

**ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI**  
**Fakulta elektrotechnická**

**Katedra elektromechaniky a výkonové elektroniky**

**Bakalářská práce**  
**Numerické modelování piezoelektrického měniče**

ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI  
Fakulta elektrotechnická  
Akademický rok: 2013/2014

## ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: **Miroslav URBAN**  
Osobní číslo: **E11B0087P**  
Studijní program: **B2612 Elektrotechnika a informatika**  
Studijní obor: **Elektrotechnika a energetika**  
Název tématu: **Numerické modelování piezoelektrického měniče**  
Zadávací katedra: **Katedra elektromechaniky a výkonové elektroniky**

### Z á s a d y p r o v y p r a c o v á n í :

1. Vypracujte rešerši problematiky piezoelektrických měničů.
2. Formulujte problém a sestavte matematický model.
3. Proveďte numerické řešení modelu piezoelektrického měniče.
4. Zhodnoťte dosažené výsledky.

Rozsah grafických prací: podle doporučení vedoucího  
Rozsah pracovní zprávy: 20 - 30 stran  
Forma zpracování bakalářské práce: tištěná/elektronická  
Seznam odborné literatury:


1. Husák, Miroslav. Mikrosenzory a mikroaktuátory. Vyd. 1. Praha: Academia, 2008. 540 s. Gerstner; sv. 3. ISBN 978-80-200-1478-8.
2. J.Tichý, J.Erhart, E.Kittinger, J.Přivratská: Fundamentals of Piezoelectric Sensorics, Mechanical, Dielectric, and Thermodynamical Properties of Piezoelectric Materials Springer Verlag 2010, ISBN 978-3-540-43966-0.
3. Mayer, Daniel a Ulrych, Bohuš. Elektromagnetické aktuátory. 1. české vyd. Praha: BEN - technická literatura, 2008. 120 s. ISBN 978-80-7300-216-9.
4. Mayer, Daniel. Aplikovaný elektromagnetismus: úvod do makroskopické teorie elektromagnetického pole pro elektrotechnické inženýry. 1. vyd. České Budějovice: Kopp, 2012. 531 s. ISBN 978-80-7232-424-8.

Vedoucí bakalářské práce: Ing. Jan Kacerovský  
Katedra teoretické elektrotechniky

Datum zadání bakalářské práce: 14. října 2013  
Termín odevzdání bakalářské práce: 9. června 2014

  
Doc. Ing. Jiří Hammerbauer, Ph.D.  
děkan



  
Prof. Ing. Václav Kůs, CSc.  
vedoucí katedry

V Plzni dne 14. října 2013

**Abstrakt:**

Bakalářská práce se zabývá modelováním piezoelektrického měniče, konkrétně piezokeramické trubičky a aktuátoru z více vrstev PZT keramiky. Práce také zahrnuje teorii principu piezoelektrického jevu, používané materiály s piezoelektrickými vlastnostmi a důležité veličiny piezokeramických materiálů. Modely piezokeramické trubičky a vícevrstvého PZT aktuátoru byly vytvořeny v prostředí Comsol Multiphysics.

**Klíčová slova:**

Piezoelektrický jev, piezokeramika, PZT keramika, piezokrystal, mikroaktuátor, senzor, elektrická energie, mechanická energie.

**Abstract:**

This bachelor's thesis deals with modeling of piezoelectric converter, specifically piezoceramic tube and the actuator with several layers of PZT. The thesis includes the theory of piezoelectric effect, using materials with piezoelectric properties and important parameters of piezoceramics materials. The models of piezoceramics tube and multilayer PZT actuator was created in Comsol Multiphysics programme.

**Key words:**

Piezoelectric effect, piezoceramics, PZT ceramics, piezocrystal, microactuator, sensor, electrical energy, mechanical energy.

**Prohlášení:**

Prohlašuji, že bakalářskou práci na téma Numerické modelování piezoelektrického měniče jsem vypracoval samostatně, pod vedením svého vedoucího práce a konzultanta, s pomocí literatury, kterou jsem uvedl v seznamu použité literatury.

Dále prohlašuji, že veškerý software, použitý při řešení této bakalářské práce, je legální.

.....

podpis

V Plzni dne 27. 5. 2014

Miroslav Urban

# Obsah

Seznam použitých symbolů.....	6
1 Úvod: .....	7
2 Piezoelektrický jev .....	8
2.1 Historie jevu .....	8
2.2 Princip piezoelektrického jevu .....	8
3 Piezoelektrické materiály .....	11
3.1 Krystaly .....	11
3.2 Piezoelektrická keramika .....	11
3.2.1 Tvrdá a měkká piezokeramika .....	12
3.2.2 Výhody a nevýhody piezokeramiky.....	13
3.2.3 Stárnutí piezokeramiky .....	13
3.3 Organické látky (polymery) .....	13
4 Rovnice a veličiny popisující piezoelektrickou keramiku .....	14
4.1 Piezoelektrická nábojová konstanta .....	16
4.2 Piezoelektrická napět'ová konstanta.....	16
4.3 Permittivita .....	17
4.4 Youngův modul pružnosti.....	17
4.5 Elastická poddajnost.....	17
4.6 Piezoelektrický „coupling“ faktor .....	18
4.7 Curieho teplota .....	18
4.8 Činitel jakosti .....	18
5 Automaticky programem aplikované okrajové podmínky .....	20
6 Modelování piezokeramické trubičky .....	21
6.1 Popis funkce a využití .....	21
6.1.1 Princip činnosti trubičky v tiskárnách .....	21
6.1.2 Princip činnosti trubičky v rotačních aktuátorech.....	21
6.2 Materiál piezokeramiky PZT (5-H).....	22
6.3 Geometrické uspořádání modelu.....	23
6.4 Analýza deformace a generovaného napětí při tlaku na vnitřní povrch trubičky .....	25
6.4.1 Okrajové podmínky.....	25
6.4.2 Výsledky studie .....	25
6.5 Analýza deformace při přiloženém napětí na vnější elektrody trubičky.....	28

---

6.5.1 Okrajové podmínky .....	28
6.5.2 Výsledky studie .....	28
6.6 Analýza deformace při nerovnoměrně přiloženém napětí na vnější elektrody trubičky	30
6.6.1 Okrajové podmínky .....	31
6.6.2 Výsledky studie .....	31
7 Modelování aktuátoru z více vrstev PZT keramiky .....	33
7.1 Popis funkce a využití .....	33
7.2 Geometrické uspořádání a materiál modelu .....	34
7.3 Analýza deformací při různých napájecích frekvencích .....	35
7.3.1 Okrajové podmínky .....	36
7.3.2 Výsledky studie .....	36
8 Závěr .....	40
9 Použitá literatura .....	41



## Seznam použitých symbolů

$a$	šířka piezoelektrického výbrusu [m]
$C$	kapacita [F]
$D$	elektrická indukce [ $C \cdot m^{-2}$ ]
$d$	piezoelektrická nábojová konstanta [ $C \cdot N^{-1}$ ], [ $m \cdot V^{-1}$ ]
$[d]$	matice piezoelektrických koeficientů [ $C \cdot N^{-1}$ ], [ $m \cdot V^{-1}$ ]
$E$	intenzita elektrického pole [ $V \cdot m^{-1}$ ]
$F$	síla [N]
$f$	frekvence [Hz]
$g$	piezoelektrická napěťová konstanta [ $Vm \cdot N^{-1}$ ]
$k$	piezoelektrický „coupling“ faktor [-]
$k_u$	napěťová citlivost piezoelektrického elementu [ $C \cdot N^{-1} \cdot F^{-1}$ ]
$l$	délka piezoelektrického výbrusu [m]
$p$	tlak [Pa]
$Q$	náboj [C]
$Q_m$	činitel jakosti [-]
$R$	vnitřní odpor piezokeramiky [ $\Omega$ ]
$S$	mechanická deformace [-]
$s$	elastická poddajnost [ $m^2 \cdot N^{-1}$ ]
$T$	mechanické napětí [Pa]
$T_c$	Curieho teplota [ $^{\circ}C$ ]
$U$	elektrické napětí [V]
$W_e$	elektrická energie [J]
$W_m$	mechanická energie [J]
$X_r$	vnitřní reaktance piezokeramiky [ $\Omega$ ]
$Y$	Youngův modul pružnosti [Pa]
$\varepsilon$	permitivita [ $F \cdot m^{-1}$ ]

# 1 Úvod:

V současné době, kdy je spotřeba elektrické energie velmi vysoká a stále roste, je zde snaha najít alternativní zdroje této energie. Jednou z mnoha možností je tzv. „energy harvesting“ což je výraz pro získávání energie z okolního prostředí [3]. Realizace získávání malého množství energie tímto způsobem může být uskutečněna například pomocí piezoelektrických materiálů, které mají díky svému vnitřnímu uspořádání schopnost převádět okolní mechanické vibrace, nebo tlak, který působíme například při chůzi na podlahu, na elektrickou energii. Tento jev, označovaný jako přímý piezoelektrický jev, má své uplatnění v řadě aplikací, například v zapalovačích, senzorech apod.

Dalším trendem dnešní doby je miniaturizace všech možných typů zařízení, což vyžaduje co nejmenší komponenty. I zde právě našly piezoelektrické materiály své uplatnění v mikropohonech – aktuátorech. V tomto případě se jedná o obrácený piezoelektrický jev, kdy materiál nepřevádí mechanickou energii na elektrickou, ale naopak, je napájen elektrickou energií, což způsobuje jeho deformaci. Pak může při vhodně voleném napájení sloužit právě jako mikropohon. Tento obrácený jev našel své využití například v mikropumpách, tiskárnách, rotačních mikropohonech apod.

Cílem této práce je objasnit fyzikální podstatu piezoelektrického jevu a pomocí numerického modelu některých aplikací z tohoto odvětví ukázat chování piezoelektrického materiálu v praxi.

## 2 Piezoelektrický jev

### 2.1 Historie jevu

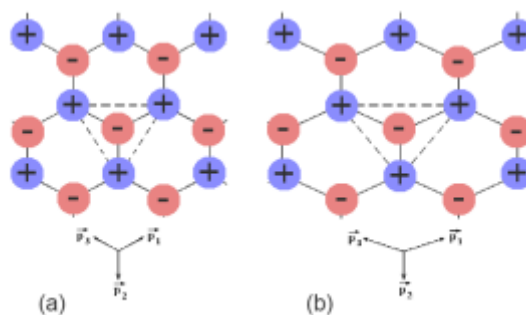
Piezoelektrický jev byl v roce 1880 objeven bratry Pierrem a Jacquesem Curieovými při stlačení krystalu turmalínu a křemene. Slovo piezoelektrina pochází z řeckého “piezo“, což lze přeložit jako tlačit nebo stlačovat a “elektron“, v překladu jantar, což byl ve starověku zdroj elektrického náboje. [2], [7], [8]

Do poloviny padesátých let minulého století se tento jev v technické praxi nijak nevyužíval. Poprvé byl ve větší míře využit například v jehlách gramofonových zařízení, nebo v 1. světové válce, kde byl použit v podobě rezonujícího krystalu použitý jako sonar. V dnešní době je jev využíván téměř v každém sofistikovaném mikrozařízení, například v mikrosenzorech, nebo v mikroaktuátorech. [5], [7], [8]

### 2.2 Princip piezoelektrického jevu

Princip piezoelektrického jevu spočívá v mikrostruktuře materiálu. Princip lze popsat na jednom krystalu. Tento krystal je složen z iontů, které jsou vázány na určitých místech v pravidelně uspořádaném a opakujícím se vzoru, tvořící tak krystalovou mřížku. [15]

Nutnou podmínkou je, aby krystal nebyl středově souměrný. Pak vzniká velmi intenzivní piezoelektrický jev, což je schopnost krystalu generovat elektrické napětí při jeho deformování, popřípadě naopak, kdy se krystal v elektrickém napětí deformuje. K výrobě takového krystalu se používá materiál, v jehož krystalické mřížce jsou jak kladné tak záporné ionty a destička se vybrousí ve vhodné orientaci tak, aby na jedné ploše byly soustředěny náboje kladné a na druhé záporné. Tím se z vnějšího pohledu stává výbrus zdrojem elektrostatického pole, jehož intenzita (a tedy i napětí) závisí na plošné povrchové hustotě nábojů a na vzdálenosti nábojů uvnitř materiálu. Bude-li právě popsán výbrus stlačován resp. natahován (kolmo k elektrické ose  $x$ ), budou se kromě samotného výbrusu deformovat i molekuly, z nichž je složen. Tím se změní polohy částic s nábojem (Obr. 1) a na protilehlých plochách výbrusu tak vzniknou stejně velké opačné náboje. Budou-li na destičce (výbrusu) umístěny staniolové polepy (elektrody), je možné měřit mezi nimi piezoelektrické napětí. Destička má tři osy, v jejichž směru může být mechanicky namáhána (elektrická, mechanická a objemová). [3], [8], [15], [16]



Obr. 1: Deformování krystalu [5]

Podélný piezoelektrický jev vzniká působením síly  $F_x$  ve směru osy  $x$  (Obr. 2). Vektor polarizace  $P_e$  je rovnoběžný s osou  $x$  a je úměrný působícímu mechanickému tlaku. Pro jeho velikost platí: [1]

$$P_e = d p_x = d \frac{F_x}{S_x}, \quad (1)$$

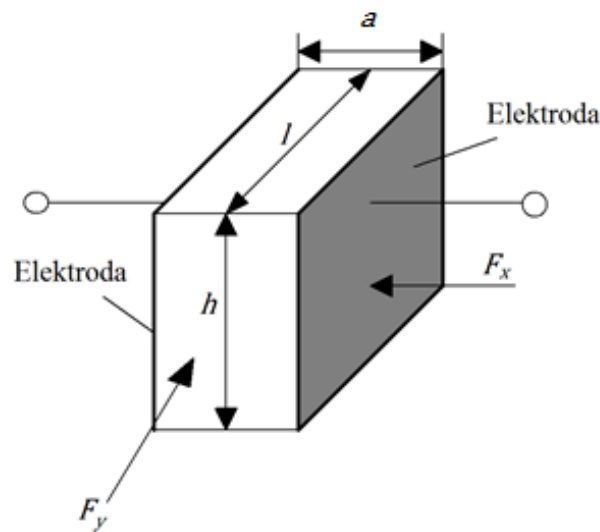
kde  $p_x$  značí tlak vznikající působením síly  $F_x$  ve směru osy  $x$  na stěnu s plochou  $S_x$  (Obr. 2),  $d$  je piezoelektrická konstanta. Na každé stěně kolmé k elektrické ose vznikne elektrický náboj: [1]

$$Q_x = P_e S_x = k_p F_x. \quad (2)$$

S využitím těchto rovnic lze určit napětí na elektrodách, pro které lze psát:

$$U_x = \frac{Q_x}{C} = \frac{d}{C} F_x = k_u F_x, \quad (3)$$

kde  $k_u$  je napěťová citlivost piezoelektrického elementu. Při působení mechanického namáhání v ose  $x$  není velikost náboje na elektrodách závislá na geometrických rozměrech piezoelektrického elementu. [1]



Obr. 2: Piezoelektrický element (výbrus) [1]

Příčný piezoelektrický jev vzniká působením síly  $F_y$  ve směru mechanické osy  $y$  (Obr. 2). Vektor polarizace působí také rovnoběžně s osou  $x$ , ale má opačný směr, platí pro něj vztah: [1]

$$P_e = -d p_y = -d \frac{F_y}{S_y}. \quad (4)$$

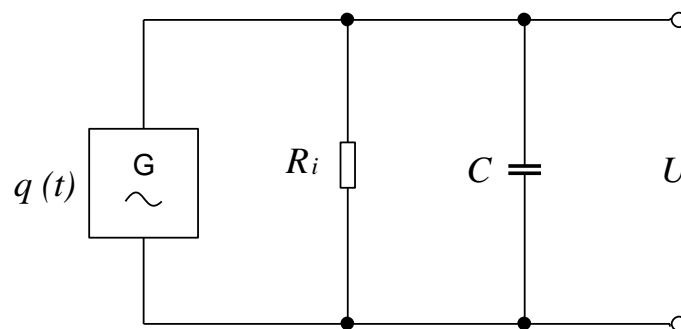
Pro náboj na elektrodách platí:

$$Q_x = P_e S_x = -d \frac{F_y S_x}{S_y} = -d \frac{l}{a} F_y. \quad (5)$$

Při působení mechanického namáhání v mechanické ose  $y$  je velikost náboje na elektrodách závislá na geometrických rozměrech piezoelektrického elementu. Pro napětí na elektrodách lze psát: [1]

$$U_x = \frac{Q_x}{C} = -\frac{d}{C} \frac{l}{a} F_y = k_u \frac{l}{a} F_y, \quad (6)$$

kde  $k_u$  je citlivost piezoelektrického elementu. Při působení mechanického namáhání v ose  $y$  se piezoelektrický element chová jako generátor elektrického náboje [1]. Náhradní schéma piezoelektrického elementu při působení mechanického namáhání je na obrázku 3.



Obr. 3: Náhradní schéma piezoelektrického elementu při působení mechanického namáhání [1]

Kapacita  $C$  je vytvořena mezi polepy výbrusu, odpor  $R_i$  je svodový odpor elementu. Mechanická veličina  $q(t)$  působí dynamicky s frekvencí menší, než je vlastní (mechanická) frekvence piezoelektrického elementu. Tyto elementy se používají pro realizaci senzorů a aktuátorů do pracovní frekvence 105 Hz. [1]

Při obráceném piezoelektrickém jevu způsobí vnější elektrické pole posun iontů krystalu, což vede i k jeho deformaci. Tento jev se často používá v praxi (např. mikroaktuátory, mikropumpy apod.). [3], [8], [16]

Při vysoké teplotě dochází vlivem změny uspořádání iontů v materiálu ke ztrátě piezoelektrických vlastností. Tato teplota je dána použitým materiálem a nazývá se Curieho teplota. [16]

## 3 Piezoelektrické materiály

Podle typů struktury existují tři typy piezoelektrických materiálů:

1. Krystalické piezoelektrické látky (monokrystaly), např.: [16]
  - oxid křemičitý  $\text{SiO}_2$
  - lithium niobát  $\text{LiNbO}_3$
  - lithium tantalát  $\text{LiTaO}_3$  (titaničitan lithia)
  - germanium bizmut  $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$
2. Polykrystalické piezoelektrické látky (piezoelektrická keramika), např.: [16]
  - titaničitan barnatý  $\text{BaTiO}_3$
  - zirkoničitan olovnatý  $\text{PbZrO}_3$
  - titaničitan olovnatý  $\text{PbTiO}_3$
3. Organické polymery, např.: [16]
  - polyvinylchlorid PVC
  - polyvinylfluorid PVF
  - difluorpolyetylen PVF

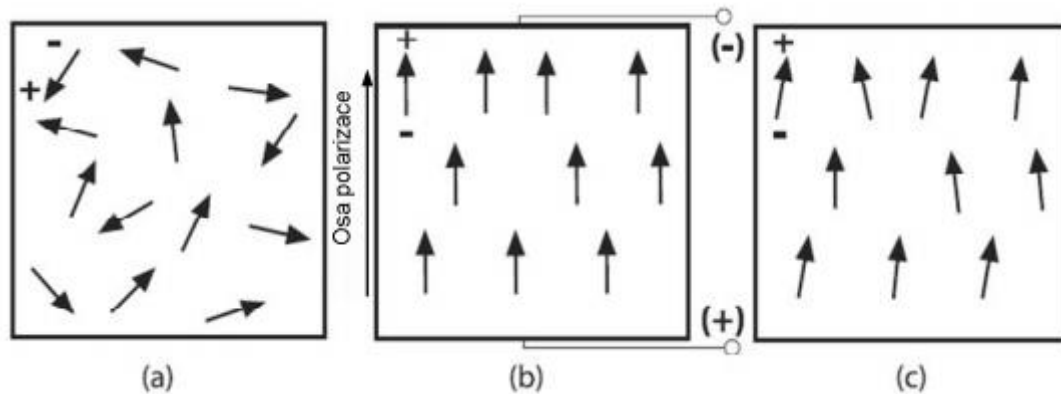
### 3.1 Krystaly

Nejtypičtějším piezoelektrickým anorganickým materiálem je křemen ( $\text{SiO}_2$ ). Vhodnou orientací řezů křemene je možné dosáhnout předem daných vlastností a závislostí. Dále je možné ovlivnit geometrické rozměry, jejich vzájemný poměr, velikosti a rozmístění elektrod a jejich tvar. Křemen se vyskytuje buď v přírodní formě, ve které dosahuje sice velkých rozměrů, ale není dokonale čistý, nebo v syntetické formě. Syntetický křemen se připravuje z vodního roztoku za vysokého tlaku a teploty, krystaly dorůstají zpravidla do hmotnosti 200 - 250 g a v současné době představuje převážnou část materiálů pro technické zpracování. [2], [15]

$\text{LiTaO}_3$  – lithium tantalát je uměle vyrobený krystal. Obvykle se používá ve formě monokrystalů. Je využíván především zařízeními s povrchovými akustickými vlnami, to jsou třeba dotykové obrazovky. V takovém zařízení krystal slouží jako vysílač i přijímač akustických signálů. [2]

### 3.2 Piezoelektrická keramika

Piezoelektrická keramika jsou uměle vytvořené látky, které se vyrábí spékáním pod tlakem. Surový výrobek nemá řádnou uspořádanou strukturu, tudíž nejeví žádné piezoelektrické vlastnosti. Uspořádanou strukturu získá až polarizací silným elektrickým stejnosměrným polem při teplotě lehce pod Curieho bodem. Po polarizaci se keramika stává velmi dobrým piezoelektrickým materiálem. [2], [3], [6]



Obr. 4: Polarizace piezokeramiky: a) náhodné uspořádání struktury před polarizací, b) polarizace SS napětím, c) uspořádaná struktura (remanentní polarizace) [6]

Piezoelektrické keramiky používané v průmyslu se nejčastěji vyrábějí jako směs tuhých roztoků  $\text{PbZrO}_3$  (PZ) a  $\text{PbTiO}_3$  (PT). Poměr jednotlivých složek se pohybuje okolo 48 % PZ a 52 % PT, odtud plyne označení PZT keramika. [3], [6]

### 3.2.1 Tvrdá a měkká piezokeramika

Pro co nejvhodnější využití PZT keramiky v různých aplikacích se keramika modifikuje přidáním malého množství dopantů, obvykle v množství pod 3 %. I malé množství dopantů může mít ale zásadní vliv na vlastnosti materiálu a s tím související materiálové konstanty. Podle druhu dopantů a jejich vlivu na vlastnosti materiálu se dá PZT keramika dělit na měkkou a tvrdou. [2], [6]

**Tvrdá (hard) keramika** vznikne přidáním příměsí akceptorů (prvky, kterým jeden elektron chybí). Její výhody jsou hlavně stabilita jejích vlastností, vyšší odolnost na depolarizaci, vyšší činitel jakosti  $Q_m$ , vyšší napěťová konstanta  $g_{ab}$ . Tento typ keramiky má také nižší ztrátový činitel  $\tan \delta$ , což znamená nižší dielektrické ztráty. Je to tedy materiál zejména vhodný pro vysokofrekvenční aplikace a aplikace s vysokým mechanickým i elektrickým napětím. [2], [6]

**Měkká (soft) keramika** vznikne přidáním příměsí donorů (prvky, kterým jeden elektron přebývá). Její výhody jsou vyšší nábojová konstanta a vyšší permitivita. Dokáže zpravidla dosáhnout vyšších mechanických posuvů než tvrdá keramika. Je vhodná pro senzory nebo aktuátory. Není ovšem tak odolná na depolarizaci a proto není vhodná pro vysokofrekvenční a vysokonapěťové aplikace. [2], [6]

### 3.2.2 Výhody a nevýhody piezokeramiky

Piezokeramické materiály jsou víceméně nejvíce používané piezoelektrické materiály. Mají oproti jiným materiálům řadu výhod, jako například vysoké piezoelektrické konstanty, jako jsou elektromechanický coupling faktor, nábojová konstanta, dielektrická konstanta apod. V porovnání s materiály, které dosahují podobných hodnot těchto konstant, je piezokeramika levnější. Další výhodou pak je, že keramika může být navržena a vyrobena v různých tvarech a její piezoelektrické vlastnosti se poté určují podle polarizace v různých směrech. Mezi nevýhody pak patří například omezení nižší Curieho teplotou, nebo omezeními vztahujícími se k velikosti maximálního elektrického a mechanického napětí působící na keramiku. Pokud bychom překročili hodnoty těchto omezení, došlo by buď k úplné ztrátě piezoelektrických vlastností, nebo k jejich nežádoucím změnám, vlivem změny krystalické mřížky nebo depolarizace materiálu. [2]

### 3.2.3 Stárnutí piezokeramiky

U piezokeramiky hraje velkou roli její stárnutí. Jedná se o logaritmickou časovou změnu vlastností těchto materiálů. Vzhledem k tomu, že je časová změna logaritmická, dochází zpočátku k prudkým změnám parametrů. Proto je nutné, aby výrobci uváděli, kdy byl který konkrétní parametr změřen. Měření se většinou provádí 24 hodin po provedení polarizace materiálu. Hodnoty stárnutí se často uvádí v procentech změny parametru za určitou časovou dekádu. Například, pokud výrobce uvede, že se parametry materiálu změní o 1 % za dekádu, znamená to 1 % za den, další 1 % za deset dnů, další 1 % za 100 dnů atd. Tento jev je způsoben teplotním pohybem molekul piezokeramiky, které se postupem času odchylují od osy, ve které byly polarizovány. Keramika více stárne v době, kdy se nepoužívá, což je způsobeno tím, že nedochází k opětovné polarizaci molekul materiálu působením přiloženého elektrického pole. [2], [6]

## 3.3 Organické látky (polymery)

Organické polymery se vyrábí složitými technologiemi (polymerací) a v praxi jsou používány pro tenké vrstvy. Jejich výhodami jsou malá hustota (PVC například  $1\,380\text{ kg/m}^3$ ) a tím tedy nízká hmotnost zařízení a hlavně jejich ohebnost. [2], [16]



## 4 Rovnice a veličiny popisující piezoelektrickou keramiku

Pro popis chování piezokeramiky se používá následující značení: [2], [3], [6], [7]

$$D = \varepsilon E, \quad (7)$$

kde  $D$  [ $\text{C}\cdot\text{m}^{-2}$ ] je elektrická indukce,  $\varepsilon$  [ $\text{F}\cdot\text{m}^{-1}$ ] je permitivita a  $E$  [ $\text{V}\cdot\text{m}^{-1}$ ] je intenzita elektrického pole.

Hookův zákon:

$$S = s T, \quad (8)$$

kde  $S$  [-] je mechanická deformace,  $s$  [ $\text{m}^2\cdot\text{N}^{-1}$ ] je elastická poddajnost a  $T$  [Pa] je mechanické napětí.

V maticovém tvaru:

$$\{S\} = [s^E]\{T\} + [d^t]\{E\}, \quad (9)$$

$$\{D\} = [d]\{T\} + [\varepsilon^T]\{E\}, \quad (10)$$

kde  $[d]$  [ $\text{C}\cdot\text{N}^{-1}$ ] je matice piezoelektrických koeficientů pro přímý piezoelektrický efekt a  $[d^t]$  [ $\text{m}\cdot\text{V}^{-1}$ ] je matice piezoelektrických koeficientů pro obrácený piezoelektrický efekt.

$$\begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \\ S_5 \\ S_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{11}^E & s_{12}^E & s_{13}^E & 0 & 0 & 0 \\ s_{21}^E & s_{22}^E & s_{23}^E & 0 & 0 & 0 \\ s_{31}^E & s_{32}^E & s_{33}^E & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s_{44}^E & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & s_{55}^E & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & s_{66}^E = 2(s_{11}^E - s_{12}^E) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \\ T_5 \\ T_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & d_{31} \\ 0 & 0 & d_{32} \\ 0 & 0 & d_{33} \\ 0 & d_{24} & 0 \\ d_{15} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix}, \quad (11)$$

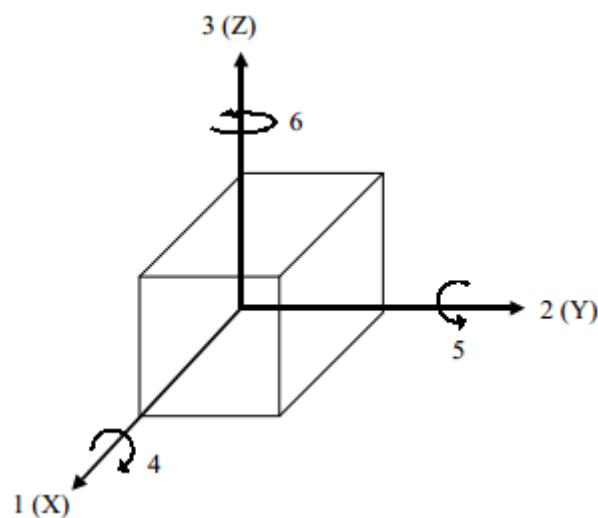
$$\begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_{24} & 0 & 0 \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \\ T_5 \\ T_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix}, \quad (12)$$

kde:

- $D$  ..... elektrická indukce
- $E$  ..... intenzita elektrického pole
- $\varepsilon$  ..... permitivita
- $s$  ..... elastická poddajnost
- $S$  ..... mechanická deformace
- $T$  ..... mechanické napětí
- $d$  ..... matice piezoelektrických koeficientů

Piezoelektrické prvky jsou značně nesymetrické, proto je nutné respektovat osy souřadných systémů. Z toho důvodu bylo stanoveno několik norem popisujících vzájemné vztahy a chování piezoelektrických prvků: [3], [9]

- ANSI-IEEE 176 (1987) Standard on Piezoelectricity IEEE 177 (1976) Standard Definitions & Methods of Measurement for Piezoelectric vibrators
- IEC 444 (1973) Basic method for the measurement of resonance freq & equiv series resistance of quartz crystal units by zero-phase technique in a pi-network
- IEC 302 (1969) Standard Definitions & Methods of Measurement for Piezoelectric Vibrators Operating over the Freq Range up to 30 MHz



Obr. 4: Orientace piezokrystalu vůči osám, norma IEEE/ANSI 176 (1987) [9]

Konstanty vztahující se k vlastnostem piezokeramiky se zapisují ve tvaru  $x_{ab}$ . Na místě  $x$  je určitá konstanta a místo písmen  $a$ ,  $b$  jsou čísla, která popisují konstantu vzhledem k souřadnému systému, dle Obr. 4. [2]

## 4.1 Piezoelektrická nábojová konstanta

Označení  $d_{ab}$ . Vyjadřuje buď hodnotu generovaného náboje na jednotku působícího mechanického napětí při přímém piezoelektrickém jevu, nebo mechanickou deformaci na jednotku elektrické intenzity pole při opačném piezoelektrickém jevu. První index popisuje směr polarizace generované materiálem nebo směr polarizace vnějšího elektrického pole. Druhý index popisuje osu působícího mechanického napětí nebo způsobené deformace. [2], [3], [5], [6]

$$d = \sqrt{\varepsilon^T s^E} [\text{m} \cdot \text{V}^{-1}], [\text{C} \cdot \text{N}^{-1}]. \quad (13)$$

Například:

$d_{31}$  – udává velikost generovaného náboje polarizovaného ve směru 3 působením mechanického napětí ve směru 1, nebo deformaci v ose 1 působením vnějšího elektrického pole ve směru 3.

$d_{15}$  – udává velikost generovaného náboje polarizovaného ve směru 1 působením smykového napětí v ose 2, nebo deformaci okolo osy 2 působením vnějšího elektrického pole ve směru 1.

## 4.2 Piezoelektrická napěťová konstanta

Označení  $g_{ab}$ . Vyjadřuje buď hodnotu intenzity elektrického pole na jednotku působícího mechanického napětí při přímém piezoelektrickém jevu, nebo mechanickou deformaci na jednotku elektrické indukce při opačném piezoelektrickém jevu. První index popisuje směr polarizace generované materiálem nebo směr polarizace vnějšího elektrického pole. Druhý index popisuje osu působícího napětí nebo způsobené deformace. [2], [3], [5], [6]

$$g = \frac{d}{\varepsilon^T} [\text{Vm} \cdot \text{N}^{-1}]. \quad (14)$$

Například:

$g_{31}$  – udává intenzitu generovaného elektrického pole ve směru 3 působením mechanického napětí ve směru 1, nebo velikost přetvoření v ose 1 působením vnějšího elektrického pole ve směru 3.

$g_{15}$  – udává intenzitu generovaného elektrického pole ve směru 1 působením smykového napětí v ose 2, nebo velikost přetvoření okolo osy 2 působením vnějšího elektrického pole ve směru 1.

### 4.3 Permitivita

Označení  $\varepsilon$ . Je to dielektrická konstanta, určuje změnu dielektrika při působení elektrického pole. Absolutní permitivita se značí  $\varepsilon$  a jedná se o součin permitivity vakua  $\varepsilon_0$  a relativní permitivity materiálu  $\varepsilon_r$ . Permitivita vakua je  $\varepsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12}$  [F·m<sup>-1</sup>]. [2], [3], [5], [6]

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r. \quad (15)$$

Při popisu piezokeramických materiálů se používá permitivita při konstantním mechanickém napětí  $\varepsilon^T$ , a při konstantní deformaci  $\varepsilon^S$ .

Například:

$\varepsilon_{11}^T$  je permitivita udávaná při stálém mechanickém napětí v ose 1

$\varepsilon_{33}^S$  je permitivita udávaná při stálé mechanické deformaci v ose 3

### 4.4 Youngův modul pružnosti

Označení  $Y$ . Tato veličina popisuje pružnost materiálu. Jedná se o poměr mechanického napětí  $T$  působícího na materiál ku vzniklé mechanické deformaci  $S$ . [2], [3], [5], [6]

$$Y = \frac{T}{S} [\text{Pa}]. \quad (16)$$

### 4.5 Elastická poddajnost

Označení  $s_{ab}$ . Vyjadřuje deformaci materiálu na jednotku mechanického napětí, což je převrácená hodnota Youngova modulu pružnosti  $Y$ . První index popisuje směr deformace a druhý směr mechanického napětí. Elastická poddajnost při konstantní elektrické intenzitě pole se označuje  $s^E$  a při konstantní elektrické indukci  $s^D$ . [2], [3], [5], [6]

$$s = \frac{1}{Y} [\text{m}^2 \cdot \text{N}^{-1}]. \quad (17)$$

## 4.6 Piezoelektrický „coupling“ faktor

Označení  $k_{ab}$ . Představuje efektivitu, s jakou je materiál schopen přeměnit elektrickou energii  $W_E$  na mechanickou  $W_M$  a naopak. První index představuje osu, ve které jsou připojeny elektrody. Druhý index představuje osu, ve které působí mechanické napětí nebo dochází k deformaci. [2], [3], [5], [6]

Pokud bude docházet k přeměně mechanické energie na elektrickou (senzory a generátory), bude platit:

$$k = \sqrt{\frac{W_E}{W_M}} [-]. \quad (18)$$

V opačném případě, kdy bude docházet k přeměně elektrické energie na mechanickou (rezonátory a aktuátory), bude platit:

$$k = \sqrt{\frac{W_M}{W_E}} [-]. \quad (19)$$

## 4.7 Curieho teplota

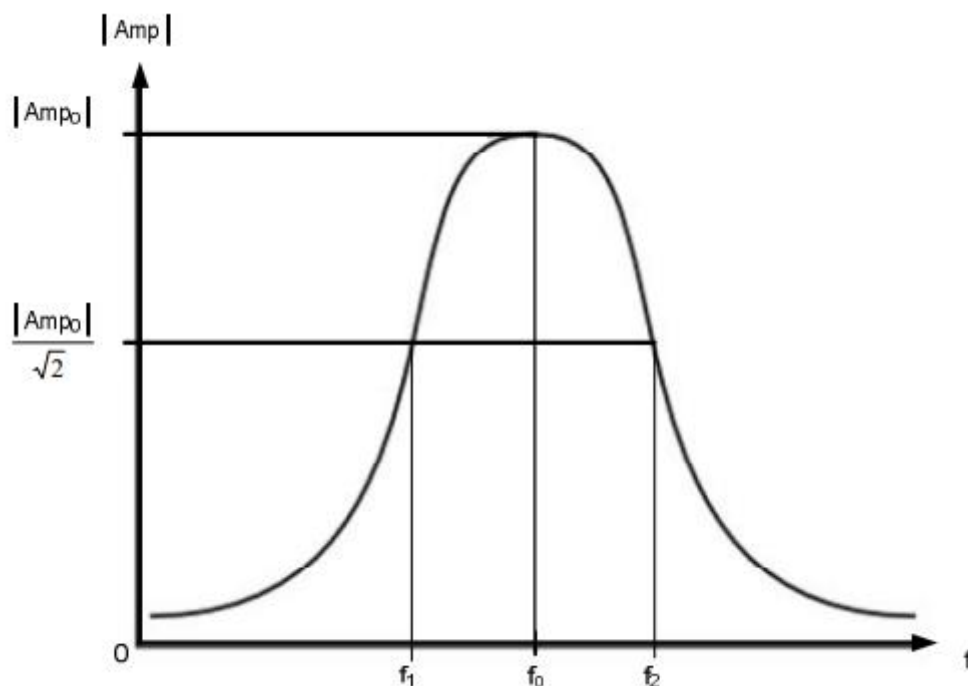
Označení  $T_c$ . Jak již bylo řečeno, je to velice důležitá konstanta pro piezoelektrické materiály. Vyjadřuje teplotu, při které dochází ke změně v uspořádání elementární buňky krystalové mřížky tak, že nová elementární buňka získává střed symetrie a tím ztrácí piezoelektrické vlastnosti. [2], [3], [5], [6]

## 4.8 Činitel jakosti

Označení  $Q_m$ . Je to konstanta popisující kvalitu piezoelektrického materiálu jakožto mechanického oscilátoru. Pokud má materiál vyšší činitel jakosti, dokáže kmitat déle, což znamená, že má menší útlum kmitání. Může se definovat i jako poměr mezi reaktancí  $X_r$  a rezistivitou  $R$  v náhradním sériovém zapojení při popisu piezokeramiky pomocí elektrických obvodů. [2], [3], [5], [6]

$$Q_m = \frac{\omega_r}{\omega_2 - \omega_1} = \frac{f_r}{f_2 - f_1}, \quad (20)$$

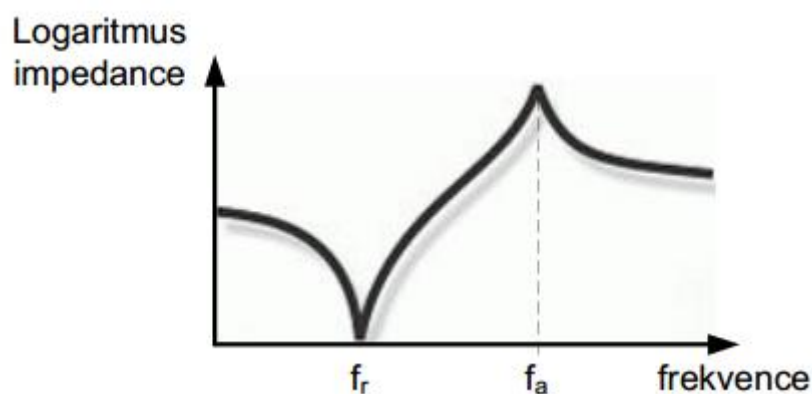
$$Q_m = \frac{X_r}{R}. \quad (21)$$



Obr. 5: Rezonance znázorněná v amplitudově-frekvenční charakteristice [6]

### Rezonanční frekvence:

Piezoelektrické prvky mají různě velkou účinnost přeměny elektrické nebo mechanické energie v závislosti na hodnotě frekvence, která prvek budí. Pro různé tvary piezoelektrického prvku lze nalézt frekvenci, kdy je mechanické kmitání prvku nejbližší elektrickému kmitání. Tato frekvence se označuje jako rezonanční frekvence  $f_r$ , kdy je impedance piezoelektrického prvku nejmenší – řádově jednotky  $k\Omega$ . Opačný stav, při kterém je impedance prvku největší – řádově stovky  $k\Omega$  až jednotky  $M\Omega$  – nastává při takzvané antirezonanční frekvenci  $f_a$ . [2], [3], [5], [6]



Obr. 6: Grafický průběh impedance v závislosti na frekvenci [6]

## 5 Automaticky programem aplikované okrajové podmínky

Při modelování piezoelektrických měničů v programu Comsol Multiphysics, program automaticky přiřadí materiálu některé okrajové podmínky, které se posléze dají přepsat novými, uživatelem definovanými, okrajovými podmínkami. Při modelování tohoto druhu materiálu se musí přiřazovat dva typy okrajových podmínek, a to elektrické a mechanické. V této kapitole je popsán význam a funkce automaticky přiřazených podmínek. V dalších kapitolách, týkajících se samotného modelování měničů, jsou pak už vždy popsány jen okrajové podmínky, které bylo nutno definovat uživatelem.

### Piezoelectric Material

Tato okrajová podmínka definuje vlastnosti piezoelektrického materiálu, při čemž se řídí maticí elastické poddajnosti a maticí piezoelektrických koeficientů (viz. Kapitola 4).

### Free

Toto je základní mechanická okrajová podmínka. Definuje, že na daný okraj nepůsobí žádná vnější síla, a že na okraji s touto podmínkou není žádné omezení v pohybu, tedy že se může pohybovat volně ve všech směrech.

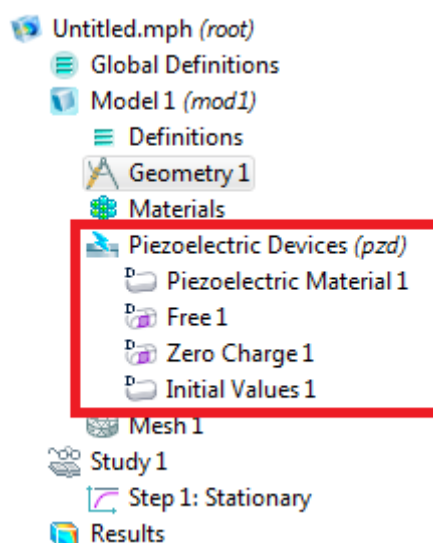
### Zero Charge

Toto je základní elektrická okrajová podmínka. Definuje, že na hranici s touto podmínkou je nulový elektrický náboj.

$$n \cdot D = 0. \quad (22)$$

### Initial Values

Pomocí této okrajové podmínky lze zadat počáteční hodnoty elektrického potenciálu a velikost deformace v jednotlivých směrech. Tato okrajová podmínka je sice automaticky přiřazena, ale všechny počáteční hodnoty jsou v základu nulové.



Obr. 7: Okrajové podmínky v prostředí Comsol Multiphysics

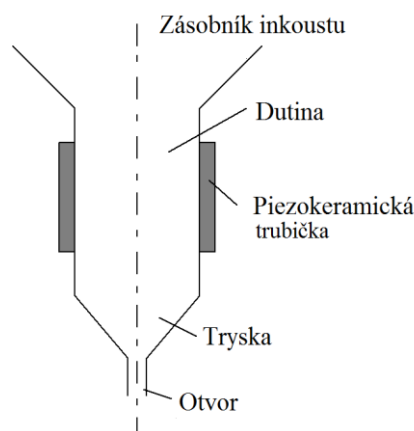
## 6 Modelování piezokeramické trubičky

### 6.1 Popis funkce a využití

Piezokeramická trubička je aktuátor dutého, oválného tvaru, využívající piezoelektrického jevu. Používá se například v mikročerpadlech, tiskárnách a při vhodném napájení elektrod ji lze využít u rotačních piezoelektrických aktuátorů, nebo scannerů.

#### 6.1.1 Princip činnosti trubičky v tiskárnách

Piezokeramická trubička většinou obklopuje tenkou, skleněnou trysku, skrz kterou vede inkoustový kanál (Obr. 8). Na vnější povrch trubičky je přivedeno napájecí napětí v řádu jednotek Voltů, vnitřní povrch trubičky je uzemněn. Po přivedení napěťového impulsu dojde k deformaci trubičky v radiálním směru tak, že se zvětší vnitřní poloměr trubičky a tím se zmenší tlak působící na skleněnou trysku. Toto napětí po chvíli odpojíme, což způsobí, že se trubička bude vracet do původního tvaru. Toto zvětšování a zmenšování se vnitřního poloměru způsobí šíření tlakové vlny uvnitř trubičky, což má za následek, že se uvolní malé množství inkoustu ze zásobníku. Kvůli tlaku pulsu se část barvy vrátí zpět do zásobníku, ale vzhledem k velké akustické impedanci, způsobené malým průměrem otvoru a velkou délkou trubky, je toto množství, v porovnání s vytlačeným množstvím barvy, velmi malé. [10], [11]

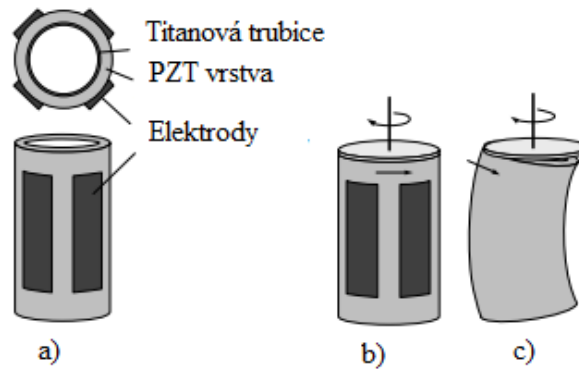


Obr. 8: Schématické znázornění inkoustové hlavice piezoelektrické tiskárny [11]

#### 6.1.2 Princip činnosti trubičky v rotačních aktuátorech

V tomto případě trubička obklopuje rotor aktuátoru. Na vnějším povrchu jsou umístěny čtyři elektrody. Při napájení těchto elektrod napětím v řádu jednotek až desítek Voltů dochází k deformaci trubičky, při vhodně voleném napětí dochází k její torzi. Při této deformaci se mechanicky spojí trubička spolu s rotorem a způsobí jeho pootočení, po odpojení napětí se trubička vrátí zpět do původní polohy bez dalšího mechanického tření. Tento cyklus se opakuje a rotor se krokově otáčí. Nevýhodou těchto aktuátorů je kratší životnost, což je způsobeno mechanickým třením mezi trubičkou a rotorem. [1]





Obr. 9: Trubkový piezoelektrický aktuátor: a) typický tvar, b) umístění elektrod na trubce, c) deformace při přiloženém napětí [1]

## 6.2 Materiál piezokeramiky PZT (5-H)

V modelu je jako piezoelektrický materiál použita PZT keramika zirkoničitan-titaničitanu olova (PZT (5-H)). Jedná se o příčně izotropní materiál, takže má stejné vlastnosti v rovině  $zx$  a  $zy$  a různé vlastnosti v kolmém směru k těmto rovinám. Tento materiál je sice hůře tvarovatelný, ale díky jeho vynikajícím piezoelektrickým vlastnostem je běžně využíván pro konstrukci piezoelektrických aktuátorů a scannerů. Dále jsou uvedeny jeho základní vlastnosti: [17]

**Matice elastické poddajnosti:**

$$s_e = \begin{bmatrix} 16,5 & -4,78 & -8,45 & 0 & 0 & 0 \\ -4,78 & 16,5 & -8,45 & 0 & 0 & 0 \\ -8,45 & -8,45 & 20,7 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 43,5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 43,5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 42,6 \end{bmatrix} \cdot 10^{-12} [\text{N} \cdot \text{m}^{-2}].$$

**Matice piezoelektrických koeficientů:**

$$d = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 741 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 741 & 0 & 0 \\ -274 & -274 & 593 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot 10^{-12} [\text{C} \cdot \text{N}^{-1}].$$

**Relativní permitivita:**

$$\epsilon_r = \begin{bmatrix} 3130 & 0 & 0 \\ 0 & 3130 & 0 \\ 0 & 0 & 3400 \end{bmatrix} [\text{F} \cdot \text{m}^{-1}].$$

**Hustota materiálu:**

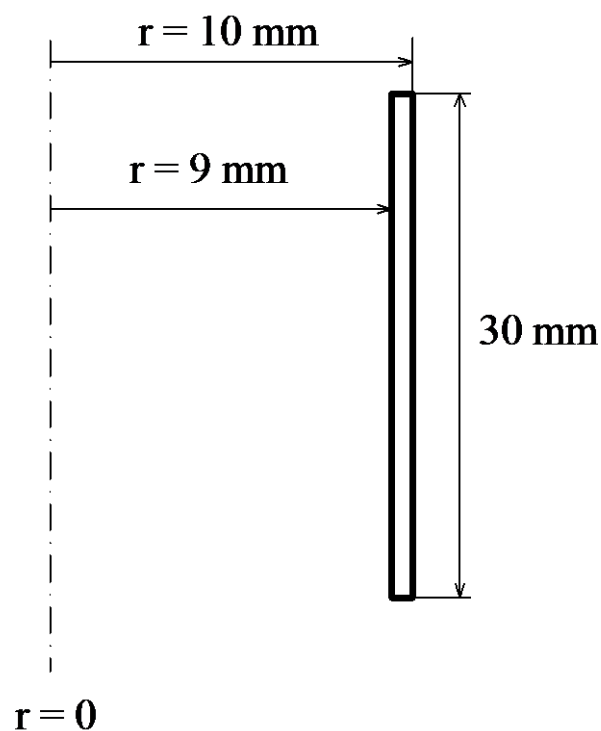
$$\rho = 7500 \text{ [kg} \cdot \text{m}^{-3}\text{]}.$$

**Curieho teplota:**

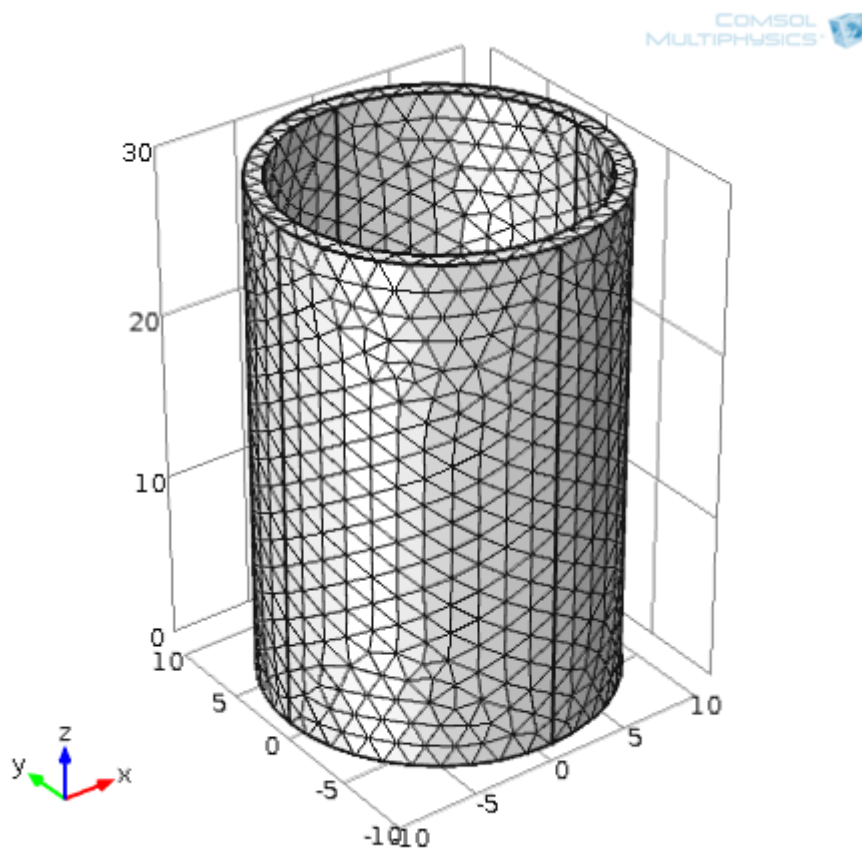
$$T_c = 190 \text{ [}^\circ\text{C]}.$$

### 6.3 Geometrické uspořádání modelu

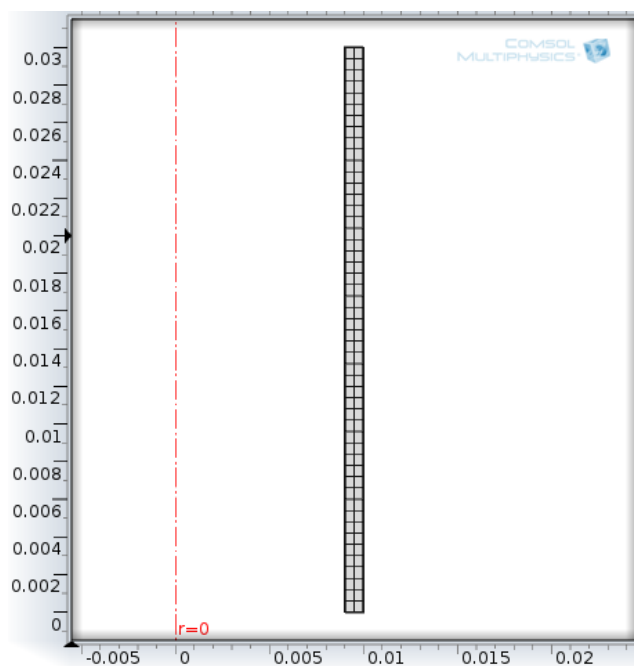
Při modelování piezokeramické trubičky lze využít její osové symetrie a model lze vytvořit ve 2D prostředí ve válcové symetrii. Trubička je vysoká 30 mm, vnitřní poloměr je 9 mm a vnější poloměr je 10 mm. Tyto rozměry jsou rozměry typu aktuátoru PT130.20 od firmy PI Ceramic. [12]



Obr. 10: Rozměry trubičky



Obr. 11: Piezokeramická trubička ve 3D zobrazení



Obr. 12: Piezokeramická trubička ve 2D zobrazení po využití osové symetrie

Na Obr. 11 je vidět výsledná trojúhelníková síť konečných prvků a na Obr. 12 je tato síť již díky 2D obdélníkovému tvaru rotujícího kolem osy  $z$  zjednodušena na síť čtvercovou, jelikož zde by trojúhelníková síť právě vzhledem k tvaru modelu neměla význam.

Elektrody na vnějším povrchu trubičky byly řešeny okrajovou podmínkou, kdy byl zadán na celém povrchu stejný potenciál.

## 6.4 Analýza deformace a generovaného napětí při tlaku na vnitřní povrch trubičky

Při využití trubičky v mikročerpadlech, nebo v tiskárnách se musí zohlednit tlak vnitřní kapaliny na vnitřní povrch trubičky. Tato studie se tedy zabývá přímým piezoelektrickým efektem při zatížení tlakem o velikosti 0,1 MPa působícím zevnitř trubičky. Cílem je zjistit deformaci materiálu v radiálním směru a velikost a rozložení elektrického potenciálu v materiálu.

### 6.4.1 Okrajové podmínky

#### Elektrické okrajové podmínky:

Vnitřní a vnější povrch byly okrajovou podmínkou uzemněny, potenciál na obou z těchto povrchů tedy bude nulový.

$$\varphi = 0. \quad (23)$$

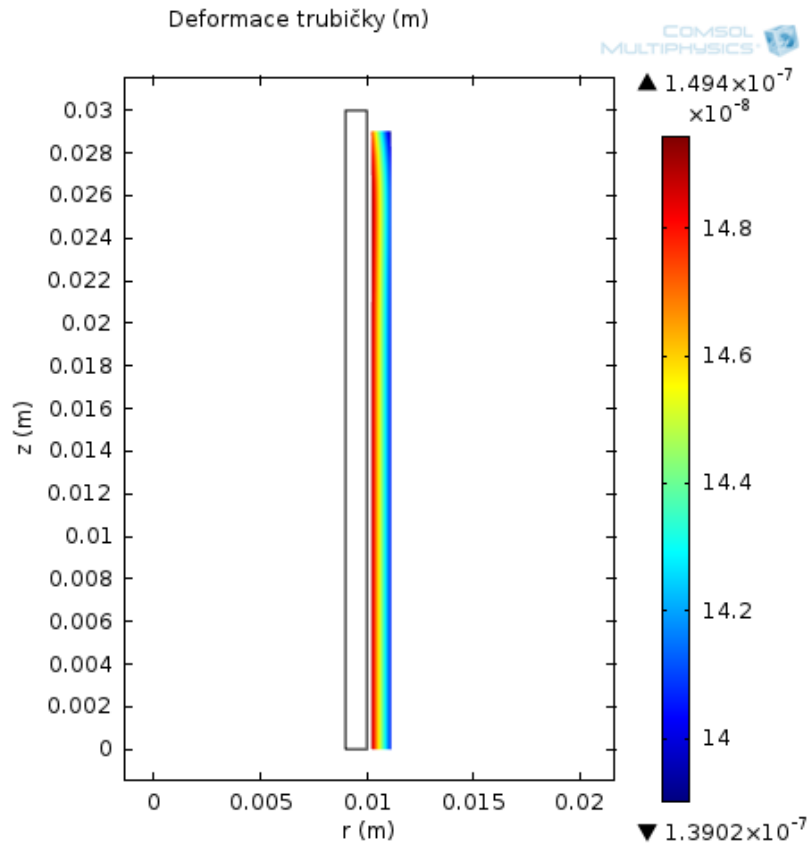
#### Mechanické okrajové podmínky:

Vnitřní povrch byl pomocí okrajové podmínky zatížen tlakem o velikosti 0,1 MPa. Na spodní povrch byla aplikována okrajová podmínka „Roller“, což způsobí, že se tento povrch nemůže deformovat v axiálním směru, může se deformovat pouze v radiálním směru. Všechny ostatní okraje a povrchy se mohou deformovat v radiálním i axiálním směru.

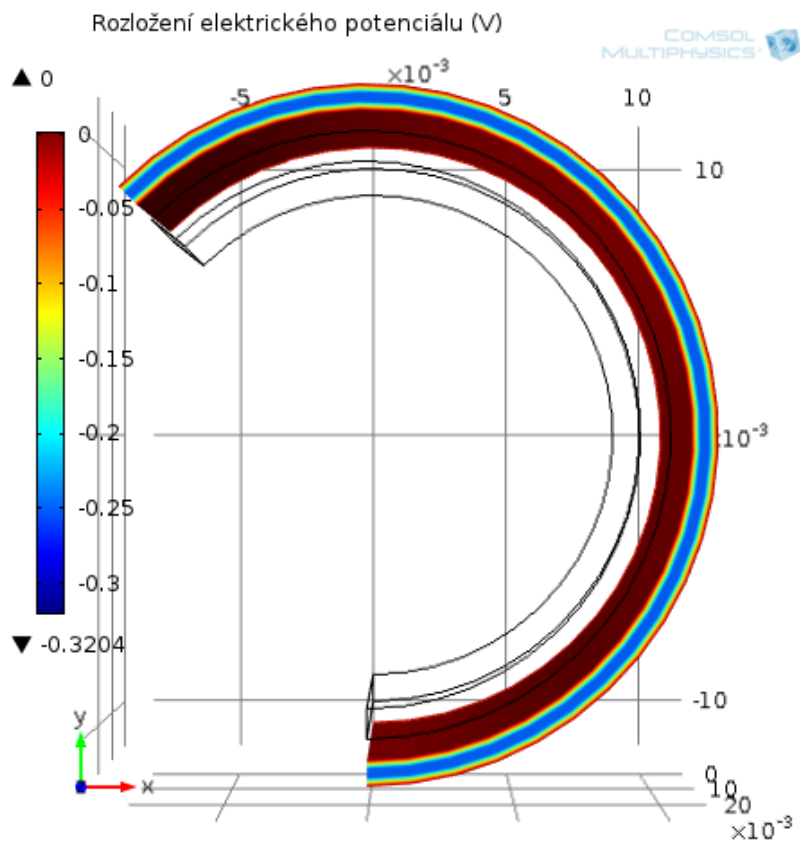
$$n \cdot u = 0, p = p_0. \quad (24)$$

### 6.4.2 Výsledky studie

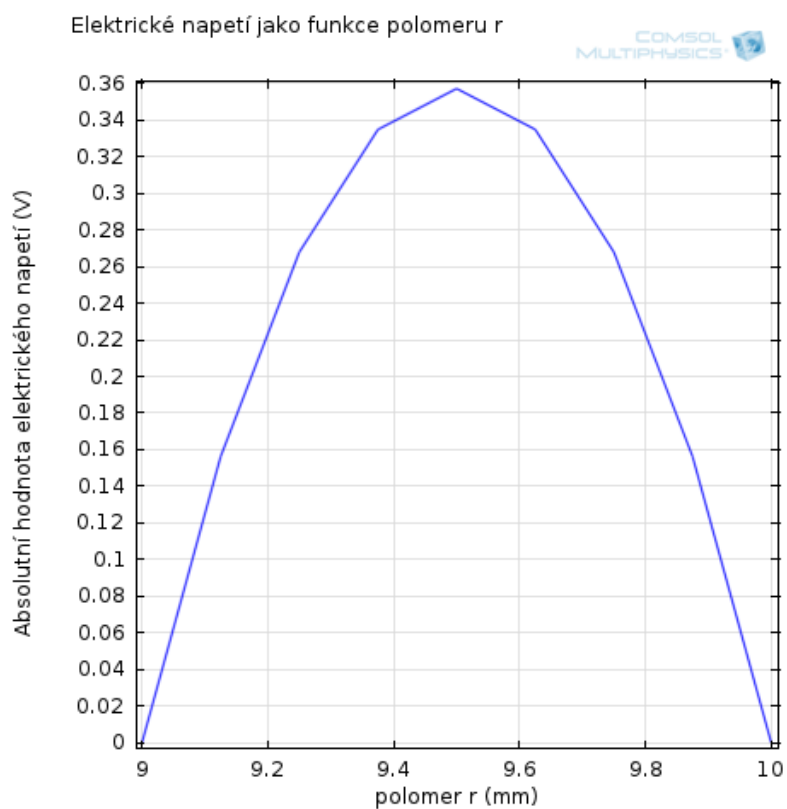
Tvar trubičky se vlivem tlaku deformoval. V bodě s největší deformací byla její velikost 149,4 nm v místě s nejmenší deformací byla její velikost 139 nm (Obr. 13). Největší elektrický potenciál se naindukoval uprostřed (v poloměru 0,5 mm) a jeho absolutní hodnota činila 0,32 V (Obr. 14). 2D grafy jsou závislosti elektrického napětí (Obr. 15) a mechanické deformace (Obr. 16) na poloměru (osa  $x$ ) a tyto hodnoty byly změřeny ve výšce 15 mm nad základnou trubičky.



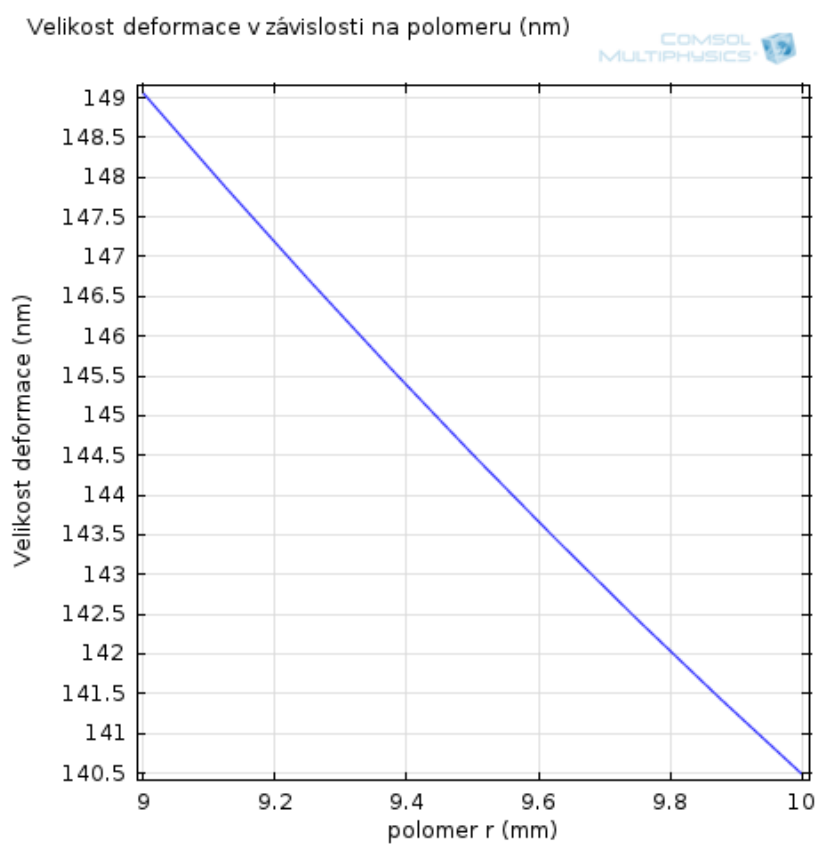
Obr. 13: Deformovaný tvar a radiální posunutí vlivem tlaku 0,1 MPa na vnitřní povrch



Obr. 14: Indukovaný elektrický potenciál uvnitř trubičky



Obr. 15: Elektrické napětí jako funkce poloměru  $r$



Obr. 16: Deformace jako funkce poloměru  $r$

## 6.5 Analýza deformace při přiloženém napětí na vnější elektrody trubičky

V tomto případě bude vnější povrch trubičky rovnoměrně napájen. Cílem této studie je zjistit, jakou deformaci způsobí napětí mezi vnitřním a vnějším povrchem o velikosti 3 V. Na rozdíl od první studie se tedy jedná o obrácený piezoelektrický efekt, kdy nebude na žádnou stěnu trubičky působit síla, trubička se bude deformovat pouze vlivem přiloženého napětí.

### 6.5.1 Okrajové podmínky

#### Elektrické okrajové podmínky:

Vnitřní povrch byl okrajovou podmínkou uzemněn a je na něm tedy nulový elektrický potenciál. Na vnější elektrody byla aplikována okrajová podmínka pro potenciál o velikosti 3 V.

$$\varphi = \varphi_0. \quad (25)$$

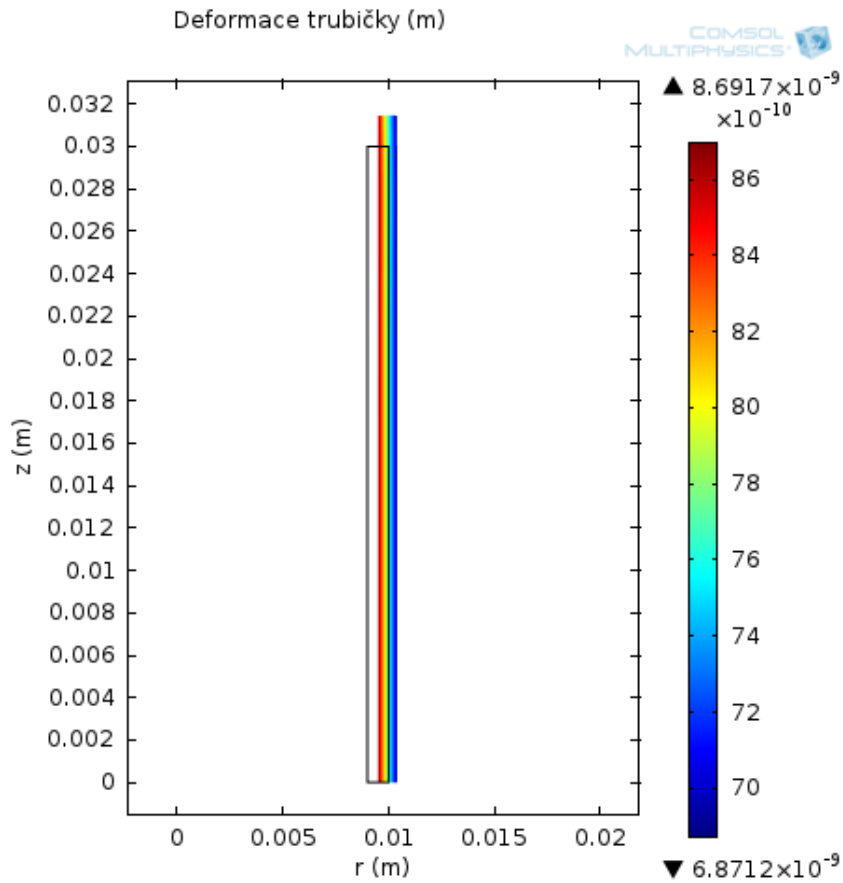
#### Mechanické okrajové podmínky:

Na spodní povrch byla aplikována okrajová podmínka „Roller“, což způsobí, že se tento povrch nemůže deformovat v axiálním směru, může se deformovat pouze v radiálním směru. Ostatní okraje a povrchy se mohou deformovat libovolně do všech směrů.

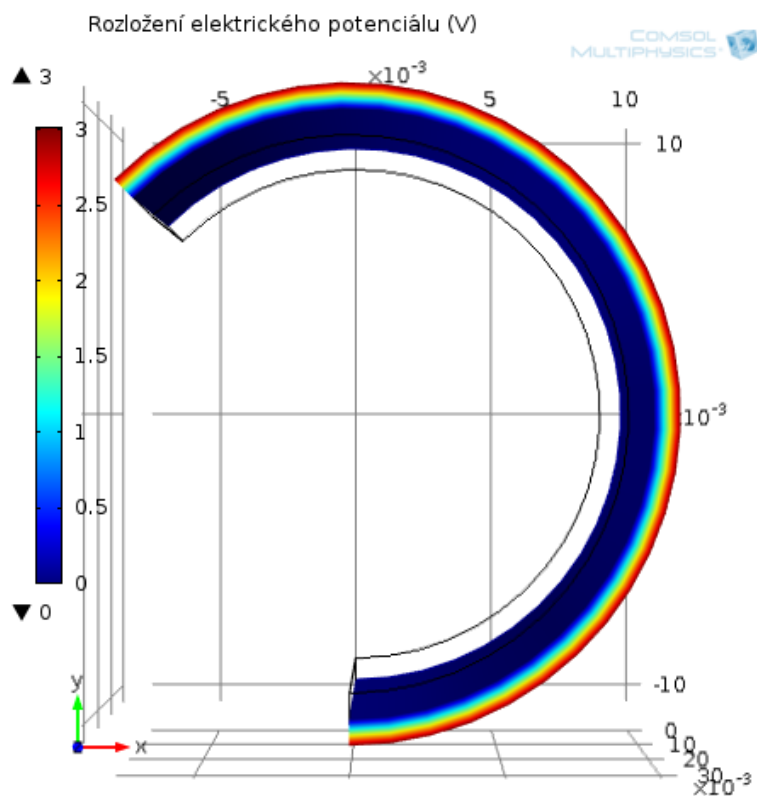
$$n \cdot u = 0. \quad (26)$$

### 6.5.2 Výsledky studie

Vlivem rozdílného potenciálu na vnitřním a vnějším povrchu došlo k deformaci trubičky tak, že se její poloměr zvětšil a trubička se prodloužila. V radiálním směru byla v bodě s největší deformací její velikost 8,69 nm a v bodě s nejmenší deformací tato velikost byla 6,87 nm (Obr. 17). Elektrický potenciál se rovnoměrně rozložil v celém materiálu od 3 V na vnější elektrodě do 0 V na vnitřním, uzemněném povrchu (Obr. 18). 2D graf je závislost mechanické deformace na poloměru  $r$  (Obr. 19) a tato deformace byla změřena ve výšce 15 mm nad základnou trubičky.

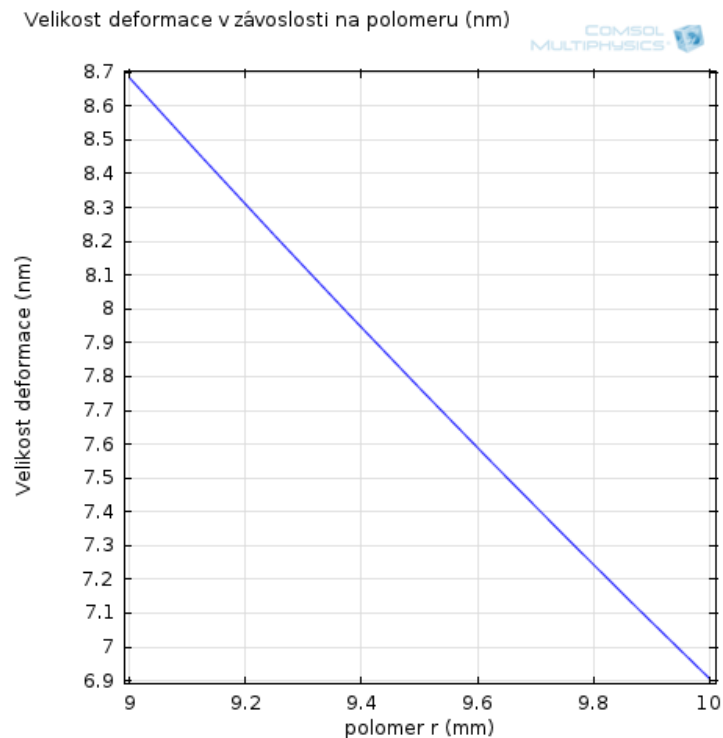


Obr.17: Deformovaný tvar a radiální posunutí při přiloženém napětí 3 V



Obr. 18: Rozložení elektrického potenciálu uvnitř trubičky

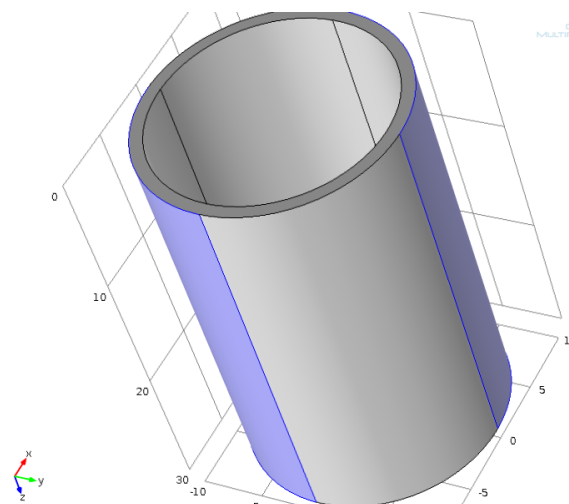




Obr. 19: Deformace jako funkce poloměru  $r$

## 6.6 Analýza deformace při nerovnoměrně přiloženém napětí na vnější elektrody trubičky

V tomto případě bylo přiloženo napětí pouze na 2 vnější elektrody z celkových 4 elektrod trubičky (modře vybarvené plochy na Obr. 20). V této studii tedy nebylo možné využít 2D symetrie, jako tomu bylo v minulých studiích a studie byla řešena ve 3D prostředí. Cílem bylo zjistit správnou vlastní frekvenci materiálu, aby došlo ke správné deformaci požadované například pro již zmiňovaný rotační mikroaktuátor a celková vizualizace podoby této deformace.



Obr. 20: Napájené elektrody trubičky při nerovnoměrně přiloženém napětí

### 6.6.1 Okrajové podmínky

#### Elektrické okrajové podmínky:

Na modře vybarvené povrchy dle obrázku 20 byla aplikována okrajová podmínka pro elektrický potenciál o velikosti napájení 1 V. Zbylé dva povrchy a celý vnitřní povrch trubičky byly uzemněny, tudíž tyto povrchy budou mít nulový elektrický potenciál.

$$\varphi = \varphi_0, \varphi = 0. \quad (27)$$

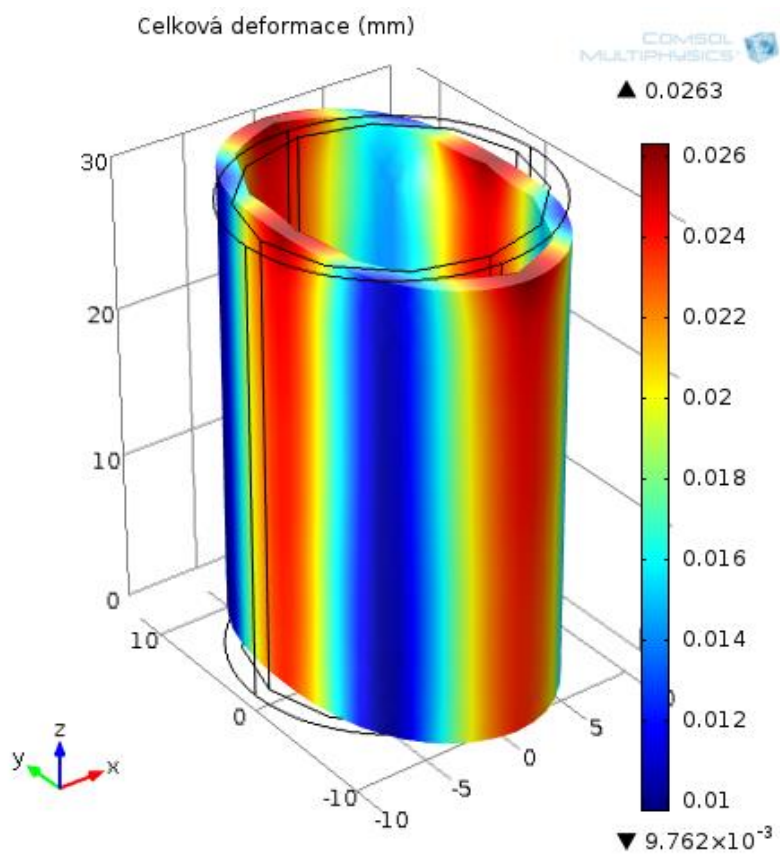
#### Mechanické okrajové podmínky:

Na podstavu trubičky byla aplikována okrajová podmínka „Roller“, což způsobí, že tento povrchy se nemůže deformovat v axiálním směru, ale pouze ve směru radiálním. Ostatní povrchy se mohou deformovat libovolně do všech směrů.

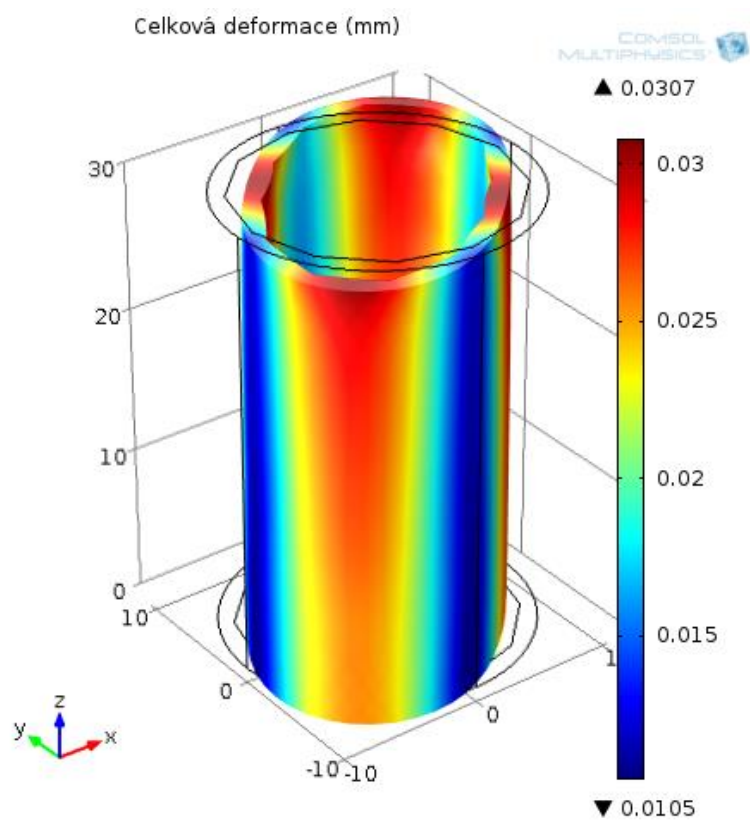
$$n \cdot u = 0. \quad (28)$$

### 6.6.2 Výsledky studie

Vlivem nerovnoměrného napájení vnějšího povrchu došlo i k nerovnoměrné deformaci trubičky. Ideální deformace použitelná například pro rotační mikroaktuátor nastala při vlastních (rezonančních) frekvencích přibližně o velikostech 4976,8 Hz a 5194,7 Hz. Deformace pro obě frekvence vidíme na obrázcích 21 a 22.



Obr. 21: Deformace trubičky při vlastní frekvenci 4976,8 Hz

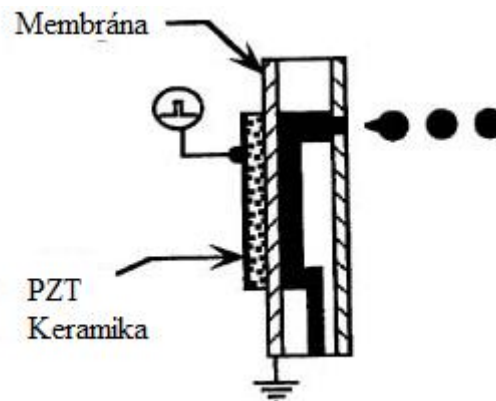


Obr. 22: Deformace trubičky při vlastní frekvenci 5194,7 Hz

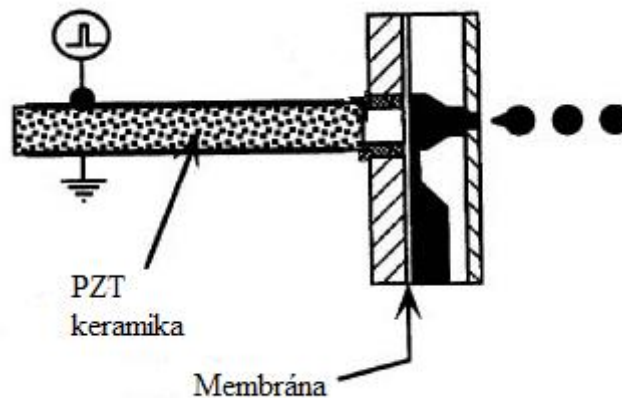
## 7 Modelování aktuátoru z více vrstev PZT keramiky

### 7.1 Popis funkce a využití

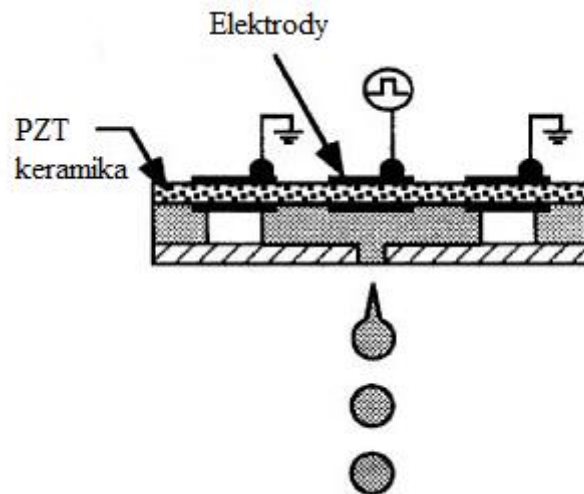
Tento typ aktuátoru se skládá z více vrstev keramiky, které mohou být napájeny různými způsoby podle toho, jaký typ deformace v dané aplikaci požadujeme. Typy deformací mohou být ohyb, tlak a smyk. Všechny tyto typy deformací jsou opět použitelné a používané v tiskárnách pro vytlačení inkoustu ze zásobníku. PZT aktuátor působí silou na tenkou membránu, což způsobí tlak v zásobníku inkoustu, což má za následek uvolnění kapky inkoustu. Principy jsou zjednodušeně ukázané na obrázcích 23, 24 a 25. Tyto aktuátory mohou mít vrstvy buďto za sebou (sériově řazené), nebo vedle sebe (paralelně řazené). V našem případě budou vrstvy aktuátoru řazené za sebou sériově. [14]



Obr. 23: Síla působená ohybem PZT keramiky [14]



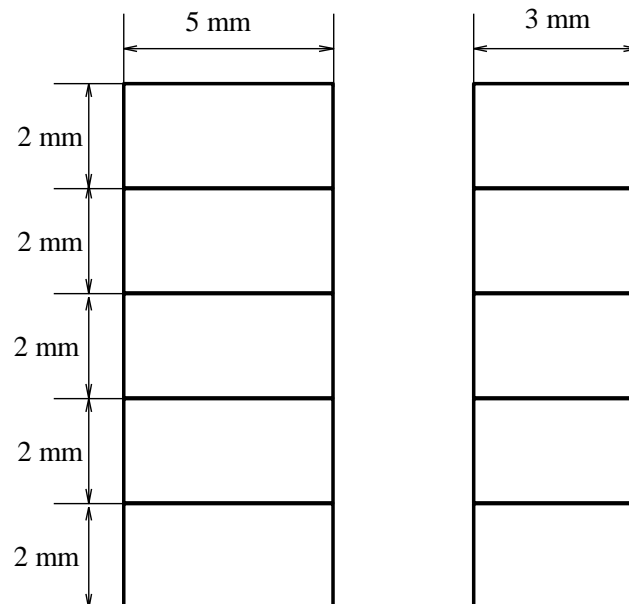
Obr. 24: Síla působená tlakem PZT keramiky [14]



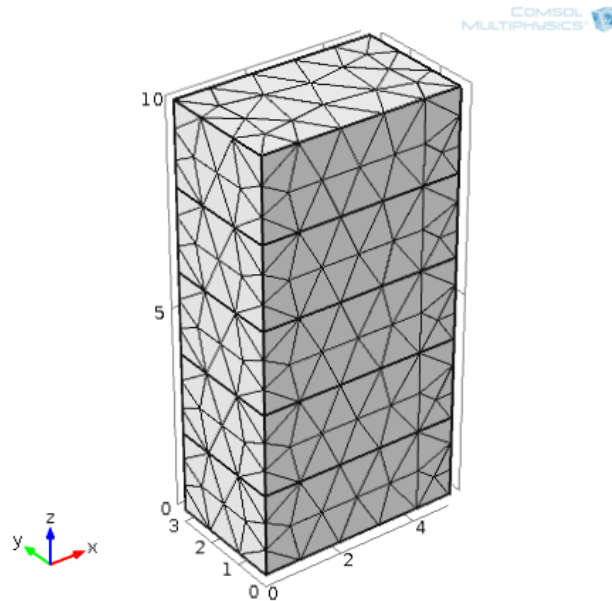
Obr. 25: Síla působená smykem PZT keramiky [14]

## 7.2 Geometrické uspořádání a materiál modelu

Opět byl použit materiál PZT (5H) jako u piezokeramické trubičky (viz. kapitola 6.2). Aktuátor se skládá z pěti vrstev tohoto materiálu. Každý blok (vrstva) je 5 mm dlouhý, 3 mm široký a 2 mm vysoký. Rozměry jsou na obrázku 26, síť konečných prvků je znázorněna na obrázku 27.



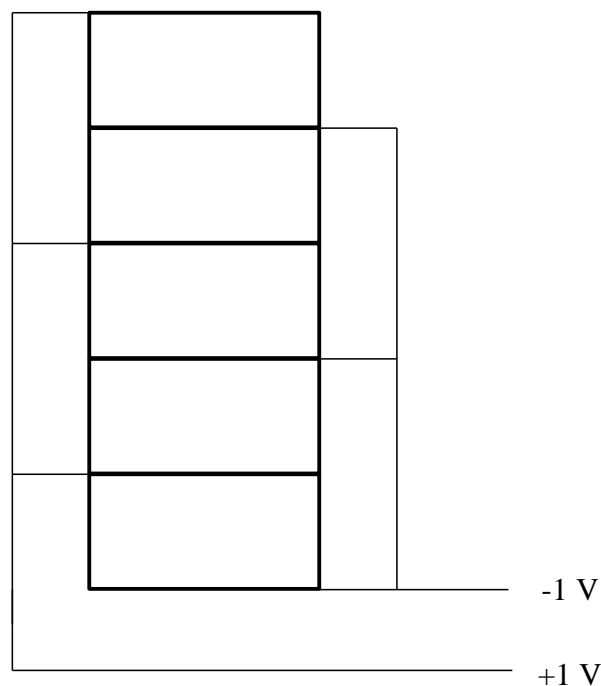
Obr. 26: Rozměry vícevrstvého PZT aktuátoru



Obr. 27: Síť konečných prvků vícevrstvého PZT aktuátoru

### 7.3 Analýza deformací při různých napájecích frekvencích

Při této analýze budou pomyslné elektrody (řešeno okrajovou podmínkou) mezi přechody jednotlivých vrstev PZT, napájeny napětím o velikosti +1 V a -1 V (Obr. 28). Cílem je najít takové vlastní (rezonanční) frekvence materiálu, kdy bude docházet k ohybové deformaci a kdy se aktuátor pouze prodlouží a bude působit tlak ve směru osy z.



Obr. 28: Napájení vícevrstvého PZT aktuátoru

### 7.3.1 Okrajové podmínky

#### Elektrické okrajové podmínky:

Na jednotlivé přechody mezi vrstvami PZT byla aplikována okrajová podmínka pro potenciál dle obrázku 28.

$$\varphi = \varphi_0. \quad (29)$$

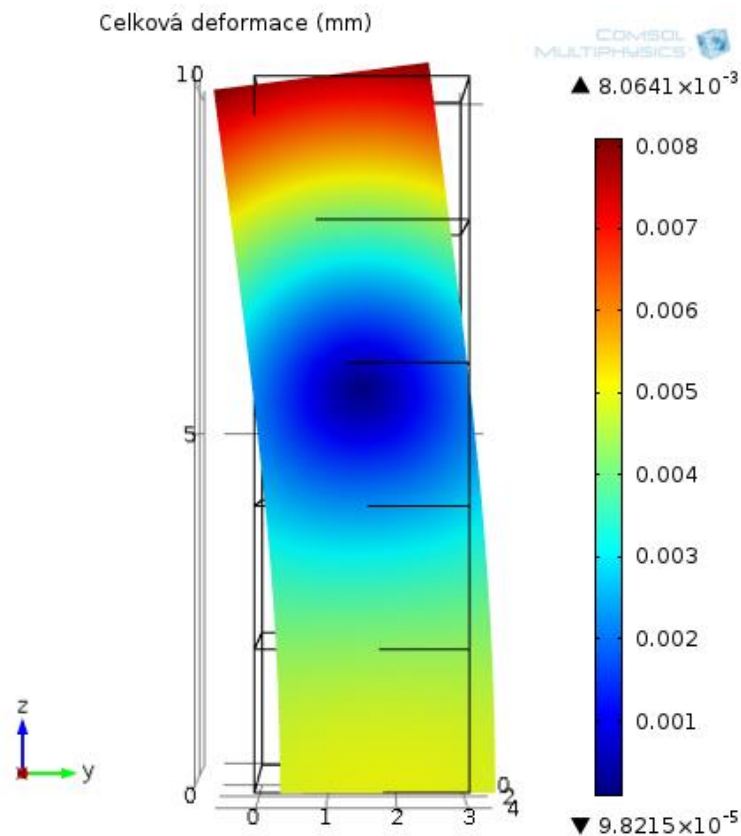
#### Mechanické okrajové podmínky:

Na podstavu spodní vrstvy aktuátoru byla aplikována okrajová podmínka „Roller“, tudíž tento povrch je jakoby upevněn ve směru osy  $z$  a v tomto směru se nemůže deformovat. Ostatní okraje a hrany se mohou volně pohybovat ve všech směrech.

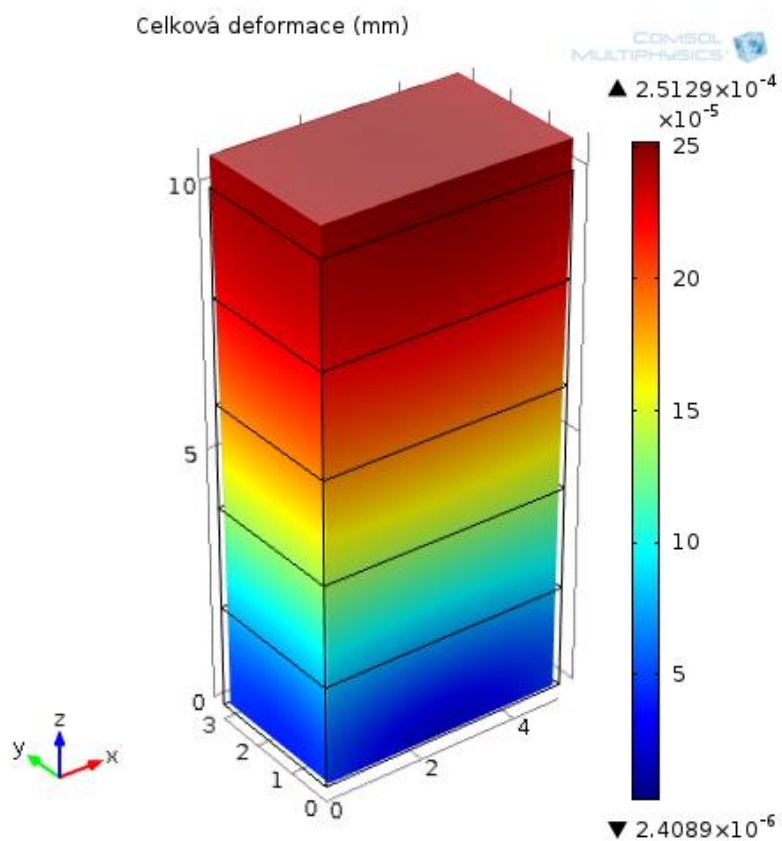
$$n \cdot u = 0. \quad (30)$$

### 7.3.2 Výsledky studie

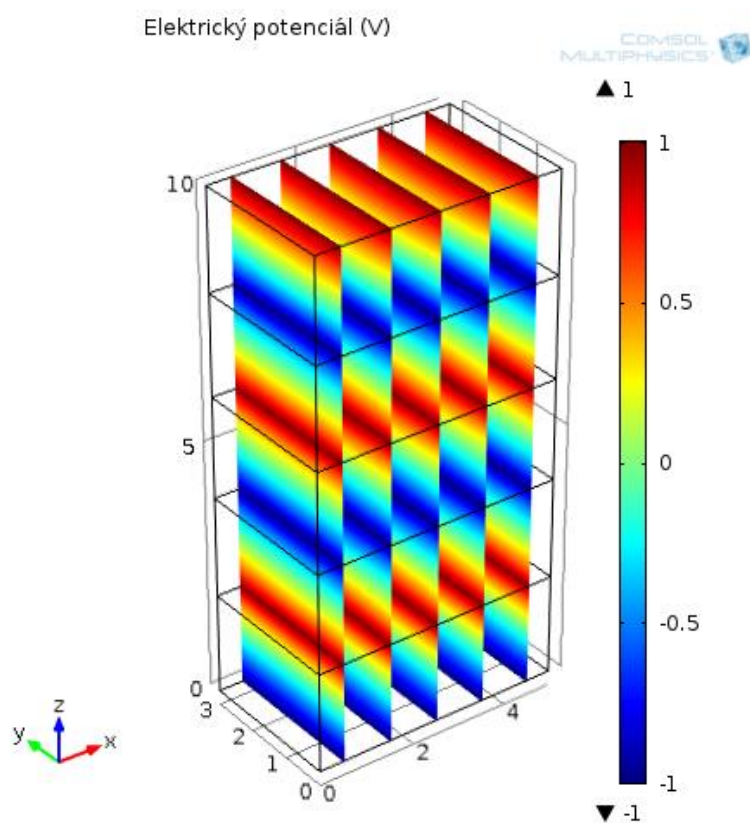
Pro vlastní frekvenci 18 643,5 Hz byl vícevrstvý PZT aktuátor v ohybovém módu a deformace pro tuto vlastní frekvenci je znázorněna na obrázku 29. Pro vlastní frekvenci 63 284,1 Hz se aktuátor nacházel v módu, kdy se pouze prodloužil ve směru osy  $z$  a deformace je znázorněna na obrázku 30. Obrázek 31 a 32 znázorňují rozdíly v rozložení potenciálu uvnitř materiálu a obrázky 33 a 34 znázorňují rozdíl v rozložení intenzit elektrického pole při těchto dvou rozdílných frekvencích napájení.



Obr. 29: Deformace vícevrstvého PZT aktuátoru při vlastní frekvenci 18 643,5 Hz

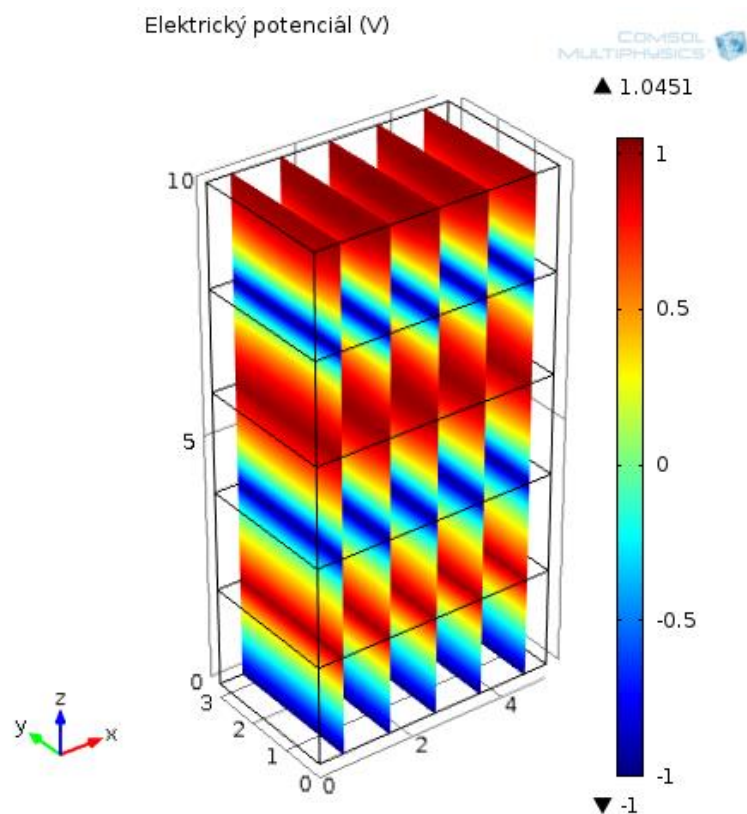


Obr. 30: Deformace vícevrstvého PZT aktuátoru při vlastní frekvenci 63 284,1 Hz

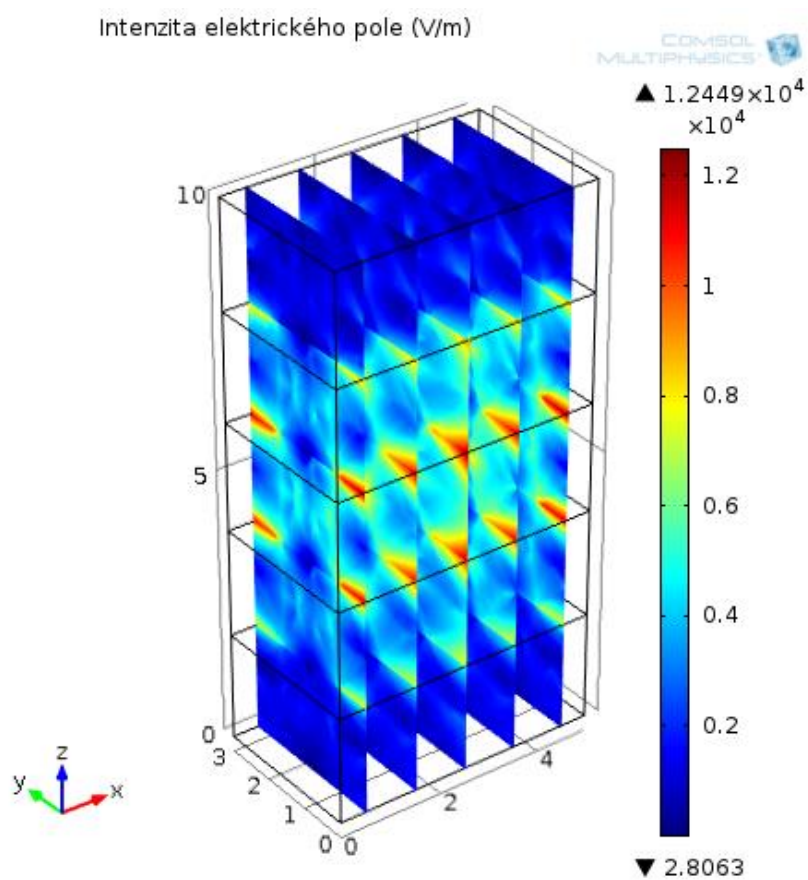


Obr. 31: Rozložení elektrického potenciálu uvnitř materiálu při vlastní frekvenci 18 643,5 Hz

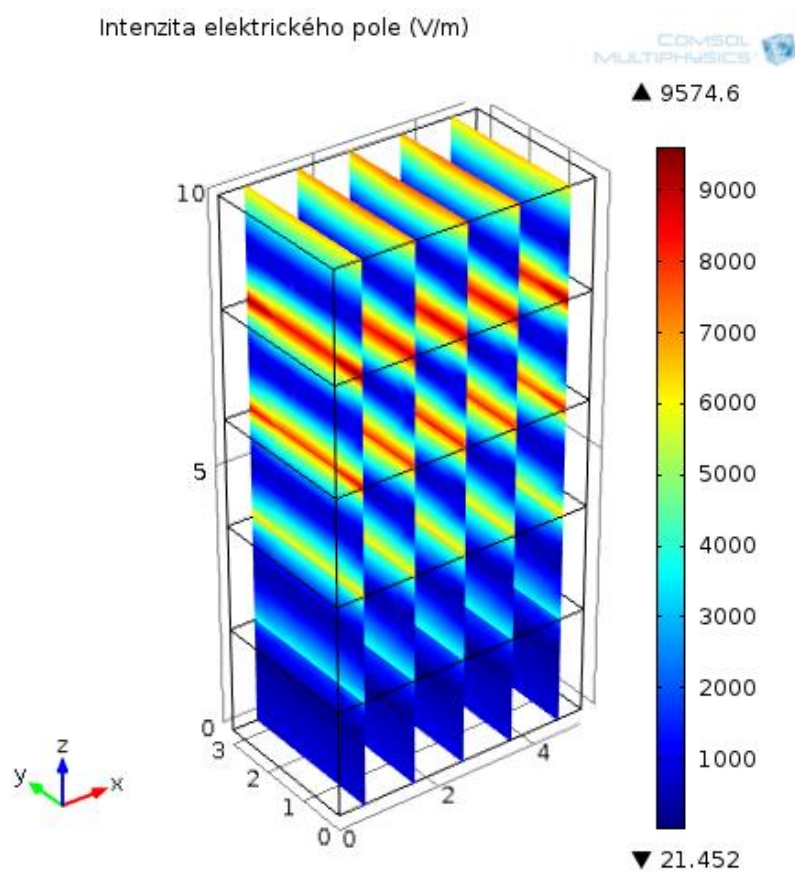




Obr. 32: Rozložení elektrického potenciálu uvnitř materiálu při vlastní frekvenci 63 284,1 Hz



Obr. 33: Rozložení elektrické intenzity uvnitř materiálu při vlastní frekvenci 18 643,5 Hz



Obr. 34: Rozložení elektrické intenzity uvnitř materiálu při vlastní frekvenci 63 284,1 Hz

## 8 Závěr

Práce se zabývala problematikou piezoelektrických měničů. Na toto téma tedy byla vypracována stručná rešerše, kde byl popsán princip piezoelektrického jevu a používané materiály v piezoelektřině. Ve všech modelech byla jako materiál, kvůli jejím výhodám zmíněným v práci, použita piezokeramika. Matematický popis byl tedy také věnován hlavně piezokeramice.

Při modelování piezokeramické trubičky se úspěšně podařily ukázat oba dva piezoelektrické jevy, tedy jak přímý piezoelektrický jev (indukovaný elektrický potenciál při tlaku zevnitř trubičky), tak nepřímý piezoelektrický jev (deformace trubičky při rovnoměrném napájení vnějšího povrchu). Při přímém jevu byla názorně ukázána deformace trubičky, vlivem které se v materiálu indukoval elektrický potenciál, jehož maximální hodnota a rozložení bylo znázorněno v grafech. Při opačném jevu byla názorně ukázána deformace trubičky, když bylo na její povrch rovnoměrně přiloženo napětí o velikosti 3 V a velikost této deformace a její závislost na poloměru byla také graficky znázorněna.

Pro předvedení, že se trubička nemusí deformovat vždy rovnoměrně v celém objemu, ale že je možné ji napájet tak, aby byla deformace nerovnoměrná a trubička může být použita i pro složitější aplikace, byla ta samá trubička podrobena ještě jedné studii, tentokrát bylo přiložené napětí pouze na dvě ze čtyř elektrod, které se nacházely geometricky proti sobě. V této studii pak byla graficky znázorněna nerovnoměrná deformace a také zde bylo dokázáno, že celková deformace nezávisí pouze na velikosti přiloženého napětí, ale i na frekvenci.

Tento jev, že materiál má větší množství rezonančních frekvencí, při které má ale jeho deformace rozdílný charakter, byl podrobněji ukázán na modelu vícevrstvého PZT aktuátoru. Z této studie je jasně vidět, že aktuátor, který má stejný počet vrstev, stejnou amplitudu napájení a je i vyroben z toho samého materiálu, může pracovat v rozdílných módech a může být použit ve více typech zařízení. Způsob, jakým se bude materiál deformovat, totiž určuje frekvence napětí, které daný aktuátor napájí. Frekvence má samozřejmě i vliv na rozložení potenciálu uvnitř materiálu, kvůli rozdílné vlnové délce a kvůli rozdílnému rozložení intenzity elektrického pole uvnitř materiálu, což bylo také graficky znázorněno.

## 9 Použitá literatura

- [1] Husák, Miroslav. Mikrosenzory a mikroaktuátory. Vyd. 1. Praha: Academia, 2008. 540 s. Gerstner; sv. 3. ISBN 978-80-200-1478-8.
- [2] PROCHÁZKA, J. Simulační modelování piezo-generátoru. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2011. 43 s. Vedoucí bakalářské práce Ing. Zdeněk Hadaš, Ph.D..
- [3] HANUS, J. Využití piezo-materiálu pro získávání elektrické energie z vibrací. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2009. 63 s. Vedoucí diplomové práce Ing. Zdeněk Hadaš, Ph.D.
- [4] J. Tichý, J. Erhart, E. Kittinger, J. Přívratská: Fundamentals of Piezoelectric Sensorics, Mechanical, Dielectric, and Thermodynamical Properties of piezoelectric Materials Springer Verlag 2010, ISBN 978-3-540-43966-0.
- [5] HRADIL, A. Návrh mikroaktuátoru s využitím SMART materiálů. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2011. 52s. Vedoucí diplomové práce Ing. Zdeněk Hadaš, Ph.D.
- [6] KUČERA, D. Koncepce tlačítkového piezo-generátoru. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2012. 46 s. Vedoucí bakalářské práce Ing. Zdeněk Hadaš, Ph.D..
- [7] Piezoelectricity. WIKIPEDIA. [online]. [cit. 18. 2. 2014]. Dostupné z: <http://en.wikipedia.org/wiki/Piezoelectricity>
- [8] PŮLPÁN, P. a J. ERHART. Parametry piezoelektrických bimorfů. Elektro [online]. 2002, č. 3, str. 4-7, [cit. 16. 2. 2014], Dostupné z: <http://www.odbornecasopisy.cz/download/el030204.pdf>
- [9] FERROPERM. High quality components and materials for the electronic industry. [online]. [cit. 18. 2. 2014]. Dostupné z: [http://www.biox.kth.se/martin.wiklund/ultrasound/Ferroperm\\_product\\_parameters.pdf](http://www.biox.kth.se/martin.wiklund/ultrasound/Ferroperm_product_parameters.pdf)
- [10] Jurgen Brunahl. Physics of Piezoelectric Shear Mode Inkjet Actuators. [online]. [cit. 15. 4. 2014] Dostupné z: <http://www.diva-portal.org/smash/get/diva2:9351/FULLTEXT01.pdf>
- [11] Hsuan-Chung Wu, Tzu-Ray Shan, Weng-Sing Hwang, Huey-Jiuan Lin. Study of Micro-Droplet Behavior for a Piezoelectric Inkjet Printing Device Using a Single Pulse Voltage Pattern [cit 15. 4. 2014] Dostupné z: <http://www.jim.or.jp/journal/e/pdf3/45/05/1794.pdf>
- [13] PI Ceramic GmbH. [online]. [cit 18. 4. 2014]. Dostupné z: <http://piceramic.com/>
- [14] Progress and Trends in Ink-jet Printing Technology. [online]. [cit. 9. 5. 2014]. Dostupné z: <http://www.imaging.org/ist/resources/tutorials/inkjet.cfm>
- [15] Encyklopedie fyziky. [online]. [cit 16. 2. 2014]. Dostupné z: <http://fyzika.jreichl.com/main.article/view/419-vysvetleni-jevu>
- [16] Piezoelektrické jevy. [online] [cit. 22. 2. 2014]. Dostupné z: [http://fyzika.fs.cvut.cz/subjects/fzmt/lectures/FZMT\\_11.pdf](http://fyzika.fs.cvut.cz/subjects/fzmt/lectures/FZMT_11.pdf)

[17] eFunda Properties of Piezo Material Lead Zirconate Titanate (PZT-5H). [online]. [cit. 15. 4. 2014]. Dostupné z:

[http://www.efunda.com/materials/piezo/material\\_data/matdata\\_output.cfm?Material\\_ID=PZT-5H](http://www.efunda.com/materials/piezo/material_data/matdata_output.cfm?Material_ID=PZT-5H)