

Graf potenciálu viditelnosti

Eduard Sojka

katedra informatiky FEL VŠB Ostrava
tř.17.listopadu, 708 00 Ostrava-Poruba
e-mail: eduard.sojka@vsb.cz

Abstrakt

Článek podává nový pohled na teorii potenciálu viditelnosti. Tento pohled předpokládá, že na množině obrazů dané scény lze zavést relaci ekvivalence. Tato relace pak indukuje rozklad množiny obrazů, která je nekonečná, na konečný počet tříd. Také prostor obklopující scénu je dekomponován na třídy. Ze všech bodů jedné třídy vnímá pozorovatel ekvivalentní obrazy. Graf potenciálu viditelnosti zachycuje informaci o těchto třídách a vztazích mezi nimi. Předkládaná teorie umožňuje zasadit dosud publikované přístupy do jednotného rámce. Použití teorie je ilustrováno na několika příkladech.

Graf potenciálu viditelnosti může být použit jako alternativní nebo doplňkový model scény a může být užitečný při řešení různých problémů jako je například problém viditelnosti, problém navigace ve scéně a problém rozpoznání trojrozměrných objektů.

Klíčová slova: graf potenciálu viditelnosti, graf aspektů, viditelnost.

1. Úvod

Při definici potenciálu viditelnosti vycházíme z předpokladu, že na nekonečné množině obrazů dané scény lze zavést relaci ekvivalence. Tato relace indukuje rozklad množiny obrazů a rozklad prostoru obklopujícího scénu na konečný počet tříd. Obrazy, které považuje pozorovatel v dané aplikaci za ekvivalentní, jsou v téže třídě rozkladu množiny obrazů. Podobně body pozorování, z nichž jsou vnímány shodné obrazy, jsou v téže třídě rozkladu prostoru. Graf potenciálu viditelnosti zachycuje existenci těchto tříd a vztahů mezi nimi ve formě grafu. Tento graf bývá také někdy nazýván grafem aspektů.

Pojem potenciálu viditelnosti zavedli Koenderink a van Doorn v [1,2,3,4]. Použili jej zde pro spojitě optické pole popisující děje vznikající při pozorování roviny. V pracích [5,6,7,8], které se zabývají stanovením grafu potenciálu viditelnosti pro jisté třídy praktických scén, je pojem potenciálu viditelnosti používán více či méně intuitivně. Cílem tohoto článku je podat poměrně precizní definici potenciálu viditelnosti založenou na existenci relace ekvivalence na množině obrazů. Předkládaná teorie umožňuje zasadit dosud publikované přístupy do jednotného rámce.

2. Graf potenciálu viditelnosti

Uvažujeme scénu \mathcal{L} , která je podmnožinou trojrozměrného euklidovského prostoru E^3 . Scéna se může skládat z libovolného konečného počtu navzájem nesouvislých konečných částí - objektů. $\mathcal{L} = \mathcal{L}_1 \cup \mathcal{L}_2 \cup \dots \cup \mathcal{L}_n$. Každý objekt scény je neprůhledný. Body, které ne náležejí objektům scény vytvářejí exteriér \mathcal{X} . Platí tedy $\mathcal{X} = \neg \mathcal{L}$. Pozorujeme scénu \mathcal{L} z

libovolně zvoleného bodu $p \in \mathcal{X}$ exteriéru a předpokládáme, že tak získáme obraz I_p , který je podmnožinou dvourozměrného euklidovského prostoru E^2 . Necháme-li bod p postupně probíhat všechny možné polohy v exteriéru, získáme množinu obrazů $\mathcal{J} = \{I_p \mid p \in \mathcal{X}\}$. Pro každé dva různé body p, q pozorování jsou získané obrazy I_p, I_q obecně různé, a proto je množina \mathcal{J} nekonečná. Předpokládáme, že zobrazení $\pi: \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{J}$, které každému bodu $p \in \mathcal{X}$ přiřazuje odpovídající obraz I_p scény, je určeno středovým promítáním těch bodů scény, které jsou z bodu p viditelné. Bod p je středem projekce.

Často není nutné ani možné pracovat s obrazem I_p jako s množinou všech jeho bodů, ale stačí extrahovat z obrazu ty informace, které jsou pro danou aplikaci významné. Souhrn takových informací nazveme aspektem a označíme jej A . Množina všech možných aspektů dané scény je $\mathcal{A} = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$. Předpokládáme, že množina \mathcal{A} je konečná a že každý aspekt $A_i \in \mathcal{A}$ má vzor v množině \mathcal{J} .

Předpokládáme, že zobrazení $\alpha: \mathcal{J} \rightarrow \mathcal{A}$ množiny obrazů na množinu aspektů je známo. Ke každému obrazu I_p dokážeme tedy přiřadit odpovídající aspekt A_i . Označme $\text{Ker} \alpha$ jádro zobrazení α . $\text{Ker} \alpha$ je binární ekvivalenční relací na množině \mathcal{J} . Dva prvky množiny \mathcal{J} jsou relací $\text{Ker} \alpha$ vázány právě tehdy, mají-li tentýž obraz v množině \mathcal{A} - tj. $I_p \text{ Ker} \alpha I_q \Leftrightarrow \alpha(I_p) = \alpha(I_q)$. Jádro $\text{Ker} \alpha$ zobrazení α indukuje rozklad množiny obrazů \mathcal{J} na třídy. V jedné třídě rozkladu množiny \mathcal{J} jsou obsaženy všechny obrazy, kterým odpovídá tentýž aspekt. Množinu všech tříd obrazů označíme $\mathcal{J}/\text{Ker} \alpha$.

Nechť σ označuje složené zobrazení $\sigma = \pi \alpha$, $\sigma: \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{A}$. Pak podobně $\text{Ker} \sigma$ indukuje rozklad exteriéru \mathcal{X} na třídy. V třídě X_i rozkladu exteriéru jsou obsaženy všechny body, z nichž pozorujeme takové obrazy scény, které odpovídají aspektu A_i : $X_i = \{x \in \mathcal{X} \mid \alpha(I_x) = A_i\}$. Třídou X_i rozkladu exteriéru nazýváme oblastí aspektu A_i . Počet tříd rozkladu exteriéru je dán počtem prvků množiny aspektů. Platí $\mathcal{X} = X_1 \cup X_2 \cup \dots \cup X_n$ a $X_i \cap X_j = \emptyset$ pro $i \neq j$. Množinu všech tříd exteriéru označíme $\mathcal{X}/\text{Ker} \sigma$. Je zřejmé, že existuje bijektivní zobrazení $\mathcal{J}/\text{Ker} \alpha \leftrightarrow \mathcal{X}/\text{Ker} \sigma$.

Uvažujme nyní bod $p \in \mathcal{X}$ a jeho okolí $B(p, r)$, které má tvar koule $B(p, r) = \{x \in E^3 \mid \text{distance}(p, x) < r\}$, $r > 0$. Předpokládáme při tom, že okolí neobsahuje žádné body scény. Sestrojíme dále množinu $\mathcal{A}_{B(p, r)} = \{\sigma(x) \mid x \in B(p, r)\}$ aspektů, které náležejí bodům okolí B . Mohou nastat tyto případy:

- i) Pro uvažovaný bod p lze nalézt poloměr $r > 0$ tak, že $\mathcal{A}_{B(p, r)} = \{A_i\}$, tj. $|\mathcal{A}_{B(p, r)}| = 1$. V tomto případě je p vnitřním bodem oblasti X_i .
- ii) Pro uvažovaný bod p a pro libovolně malé $r > 0$ platí $|\mathcal{A}_{B(p, r)}| > 1$. V tomto případě je p bodem na hranici mezi oblastmi aspektů. Speciálně, jestliže pro $r \rightarrow 0$ platí $\mathcal{A}_{B(p, r)} = \{A_i, A_j\}$, tj. $|\mathcal{A}_{B(p, r)}| = 2$, pak p leží na ploše, která odděluje oblasti X_i, X_j aspektů A_i, A_j . Oblasti X_i, X_j a aspekty A_i, A_j nazýváme pak sousedními. Zapisujeme $X_i \text{ Adj } X_j, A_i \text{ Adj } A_j$.

Předpokládáme, že bod p probíhá různé polohy v exteriéru, např. podél nějaké křivky. V okamžiku, kdy bod p přechází přes hranici mezi oblastmi aspektů, vykazuje vnímány obraz náhlou změnu, kterou nazýváme vizuální událostí.

Nechť $A_i, A_j \in \mathcal{A}$ jsou dva sousední aspekty. Označme \mathcal{N} množinu všech uspořádaných dvojic sousedních aspektů dané scény $\mathcal{N} = \{(A_i, A_j) \mid A_i, A_j \in \mathcal{A} \wedge A_i \text{ Adj } A_j\}$. Každý prvek (A_i, A_j) množiny \mathcal{N} zřejmě reprezentuje situaci, kdy se bod pozorování přesune z

oblasti X_i do oblasti X_j skrz hranici mezi nimi. Tomu odpovídá změna obrazu popsaná změnou aspektu z A_i na A_j . Předpokládejme, že pro každou dvojici (A_i, A_j) sousedních aspektů lze zjistit, v čem se oba aspekty od sebe liší (dále difference aspektů). Existuje tedy zobrazení $\delta: \mathcal{N} \rightarrow \mathcal{D}$, kde každý prvek D množiny \mathcal{D} popisuje diferenci některé dvojice aspektů z množiny \mathcal{N} a současně tak reprezentuje jistou vizuální událost. \mathcal{D} je pak množina všech možných diferencí a tedy současně množina všech možných vizuálních událostí. Jádru $\text{Ker } \delta$ zobrazení δ indukují rozklad na množině \mathcal{N} . V jedné třídě rozkladu množiny \mathcal{N} jsou všechny takové dvojice (A_i, A_j) sousedních aspektů, kde při přemístění bodu pozorování z oblasti X_i do oblasti X_j dojde k téže vizuální události. Množinu všech tříd tohoto rozkladu označíme $\mathcal{N}/\text{Ker } \delta$.

Vizuální událost reprezentovanou jistým prvkem D množiny \mathcal{D} nazveme D-vizuální událostí. Všechny body exteriéru, odkud lze pozorovat určitou D-vizuální událost, vytvářejí oblast této události. Tuto oblast označíme U_D . Nechť X_i, X_j jsou oblasti aspektů A_i, A_j a nechť $\text{cl}(X_i), \text{cl}(X_j)$ označuje uzávěr oblasti X_i, X_j . Oblast D-vizuální události lze pak popsat takto:

$$U_D = \{ x \in E^3 \mid \exists (A_i, A_j) \in \mathcal{N} : \delta(A_i, A_j) = D \wedge x \in \text{cl}(X_i) \wedge x \in \text{cl}(X_j) \}.$$

Každý bod hranice uzávěru oblasti aspektu leží na ploše některé D-vizuální události nebo na hranici objektu scény. Každý bod oblasti libovolné D-vizuální události náleží současně uzávěrům nejméně dvou oblastí aspektů a není vnitřním bodem žádné oblasti aspektu. Oblasti všech možných D-vizuálních událostí dělí exteriér na konvexní oblasti, kterými jsou oblasti aspektů.

Uvažujme scénu \mathcal{S} , exteriér \mathcal{X} , množinu obrazů \mathcal{J} , množinu aspektů \mathcal{A} a zobrazení $\alpha, \pi, \sigma = \pi \circ \alpha$ dle předchozího textu. Víme, že jádra $\text{Ker } \alpha, \text{Ker } \sigma$ zobrazení α, σ indukují rozklad množiny obrazů a rozklad exteriéru na konečný počet tříd. Také víme, že existuje bijektivní zobrazení $\mathcal{J}/\text{Ker } \alpha \leftrightarrow \mathcal{X}/\text{Ker } \sigma$. Vytvoříme orientovaný graf $\mathcal{P} = (\mathcal{V}, \mathcal{E})$ korespondující s rozkladem množiny obrazů a s rozkladem exteriéru. V tomto grafu je \mathcal{V} množina vrcholů a $\mathcal{E} \subseteq \mathcal{V} \times \mathcal{V}$ množina hran. Každý uzel $v_i \in \mathcal{V}$ odpovídá právě jednomu aspektu A_i , a proto také právě jednomu prvku množiny $\mathcal{J}/\text{Ker } \alpha$ nebo $\mathcal{X}/\text{Ker } \sigma$. V grafu \mathcal{P} existuje hrana $v_i v_j$ právě tehdy, jestliže A_i, A_j jsou sousední aspekty - tj. $(A_i, A_j) \in \mathcal{N}$. Zaveďme dále v grafu \mathcal{P} ohodnocení uzlů a hran. Provedeme to takto: jako ohodnocení uzlu v_i zavedeme dvojici (A_i, X_i) a jako ohodnocení hrany $v_i v_j$ zavedeme dvojici (U_{ij}, D) , kde U_{ij} označuje průnik $\text{cl}(X_i) \cap \text{cl}(X_j)$ (poznamenejme, že $U_{ij} = U_{ji}$) a $D \in \mathcal{D}$ je diference $D = \delta(A_i, A_j)$. Graf \mathcal{P} nazveme grafem potenciálu viditelnosti dané scény.

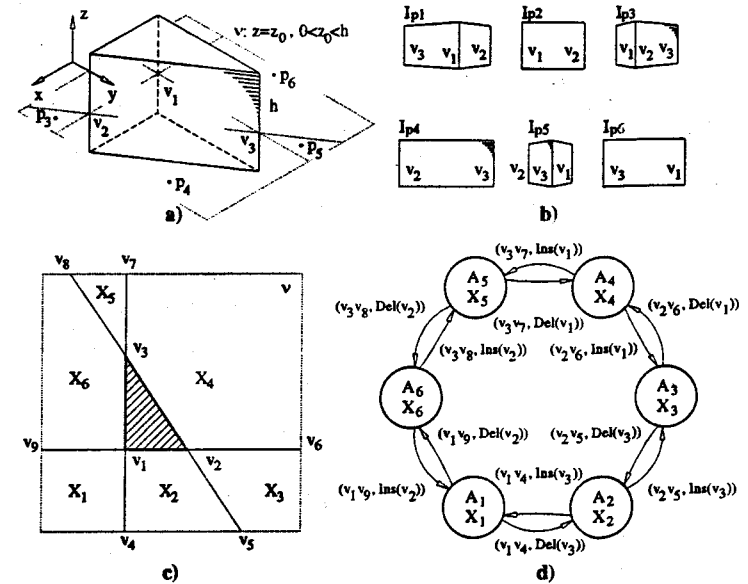
3. Příklady

Aby bylo možné teorii potenciálu viditelnosti rozpracovat do dalších detailů, je nutné zvolit zobrazení $\alpha: \mathcal{J} \rightarrow \mathcal{A}$. Teorii, kterou jsme zavedli v předchozím odstavci, proto ilustrujeme na příkladech, které se vzájemně liší zejména volbou tohoto zobrazení (předpokládáme, že konkrétní volba je dána požadavky zamýšlené aplikace). Pro různá zobrazení α pak obdržíme různé výsledky.

Příklad A

Na obr.1a je znázorněna scéna obsahující jediný objekt - prisma s trojúhelníkovou podstavou v rovině xy . Vyšetřujeme, jaký bude vjem pozorovatele v závislosti na místě

pozorování. Např. pro body pozorování p_1, \dots, p_6 (obr.1a) vnímá pozorovatel obrazy $I_{p_1}, \dots, I_{p_6} \in \mathcal{J}$, které jsou znázorněny na obr.1b. Pro jednoduchost však v tomto příkladě předpokládáme, že bod pozorování se pohybuje pouze v rovině $v: z=z_0, 0 < z_0 < h$ (obr. 1a). Problém se tak redukuje na dvourozměrnou úlohu, kde postačí reprezentovat scénu trojúhelníkem $v_1 v_2 v_3$ (obr. 1c).



Obr.1 a) Scéna obsahuje jediný hranol. b) Z bodů p_1 až p_6 vnímá pozorovatel obrazy I_{p_1} až I_{p_6} . c) Z každého bodu oblasti X_i vnímá pozorovatel tentýž aspekt A_i . d) Aspekty, oblasti aspektů a vizuální události lze uspořádat do grafu potenciálu viditelnosti.

Jako aspekty volíme v tomto příkladě dvojici nebo trojici symbolů z množiny $\{v_1, v_2, v_3\}$. Symboly v aspektu říkají, které vrcholy trojúhelníka $v_1 v_2 v_3$ jsou z daného místa pozorování viditelné. Závisí proto na pořadí symbolů v aspektu, ale je jedno, zda symboly čteme zleva či zprava (záměna je ekvivalentní převrácení obrazu). Žádný symbol se v aspektu neopakuje. Získáváme celkem 6 možných aspektů $A_1 = (v_3, v_1, v_2), A_2 = (v_1, v_2), A_3 = (v_1, v_2, v_3), A_4 = (v_2, v_3), A_5 = (v_2, v_3, v_1), A_6 = (v_3, v_1)$. Množina aspektů je $\mathcal{A} = \{A_1, A_2, \dots, A_6\}$.

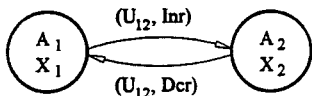
Zavedená definice aspektu určuje zobrazení α a tím také rozklad na množině obrazů a rozklad exteriéru. Reprezentanty jednotlivých tříd rozkladu na množině obrazů znázorňuje obr.1b. Rozklad exteriéru obsahuje šest tříd $\mathcal{X}/\text{Ker } \sigma = \{X_1, X_2, \dots, X_6\}$. Jeho jednotlivé třídy můžeme popsat rovinnými polygonálními oblastmi $X_1 = \text{int}(v_1 v_2 v_3), X_2 = v_2 v_1 v_4 v_5, X_3 = \text{int}(v_2 v_3 v_6), X_4 = v_2 v_6 v_7 v_3, X_5 = \text{int}(v_3 v_7 v_8), X_6 = v_1 v_3 v_8 v_9$, kde $\text{int}(P)$ znamená vnitřek oblasti P . Množina všech dvojic sousedních aspektů je $\mathcal{N} = \{(A_1, A_2), (A_2, A_1), (A_2, A_3), \dots, (A_6, A_1), (A_1, A_6)\}$. Vizuální událost je v tomto příkladě představována tím, že se v obraze scény objeví nový vrchol nebo naopak některý vrchol zmizí. Použijme zápisu

Ins(v_i) pro operaci, která modifikuje aspekt tím, že přidá nový symbol zleva nebo zprava. Podobně Del(v_i) představuje operaci, která symbol v_i z aspektu vypustí. Množinu δ vizuálních událostí lze pak zapsat $\delta = \{Ins(v_1), Del(v_1), Ins(v_2), \dots, Del(v_3)\}$.

Zobrazení $\delta: \mathcal{N} \rightarrow \delta$ je dáno předpisem: $(A_1, A_2) \rightarrow Del(v_3), (A_2, A_1) \rightarrow Ins(v_3), (A_2, A_3) \rightarrow Ins(v_3), \dots, (A_6, A_1) \rightarrow Ins(v_2), (A_1, A_6) \rightarrow Del(v_2)$. Každé vizuální události $D \in \delta$ odpovídá oblast vizuální události U_D . V našem případě jsou oblasti všech vizuálních událostí tvořeny dvojicemi úseček. Např. oblast $U_{Ins(v_3)}$ je tvořena úsečkami v_1v_4, v_5v_2 . Přechází-li bod pozorování z levé strany úsečky v_1v_4 (nebo v_5v_2) na pravou, dochází ke změně aspektu. Tuto změnu lze popsat přidáním symbolu v_3 . Podobně je oblast $U_{Del(v_3)}$ tvořena úsečkami v_4v_1, v_2v_5 . Přechází-li bod pozorování z levé strany úsečky v_4v_1 (nebo v_2v_5) na pravou, dochází ke změně aspektu. Tuto změnu lze popsat odebráním symbolu v_3 . Graf potenciálu viditelnosti je znázorněn na obr.1.d. Algoritmus určování oblastí vizuálních událostí pro scény reprezentované množinou polygonálních oblastí byl uveden v [7].

Příklad B

Uvažujeme tutěž scénu jako v předchozím příkladě, avšak jako aspekty bereme celá čísla z množiny $\{2,3\}$. Číslo představující aspekt říká, kolik vrcholů trojúhelníka $v_1v_2v_3$ lze z daného bodu pozorovat. Máme tak aspekty $A_1=2, A_2=3$. Množina aspektů pak je $\mathcal{A} = \{A_1, A_2\}$. Také rozklad exteriéru obsahuje pouze dva prvky $\mathcal{L}_{Ker\sigma} = \{X_1, X_2\}$. $X_1 = v_2v_1v_4v_5 \cup v_2v_6v_7v_3 \cup v_1v_3v_8v_9$, $X_2 = int(v_1v_9v_4) \cup int(v_2v_5v_6) \cup int(v_3v_7v_8)$, kde $int(P)$ znamená vnitřek oblasti P . Množina všech dvojic sousedních aspektů je $\mathcal{N} = \{(A_1, A_2), (A_2, A_1)\}$. Vizuální událost je popsána tím, že číslo reprezentující aspekt je zvětšeno o 1 (Inr) nebo zmenšeno o 1 (Dcr). Množina vizuálních událostí je tedy $\delta = \{Inr, Dcr\}$. Zobrazení $\delta: \mathcal{N} \rightarrow \delta$ je dáno předpisem: $(A_1, A_2) \rightarrow Inr, (A_2, A_1) \rightarrow Dcr$. Oblasti vizuálních událostí jsou zde opět tvořeny množinami úseček. Tak např. oblast U_{Inr} je $U_{Inr} = v_9v_1 \cup v_1v_4 \cup v_5v_2 \cup v_2v_6 \cup v_7v_3 \cup v_3v_8$. Přechází-li bod pozorování z levé strany úsečky $v_1v_4 \in U_{Inr}$ na pravou, dochází ke změně aspektu. Tuto změnu lze popsat přičtením jedničky. Graf potenciálu viditelnosti pro tento příklad je uveden na obr.2.



Obr. 2. Graf potenciálu viditelnosti pro scénu z obr. 1a. Scéna zůstala nezměněna, avšak jako aspekty byla zvolena čísla z množiny $\{2, 3\}$. $U_{12} = v_1v_9 \cup v_1v_4 \cup v_2v_5 \cup v_2v_6 \cup v_3v_7 \cup v_3v_8$.

Příklad C

V tomto příkladě uvažujeme trojrozměrné scény složené z objektů ohraničených rovinnými plochami. Předpokládáme, že pro objekty scény je známa jejich hranice tvořená stěnami, hranami a vrcholy. Mějme množinu symbolů V a bijektivní zobrazení množiny vrcholů scény na množinu V . Dále mějme množinu symbolů E a bijektivní zobrazení množiny hran scény na množinu E . Jako aspekt volíme v tomto příkladě množinu $\mathcal{A} \subset (V \cup (ExE))$. Aspekt je tedy představován množinou, která obsahuje dva typy prvků. Prvním typem jsou symboly v_i z množiny V . Druhým typem prvků jsou dvojice (e_i, e_j) symbolů z množiny E . Aspekt obsahuje symbol $v_i \in V$ právě tehdy, jestliže obraz získaný

pozorováním scény z uvažovaného bodu exteriéru obsahuje obraz vrcholu, který odpovídá symbolu v_i . Podobně obsahuje aspekt dvojici (e_i, e_j) $e_i, e_j \in E$ právě tehdy, jestliže v obraze získaném pozorováním scény z uvažovaného bodu exteriéru se protínají obrazy hran odpovídající symbolům e_i, e_j (dvojice symbolů e_i, e_j při tom uvažujeme neuspořádané a vylučujeme případy, kdy $i=j$). Poznamenejme, že definice aspektu, kterou jsme právě zavedli, vychází z představy, že při vyhodnocování obrazu hrají rozhodující úlohu obrazy hran a vrcholů.

Každou vizuální událost lze popsat čtyřmi základními typy dějů. $Ins(v_i), Del(v_i)$ označují děje, kdy je aspekt modifikován přidáním nebo odebráním symbolu v_i . To odpovídá situaci, kdy se v obraze pozorované scény objeví nebo zmizí obraz vrcholu v_i . $Ins(e_i, e_j), Del(e_i, e_j)$ označují děje, kdy je aspekt modifikován přidáním nebo odebráním dvojice (e_i, e_j) symbolů. To odpovídá situaci, kdy se v obraze pozorované scény objeví nebo zmizí průsečík obrazů hran e_i, e_j . Nechť Q je množina

$$Q = \{ Ins(v_i) \mid v_i \in V \} \cup \{ Del(v_i) \mid v_i \in V \} \\ \cup \{ Ins(e_i, e_j) \mid e_i, e_j \in E \} \cup \{ Del(e_i, e_j) \mid e_i, e_j \in E \}.$$

Pro každou vizuální událost D pak jistě platí

$$D \subseteq Q.$$

Označíme-li 2^Q množinu všech podmnožin Q , pak množina δ všech vizuálních událostí je $\delta \subseteq 2^Q$.

Oblasti U_D vizuálních událostí jsou v tomto případě tvořeny přímkovými plochami v prostoru. Rovnice těchto ploch a algoritmus jejich výpočtu byl uveden v [8].

Odkazy na literaturu

- [1] Koenderink, J.J. - van Doorn, A.J.: Local structure of movement parallax of the plane. J. Opt. Soc. Am. 66 (1976) No 7 pp 717-723
- [2] Koenderink, J.J. - van Doorn, A.J.: Invariant properties of the motion parallax field due to the movement of rigid bodies relative to an observer. Optica Acta 22 (1975) No 9 pp 773-791
- [3] Koenderink, J.J. - van Doorn, A.J.: The singularities of the visual mapping. Biological Cybernetics 24 (1976) pp 51-59
- [4] Koenderink, J.J. - van Doorn, A.J.: The Internal Representation of Solid Shape with Respect to Vision. Biological Cybernetics 32 (1979) pp 211-216
- [5] Plantinga, W.H. - Dyer, C.R.: An algorithm for constructing the aspect graph. Proc. IEEE 27th Symp. on Foundations of Comput. Sci. (1986) pp 123-131
- [6] Maripuri, S.R. - Zeid, I.: Generating aspect graphs for nonconvex polyhedra. Computer-Aided Design 22 (1990) No 5 pp 258-264
- [7] Sojka, E.: Potenciál viditelnosti a jeho výpočet. Proc. Zimní škola počítačové grafiky, Západočeská universita Plzeň (1992), pp 36-46
- [8] Sojka, E.: The Visual Potential and its Computation. Proc. 5th Int Conf. Comput. Graph. Budmerice, Slovakia (1993) pp 155-161