = 4; 60 : 4 = 15; protože počet sloupců je 15, čtverců se slunci bude více, protože v prvním sloupci je o 1 slunce více, v 15. sloupci také bude o 1 slunce více.

9 · 15 = 135; 135 : 2 = 67 (zb. 1); zbytek představuje jedno slunce navíc.

Správná odpověď je (B).

23. Radka si hrála s kartičkami, na kterých byly číslice 0 a 1. Poskládala z nich několik čísel. Součet všech jejích čísel byl 2013. Vyber nejmenší počet čísel, které Radka mohla složit.

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 204

Obr. 40: úloha č. 23, ročník 2013, kategorie Klokánek

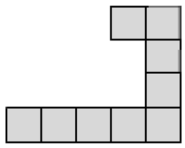
Úloha na zajímavé sčítání, kdy si žáci musí uvědomit, co se děje s čísly při písemném sčítání. Dále se žáci musí zamyslet nad tím, jak v součtu čísel získat na pozici jednotek číslo 3, a dojdou k závěru, že je potřeba využít minimálně 3 čísla. Možný postup by mohl vypadat takto:

1011 + 1001 + 1 =2013.

Správná odpověď je (B).

24. Barbora má k dispozici dílky stavebnice jako na obrázku. Urči nejmenší počet dílků, z kterých může složit čtverec.

(A) 3 (B) 4 (C) 6 (D) 8 (E) 16



Obr. 41: úloha č. 24, ročník 2013, kategorie Klokánek

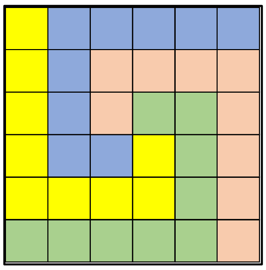
Geometrická úloha, která je spíše na číselné přemýšlení žáků. Myšlenkový pochod by žáci měli mít takový, že si nejdříve uvědomí, jaký obsah má každý čtverec (jedná se o $n \cdot n$; $n \in \mathbb{N}$). Počet čtverečků v dílku stavebnice je 9, aby Barbora při stavbě čtverce použila jen tyto dílky, musí být celkový počet čtverečků ve čtverci dělitelný 9 (jistě se najdou i žáci, kteří rovnou vyzkouší geometrický postup a budou se snažit vytvořit čtverec bez uvedených výpočtů). Možný postup by mohl vypadat takto:

1 · 1 = 1, 2 · 2 = 4; 3 · 3 = 9; ….

Tímto způsobem žáci najdou obsah každého čtverce. Poté musí zjistit, který obsah je dělitelný 9, splňují to čísla: 9, 36, 81, 144, 225 … (Někteří žáci jistě odhalí, že číslem 9 budou *dělitelné pouze takové čtverce, které mají rozměr strany násobek 3). Po vydělení a určení počtu dílků získají žáci:*

9 : 9 = 1; 36 : 9 = 4; 81 : 9 = 9; 144 : 9 = 16; 225 : 9 = 25.

Tato čísla představují možný počet dílků, ze kterého by šlo čtverec sestavit. Počet 1 můžeme z jasných důvodů vyloučit. Počet 9 a 25 není v nabídce možností, také je můžeme vyloučit. Zbývají možnosti 4 a 16. Protože se snažíme o co nejmenší počet, je vhodné nejdříve vyzkoušet počet 4 dílků, které dohromady obrazec vytvoří (viz obr. 42)



Obr. 42: úloha č. 24 - řešení, ročník 2013, kategorie Klokánek

Správná odpověď je (B).

ZÁVĚR

V mé práci jsem se věnoval problematice nestandardních slovních úloh, se kterými se mohou setkat žáci 1. stupně základní školy. V Rámcově vzdělávacím programu je jasně stanovena tato oblast, proto jsem si takové téma vybral, abych svou práci mohl propojit i s praktickou výukou.

V úvodní kapitole jsem krátce vymezil postavení matematiky na 1. stupni základní školy, uvedl jsem některé historické skutečnosti, které vedly k novelám a inovacím vyučování. Následně jsem zmínil různé matematické soutěže, které probíhají na 1. stupni základní školy a největší pozornost jsem přikládal soutěži Matematický klokan, ze které vychází praktická část mé práce.

V poslední oblasti před samotnou výzkumnou částí mé práce jsem se věnoval analýze dvou ročníků soutěže, ročníkům 2013 a 2022. Uvedl jsem klasifikaci jednotlivých úloh, úspěšnost řešitelů a snažil jsem se popsat důvody ovlivňující výsledky statistiky.

Po teoretickém úvodu, ve kterém jsem definoval některé pojmy důležité pro mou práci, se věnuji praktické části mé práce, ve které jsem pracoval s různými ročníky soutěže Matematický klokan. Z těchto vybraných úloh jsem sestavil dva pracovní listy pro žáky 2. – 5. ročníku základní školy, které jsem následně nechal žáky vypracovat. Tohoto mého výzkumu se zúčastnilo celkem 111 žáků z osmi různých tříd. Získaná data jsem poté analyzoval v různých rovinách – úspěšnost v závislosti na věku, celková úspěšnost, úspěšnost v závislosti na typu úlohy, úspěšnost v ročnících, porovnání úspěšnosti s celkovou známou statistikou. V mé práci jsem se věnoval výsledkům této analýzy, snažil jsem se pojmenovat možné problémy, se kterými se žáci mohli setkat, věnoval jsem se příčinám úspěšnosti, resp. neúspěšnosti v jednotlivých úlohách a uváděl jsem jednotlivé grafy, které popisují získaná data.

V poslední kapitole jsem se věnoval vlastnímu řešení úloh, u kterého jsem uváděl i různé didaktické a metodické poznámky, např. jak je možné úlohy řešit se žáky, na které problémy při řešení mohou žáci narazit, jak správně vést žáky k vhodnému řešení. Tato poslední kapitola může posloužit i jako pracovní list se řešením pro vyučující a jedná se o vhodný učební materiál, který bude použitelný i v mé budoucí praxi.

RESUMÉ

In my work, I have focused on the problem of non-standard word tasks that students in grade 1 of elementary school may face. This area is clearly defined in the Framework Education Programme, so I chose such a topic to connect my work with practical teaching.

In the introductory chapter, I briefly defined the position of mathematics in 1st grade of elementary school and mentioned some historical facts that led to changes and innovations in teaching. Then, I mentioned different mathematical competitions that take place in the 1st grade of elementary school, paying the most attention to the “Mathematical Kangaroo” competition, on which the practical part of my work is based.

In the last section before the actual research part of my work, I devoted myself to the analysis of two years of the competition, the years 2013 and 2022. I listed the classification of each task, the success rate of the solvers and tried to describe the reasons that influence the statistical results.

After the theoretical introduction, in which I defined some concepts important for my work, I turn to the practical part of my work, in which I worked with different grades of the “Mathematical Kangaroo” competition. From these selected tasks, I compiled two worksheets for students in grades 2 through 5 of elementary school, which I then had the students work on. A total of 111 students from eight different grades participated in my study. I then analysed the data obtained at various levels - success rate as a function of age, overall success rate, success rate as a function of task type, success rate in years, comparison of success rate with commonly known statistics. In my thesis I have focused on the results of this analysis, I have tried to identify the possible problems that the students may have encountered, I have focused on the causes of success or failure in each task, and I have presented individual graphs describing the data obtained.

In the last chapter, I devoted myself to solving the tasks, also giving various didactic and methodological hints, such as how to solve the tasks with the students, what problems the students may encounter in solving them, and how to properly guide the students to an appropriate solution. This last chapter can also serve as a solution worksheet for teachers and is a suitable teaching material that will also be used in my future practice.

SEZNAM LITERATURY

Divíšek, Jiří. 1989. *Didaktika matematiky pro učitelství 1. stupně ZŠ: celostátní vysokoškolská učebnice pro studenty pedagogických fakult studijního oboru 76-11-8 : učitelství pro 1. stupeň základní školy.* Praha : SPN, 1989. 80-04-20433-3.

EDU. EDU. *edu.cz.* [Online] [Citace: 26. Prosinec 2022.] https://www.edu.cz/wp-content/uploads/2021/07/RVP-ZV-2021-zmeny.pdf.

2002. *MAKOS 2002, Sborník materiálů z podzimní školy péče o talenty.* Zlín : Univerzita Tomáše Bati, Fakulta aplikované informatiky, 2002. 80-244-0549-0.

Maňák, Josef a Švec, Vlastimil. 2003. *Výukové metody.* Brno : Paido, 2003. 80-7315-039-5.

Matematická olympiáda. Co je matematická olympiáda. *Matematická olympiáda.* [Online] [Citace: 26. Prosinec 2023.] https://www.matematickaolympiada.cz/co-je-mo.

Matematický klokan. Sborníky: Matematický klokan. *Matematický klokan.* [Online] [Citace: 14. Únor 2023.] https://matematickyklokan.net/index.php/sborniky.

Math Kangaroo. Math Kangaroo. *Math Kangaroo.in.* [Online] [Citace: 25. Leden 2023.] https://www.mathkangaroo.in/about/history.

MŠMT. MŠMT. [Online] [Citace: 26. Prosinec 2022.] https://www.msmt.cz/file/8254_1_1/.

Nováková, Eva. 2016. *Analýza úloh ze soutěže Matematický klokan a jejich řešení žáky primární školy: shrnutí výsledků výzkumného šetření.* Brno : Masarykova univerzita, 2016. 978-80-210-8482-7.

Pangea. Pangea soutěž. *Pangea.* [Online] [Citace: 25. Leden 2023.] https://www.pangeasoutez.cz/files/public/rules.pdf.

—. Pangea soutěž. *Pangea.* [Online] [Citace: 25. Leden 2023.] https://www.pangeasoutez.cz/historie.

—. Pangea soutěž. *Pangea.* [Online] [Citace: 25. Leden 2023.] https://www.pangeasoutez.cz/o-soutezi.

Riley, Mary, Greeno, James a Joan, Heller. 1984. *The development of mathematical thinking.* Pittsburgh : Learning Research and Development Center, 1984. 0-12-284780-6.

Smidt, Siegbert a Weiser, Werner. 1995. Semantic Structures of One-Step Word Problems Involving Multiplication or Division. *Educational Studies in Mathematics.* 1995, Sv. 28, 1.

Vondrová, Naďa a Rendl, Miroslav. 2015. *Kritická místa matematiky základní školy v řešeních žáků.* Praha : Univerzita Karlova, nakladatelství Karolinum, 2015. 978-80-246-3234-6.

Vondrová, Naďa. 2019. *Didaktika matematiky jako nástroj zvládání kritických míst v matematice.* Praha : Univerzita Karlova, Pedagogická fakulta, 2019. 978-80-7603-109-8.

—. 2019. *Matematická slovní úloha: mezi matematikou, jazykem a psychologií.* Praha : Karolinum, 2019. 978-80-246-4516-2.

Vyšín, Jan. 1962. *Metodika řešení matematických úloh.* Praha : SPN, 1962.

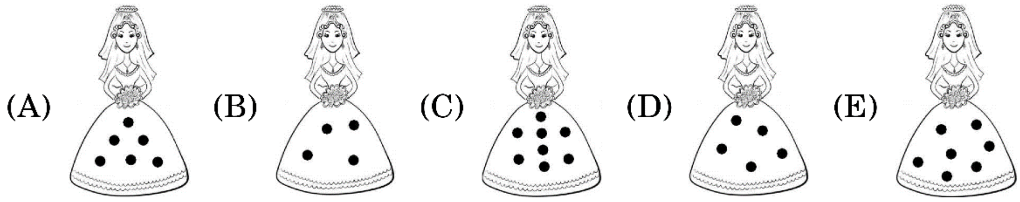
Wikipedia. [Online] [Citace: 28. Březen 2023.] https://cs.wikipedia.org/wiki/Teorie_graf%C5%AF.

SEZNAM OBRÁZKŮ, TABULEK, GRAFŮ A DIAGRAMŮ

PŘÍLOHY

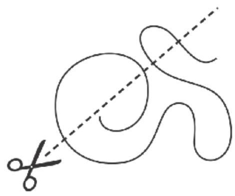
Příloha č. 1: pracovní list pro žáky 2. a 3. tříd

1. Která princezna má na přední části šatů méně než 7, ale více než 5 puntíků?

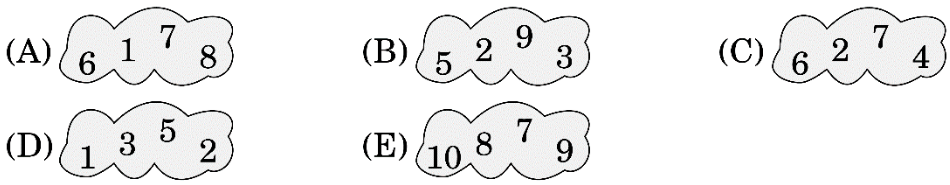


2. Na kolik částí rozstřihnou nůžky provázek na obrázku?

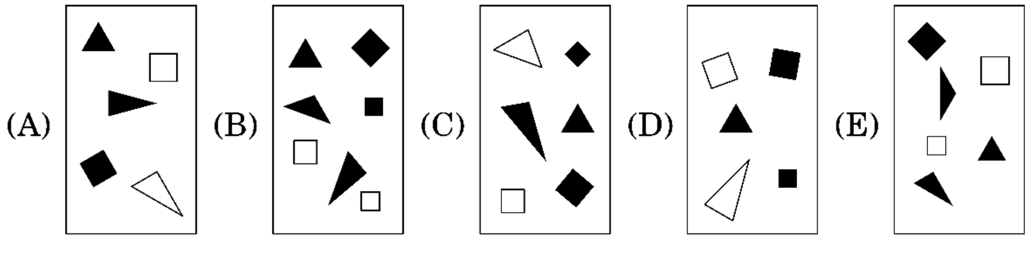
(A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9



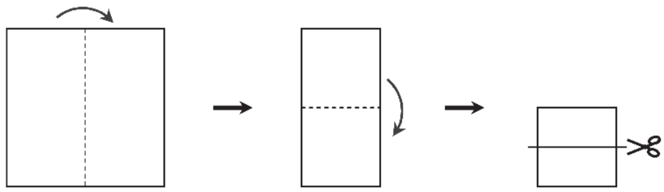
3. Který mráček obsahuje pouze čísla menší než 7?



4. Anička nakreslila 3 černé trojúhelníky a méně než 4 čtverce. Který z obrázků je Aniččin?

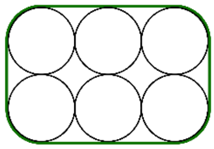


5. Alenka přeložila dvakrát papír a potom ho rozstřihla (podívej se na obrázek). Na kolik dílů papír rozstřihla?



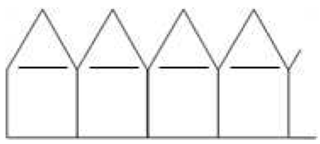
(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

6. Lucčiny slepičky snáší bílá a hnědá vajíčka. Lucka chce dát do krabice na obrázku 6 vajíček tak, aby se žádná dvě hnědá vajíčka nedotýkala. Urči největší možný počet hnědých vajíček v krabici.



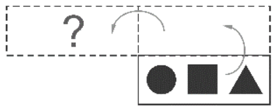
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

7. Pavlínka sestavila ze zápalek řadu 10 domů. Na obrázku vidíš její začátek. Kolik zápalek potřebuje na celou řadu?



(A) 50 (B) 51 (C) 55 (D) 60 (E) 62

8. Hanička před sebe položila na stůl kartu v této poloze:  Poté ji dvakrát překlopila. Nejprve přes horní okraj a poté přes levý okraj. Ve které poloze pak kartu uviděla?

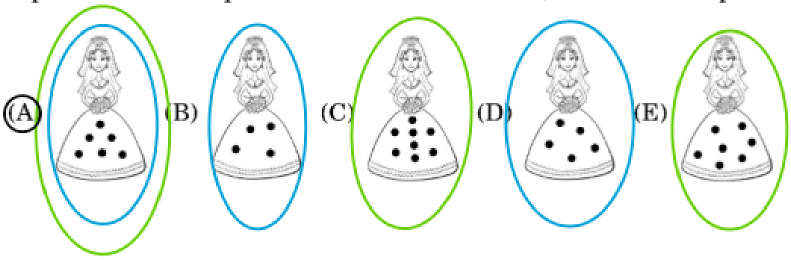


(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

Příloha č. 2: řešení pracovního listu pro žáky 2. a 3. tříd

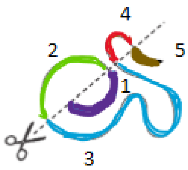
Třída:_______________ Věk:____________

1. Která princezna má na přední části šatů méně než 7, ale více než 5 puntíků?

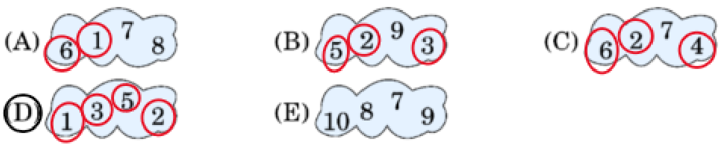


2. Na kolik částí rozstřihnou nůžky provázek na obrázku?

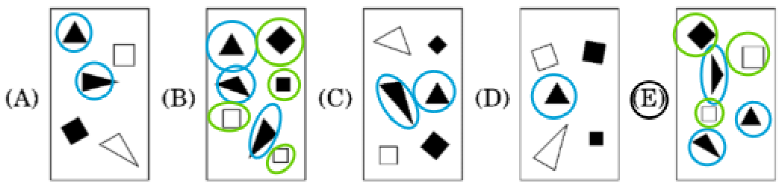
(A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9



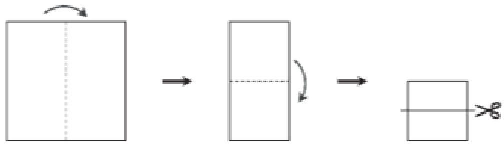
3. Který mráček obsahuje pouze čísla menší než 7?



4. Anička nakreslila 3 černé trojúhelníky a méně než 4 čtverce. Který z obrázků je Aniččin?

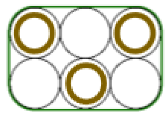


5. Alenka přeložila dvakrát papír a potom ho rozstřihla (podívej se na obrázek). Na kolik dílů papír rozstřihla?



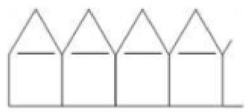
(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

6. Luččiny slepičky snáší bílá a hnědá vajíčka. Lucka chce dát do krabice na obrázku 6 vajíček tak, aby se žádná dvě hnědá vajíčka nedotýkala. Urči největší možný počet hnědých vajíček v krabici.



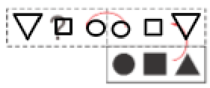
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

7. Pavlínka sestavila ze zápalek řadu 10 domů. Na obrázku vidíš její začátek. Kolik zápalek potřebuje na celou řadu?



(A) 50 (B) 51 (C) 55 (D) 60 (E) 62

8. Hanička před sebe položila na stůl kartu v této poloze: ●■▲ Poté ji dvakrát překlopila. Nejprve přes horní okraj a poté přes levý okraj. Ve které poloze pak kartu uviděla?



(A) ●■▼ (B) ▼■● (C) ■●▼ (D) ●■▲ (E) ▲■●

Příloha č. 3: pracovní list pro žáky 4. a 5. tříd

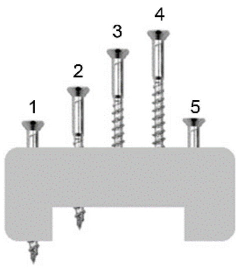
1. Na kraji lesa rostl hříbek. Marie jej od pondělí do pátku denně vyfotografovala. Která z těchto fotografií byla pořízena v úterý?

2. Adam postavil méně hradů z písku než Martin, ale více než Zuzka. Lucka postavila více hradů než Adam a více než Martin. Dana postavila více hradů než Martin, ale méně než Lucka. Kdo postavil nejvíc hradů z písku?

(A) Martin (B) Adam (C) Zuzka (D) Dana (E) Lucka

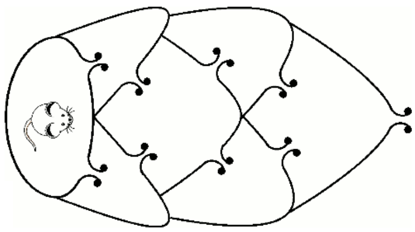
3. Na obrázku vidíš pět vrutů, které jsou zašroubované v destičce. Čtyři vruty jsou stejně dlouhé. Jeden vrut je kratší než ostatní. Který to je?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

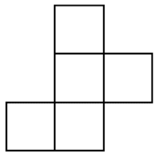


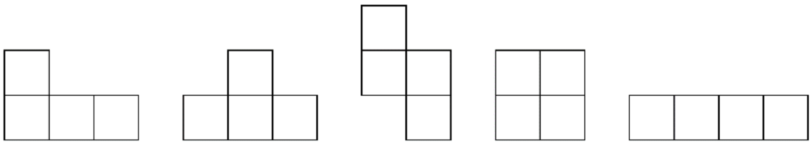
4. Myš unikla z labyrintu. Každou škvírou prošla pouze jednou. Kolika různými cestami se mohla z labyrintu dostat?

(A) 2 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7



5. Denis odstřihl z útvaru na obrázku vpravo pouze jeden čtvereček. Kolik z nakreslených tvarů mohl tímto způsobem získat?



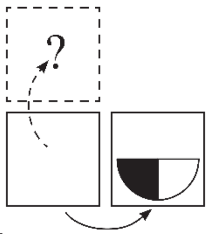


(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

6. Součet tří čísel je 50. Karin od každého z nich odečetla stejné číslo. Dostala tak čísla 24, 13 a 7. Které z následujících čísel je jedno z původních?

(A) 9 (B) 11 (C) 13 (D) 17 (E) 23

7. Na obrázku vidíte, co dostal Marek, když převrátil kartu podél pravé strany. Co by uviděl, kdyby ji převrátil podle horní strany?



(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

8. Počet nohou mých psů je o 18 větší než počet jejich čumáků. Kolik mám psů?

(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 8 (E) 9

Příloha č. 4: řešení pracovního listu pro žáky 4. a 5. tříd

Třída:_______________ Věk:____________

1. Na kraji lesa rostl hříbek. Marie jej od pondělí do pátku denně vyfotografovala. Která z těchto fotografií byla pořízena v úterý?

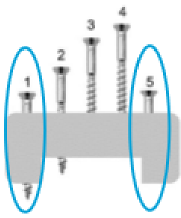
2. Adam postavil méně hradů z písku než Martin, ale více než Zuzka. Lucka postavila více hradů než Adam a více než Martin. Dana postavila více hradů než Martin, ale méně než Lucka. Kdo postavil nejvíc hradů z písku?

(A) Martin (B) Adam (C) Zuzka (D) Dana (E) Lucka

Z<A<M<D<L

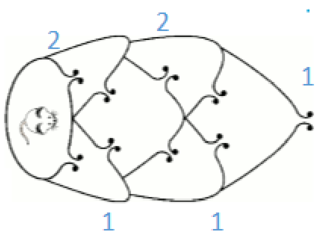
3. Na obrázku vidíš pět vrutů, které jsou zašroubované v destičce. Čtyři vruty jsou stejně dlouhé. Jeden vrut je kratší než ostatní. Který to je?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

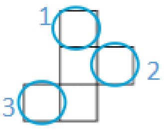


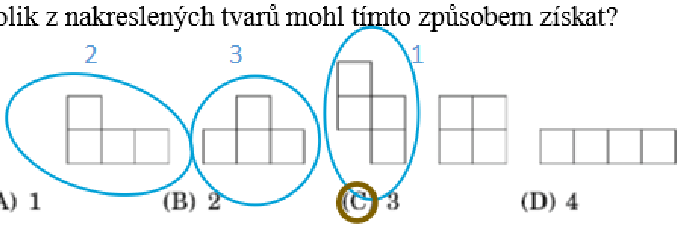
4. Myš unikla z labyrintu. Každou škvírou prošla pouze jednou. Kolika různými cestami se mohla z labyrintu dostat?

(A) 2 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7



5. Denis odstřihl z útvaru na obrázku vpravo pouze jeden čtvereček. Kolik z nakreslených tvarů mohl tímto způsobem získat?



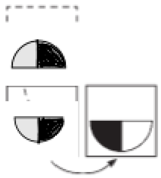


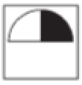
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

6. Součet tří čísel je 50. Karin od každého z nich odečetla stejné číslo. Dostala tak čísla 24, 13 a 7. Které z následujících čísel je jedno z původních?

(A) 9 (B) 11 (C) 13 (D) 17 (E) 23

7. Na obrázku vidíte, co dostal Marek, když převrátil kartu podél pravé strany. Co by uviděl, kdyby ji převrátil podle horní strany?



(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

8. Počet nohou mých psů je o 18 větší než počet jejich čumáků. Kolik mám psů?

(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 8 (E) 9

Příloha č. 5: zadání Matematického klokana, ročník 2013, kategorie Cvrček

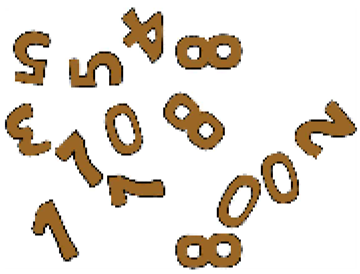
Matematický KLOKAN 2013

www.matematickyklokan.net

kategorie **Cvrček**

Úlohy za 3 body

1. Na magnetické tabuli byly magnetky se všemi číslicemi. O přestávce dva magnetky spadly. Které?

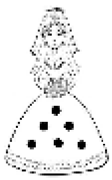
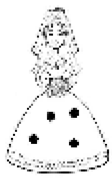
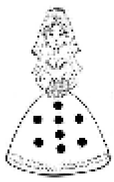
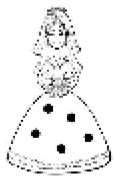
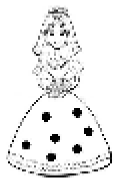


(A) 3 a 5 (B) 4 a 8 (C) 2 a 0
(D) 6 a 9 (E) 7 a 1

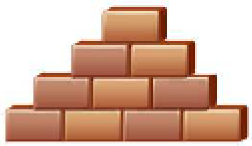
2. V knihovně je 12 knih. Každé z dětí na obrázku si vezme jednu knihu. Kolik knih zůstane?

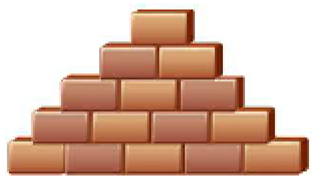
(A) 12 (B) 8 (C) 4 (D) 2 (E) 0

3. Která princezna má na přední části šatů méně než 7, ale více než 5 puntíků?

(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

4. O kolik více cihel vidíte na větší stavbě?

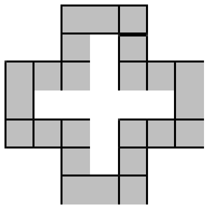




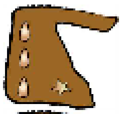
(A) 4 (B) 5
(C) 6 (D) 7
(E) 10

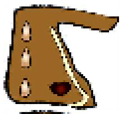
5. V novostavbě rodinného domu zbývá dokončit podlahu chodby, která má být vydlážděna čtvercovými dlaždicemi. Kolik dlaždic ještě chybí?

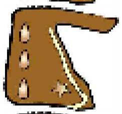
(A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9

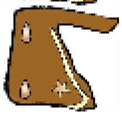


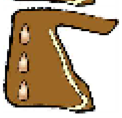
6. Lenka si odlomila jeden díl perníkové postavičky. Který to je?

(A) 

(B) 

(C) 

(D) 

(E) 

Úlohy za 4 body

7. Jirka má dvě kočky, které váží stejně. Jirka váží 30 kilogramů. Kolik váží jedna kočka?

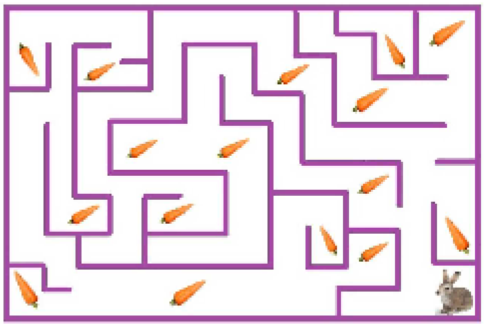
(A) 1 kilogram (B) 2 kilogramy
(C) 3 kilogramy (D) 4 kilogramy
(E) 5 kilogramů

8. Janička, Soňa a Míša dostali od tatínka po 5 jablkách. Janička potom dala 3 jablka Soně a Soňa dala polovinu svých jablek Míšovi. Kolik jablek má Míša?

(A) 4 (B) 5 (C) 7 (D) 8 (E) 9

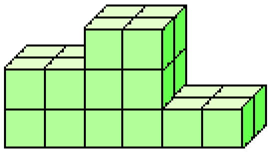
9. Ke kolika mrkvím se králík v bludišti může dostat?

(A) 7 (B) 8 (C) 9
(D) 15 (E) 16



10. Petr stavěl stupně vítězů (podívej se na obrázek). Kolik krychlí potřeboval?

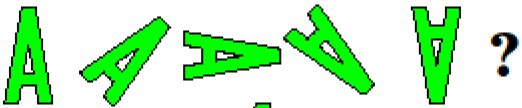
(A) 12 (B) 18 (C) 19 (D) 22 (E) 24

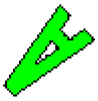
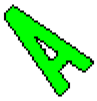
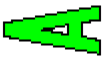
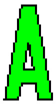
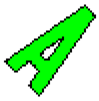


11. Šárka má 3 bratry a 3 sestry. Kolik bratrů a sester má její bratr Matěj?

(A) 3 bratry a 3 sestry (B) 3 bratry a 4 sestry (C) 2 bratry a 3 sestry
(D) 3 bratry a 2 sestry (E) 2 bratry a 4 sestry

12. Jak bude řada pokračovat?



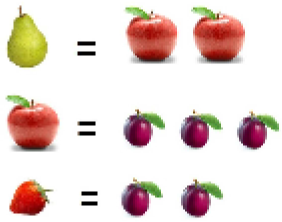
(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

Úlohy za 5 bodů

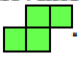
13. Prokopovi mají 5 dětí. Katka je o dva roky starší než Ríša, ale o dva roky mladší než Danielka. Terezka je o tři roky starší než Anička. Ríša a Anička jsou dvojčata. Které z dětí je nejstarší?

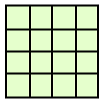
(A) Anička (B) Ríša (C) Danielka (D) Katka (E) Terezka

14. Ve hře Tržiště má Adam na počátku 6 hrušek. Ovoce mění podle tabulky vpravo, až mu zbudou jen samé jahody. Kolik jich bude mít?



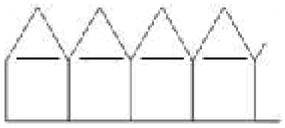
(A) 12 (B) 36 (C) 18 (D) 24 (E) 6

15. Anežka měla kousek čtverečkovaného papíru jako na obrázku. Vystřihovala jen dílky tvaru . Najdi největší počet dílků, které mohla vystřihnout.



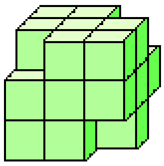
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

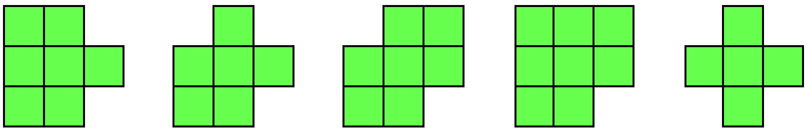
16. Pavlínka sestavila ze zápalek řadu 10 domů. Na obrázku vidíš její začátek. Kolik zápalek potřebuje na celou řadu?



(A) 50 (B) 51 (C) 55 (D) 60 (E) 62

17. Z velké slepené krychle odpadly malé krychličky ve 4 rozích (podívej se na obrázek). Kolik z následujících tvarů mohlo vzniknout otiskem některé ze stěn tohoto tělesa?





(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

18. Ve čtvercové krabici byly dvě vrstvy stejných čtvercových čokolád. Pavel snědl všech 20 čokolád z horní vrstvy, které byly umístěny okolo bočních stěn krabice. Kolik čokolád zůstalo v krabici?

(A) 16 (B) 30 (C) 50 (D) 52 (E) 70

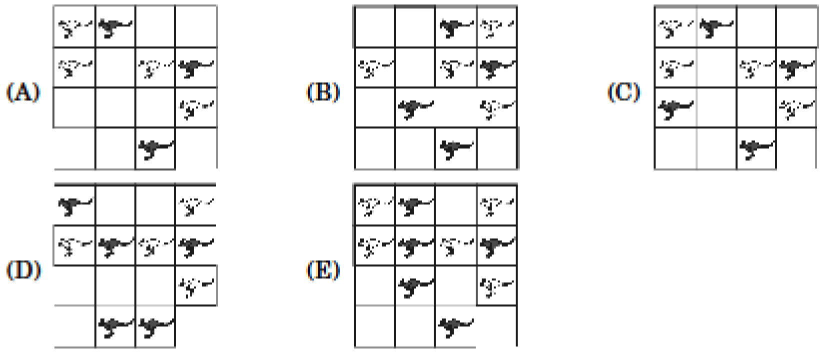
Příloha č. 6: zadání Matematického klokana, ročník 2013, kategorie Klokánek

Matematický KLOKAN 2013
www.matematickyklokan.net

kategorie **Klokánek**

Úlohy za 3 body

1. Na kterém obrázku je více klokanů černých než bílých?

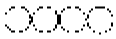


2. Karolína nejprve správně určila součet. Poté zakryla dvě stejné číslice papírem: $4\square + 5\square = 104$. Kterou číslici Karolína schovala?

(A) 2 (B) 4 (C) 5 (D) 7 (E) 8

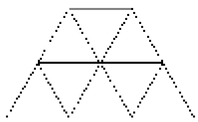
3. Jak bude řada pokračovat?

 ? ? ? ?

(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

4. Kolik trojúhelníků je na obrázku?

(A) 9 (B) 10 (C) 11 (D) 8 (E) 12



5. Na olympijských hrách v Londýně v roce 2012 získal nejvíce medailí tým USA: 46 zlatých, 29 stříbrných a 29 bronzových. Čína byla druhá s 38 zlatými, 27 stříbrnými a 23 bronzovými medailemi. O kolik medailí získal tým USA více než tým Číny?

(A) 6 (B) 14 (C) 16 (D) 24 (E) 26

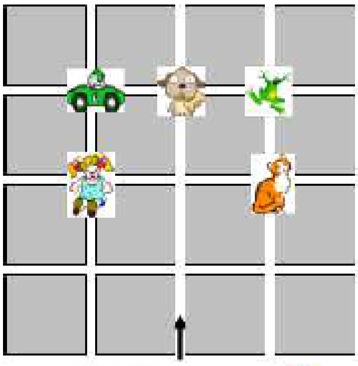
6. Daniel má sáček s 36 bonbóny. Chce své kamarády podělit rovným dílem. Kolik kamarádů takto podělit nemůže?

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

7. Veroničina maminka potřebuje na výrobu každého sendviče dva plátky chleba. Jedno balení chleba obsahuje 24 plátků. Kolik sendvičů připraví z dvou a půl balení takového chleba?

(A) 24 (B) 30 (C) 48 (D) 34 (E) 26

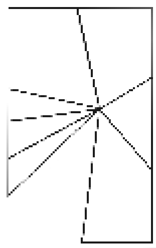
8. V bludišti na obrázku jsou některé křižovatky označeny obrázky. Anička vstoupila do bludiště v místě šipky a žádnou křižovatku neprošla rovně. Na první křižovatce šla doprava, na další odbočila vlevo, na třetí se vydala opět vlevo, potom zatočila doprava, dále zahnula doleva a nakonec zamířila zase vlevo. U kterého obrázku Anička teď stojí?

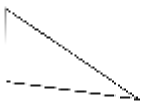
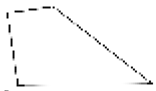
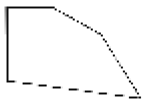


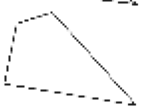
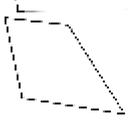
(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

Úlohy za 4 body

9. Kája rozbil obdélníkové zrcadlo. Zatím se mu ho podařilo složit tak, jak vidíš na obrázku. Jeden kousek mu ale chybí. Který?



(A)  (B)  (C) 

(D)  (E) 

10. Pokaždé, když Pinocchio zalže, prodlouží se mu nos o 6 cm. Když řekne pravdu, zkrátí se mu nos o 2 cm. Pinocchiův nos měří 9 cm. Kolik bude měřit, když třikrát zalže a dvakrát promluví pravdu?

(A) 14 cm (B) 15 cm (C) 19 cm (D) 23 cm (E) 31 cm

11. V obchodě prodávají pomeranče ve třech různě velkých baleních (po 5 pomerančích, po 9 pomerančích nebo po 10 pomerančích). Pavel koupil 48 pomerančů. Nejmenší možný počet koupených balení byl:

(A) 8 (B) 7 (C) 6 (D) 5 (E) 4

12. Pět chlapců řeklo o čísle 325:
Andrej: „Je to trojciferné číslo."
Boris: „Všechny cifry jsou různé."
Vítek: „Ciferný součet je 10."
Tomáš: „Cifra na místě jednotek je 5."
Dan: „Všechny cifry jsou lichá čísla."
Který z chlapců neměl pravdu?

(A) Andrej (B) Boris (C) Vítek (D) Tomáš (E) Dan

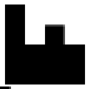
13. Toník, Bětka, Katka a Dana se narodili ve stejném roce, a to 20. února, 12. dubna, 12. května a 25. května (ale ne nutně v tomto pořadí). Bětka a Toník se narodili ve stejném měsíci. Toník a Katka se narodili ve stejném dni různých měsíců. Které z dětí je nejstarší?

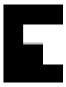
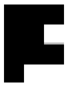
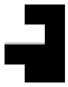
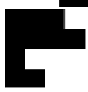
(A) Toník (B) Bětka (C) Katka (D) Dana (E) nelze určit

14. Sportovního odpoledne se zúčastnilo 30 dětí. Ve skoku soutěžilo 15 dětí, v běhu 20 dětí. Každé z dětí soutěžilo alespoň v jedné z disciplin. Kolik dětí soutěžilo v obou disciplínách?

(A) 25 (B) 15 (C) 30 (D) 10 (E) 5

15. K dílku skládačky najdi takový druhý dílek, aby jejich složením vznikl černý obdélník.



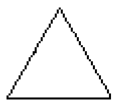
(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

16. Číslo 35 lze dělit beze zbytku číslicí na místě jednotek (35 : 5 = 7). Číslo 38 tuto vlastnost nemá. Kolik najdeš čísel větších než 21 a menších než 30, která jde beze zbytku dělit jejich poslední číslicí (jako 35)?

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

Úlohy za 5 bodů

17. Spojením středů stran trojúhelníku na obrázku narýsujeme další menší trojúhelník. Zopakujeme to stejně se středy stran tohoto menšího trojúhelníku. Z kolika nejmenších trojúhelníků je možné sestavit původní trojúhelník?



(A) 5 (B) 8 (C) 10 (D) 16 (E) 32

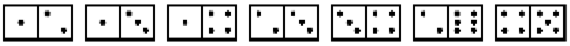
18. Kolik let uplyne od 1. ledna 2013, než poprvé nastane situace, že bude součin číslic daného roku větší než součet číslic daného roku?

(A) 87 (B) 98 (C) 101 (D) 102 (E) 103

19. Během prosince prospala kočka Micka přesně 3 týdny. Kolik minut v tomto měsíci byla vzhůru?

(A) $(31-7)\cdot 3\cdot 24\cdot 60$ (B) $(31-7\cdot 3)\cdot 24\cdot 60$ (C) $(30-7\cdot 3)\cdot 24\cdot 60$
(D) $31-7\cdot 3\cdot 24\cdot 60$ (E) $(31-7\cdot 3)\cdot 24\cdot 60\cdot 60$

20. Jonáš má několik dílků domina (podívej se na obrázek). Má je sestavit do řady podle následujícího pravidla: sousední pole dvou dílků domina musí mít stejný počet teček. Kolik nejvíce dílků může takto seřadit?



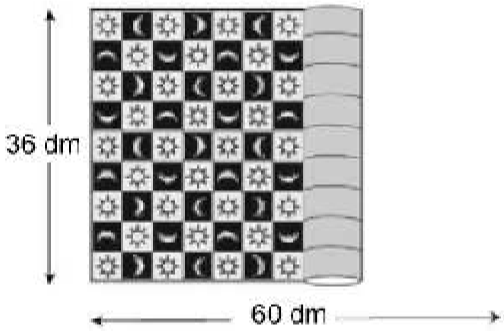
(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

21. Kryštof prodává 10 skleněných zvonečků za různou cenu: 1 euro, 2 eura, 3 eura, 4 eura, 5 eur, 6 eur, 7 eur, 8 eur, 9 eur, 10 eur. Potřebuje zabalit všechny zvonečky do tří krabic tak, aby cena zvonečků v každé krabici byla stejná. Kolika způsoby to může udělat?

(A) 1 (B) 2 (C) 3
(D) 4 (E) nelze je takto rozdělit

22. Petr koupil koberec široký 36 dm a dlouhý 60 dm. Vzor koberce je celý utkán z malých čtverců s obrázkem slunce nebo měsíce. Vidíte, že na šířku koberce se vejde 9 čtverců. Kolik měsíců uvidíte, až bude koberec celý rozvinutý?

(A) 68 (B) 67 (C) 65
(D) 63 (E) 60



23. Radka si hrála s kartičkami, na kterých byly číslice 0 a 1. Poskládala z nich několik čísel. Součet všech jejích čísel byl 2013. Vyber nejmenší počet čísel, které Radka mohla složit.

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 204

24. Barbora má k dispozici dílky stavebnice jako na obrázku. Urči nejmenší počet dílků, z kterých může složit čtverec.

(A) 3 (B) 4 (C) 6 (D) 8 (E) 16