

Západočeská univerzita v Plzni
Fakulta aplikovaných věd
Katedra kybernetiky

Bakalářská práce

Plzeň, 2015

Václav Helma

Prohlášení

Předkládám tímto k posouzení a obhajobě bakalářskou práci zpracovanou na závěr studia na Fakultě aplikovaných věd Západočeské univerzity v Plzni.

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci vypracoval samostatně a výhradně s použitím odborné literatury a pramenů, jejichž úplný seznam je její součástí.

V Plzni dne

.....

vlastnoruční podpis

Poděkování

Touto cestou bych rád poděkoval vedoucímu bakalářské práce, panu Ing. Martinu Goubějovi za skvělé vedení práce a ochotu při poskytování cenných rad a věcných připomínek, které vedly k vypracování této práce. Rád bych také poděkoval své rodině za podporu během studia.

Anotace

Tato práce se zabývá inteligentním zpracováním dat z inerciálních senzorů za účelem odhadu orientace ponorného zařízení vyvíjeného na katedře kybernetiky. Navrhované algoritmy jsou nejprve testovány na simulačních datech v prostředí Matlab/Simulink. Následně jsou zpracovávána data z inerciální měřicí jednotky MPU-9150 společnosti InvenSense. Na závěr je zmíněna praktická ukázka funkčnosti algoritmů formou vizualizace rotačního pohybu.

Klíčová slova

inteligentní zpracování dat, odhad orientace, inerciální měřicí jednotka, rozšířený Kalmanův filtr, zpětnovazební linearizace

Annotation

This work deals with intelligent processing of data from inertial sensors to estimate the orientation of a submersible equipment developed on the Department of Cybernetics. First, the proposed algorithms are tested on simulation data in the Matlab/Simulink environment. Furthermore, data from inertial measurement unit MPU-9150, product of InvenSense company, are processed. Finally, the practical demonstration of algorithms functionality is mentioned through visualization of the rotational motion.

Keywords

intelligent data processing, orientation estimate, inertial measurement unit, Extended Kalman filter, feedback linearization

Obsah

1	Úvod	1
2	Inerciální senzory	2
2.1	MEMS senzory	2
2.2	Akcelerometr	2
2.2.1	Princip fungování MEMS akcelerometru	2
2.2.2	Technické parametry	2
2.2.3	Matematický model MEMS akcelerometru	3
2.3	Gyroskop	3
2.3.1	Coriolisova síla	3
2.3.2	Princip fungování vibračního MEMS gyroskopu.	4
2.3.3	Technické parametry	4
2.3.4	Matematický model MEMS gyroskopu	6
2.4	Magnetometr	6
2.4.1	Lorentzova síla	7
2.4.2	Princip fungování MEMS magnetometru	7
2.4.3	Technické parametry	7
2.4.4	Matematický model MEMS magnetometru	8
3	Reprezentace orientace v prostoru	8
3.1	Maticová forma	8
3.2	Eulerovy úhly	9
3.3	Kvaterniony	9
3.4	Porovnání metod reprezentace orientace	10
4	Model tělesa	11
5	Fúze senzorů	12
5.1	Komplementární filtr v jedné ose	12
5.2	Komplementární filtr ve třech osách	15
5.3	Kalmanův filtr	17
5.4	Rozšířený Kalmanův filtr	18
5.4.1	Základní verze	18
5.4.2	Verze s vysledováním biasu	20
5.5	Metoda zpětnovazební linearizace	21
5.5.1	Základní verze	21
5.5.2	Verze s vysledováním biasu	21
6	Testování algortimů	22
6.1	Základní verze	22
6.1.1	Rozšířený Kalmanův filtr	22
6.1.2	Metoda zpětnovazební linearizace	24

6.1.3	Porovnání algoritmů	24
6.2	Verze s vysledováním biasu	26
6.2.1	Rozšířený Kalmanův filtr	26
6.2.2	Metoda zpětnovazební linearizace	26
6.2.3	Porovnání algoritmů	27
6.3	Verze s vysledováním biasu při působení translačního zrychlení	27
6.3.1	Rozšířený Kalmanův filtr	27
6.3.2	Metoda zpětnovazební linearizace	28
6.3.3	Porovnání algoritmů	28
6.4	Souhrnné porovnání	28
6.5	Rozšířený Kalmanův filtr bez použití magnetometru	29
7	Zpracování reálných dat	31
7.1	Použitý hardware	31
7.1.1	MPU-9150	31
7.1.2	EV-INVARM-A	32
7.1.3	Seeeduino Mega	32
7.2	Vizualizace výsledků	33
8	Závěr	36

1 Úvod

Cílem práce je navrhnout a otestovat algoritmy zpracování dat z inerciálních senzorů pro odhad orientace.

První část práce je zaměřena na seznámení se s inerciálními senzory. Zaobírá se zejména fyzikálními principy těchto senzorů, jejich technickými parametry a simulačními modely.

Ve druhé části jsou popsány možnosti reprezentace orientace. Je zde uveden popis a podstata tří základních a nejpoužívanějších metod. Velký důraz je kladen na zhodnocení jejich výhod a nevýhod. Tato část práce rovněž nabízí porovnání těchto metod.

Dále se text zaobírá vytvořením modelu tělesa se šesti stupni volnosti v prostředí Matlab/Simulink/SimMechanics. Tento model je důležitý pro generování zejména rotačního, ale i translačního pohybu. Výstupní data tohoto modelu jsou pak přivedena do modelů inerciálních senzorů, na jejichž výstupech lze testovat navrhované algoritmy pro zpracování dat.

V další části jsou popsány algoritmy pro fúzi senzorů. Pro jednoduchost je nejprve objasněna základní metoda zvaná komplementární filtrování pro jednodimenzionální případ, která je následně rozšířena pro zpracovávání dat ve třech dimenzích. Dále je zde uvedena možnost využití rozšířeného Kalmanova filtru pro zpracování dat z inerciálních senzorů a také méně výpočetně náročná metoda zvaná zpětnovazební linearizace. Obě metody jsou pak dále rozšířeny pro vysledování nežádoucího biasu v měření gyroskopu.

Dále je kladen zřetel na testování navrhovaných algoritmů a jejich kvalitativní zhodnocení a porovnání. Jsou odzkoušeny algoritmy bez i s vysledováním biasu a rovněž jejichž funkčnost a kvalita odhadu při působení translačního zrychlení na model tělesa.

Nakonec je popsána hardwarová realizace při zpracovávání reálných dat ze senzorů. Zmíněny jsou i možnosti vizualizace výsledků.

2 Inerciální senzory

Inerciální senzory jsou čidla, která jsou spojena s pozorovaným objektem a která určují změny pozice tohoto objektu vzhledem k inerciálnímu systému souřadnic. Využívají inerciální síly působící na objekt k určení dynamického chování. Základní dynamické veličiny jsou zrychlení a úhlová rychlost. Externí síly působící na těleso způsobují zrychlení a změnu orientace.

2.1 MEMS senzory

V dnešní době jsou velmi rozšířené tzv. MEMS (micro-electro-mechanical systems) senzory. MEMS jsou velmi malá zařízení, která jsou dnes vyráběna ve velkých sériích a jsou tedy snadno dostupné a velmi levné, což patří mezi jejich největší výhody.

2.2 Akcelerometr

Akcelerometr převádí zrychlení na elektrický signál, který reprezentuje více či méně dobrý odhad skutečného zrychlení. Lze ho využít k snímání náklonu měřením gravitačního zrychlení. Problémem však je, že na objekt s nímž je akcelerometr spjat často působí i jiná zrychlení než pouze gravitační.

2.2.1 Princip fungování MEMS akcelerometru

Jedním z neúspěšnějších uspořádání jednodimenzionálního akcelerometru je jednoduchý systém hmoty s pružinou (obrázek 2.2.1) s jedním stupněm volnosti. Na tomto principu pracuje většina typů akcelerometrů. Hmota je zavěšena na jedné nebo více pružinách, které by se v případě jednodimenzionálního akcelerometru měly ideálně napínat pouze v jedné ose a vykazovat nekonečnou pevnost v ostatních směrech. Jakékoliv odchýlení od takového ideálního chování vede k nežádoucím efektům jako je tzv. cross-coupling efekt. Pro modelování (často i realizaci) trojdimenzionálního akcelerometru se využívají tři paralelní jednodimenzionální akcelerometry.

2.2.2 Technické parametry

Důležitými technickými parametry MEMS akcelerometru jsou:

- Počet os - 1D, 2D nebo 3D
- Výstup - analogový nebo digitální
- Rozsah měření - uváděno v násobcích gravitačního zrychlení (např. $\pm 2g$)
- Rozlišení - uváděno v počtu bitů (např. 10-bit)

- Šířka pásma - uváděno v Hertzích, značí počet možných spolehlivých měření za vteřinu

2.2.3 Matematický model MEMS akcelerometru

Matematický model trojdimenzionálního akcelerometru lze při respektování cross-coupling efektu zapsat následujícími diferenciálními rovnicemi

$$\begin{aligned} m\ddot{x} + c_x\dot{x} + k_x x &= ma_x - k_{xy}y - k_{xz}z, \\ m\ddot{y} + c_y\dot{y} + k_y y &= ma_y - k_{xy}x - k_{yz}z, \\ m\ddot{z} + c_z\dot{z} + k_z z &= ma_z - k_{xz}x - k_{yz}y, \end{aligned} \quad (2.2.1)$$

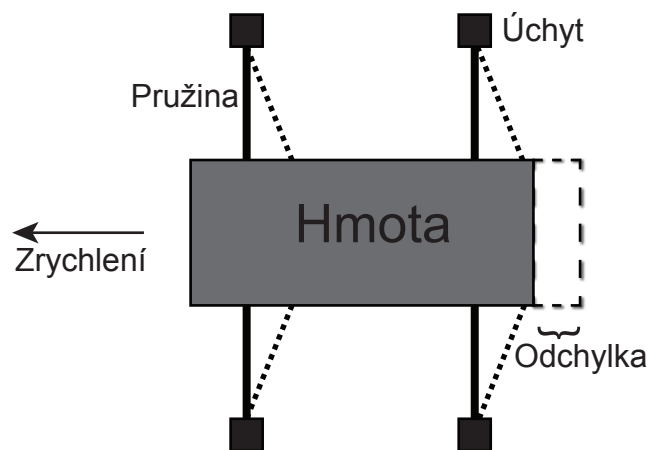
kde m je hmota k je konstanta pružnosti v dané ose, c je konstanta tlumení v dané ose, a je skutečné zrychlení v dané ose a x, y, z jsou souřadnice. Schéma tohoto modelu vytvořené v prostředí Matlab Simulink je na obrázku 2.2.2. Vztahy (2.2.1) jsou vyjádřeny v blocích Interpreted MATLAB Fcn.

2.3 Gyroskop

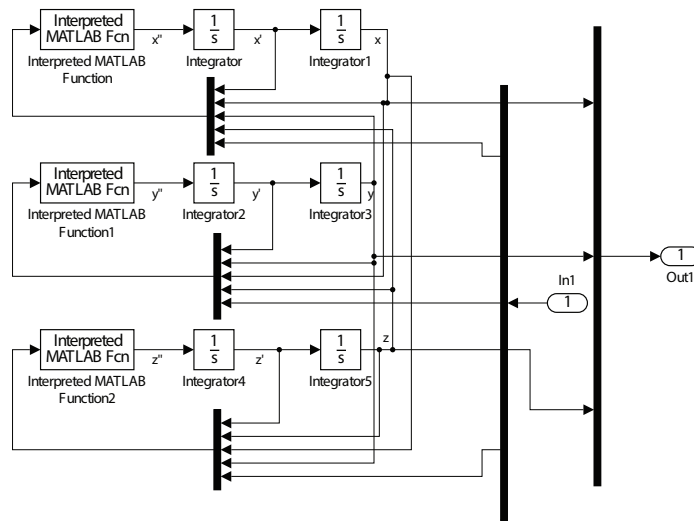
MEMS gyroskopy se využívají pro měření úhlové rychlosti (na rozdíl od klasických). Velmi rozšířené MEMS gyroskopy jsou tzv. vibrační gyroskopy, které jsou založeny na efektu Coriolisovy síly.

2.3.1 Coriolisova síla

Coriolisova síla je setrvačná síla působící na tělesa pohybující se v rotující neinerciální soustavě. Jedná se o odchylování přímočaré se pohybujících objektů od přímého směru, pokud je pozorujeme z neinerciální vztahné soustavy. Pokud se těleso pohybuje směrem ke středu otáčení, působí síla ve směru otáčení. V případě



Obrázek 2.2.1: Akcelerometr



Obrázek 2.2.2: Model akcelerometru v simulinku

pohybu tělesa od středu otáčení působí síla proti směru otáčení. Vztah pro výpočet Coriolisovy síly je ve tvaru

$$\mathbf{F}_c = -2m\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}, \quad (2.3.1)$$

kde \mathbf{F}_c je Coriolisova síla, m je hmota tělesa, $\boldsymbol{\omega}$ je úhlová rychlost a \mathbf{v} je rychlost v neinerciální vztažné soustavě.

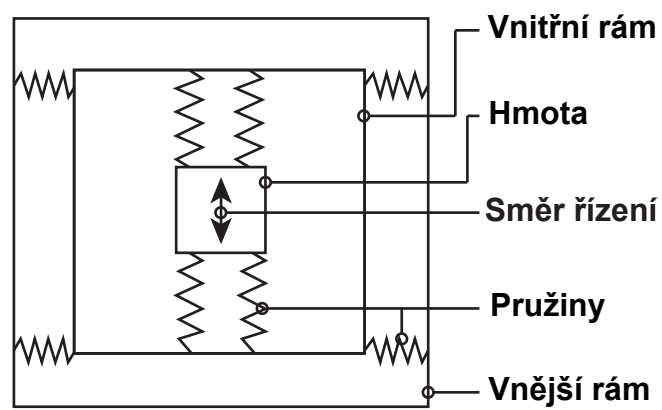
2.3.2 Princip fungování vibračního MEMS gyroskopu.

Základem vibračního gyroskopu (obrázek 2.3.1) je hmota, která je připevněna k vnitřnímu rámu pomocí jedné sady pružin. Vnitřní rám je pak připojen k vnějšímu rámu pomocí druhé sady pružin. Hmota je spojitě sinusově řízena podél první sady pružin. Jakákoliv rotace systému se projeví na hmotě ve formě zrychlení způsobeného Coriolisovou silou, které má za následek změnu polohy hmoty ve směru druhé sady pružin. Když bude hmota řízena od osy rotace, vlivem Coriolisovy síly bude tlačena jedním směrem. Bude-li hmota řízena směrem k ose rotace, hmota se vychýlí druhým směrem. Působení Coriolisovy síly na vibrační gyroskop je znázorněno na obrázku 2.3.2.

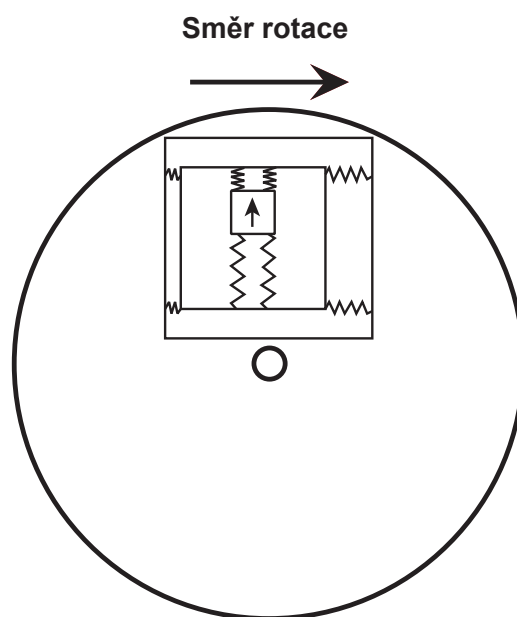
2.3.3 Technické parametry

Důležitými technickými parametry MEMS gyroskopu jsou:

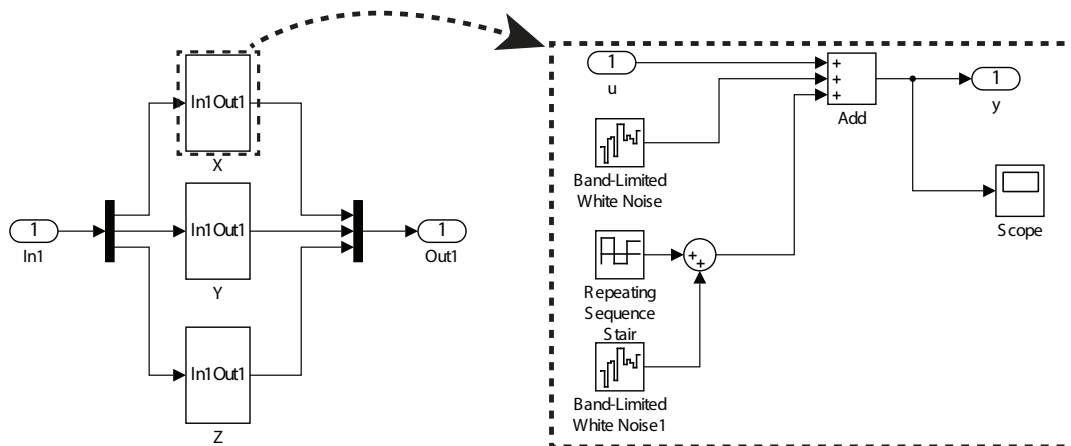
- Počet os - 1D, 2D nebo 3D
- Rozsah měření - uváděno ve stupních za vteřinu
- Rozsah pracovní teploty - uváděno ve stupních Celsia



Obrázek 2.3.1: Vibrační MEMS gyroskop



Obrázek 2.3.2: Působení Coriolisovy síly na vibrační gyroskop



Obrázek 2.3.3: Model gyroskopu v simulinku

- Šířka pásma - uváděno v Hertzích, značí počet možných měření za vteřinu
- Bias - chyba gyroskopu, kterou je možno definovat jako výstup gyroskopu v případě, že vstup je nulový
- Bias drift - obvykle tzv. zahřívací efekt, způsobem samozahříváním gyroskopu

2.3.4 Matematický model MEMS gyroskopu

Pro tento účel je možno modelovat vibrační gyroskop měřící úhlovou rychlost takto

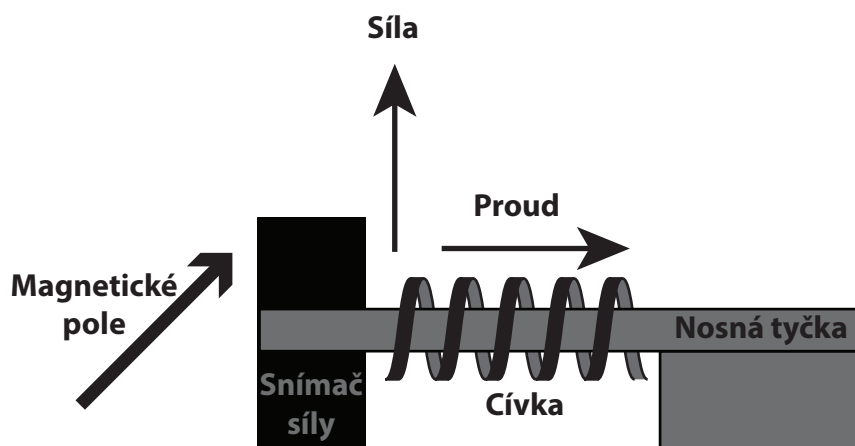
$$y = \omega + \eta + b, \quad (2.3.2)$$

kde y je výstup gyroskopu, ω je skutečná úhlová rychlost, η je gaussovský bílý šum a b je bias gyroskopu. Bias je možné modelovat jako zašuměnou po částech konstantní hodnotu.

Při modelování trojdimenzionálního gyroskopu opět využijeme tři paralelní jednoosé modely.

2.4 Magnetometr

Magnetometr je zařízení měřící sílu a směr magnetického pole. Lze jej využít pro měření magnetického pole země a může tedy sloužit jako kompas. Tato měření lze využít při odhadu orientace. MEMS magnetometry jsou založeny na efektu Lorentzovy síly.



Obrázek 2.4.1: MEMS magnetometr

2.4.1 Lorentzova síla

Lorentzova síla působí na náboj v elektromagnetickém poli. Pohybuje-li se částice s nábojem q rychlostí \mathbf{v} v přítomnosti elektrického pole s intenzitou \mathbf{E} a magnetického pole s indukcí \mathbf{B} , působí na něj Lorentzova síla

$$\mathbf{F} = q (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}). \quad (2.4.1)$$

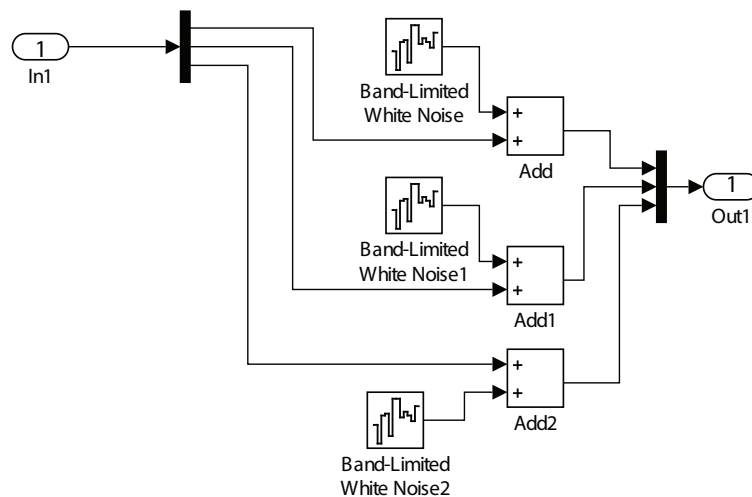
2.4.2 Princip fungování MEMS magnetometru

MEMS magnetometr je složen z nosné tyčky ovinuté cívkou, kterou protéká proud. V magnetickém poli působí na proud v cívkce Lorentzova síla, která v důsledku vychyluje nosnou tyčku. Čím vyšší má magnetické pole indukčnost tím větší síla na tyčku působí. Tato síla je následně snímána.

2.4.3 Technické parametry

Důležitými technickými parametry MEMS magnetometru jsou:

- Počet os - 1D, 2D nebo 3D
- Výstup - analogový nebo digitální
- Rozsah měření - uváděno v mikrotelách
- Rozlišení - uváděno v počtu bitů (např. 10-bit)
- Šířka pásma - uváděno v Hertzích, značí počet spolehlivých měření za vteřinu



Obrázek 2.4.2: Model magnetometru v simulinku

2.4.4 Matematický model MEMS magnetometru

Pro tento účel je možné modelovat MEMS magnetometr měřící magnetické pole takto

$$y = m + \eta, \quad (2.4.2)$$

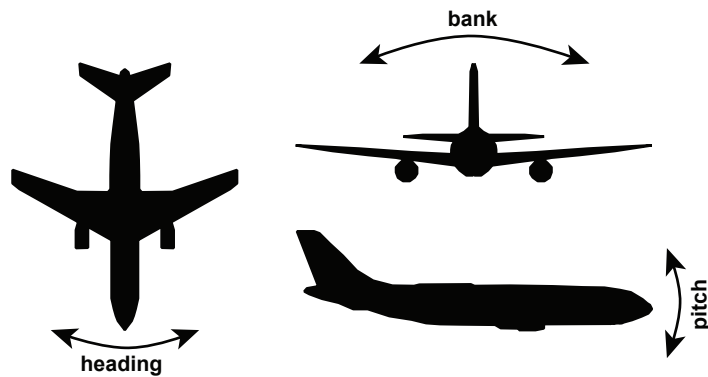
kde y je výstup magnetometru, m je skutečný vektor magnetického pole a η je gaussovský bílý šum. Při modelování trojdimenzionálního magnetometru využijeme tři paralelní jednoosé magnetometry.

3 Re prezentace orientace v prostoru

Dalo by se říci, že orientace tělesa je v podstatě směr tohoto tělesa v prostoru. Ale není to tak úplně pravda, orientace není kompletně to samé jako směr. Rozdíl je v tom, že vektor mající určitý směr můžeme otočit kolem jeho samotného(jeho délky) a nenastává žádná reálná změna tohoto vektoru(nebo jeho směru), protože vektor nemá žádnou tloušťku nebo jinou dimenzi než délku. Máme-li ovšem objekt v prostoru umístěný v nějakém směru a otočíme ho ve stejném smyslu jako v případě vektoru, změní se orientace daného objektu. Fakticky se dá říct, že směr ve trojdimenzionálním prostoru můžeme parametrizovat pouze dvěma čísly, zatímco vyjádření orientace vyžaduje alespoň tři čísla.

3.1 Maticová forma

Jedna možnost jak reprezentovat orientaci tělesa v prostoru je vyjádřit bázové vektory systému souřadnic pevně spjatého s daným tělesem v jiném systému sou-



Obrázek 3.2.1: Eulerovy úhly(HPB)

řadnic(např. inerciální soustavě pevně spjaté se Zemí). Takto vyjádřené bázové vektory jsou následně po řádkách uspořádány do čtvercové matice o velikosti 3×3 .

3.2 Eulerovy úhly

Další běžná metoda, která se využívá při reprezentaci orientace v prostoru, je známá jako metoda Eulerových úhlů. Tato technika je pojmenována po známém matematikovi Leonhardu Eulerovi. Základní myšlenka je definovat orientaci jako posloupnost tří rotací kolem vzájemně kolmých os. Je dokázáno, že tyto rotace je možné provést kolem libovolných vzájemně kolmých os v libovolném pořadí. Nejrozumněji se však jeví využít hlavní osy systému souřadnic v konkrétním pořadí.

Nejčastěji používaná konvence je tzv. heading-pitch-bank konvence(obrázek 3.2.1). Při tomto postupu se vychází z počáteční orientace tělesa(identické orientace) takové, že osy systému souřadnic pevně spjatého s tělesem se překrývají s osami inerciálního systému souřadnic. Poté aplikujeme rotaci nejprve kolem osy z(heading). Následně provedeme rotaci kolem osy y(pitch). Jedná se o osu y v systému souřadnic tělesa(nikoliv v inerciální vztažné soustavě). Nakonec rotujeme kolem osy x(bank). Znovu se jedná o osu x v systému souřadnic tělesa. Další používanou konvencí pro popis Eulerových úhlů je posloupnost roll-pitch-yaw, kde roll je stejný úhel jako bank a yaw je v podstatě stejný úhel jako heading. Tato konvence se jeví jako opak k heading-pitch-bank. Ve skutečnosti je zde drobný rozdíl mezi yaw a heading. Yaw je rotace okolo osy y tělesa, zatímco heading je rotace kolem osy y inerciální vztažné soustavy.

3.3 Kvaterniony

Další široce používanou metodou pro reprezentaci orientace v prostoru je metoda kvaternionů. Existuje matematický důvod proč užívání pouze tří čísel pro reprezentaci orientace v trojdimenzionálním prostoru může být problematické. U Eulerových čísel se tento problém označuje pojmem gimbal lock, který souvisí s

nejednoznačností popisu pro některé úhly. Kvaterniony tento problém řeší využitím čtyř čísel (proto název kvaternion). Kvaterniony rozšiřují obor komplexních čísel využitím tří imaginárních složek pro které platí

$$\begin{aligned}
 i^2 = j^2 = k^2 &= -1, \\
 ij &= k, \\
 ji &= -k, \\
 jk &= i, \\
 kj &= -i, \\
 ki &= j, \\
 ik &= -j.
 \end{aligned}
 \tag{3.3.1}$$

Kvaternion se často také interpretuje jako jedno skalární číslo a vektor dimenze tři, což lze principiálně zapsat třemi způsoby

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} w & \mathbf{v} \end{bmatrix}, \\
 & \begin{bmatrix} w & (x & y & z) \end{bmatrix}, \\
 & \begin{bmatrix} w & x & y & z \end{bmatrix}.
 \end{aligned}
 \tag{3.3.2}$$

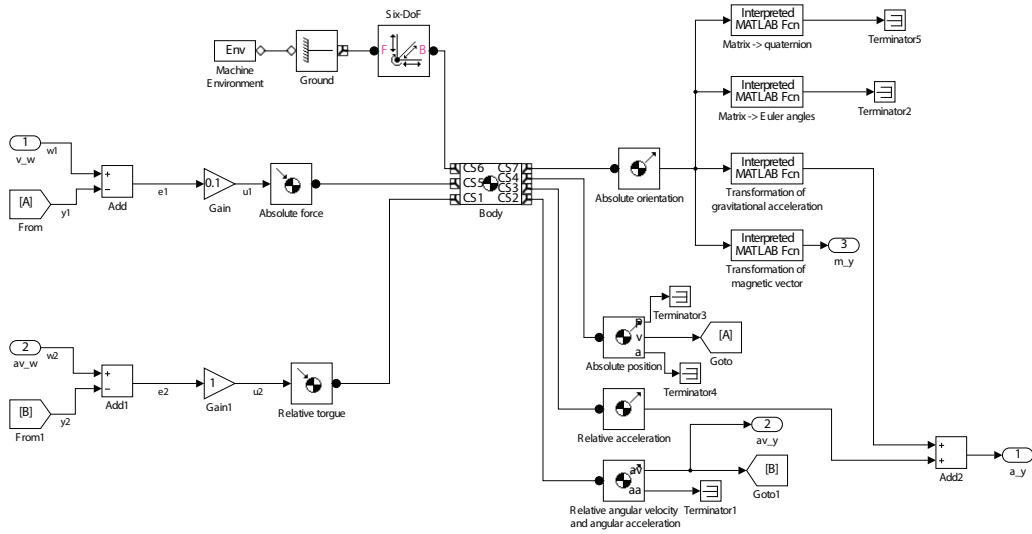
Značení(3.3.2) označují kvaternion $w + xi + yj + zk$.

Euler dokázal, že posloupnost rotací je ekvivalentní jedné rotaci. Proto každá rotace v prostoru může být vyjádřena jako natočení kolem jediné obecné osy. Takovému vyjádření orientace se označuje jako reprezentace osa-úhel. Osa se obvykle definuje jednotkovým vektorem \mathbf{n} . Dále se definuje skalární úhel θ , který určuje natočení kolem osy. Kvaternion může být interpretován jako rotace v reprezentaci osa-úhel. Vztah mezi vektorem \mathbf{n} , úhlem θ a složkami kvaternionu je

$$q = \begin{bmatrix} \cos \frac{\theta}{2} & \sin \frac{\theta}{2} \mathbf{n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \frac{\theta}{2} & \sin \frac{\theta}{2} n_x & \sin \frac{\theta}{2} n_y & \sin \frac{\theta}{2} n_z \end{bmatrix}.
 \tag{3.3.3}$$

3.4 Porovnání metod reprezentace orientace

Největší výhodou maticové formy je možnost jednoduché transformace vektorů mezi inerciální soustavou souřadnic a souřadnicovým systémem tělesa. Nevýhodami naopak jsou potřeba celkem devíti čísel pro vyjádření orientace a obtížnost pochopení takového zápisu pro člověka. Oba tyto problémy naopak řeší metoda Eulerových úhlů. Člověk o orientaci smýšlí spíše v úhlech, proto je tato reprezentace v tomto směru výhodnější. Zároveň jsou při takovém zápisu využita pouze tři čísla, což je minimální počet pro uchování orientace. Při použití Eulerových úhlů se však objevuje problém zvaný gimbal lock, který pramení z nejednoznačnosti popisu. Kvaterniony tento problém řeší využitím čtyř čísel, která zároveň vyžadují výrazně menší paměťové nároky než maticová forma. Dále uvidíme, že velkou výhodou kvaternionů je rovněž jednoduchý vztah mezi kvaternionem, jeho derivacemi a relativními úhlovými rychlostmi v jednotlivých osách. Stejně jako u maticové formy je tento způsob uchování orientace složitý pro lidské chápání.



Obrázek 4.0.1: Model tělesa se šesti stupni volnosti

4 Model tělesa

Pro testování navrhovaných algoritmů je třeba vytvořit model tělesa, na kterém bude probíhat simulace pohybu a jehož výstupy (zrychlení a úhlová rychlost) budou následně přivedeny do modelů čidel. Konkrétně se zde jedná o těleso se šesti stupni volnosti (pozice a rotace), jehož geometrie a dynamické parametry nejsou pro tento účel důležité. Pro tvorbu modelu (obrázek 4.0.1) bylo využito rozšíření Simulinku SimMechanics. Základem modelu je hmotný bod v prostoru (blok Body) společně s blokem Six-Dof, který umožňuje translační a rotační pohyb. Gravitační vektor v bloku Machine Environment je nulový (těleso by jinak nekontrolovatelně padalo). Vstupem jsou dva bloky Body Actuator pro řízení translačního a rotačního pohybu. Do těchto bloků jsou přivedeny řídicí signály z proporcionálních regulátorů, které na základě zpětné vazby regulují absolutní rychlost a relativní úhlovou rychlost. Výstupem jsou pak čtyři bloky Body Sensor. První senzor měří absolutní orientaci, kterou ukládá ve formě rotační matice. Pro další postup je tedy nutné provést transformaci rotační matice \mathbf{R} na kvaternion \mathbf{q}

$$\mathbf{q} = \left[\begin{array}{cccc} \frac{\sqrt{R_{11}+R_{22}+R_{33}+1}}{2} & \frac{R_{23}-R_{32}}{2\sqrt{R_{11}+R_{22}+R_{33}+1}} & \frac{R_{31}-R_{13}}{2\sqrt{R_{11}+R_{22}+R_{33}+1}} & \frac{R_{12}-R_{21}}{2\sqrt{R_{11}+R_{22}+R_{33}+1}} \end{array} \right]. \quad (4.0.1)$$

Rovněž je vhodné převést matici na Eulerovy úhly (konvence heading-pitch-bank)

$$\begin{aligned} heading &= \text{atan2}(R_{11}, R_{12}), \\ pitch &= \arcsin(R_{21}), \\ bank &= \text{atan2}(R_{31}, R_{32}). \end{aligned} \quad (4.0.2)$$

Dále je nutné provést transformaci vektoru gravitačního zrychlení \mathbf{g} mezi souřadnými systémy (z inerciálního do lokálního systému tělesa)

$$\mathbf{g}_{teleso} = \mathbf{R} \cdot \mathbf{g}_{inercialni} = \mathbf{R} \begin{bmatrix} 0 & 0 & -9,81 \end{bmatrix}^T. \quad (4.0.3)$$

Stejně tak je třeba převést vektor magnetického pole mezi souřadnými systémy

$$\mathbf{M}_{teleso} = \mathbf{R} \cdot \mathbf{M}_{inercialni} = \mathbf{R} \begin{bmatrix} M_x & M_y & M_z \end{bmatrix}^T. \quad (4.0.4)$$

Vektor gravitačního zrychlení v inerciální soustavě definujeme proti směru osy z o velikosti $9,81m s^{-2}$.

Druhý blok poskytuje informaci o poloze, rychlosti a zrychlení tělesa. Rychlost je nutná pro zpětnovazební regulaci a ostatní údaje je možné využít pro kontrolu pozice. Další blok měří relativní zrychlení v souřadnicích tělesa, k němuž se přičte přepočtené gravitační zrychlení a výsledek poslouží jako vstup pro model akcelerometru. Poslední Body Sensor měří relativní úhlovou rychlost v souřadnicích tělesa, což lze použít jako vstup pro model gyroskopu.

5 Fúze senzorů

V ideálním případě by bylo možné odhadovat orientaci tělesa v prostoru integrováním úhlové rychlosti snímané gyroskopem. Tato metoda je ale vysoce citlivá na přítomnost biasu v senzoru. K překonání tohoto problému je třeba spolupráce (fúze) s dalšími senzory. V oblasti odhadování orientace je velmi rozšířena technika zvaná komplementární filtrování.

5.1 Komplementární filtr v jedné ose

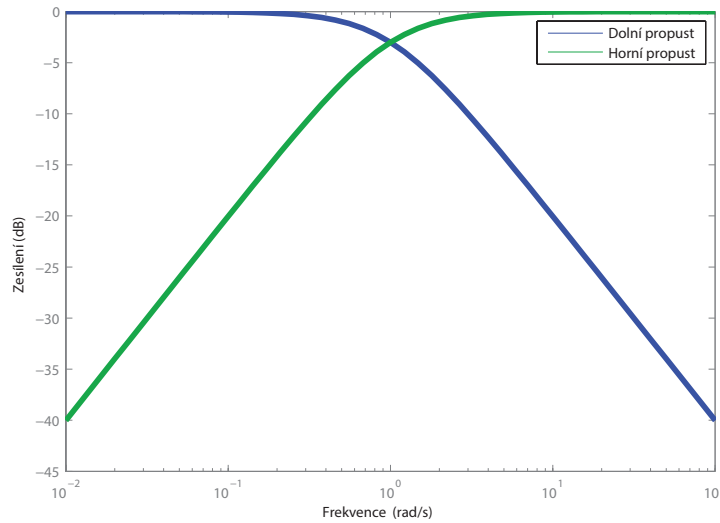
Komplementární filtr slučuje informace ze senzorů úhlové rychlosti (gyroskop) a pozičních senzorů (akcelerometr, magnetometer). Oba typy spolehlivě pracují v jiných frekvenčních pásmech. Zatímco poziční senzory pracují dobře na nízkých frekvencích, gyroskopy jsou lepší na vysokých frekvencích. Mějme tedy rovnici ve tvaru

$$\theta(s) = \frac{s + k_1}{s + k_1} \theta(s), \quad (5.1.1)$$

kde $\theta(s)$ je Laplaceova transformace úhlu $\theta(t)$. Rovnici lze dále rozepsat do tvaru

$$\theta(s) = \frac{k_1}{s + k_1} \theta(s) + \frac{s}{s + k_1} \theta(s), \quad (5.1.2)$$

kde přenos obsažený v prvním členu pravé strany rovnice je filtr známý jako dolní propust (propouští nízké frekvence, vysoké tlumí) a přenos obsažený ve druhém



Obrázek 5.1.1: Logaritmičké amplitudové frekvenční charakteristiky

členu je horní propust (tlumí nízké frekvence a propouští vysoké). Zlomové frekvence obou filtrů jsou určeny volbou parametru k_1 . Bodeho amplitudové frekvenční charakteristiky těchto filtrů pro parametr $k_1 = 1$ jsou vykresleny na obrázku 5.1.1. Pomocí vztahu pro Laplaceovu transformaci úhlové rychlosti $\omega(s) = s\theta(s)$ lze poslední rovnici následujícím způsobem upravit

$$\theta(s) = \frac{k_1}{s + k_1}\theta(s) + \frac{1}{s + k_1}\omega(s). \quad (5.1.3)$$

Označíme-li $\theta_m(s)$ a $\omega_m(s)$ veličiny měřené jednotlivými senzory, pak lze napsat finální vztah pro odhad orientace metodou komplementárního filtru

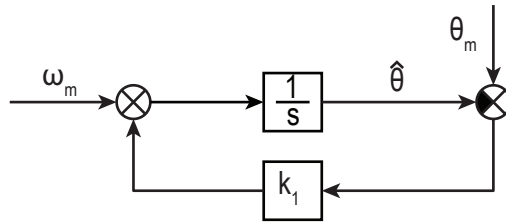
$$\hat{\theta}(s) = \frac{k_1}{s + k_1}\theta_m(s) + \frac{1}{s + k_1}\omega_m(s). \quad (5.1.4)$$

Na obrázku 5.1.3 lze vidět výstup takového komplementárního filtru, na jehož vstupu je zašuměný sinusový signál se skokovou chybou mezi třetí a čtvrtou vteřinou, v porovnání s výstupem dolní propusti (v případě, že by nebyla využita data z gyroskopu). Je zřejmé, že komplementární filtr nepropouští vysokofrekvenční šumy a narozdíl od dolní propusti nezpůsobuje fázový posun.

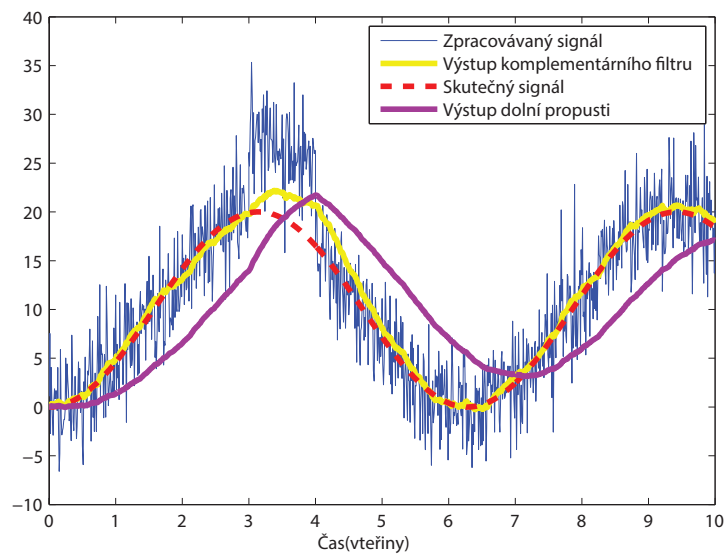
Vztah (5.1.4) lze přepsat do stavové reprezentace

$$\dot{\hat{\theta}}(t) = k_1 (\theta_m(t) - \hat{\theta}(t)) + \omega_m(t). \quad (5.1.5)$$

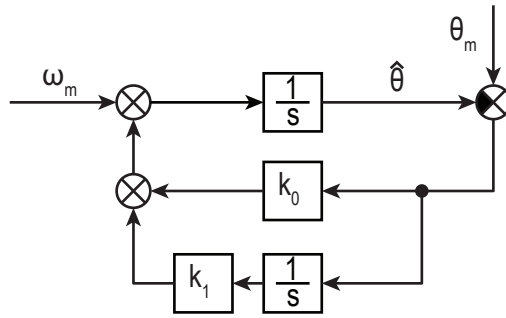
Tuto stavovou reprezentaci je pro lepší pochopení možné znázornit blokovým schématem na obrázku 5.1.2, což je v podstatě schéma rekonstruktoru stavu.



Obrázek 5.1.2: Blokové schéma komplementárního filtru



Obrázek 5.1.3: Ukázka funkce komplementárního filtru



Obrázek 5.1.4: Blokové schéma komplementárního filtru s vysledováním biasu

Při návrhu komplementárního filtru můžeme podobně postupovat vyjdeme-li z rovnice obsahující přenos druhého řádu

$$\theta(s) = \frac{s^2 + k_1s + k_0}{s^2 + k_1s + k_0} \theta(s) = \frac{k_1s + k_0}{s^2 + k_1s + k_0} \theta(s) + \frac{s}{s^2 + k_1s + k_0} \omega(s). \quad (5.1.6)$$

Takový tvar komplementárního filtru by měl navíc odfiltrovat bias obsažený v měření gyroskopu, protože čítec zlomku druhého členu pravé strany rovnice obsahuje s a Laplaceova transformace jednotkového skoku je $\frac{1}{s}$. Blokové schéma takového filtru je na obrázku 5.1.4. Stejný postup je možné využít pro odvození z přenosu třetího řádu

$$\theta(s) = \frac{s^3 + k_2s^2 + k_1s + k_0}{s^3 + k_2s^2 + k_1s + k_0} \theta(s) = \frac{k_2s^2 + k_1s + k_0}{s^3 + k_2s^2 + k_1s + k_0} \theta(s) + \frac{s^2}{s^3 + k_2s^2 + k_1s + k_0} \omega(s). \quad (5.1.7)$$

Tento filtr by měl odfiltrovat rovněž drift, protože čítec přenosu filtrujícího úhlovou rychlost měřenou gyroskopem obsahuje s^2 a Laplaceova transformace lineární funkce $f(x) = x$ je $\frac{1}{s^2}$.

5.2 Komplementární filtr ve třech osách

K tomu aby bylo možné přejít k odhadu orientace ve třech dimenzích je nutné zvolit správnou reprezentaci orientace. Zatímco v případě jedné osy se od úhlové rychlosti ω k úhlu θ dalo přejít pouhou integrací veličiny ω , v případě tří os již reprezentace orientace a přechod mezi úhlovými rychlostmi a úhly v jednotlivých osách není tak triviální. Je možné reprezentaci uchovávat ve formě Eulerových úhlů a je rovněž možné najít vztah mezi úhlovými rychlostmi, Eulerovými úhly a jejich derivacemi. Nicméně tento vztah se nejeví jako nejvýhodnější (vyskytují se zde goniometrické funkce a jejich součiny a podíly) a může se zde rovněž vyskytovat nežádoucí efekt zvaný gimbal lock. Mnohem výhodnější je pro tento účel reprezentace pomocí kvaternionů, kde dostáváme jednoduchý vztah mezi úhlovými

rychlostmi, složkami kvaternionu a jejich derivacemi

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \\ \dot{q}_4 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & -\omega_x & -\omega_y & -\omega_z \\ \omega_x & 0 & \omega_z & -\omega_y \\ \omega_y & -\omega_z & 0 & \omega_x \\ \omega_z & \omega_y & -\omega_x & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \end{bmatrix}, \quad (5.2.1)$$

což lze maticově zapsat

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{A}(\boldsymbol{\omega}) \cdot \mathbf{q}. \quad (5.2.2)$$

Diskrétní verzi lze získat obdélníkovou diskretizací tohoto vztahu

$$\begin{bmatrix} q_{1(k+1)} \\ q_{2(k+1)} \\ q_{3(k+1)} \\ q_{4(k+1)} \end{bmatrix} = \frac{T_s}{2} \begin{bmatrix} \frac{2}{T_s} & -\omega_x & -\omega_y & -\omega_z \\ \omega_x & \frac{2}{T_s} & \omega_z & -\omega_y \\ \omega_y & -\omega_z & \frac{2}{T_s} & \omega_x \\ \omega_z & \omega_y & -\omega_x & \frac{2}{T_s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_{1(k)} \\ q_{2(k)} \\ q_{3(k)} \\ q_{4(k)} \end{bmatrix}. \quad (5.2.3)$$

Tento vztah bude použit pro odhad orientace z hodnot získaných z měření gyroskopu. Abychom takovýto odhad mohli opravovat za pomoci dat z pozičních senzorů, je nutné převést reprezentaci do maticové formy z důvodu nutnosti následné transformace mezi souřadnými systémy. Rotační matici lze odvodit ze složek kvaternionu pomocí vztahu

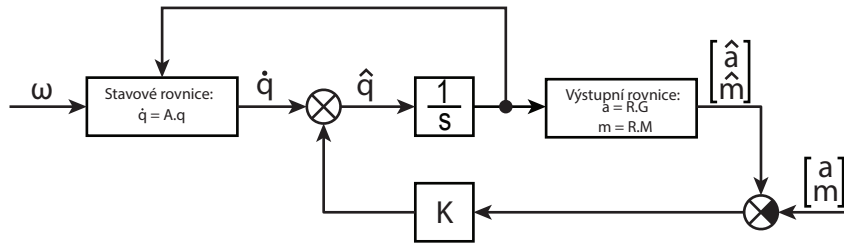
$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 - q_4^2 & 2(q_1q_4 + q_2q_3) & 2(q_2q_4 - q_1q_3) \\ 2(q_2q_3 - q_1q_4) & q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 - q_4^2 & 2(q_1q_2 + q_3q_4) \\ 2(q_1q_3 + q_2q_4) & 2(q_3q_4 - q_1q_2) & q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 + q_4^2 \end{bmatrix}. \quad (5.2.4)$$

Máme tedy stavové rovnice, viz (5.2.3). Výstupní rovnice pak dostaneme přepočtem vektoru gravitačního zrychlení a vektoru magnetického pole na daném místě na Zemi z inerciálního systému souřadnic do systému souřadnic ponorného zařízení pomocí vztahu

$$\begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix} = \mathbf{R} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} m_x \\ m_y \\ m_z \end{bmatrix} = \mathbf{R} \begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix}, \quad (5.2.5)$$

kde \mathbf{R} je rotační matice (5.2.4), g je velikost gravitačního zrychlení a M_x , M_y , M_z jsou složky vektoru magnetického pole v inerciální soustavě.

S těmito znalostmi je tedy možné upravit schéma jednodimenzionálního komplementárního filtru (obrázek 5.1.2) do tvaru pro odhad orientace ve třech dimenzích. Blokové schéma je na obrázku 5.2.1.



Obrázek 5.2.1: Schéma trojdimenzionálního filtru

5.3 Kalmanův filtr

Poslední chybějící věcí je tedy návrh zesílení \mathbf{K} ve zpětné vazbě rekonstruktoru (obrázek 5.2.1). V případě lineárních modelů se velmi často využívá tzv. Kalmanův filtr. Kalmanův filtr je algoritmus využívající posloupnost měření v čase obsahující šумы a další nepřesnosti způsobené měřením a jehož výstupem je odhad neznámého stavu, který je přesnější než ten získaný ze samotného měření. Jinými slovy Kalmanův filtr rekurzivně zpracovává vstupní data a počítá statisticky optimální odhad stavu. Algoritmus pracuje ve dvou krocích. V kroku predikce je využit odhad z předchozího diskretního okamžiku k určení odhadu stavu v současnosti (za využití modelu). Tento odhad stavu je také často označován jako apriorní odhad stavu (značeno $\hat{x}_{k|k-1}$ a $P_{k|k-1}$). Přestože je to totiž odhad v současném diskretním kroku, nezahrnuje v sobě informaci získanou z měření v tomto kroku. V kroku opravy je současný apriorní odhad kombinován s aktuální informací z měření. Využívá se zde váženého průměru, vyšší váha je přidělena odhadům s vyšší jistotou. Tento vylepšený (opravený) odhad je označován jako aposteriorní odhad stavu (značeno $\hat{x}_{k|k}$ a $P_{k|k}$). Protože jistotu měření je často složité určit přesně, je běžně využíván tzv. Kalmanovo zesílení. Toto zesílení je funkcí relativní jistoty měření a současného stavu systému. Díky své rekurzivní povaze může algoritmus pracovat v reálném čase pouze se vstupními měřeními, naposledy spočítaným stavem a kovarianční maticí.

Mějme tedy obecný lineární diskretní dynamický systém

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_k &= \mathbf{F}_{k-1}\mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{B}_{k-1}\mathbf{u}_{k-1} + \mathbf{w}_{k-1}, \\ \mathbf{y}_k &= \mathbf{H}_k\mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k, \end{aligned} \quad (5.3.1)$$

kde \mathbf{x}_k je stav systému, \mathbf{F}_{k-1} je stavová matice, \mathbf{u}_{k-1} je vstup systému, \mathbf{B}_{k-1} je vstupní matice, \mathbf{w}_{k-1} je aditivní šum na vstupu systému, \mathbf{y}_k je výstup systému, \mathbf{H}_k je výstupní matice a \mathbf{v}_k je aditivní šum na výstupu systému. Oba šумы jsou normálního rozdělení $\mathbf{w}_{k-1} \sim N(\mathbf{0}, \mathbf{Q}_{k-1})$, $\mathbf{v}_k \sim N(\mathbf{0}, \mathbf{R}_k)$, kde \mathbf{Q}_{k-1} a \mathbf{R}_k jsou kovarianční matice.

V kroku predikce tedy určíme nový odhad stavu pomocí rovnic

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} &= \mathbf{F}_{k-1}\hat{\mathbf{x}}_{k-1|k-1} + \mathbf{B}_{k-1}\mathbf{u}_{k-1} \\ \mathbf{P}_{k|k-1} &= \mathbf{F}_{k-1}\mathbf{P}_{k-1|k-1}\mathbf{F}_{k-1}^T + \mathbf{Q}_{k-1}.\end{aligned}\quad (5.3.2)$$

V kroku opravy je tento odhad kombinován s aktuálními hodnotami z měření a je vypočítán aposteriorní odhad stavu s využitím rovnic

$$\begin{aligned}\mathbf{K}_k &= \mathbf{P}_{k|k-1}\mathbf{H}_k^T \left(\mathbf{H}_k\mathbf{P}_{k|k-1}\mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k \right)^{-1}, \\ \hat{\mathbf{x}}_{k|k} &= \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} + \mathbf{K}_k \left(\mathbf{z}_k - \mathbf{H}_k\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} \right), \\ \mathbf{P}_{k|k} &= \mathbf{P}_{k|k-1} - \mathbf{K}_k\mathbf{H}_k\mathbf{P}_{k|k-1},\end{aligned}\quad (5.3.3)$$

kde \mathbf{K}_k je Kalmanovo zesílení a \mathbf{z}_k je vektor měření z pozičních senzorů.

5.4 Rozšířený Kalmanův filtr

5.4.1 Základní verze

V tomto případě je však model reprezentovaný stavovými rovnicemi(5.2.3) a výstupními rovnicemi(5.2.5) nelineární, proto není možné pro výpočty zpětnovazebního zesílení \mathbf{K} využít jednoduchý Kalmanův filtr popsáný v předchozí podkapitole. Nejčastěji se v takovém případě využívá rozšířený Kalmanův filtr, což je v podstatě nelineární verze Kalmanova filtru z minulé podkapitoly. Mějme obecný nelineární diskretní dynamický systém

$$\begin{aligned}\mathbf{x}_k &= f(\mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{u}_{k-1}) + \mathbf{w}_{k-1}, \\ \mathbf{y}_k &= h(\mathbf{x}_k) + \mathbf{v}_k,\end{aligned}\quad (5.4.1)$$

kde \mathbf{x}_k je stav systému, \mathbf{u}_k je vstup systému, f a h jsou vektorové funkce, \mathbf{w}_k je aditivní šum na vstupu systému, \mathbf{v}_k je aditivní šum na výstupu systému. Oba šумы jsou normálního rozdělení $\mathbf{w}_k \sim N(\mathbf{0}, \mathbf{Q}_k)$, $\mathbf{v}_k \sim N(\mathbf{0}, \mathbf{R}_k)$, kde \mathbf{Q}_k a \mathbf{R}_k jsou kovarianční matice.

Funkce f se pak využívá pro výpočet apriorního odhadu stavu a stejně tak funkce h je použita k výpočtu předpokládaného výstupu na základě apriorního odhadu stavu. Avšak funkce f a h nemohou být využity přímo při výpočtu kovarianční matice \mathbf{P}_k . Namísto toho jsou využity parciální derivace(Jacobiho matice) těchto nelineárních funkcí.

V kroku predikce jsou tedy pro výpočet apriorního odhadu stavu využity rovnice

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} &= f\left(\hat{\mathbf{x}}_{k-1|k-1}, \mathbf{u}_{k-1}\right), \\ \mathbf{F}_{k-1} &= \left. \frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\hat{\mathbf{x}}_{k-1|k-1}, \mathbf{u}_{k-1}}, \\ \mathbf{P}_{k|k-1} &= \mathbf{F}_{k-1}\mathbf{P}_{k-1|k-1}\mathbf{F}_{k-1}^T + \mathbf{Q}_{k-1}.\end{aligned}\quad (5.4.2)$$

V kroku opravy jsou pak pro výpočet aposteriorního odhadu stavu využity vztahy

$$\begin{aligned}\mathbf{H}_k &= \left. \frac{\partial h}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}}, \\ \mathbf{K}_k &= \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T \left(\mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k \right)^{-1}, \\ \hat{\mathbf{x}}_{k|k} &= \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} + \mathbf{K}_k \left(\mathbf{z}_k - h(\mathbf{x}_{k|k-1}) \right), \\ \mathbf{P}_{k|k} &= \mathbf{P}_{k|k-1} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k|k-1}.\end{aligned}\tag{5.4.3}$$

V našem případě však rozšířený Kalmanův filtr vyžaduje ještě jednu úpravu. Vztah 5.4.2 pro výpočet kovarianční matice nelze využít, protože šum nepůsobí na stavovou rovnici 5.4.1 aditivně. Přepíše-li se však tato rovnice do tvaru

$$\mathbf{x}_k = f(\mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{u}_{k-1}, \mathbf{w}_{k-1}),\tag{5.4.4}$$

pak je možné kovarianční matici v kroku predikce spočítat pomocí vztahů

$$\begin{aligned}\mathbf{L}_{k-1} &= \left. \frac{\partial f}{\partial \mathbf{w}} \right|_{\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}, \mathbf{u}_{k-1}}, \\ \mathbf{P}_{k|k-1} &= \mathbf{F}_{k-1} \mathbf{P}_{k-1|k-1} \mathbf{F}_{k-1}^T + \mathbf{L}_{k-1} \mathbf{Q}_{k-1} \mathbf{L}_{k-1}^T,\end{aligned}\tag{5.4.5}$$

přičemž \mathbf{w}_k je šum působící aditivně na měření gyroskopu a jeho kovarianční matice \mathbf{Q}_k je tedy známa.

Máme stavové(5.2.3) a výstupní(5.2.5) rovnice. Pro implementaci rozšířeného

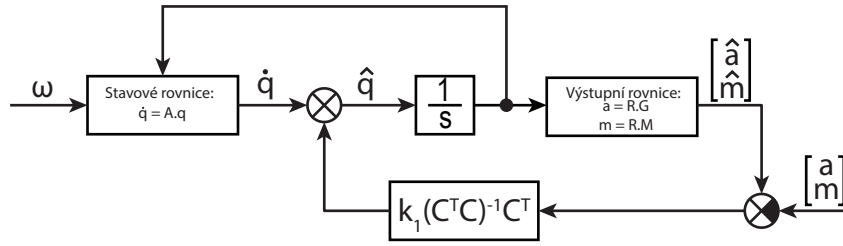
Kalmanova filtru už tedy stačí pouze vyjádřit matice \mathbf{F} , \mathbf{H} a \mathbf{L}

$$\begin{aligned}
\mathbf{F} &= \frac{T_s}{2} \begin{bmatrix} \frac{2}{T_s} & -\omega_x & -\omega_y & -\omega_z \\ \omega_x & \frac{2}{T_s} & \omega_z & -\omega_y \\ \omega_y & -\omega_z & \frac{2}{T_s} & \omega_x \\ \omega_z & \omega_y & -\omega_x & \frac{2}{T_s} \end{bmatrix}, \\
\mathbf{H} &= 2 \begin{bmatrix} -gq_3 & & & gq_4 \\ gq_2 & & & gq_1 \\ gq_1 & & & -gq_2 \\ M_x q_1 + M_y q_4 - M_z q_3 & M_x q_2 + M_y q_3 + M_z q_4 \\ -M_x q_4 + M_y q_1 + M_z q_2 & M_x q_3 - M_y q_2 + M_z q_1 \\ M_x q_3 - M_y q_2 + M_z q_1 & M_x q_4 - M_y q_1 - M_z q_2 \\ -gq_1 & & & gq_2 \\ gq_4 & & & gq_3 \\ -gq_3 & & & gq_4 \\ -M_x q_3 + M_y q_2 - M_z q_1 & -M_x q_4 + M_y q_1 + M_z q_2 \\ M_x q_2 + M_y q_3 + M_z q_4 & -M_x q_1 - M_y q_4 + M_z q_3 \\ M_x q_1 + M_y q_4 - M_z q_3 & M_x q_2 + M_y q_3 + M_z q_4 \end{bmatrix}, \\
\mathbf{L} &= \frac{T_s}{2} \begin{bmatrix} 0 & -\omega_x & -\omega_y & -\omega_z \\ \omega_x & 0 & \omega_z & -\omega_y \\ \omega_y & -\omega_z & 0 & \omega_x \\ \omega_z & \omega_y & -\omega_x & 0 \end{bmatrix}.
\end{aligned} \tag{5.4.6}$$

5.4.2 Verze s výsledováním biasu

Chceme-li při použití rozšířeného Kalmanova filtru vysledovat ještě bias přítomný v měření gyroskopu, je nutné rozšířit vektor stavu o další tři složky (bias v jednotlivých osách). A je samozřejmě nutné upravit některé části algoritmu. Stavovou rovnici a stavový jacobíán je třeba upravit takto

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} q_1(k+1) \\ q_2(k+1) \\ q_3(k+1) \\ q_4(k+1) \\ b_x(k+1) \\ b_y(k+1) \\ b_z(k+1) \end{bmatrix} &= \frac{T_s}{2} \begin{bmatrix} \frac{2}{T_s} & -\omega_x - b_x(k) & -\omega_y - b_y(k) & -\omega_z - b_z(k) & 0 & 0 & 0 \\ \omega_x + b_x(k) & \frac{2}{T_s} & \omega_z + b_z(k) & -\omega_y - b_y(k) & 0 & 0 & 0 \\ \omega_y + b_y(k) & -\omega_z - b_z(k) & \frac{2}{T_s} & \omega_x + b_x(k) & 0 & 0 & 0 \\ \omega_z + b_z(k) & \omega_y + b_y(k) & -\omega_x - b_x(k) & \frac{2}{T_s} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2}{T_s} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2}{T_s} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2}{T_s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1(k) \\ q_2(k) \\ q_3(k) \\ q_4(k) \\ b_x(k) \\ b_y(k) \\ b_z(k) \end{bmatrix}, \\
\mathbf{F} &= \frac{T_s}{2} \begin{bmatrix} \frac{2}{T_s} & -\omega_x & -\omega_y & -\omega_z & -q_2 & -q_3 & -q_4 \\ \omega_x & \frac{2}{T_s} & \omega_z & -\omega_y & q_1 & -q_4 & q_3 \\ \omega_y & -\omega_z & \frac{2}{T_s} & \omega_x & q_4 & q_1 & -q_2 \\ \omega_z & \omega_y & -\omega_x & \frac{2}{T_s} & -q_3 & q_2 & q_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2}{T_s} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2}{T_s} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2}{T_s} \end{bmatrix}.
\end{aligned} \tag{5.4.7}$$



Obrázek 5.5.1: Blokové schéma zpětnovazební linearizace

Výstupní rovnice zůstane stejná jako u základní verze, ale je třeba upravit výstupní jakobián do tvaru

$$\mathbf{H}^* = \left[\mathbf{H} \quad \mathbf{H} \left(\frac{T_s}{2} \begin{bmatrix} -q_2 & -q_3 & -q_4 \\ q_1 & -q_4 & q_3 \\ q_4 & q_1 & -q_2 \\ -q_3 & q_2 & q_1 \end{bmatrix} \right) \right], \quad (5.4.8)$$

kde \mathbf{H}^* je výstupní jakobián pro verzi s vysledováním biasu a \mathbf{H} je výstupní jakobián pro základní verzi rozšířeného Kalmanova filtru (viz 5.4.6).

Rovněž je třeba upravit kovarianční matici šumu působícího na stav systému

$$\mathbf{S}_{k-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_{k-1} \mathbf{Q}_{k-1} \mathbf{L}_{k-1}^T & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{Q}_{k-1}^* \end{bmatrix}, \quad (5.4.9)$$

kde \mathbf{S}_{k-1} je kovarianční matice šumu působícího na stav systému, výraz $\mathbf{L}_{k-1} \mathbf{Q}_{k-1} \mathbf{L}_{k-1}^T$ je z rovnice 5.4.5, \mathbf{Q}_{k-1}^* je kovarianční matice šumu působícího aditivně na bias a $\mathbf{0}$ jsou nulové matice odpovídajících dimenzí.

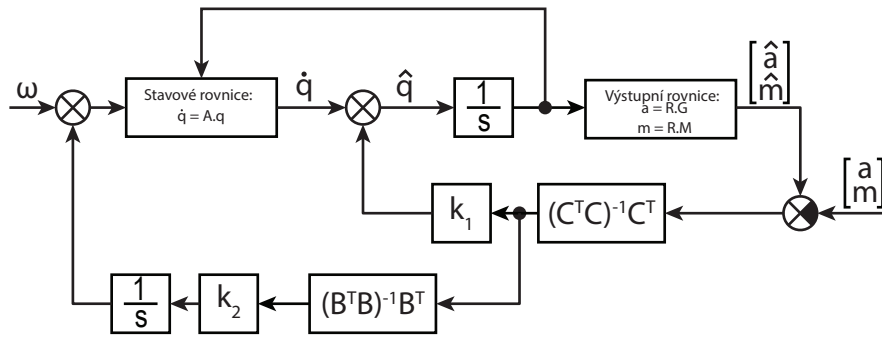
5.5 Metoda zpětnovazební linearizace

5.5.1 Základní verze

Hardwarová implementace rozšířeného Kalmanova filtru je poměrně výpočetně náročná. Přirozenou snahou je tedy náhrada výpočetně nejnáročnější operace, kterou je výpočet Kalmanova zpětnovazebního zesílení \mathbf{K} . Jednou zajímavou možností je náhrada Kalmanova zesílení ve zpětné vazbě inverzí výstupní matice linearizovaného modelu \mathbf{C} . Tato metoda spočívá ve vynásobení rozdílu mezi apriorním odhadem a měřenými daty zesílením, které je pro každou složku tohoto vektoru úměrné (s konstantou k_1) jeho působení na současný stav (kvaternion). Konstantu k_1 je třeba určit experimentálně. Blokové schéma takového filtru je na obrázku 5.5.1.

5.5.2 Verze s vysledováním biasu

Algoritmus lze také upravit, aby byl odfiltrován i bias obsažený v měřeních gyroskopu. Blokové schéma takového filtru je znázorněno na obrázku 5.5.2. Kon-



Obrázek 5.5.2: Blokové schéma zpětnovazební linearizace s vysledováním biasu

stantu k_2 je opět nutné určit experimentálně.

Matici \mathbf{B} je možné spočítat pomocí vztahu $\frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\omega}}$, kde $\boldsymbol{\omega}$ je vektor úhlových rychlostí. Výhodou je, že její pseudoinverzi lze vypočítat symbolicky

$$(\mathbf{B}^T \mathbf{B})^{-1} \mathbf{B}^T = 2 \begin{bmatrix} -q_2 & q_1 & q_4 & -q_3 \\ -q_3 & -q_4 & q_1 & q_2 \\ -q_4 & q_3 & q_2 & q_1 \end{bmatrix}. \quad (5.5.1)$$

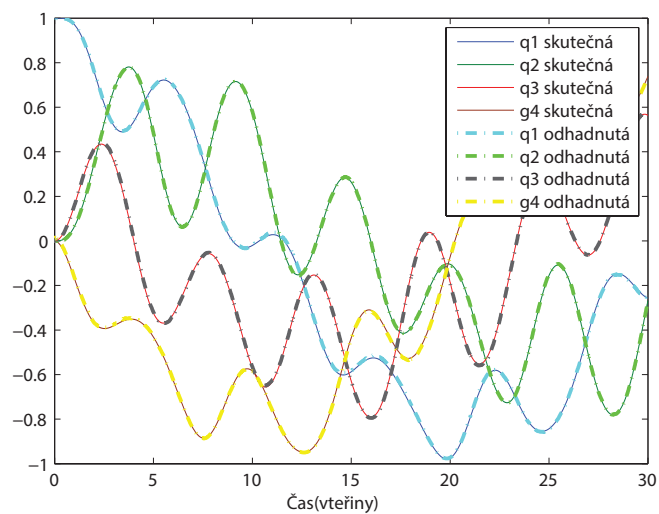
6 Testování algoritmů

Algoritmy pro zpracování dat bylo nutné otestovat. K tomu byla využita data z modelů sensorů (pro základní verze obou algoritmů je využit model gyroskopu bez biasu). Ke generování trajektorie virtuálního tělesa jsem využil model popsáný v kapitole 4.

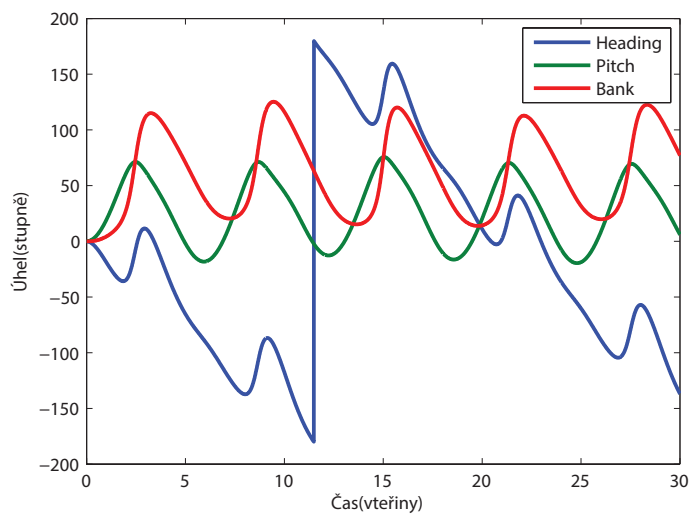
6.1 Základní verze

6.1.1 Rozšířený Kalmanův filtr

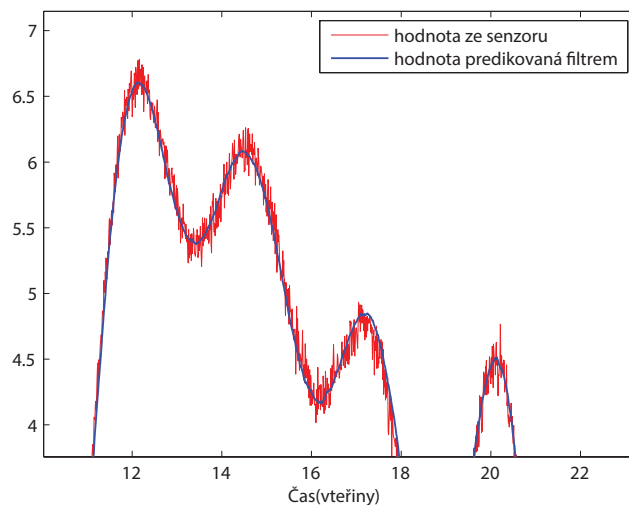
Porovnání odhadu kvaternionu na výstupu rozšířeného Kalmanova filtru se skutečnými hodnotami je vidět na obrázku 6.1.1. Pro lepší představu a pochopení o jaký pohyb se jedná je také vhodné vykreslit průběh tohoto rotačního pohybu ve formě Eulerových úhlů (viz obrázek 6.1.2). Správná funkčnost tohoto algoritmu je ale lépe ověřitelná, jsou-li vykresleny výstupy pozičních sensorů (akcelerometr, magnetometr) společně s hodnotami těchto veličin predikovanými filtrem, což lze vidět na obrázku 6.1.3 (pro lepší přehlednost je vykreslena pouze jedna složka signálu).



Obrázek 6.1.1: Porovnání skutečného a odhadnutého kvaternionu - rozšířený Kalmanův filtr



Obrázek 6.1.2: Rotační pohyb v Eulerových úhlech



Obrázek 6.1.3: Porovnání výstupu senzoru a predikované hodnoty - rozšířený Kalmanův filtr

6.1.2 Metoda zpětnovazební linearizace

Na obrázku 6.1.4 je tentokrát odhad kvaternionu na výstupu algoritmu zpětnovazební linearizace v porovnání se skutečnými hodnotami. Stejně tak na obrázku 6.1.5 je v tomto případě výstup senzoru porovnáván s hodnotou predikovanou metodou zpětnovazební linearizace.

6.1.3 Porovnání algoritmů

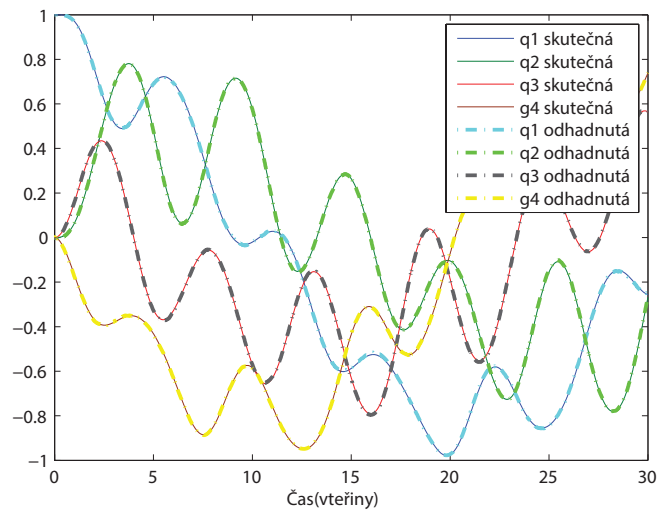
Obě metody je vhodné kvalitativně porovnat. Proto je třeba vybrat nějaké objektivní kritérium. Zde bylo použito kritérium sumy kvadrátů chyb odhadu

$$J = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^4 \left(q_{j(i)} - \hat{q}_{j(i)} \right)^2, \quad (6.1.1)$$

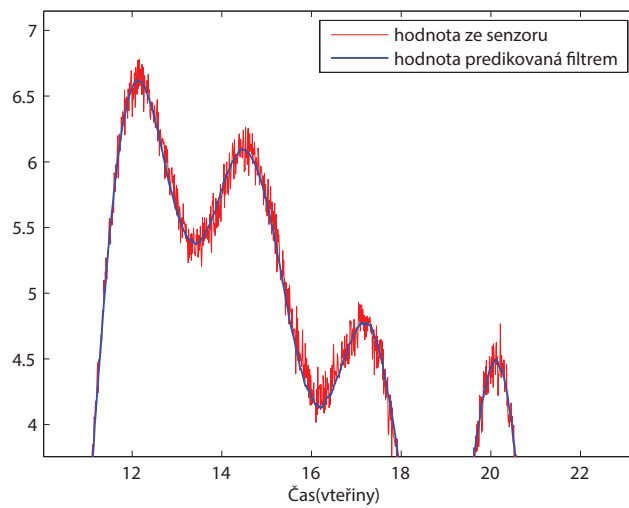
kde N je počet simulačních kroků, $q_{j(i)}$ je j -tá složka skutečného kvaternionu v diskrétním okamžiku i a $\hat{q}_{j(i)}$ je j -tá složka odhadnutého kvaternionu v diskrétním okamžiku i .

V každém simulačním kroku se počítá kvadrát odchylky odhadu od skutečného stavu(kvaternionu). Tyto hodnoty jsou pak sečteny přes všechny simulační kroky. Pro tento účel byly oba algoritmy testovány po dobu třiceti vteřin s periodou vzorkování $T_s = 0,01s$. Aby byly výsledky porovnání relevantní, je třeba nastavit parametry obou algoritmů tak, aby vykazovali podobnou rychlost odezvy.

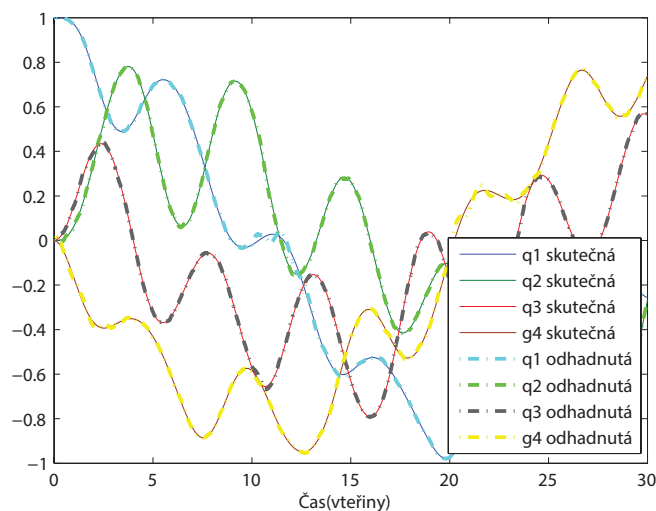
Pro rozšířený Kalmanův filtr s počáteční kovarianční maticí $\mathbf{P} = 0,01 \cdot \mathbf{I}$ vyšla hodnota kritéria $J = 0,2353$ a pro metodu zpětnovazební linearizace s parametrem $k_1 = 0,01$ vyšla $J = 0,1417$, z čehož vyplývá, že ve smyslu tohoto kritéria



Obrázek 6.1.4: Porovnání skutečného a odhadnutého kvaternionu - zpětnovazební linearizace



Obrázek 6.1.5: Porovnání výstupu senzoru a predikované hodnoty - zpětnovazební linearizace



Obrázek 6.2.1: Porovnání skutečného a odhadnutého kvaternionu - rozšířený Kalmanův filtr s přítomností biasu v měření gyroskopu

dosahuje lepších výsledků algoritmus zpětnovazební linearizace.

Dále bylo třeba porovnat výpočetní náročnost obou algoritmů. Pro 3000 průchodů každým algoritmem byl měřen čas průchodu a tyto hodnoty byly následně zprůměrovány. Pro rozšířený Kalmanův filtr vyšla hodnota $t = 6,33 \cdot 10^{-5} s$ a pro zpětnovazební linearizaci $t = 3,42 \cdot 10^{-5} s$.

6.2 Verze s výsledováním biasu

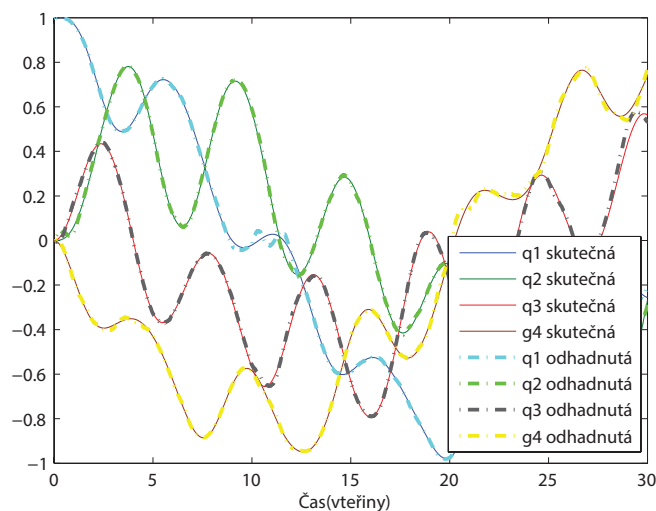
Do modelu gyroskopu byl přidán bias, který každých deset vteřin mění offset. Následně byly na simulačním datech otestovány oba algoritmy.

6.2.1 Rozšířený Kalmanův filtr

Porovnání odhadu kvaternionu na výstupu filtru se skutečnými hodnotami je k vidění na obrázku 6.2.1. Lze si všimnout odchýlení odhadu od skutečné hodnoty při změně offsetu biasu (vždy po deseti vteřinách).

6.2.2 Metoda zpětnovazební linearizace

Na obrázku 6.2.2 je vizualizováno porovnání skutečného a odhadnutého kvaternionu metodou zpětnovazební linearizace s výsledováním biasu. Stejně jako u rozšířeného Kalmanova filtru je patrná odchylka odhadu od skutečné hodnoty při změně offsetu biasu.



Obrázek 6.2.2: Porovnání skutečného a odhadnutého kvaternionu - zpětnovazební linearizace s přítomností biasu v měření gyroskopu

6.2.3 Porovnání algoritmů

Znovu bylo provedeno porovnání obou algoritmů ve smyslu kritéria sumy kvadrátů odchylek hodnot na výstupu filtru od skutečných hodnot.

Pro rozšířený Kalmanův filtr s počáteční kovarianční maticí $\mathbf{P} = 0,1 \cdot \mathbf{I}$ vyšla hodnota kritéria $J = 0,8104$ a pro metodu zpětnovazební linearizace s parametry $k_1 = 0,01$ a $k_2 = 20$ vyšla $J = 2,8028$. Je tedy vidět že ve smyslu tohoto kritéria se jeví jako lepší algoritmus rozšířený Kalmanův filtr.

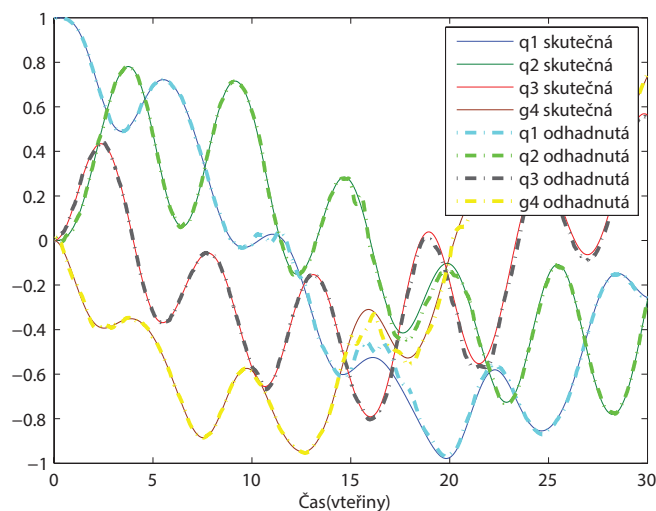
Průměrný čas průchodu algoritmem značící výpočetní náročnost algoritmu činil pro rozšířený Kalmanův filtr $t = 8,92 \cdot 10^{-5} s$ a pro metodu zpětnovazební linearizace $t = 5,05 \cdot 10^{-5}$.

6.3 Verze s vysledováním biasu při působení translačního zrychlení

Při pohybu ponorného zařízení bude na ponorku působit translační zrychlení. Tento jev bude jistě negativně ovlivňovat měření akcelerometru. Z toho důvodu byl model tělesa sloužící ke generování simulačních dat uveden do translačního pohybu. Tento pohyb tělesa začíná v čase patnáct vteřin.

6.3.1 Rozšířený Kalmanův filtr

Na obráku 6.3.1 můžeme po začátku působení translačního zrychlení (v čase patnáct vteřin) pozorovat odchýlení odhadu od skutečné hodnoty kvaternionu. Po



Obrázek 6.3.1: Porovnání skutečného a odhadovaného kvaternionu - rozšířený Kalmanův filtr s přítomností biasu v měření gyroskopu a při působení translačního zrychlení

určitém časovém okamžiku je však tato nepřesnost výsledována.

6.3.2 Metoda zpětnovazební linearizace

Na obrázku 6.3.2 je tentokrát porovnán výstup metody zpětnovazební linearizace při působení translačního zrychlení se skutečným kvaternionem.

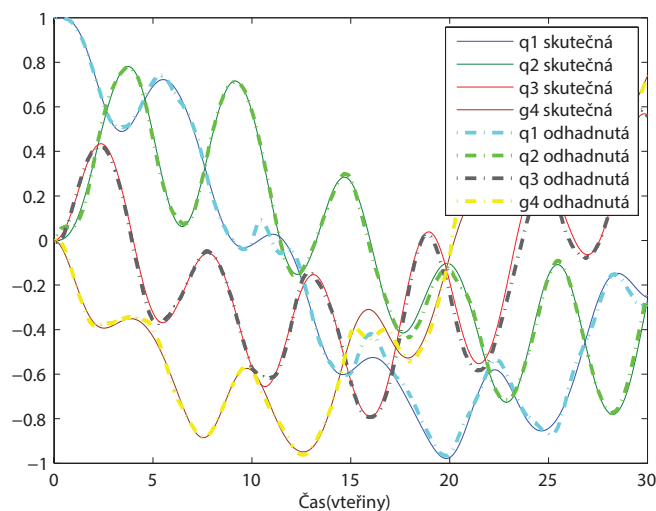
6.3.3 Porovnání algoritmů

Nakonec bylo provedeno porovnání obou algoritmů ve smyslu sumy kvadrátů odchylek hodnot na výstupu filtru od skutečných hodnot. Pro rozšířený Kalmanův filtr s počáteční kovarianční maticí $\mathbf{P} = 0,1 \cdot \mathbf{I}$ vyšla hodnota kritéria $J = 5,0031$ a pro metodu zpětnovazební linearizace s parametry $k_1 = 0,01$ a $k_2 = 10$ vyšla $J = 11,4357$, z čehož je zřejmé, že ve smyslu tohoto kritéria pracuje lépe rozšířený Kalmanův filtr.

Zde již není znovu nutné provádět porovnání výpočetní náročnosti, protože se jedná o stejný algoritmus jako v předešlém případě.

6.4 Souhrnné porovnání

Výsledky porovnání je pro přehlednost rozumné zobrazit do souhrnné tabulky:

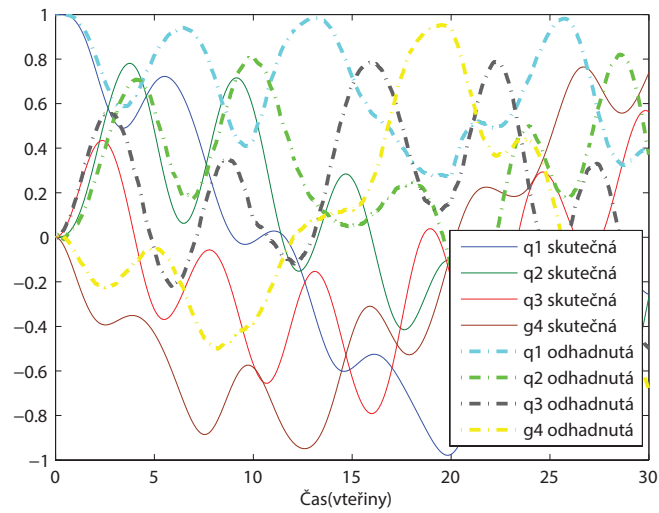


Obrázek 6.3.2: Porovnání skutečného a odhadnutého kvaternionu - zpětnovazební linearizace s přítomností biasu v měření gyroskopu a při působení translačního zrychlení

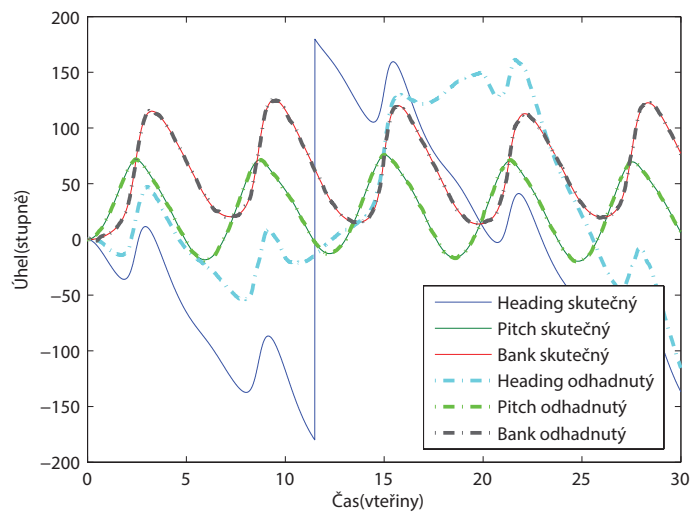
Algoritmus	Hodnota kritéria J	Výpočetní náročnost(vteřiny)
Rozšířený Kalmanův filtr - základní verze	0,2353	$6,33 \cdot 10^{-5}$
Zpětnovazební linearizace - základní verze	0,1417	$3,42 \cdot 10^{-5}$
Rozšířený Kalmanův filtr - s vysledováním biasu	0,8104	$8,92 \cdot 10^{-5}$
Zpětnovazební linearizace - s vysledováním biasu	2,8028	$5,05 \cdot 10^{-5}$
Rozšířený Kalmanův filtr - při translačním zrychlení	5,0031	-
Zpětnovazební linearizace - při translačním zrychlení	11,4357	-

6.5 Rozšířený Kalmanův filtr bez použití magnetometru

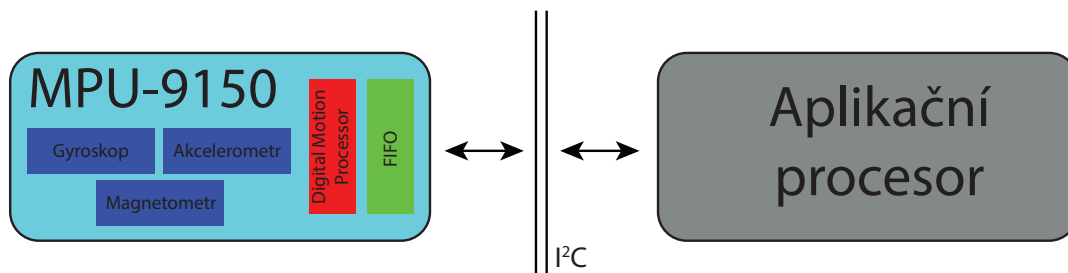
Ponorné zařízení se bude pohybovat v prostředí s kovovými předměty, jejichž přítomnost může způsobovat deformaci magnetického pole. Z toho důvodu bylo třeba odzkoušet chování filtru v případě, že nebudeme využívat měření z magnetometru. Pro tento účel byl využit model gyroskopu s přítomností biasu a pro zpracování dat rozšířený Kalmanův filtr s vysledováním biasu. Na obrázku 6.5.1 je k vidění odhad kvaternionu v porovnání se skutečnými hodnotami. Vidíme, že tyto hodnoty se výrazně liší. Lepší představu o tomto problému si lze ovšem vytvořit vykreslíme-li odhadnuté a skutečné Eulerovy úhly(viz obrázek 6.5.2). Vidíme, že odhadnuté úhly pitch a bank se téměř shodují se skutečnými úhly, na druhou stranu odhadnutý úhel heading(značící natočení kolem osy z rovnoběžné s vektorem gravitačního zrychlení) se výrazně liší od úhlu skutečného. Tento jev nastává z důvodu nepozorovatelnosti tohoto úhlu pomocí měření akcelerometru a tudíž vlivem nepřesnosti numerické integrace úhlových rychlostí a zejména vlivem přítomnosti biasu v měření gyroskopu dochází k odchylování tohoto odhadu od skutečné hodnoty.



Obrázek 6.5.1: Porovnání skutečného a odhadnutého kvaternionu bez použití magnetometru



Obrázek 6.5.2: Porovnání skutečných a odhadnutých Eulerových úhlů bez použití magnetometru



Obrázek 7.1.1: Schéma komunikace s MPU-9150

7 Zpracování reálných dat

7.1 Použitý hardware

7.1.1 MPU-9150

MPU-9150 je výrobek od firmy InvenSense. Jedná se o devítiosé zařízení na zpracování pohybu (Motion Processing Unit). Těchto devět os zahrnuje tříosý gyroskop, tříosý akcelerometr a tříosý magnetometr. Na desce jsou tři šestnáctibitové analogově digitální převodníky pro digitalizaci výstupů gyroskopu, dále tři šestnáctibitové analogově digitální převodníky pro digitalizaci měření z akcelerometrů a tři třináctibitové převodníky pro digitalizaci výstupů magnetometru. Pro přesné měření rychlého i pomalého pohybu je implementován uživatelsky programovatelný rozsah měření u gyroskopu a akcelerometru. Na desce je také 1024 bytový FIFO buffer snižující spotřebu energie. Komunikace se všemi registry zařízení je obsluhována pomocí I^2C rozhraní (viz schéma 7.1.1).

Parametry gyroskopu:

- Tři jednoosá (X,Y,Z) čidla úhlové rychlosti (gyroskopy) s uživatelsky programovatelným rozsahem měření $\pm 250^\circ/s$, $\pm 500^\circ/s$, $\pm 1000^\circ/s$, $\pm 2000^\circ/s$
- Integrovaný šestnáctibitový AD převodník umožňující vzorkování výstupů gyroskopu
- Vylepšená stabilita vůči teplotní citlivosti omezuje nutnost uživatelské kalibrace
- Digitálně programovatelný filtr dolní propust

Parametry akcelerometru

- Tři jednoosé akcelerometry s uživatelsky programovatelným rozsahem měření $\pm 2g$, $\pm 4g$, $\pm 8g$, $\pm 16g$
- Integrovaný šestnáctibitový AD převodník umožňující vzorkování výstupů akcelerometru



Obrázek 7.1.2: Schéma komunikace

- Uživatelsky programovatelná přerušeni

Parametry magnetometru:

- Třiosý silikonový monolitický senzor magnetické indukce založený na Hallově jevu
- Rozlišení výstupních dat je 13 bitů
- Rozsah měření je $\pm 1200\mu T$

7.1.2 EV-INVARM-A

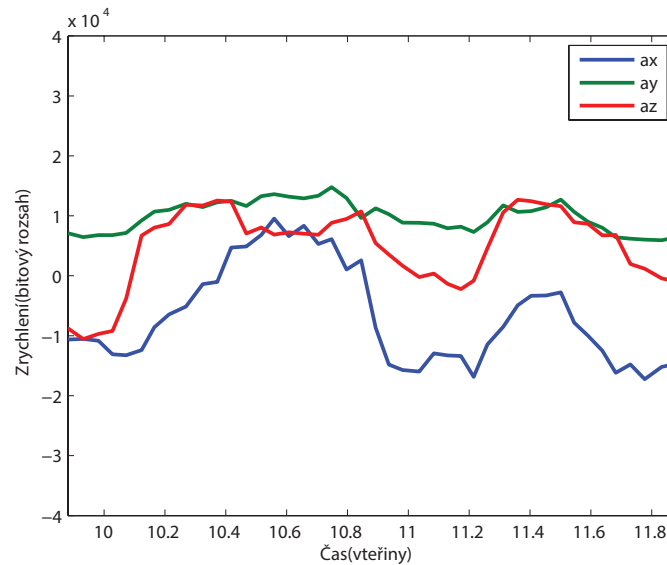
MPU-9150 lze propojit s osobním počítačem prostřednictvím USB rozhraní pomocí ARM desky EV-INVARM-A. V operačním systému Windows lze pak s využitím speciálního softwaru (Universal Data Logger) firmy InvenSense číst syrová data ze senzorů, která je možno ukládat do textového souboru.

7.1.3 Seeeduino Mega

Pomocí desky EV-INVARM-A a softwaru Universal Data Logger, je tedy možné vypisovat data ze senzorů na konzoli, nebo je zapisovat do textového souboru. Chceme-li ale data dále zpracovávat online, je nutné mít možnost komunikovat s čidly po sériové lince prostřednictvím programovacího jazyku (v tomto případě Matlabu). K tomu byl využit mikrokontrolér Seeeduino Mega, který zprostředkovává komunikaci po sériové lince (fyzicky USB). Schéma komunikace je na obrázku 7.1.2. Seeeduino Mega je výkonný mikrokontrolér odvozený od typu Arduino Mega. Je postaven na procesoru ATmega260, který přináší velké množství vstupně-výstupních pinů, konkrétně 70 digitálních vstupně-výstupních pinů, 16 analogových vstupů, 14 PWM a 4 hardwarové sériové porty.

Technické parametry:

- Provozní napětí: $5V/3,3V$
- Provozní teplota: $-20 \sim 70^{\circ}C$
- Vstupní napětí: $6 - 20V$
- Flash paměť: $256kB$

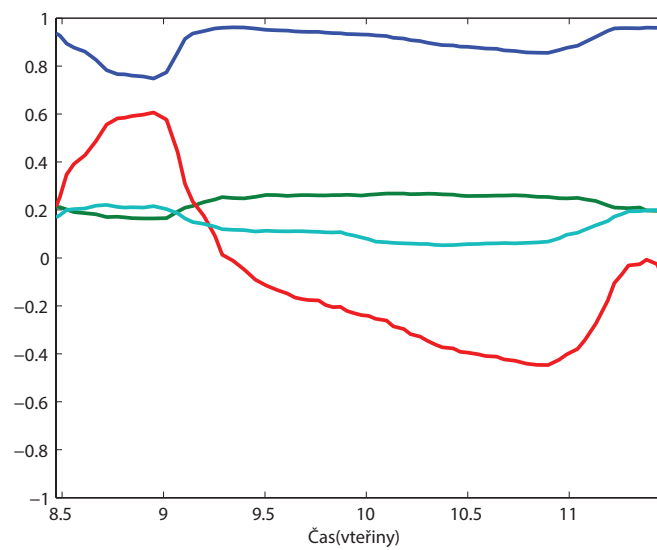


Obrázek 7.2.1: Data získaná z akcelerometru v čase

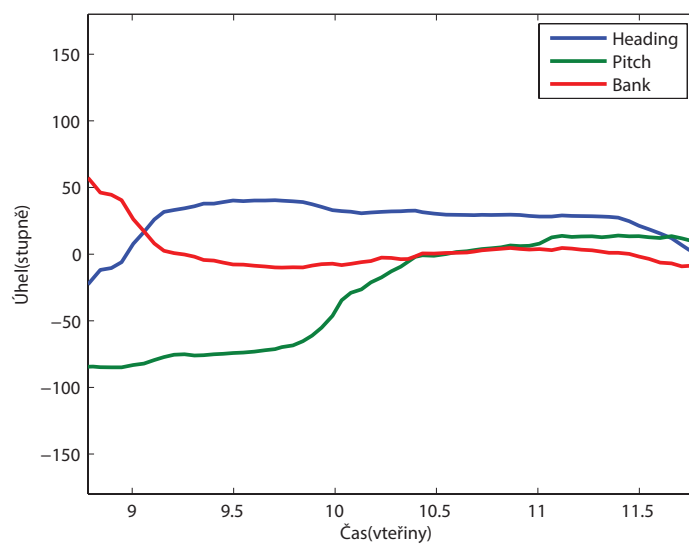
- SRAM: $8kB$
- EEPROM: $4kB$
- Rozměry: $71 \times 53 \times 11,3mm$

7.2 Vizualizace výsledků

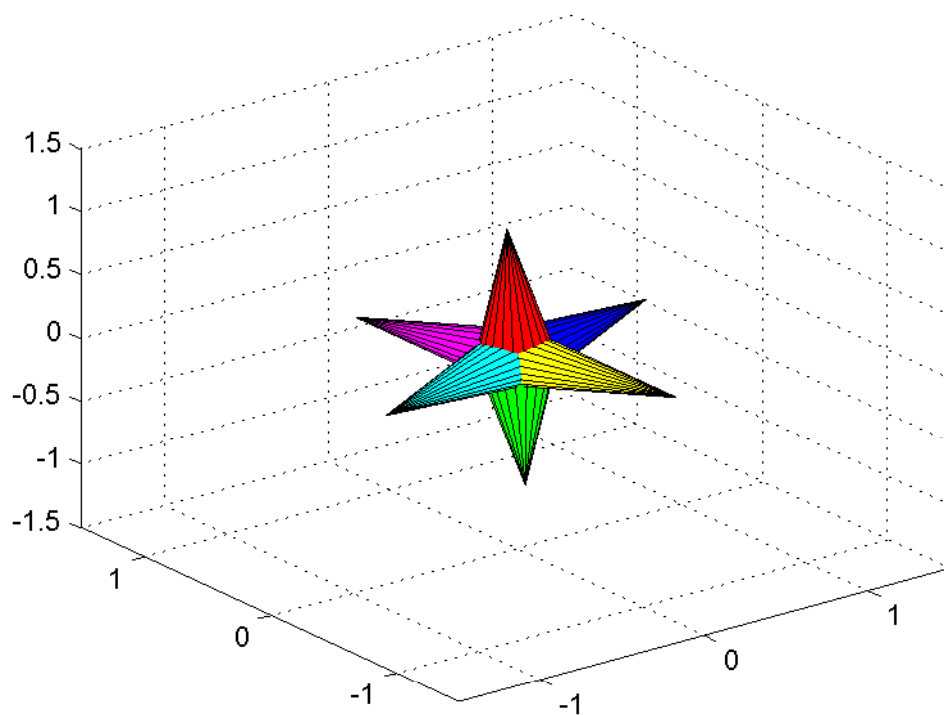
Pro kontrolu správné funkčnosti algoritmů je třeba data vhodně vizualizovat. Nejprve je dobré nějakým způsobem zobrazovat v čase syrová data získávaná ze senzorů. To lze poměrně dobře zobrazit jednoduchým grafem s měnící se časovou osou, u kterého lze nastavit jak dlouho do minulosti budou data zobrazena. Na obrázku 7.2.1 je k vidění takový graf pro data z akcelerometru. Dále se sluší vykreslovat průběh složek kvaternionu predikovaného filtrem v čase. To lze realizovat obdobně jako v případě dat ze senzorů, tedy jednoduchým grafem s měnící se časovou osou (viz obrázek 7.2.2). Tuto informaci je samozřejmě také vhodné vykreslovat v Eulerových úhlech, které jsou pro člověka mnohem srozumitelnější. Princip je ale naprosto stejný jako v případě kvaternionu. Graf lze vidět na obrázku 7.2.3. Nejnázorněji však funkčnost algoritmů ilustrovat na modelu trojrozměrného tělesa rotujícího v systému souřadnic na základě odhadované orientace. Pro tento účel byl tedy v Matlabu vytvořen trojdimenzionální graf, do něhož je vykreslováno prostorové těleso, jehož animace znázorňuje rotaci odpovídající té predikované filtrem. Tento graf spolu s tělesem je na obrázku 7.2.4.



Obrázek 7.2.2: Kvaternion predikovaný filtrem v čase



Obrázek 7.2.3: Eulerovy úhly predikované filtrem v čase



Obrázek 7.2.4: Prostorové těleso v trojdimenzionálním grafu

8 Závěr

Hlavním cílem této práce bylo navrhnout a otestovat algoritmy inteligentního zpracování dat pro odhad orientace ponorného zařízení vyvíjeného na katedře kybernetiky.

V první fázi bylo třeba seznámit se z inerciálními MEMS senzory, konkrétně rotačním gyroskopem a pozičními senzory akcelereometrem a magnetometrem. Byl popsán jejich fyzikální princip a vyjmenovány důležité technické parametry společně s možnostmi jejich modelování.

Poté bylo třeba popsat základní možnosti reprezentace orientace, které se využívají. Zmíněna byla reprezentace pomocí maticové formy, která je důležitá zejména pro transformaci vektorů mezi souřadnými systémy. Vedle této metody byla uvedena i možnost reprezentace orientace pomocí Eulerových úhlu. Opomenuta samozřejmě nebyla metoda uchování orientace pomocí kvaternionů, která je třeba při efektivní numerické integraci úhlových rychlostí.

Dále bylo nutné uvést matematický princip a vztahy pro implementaci algoritmů využitých pro zpracování dat. Byly zde rozebrány dva algoritmy pro fúzi senzorů. Tím prvním byla v praxi velmi využívaná metoda pojmenovaná rozšířený Kalmanův filtr. Popsána byla i intuitivnější metoda zpětnovazební linearizace.

Navrhnuté algoritmy bylo třeba otestovat nad simulačními daty. Oba používané algoritmy byly pro různé okolnosti kvalitativně porovnány za pomoci objektivního statistického kritéria. V souhrnu by se dalo konstatovat, že lepších výsledků ve většině případů dosahuje rozšířený Kalmanův filtr ovšem na úkor vyšší výpočetní náročnosti.

Po testech se simulačními daty bylo třeba algoritmy odzkoušet pro zpracování dat z reálných senzorů. K tomu byla využita inerciální měřící jednotka MPU-9150 společnosti InvenSense, která byla pomocí mikrokontroléru Seeeduino Mega připojena prostřednictvím sériové linky ke stolnímu počítači.

Posléze jsou uvedeny způsoby vizualizace zpracovaných reálných dat. Včetně animace rotace trojrozměrného tělesa v systému souřadnic.

Literatura

- [1] Volker Kempe *Inertial MEMS Principle and Practice*, 2011.
- [2] Ing. Martin Řezáč *Inertial stabilization, estimation and visual servoing for aerial surveillance*, 2013.
- [3] Fletcher Dunn, Ian Parberry *3D Math Primer for Graphics and Game Development*, 2002.
- [4] Basile Graf *Quaternions and Dynamics*, 2007.
- [5] Ramsey Faragher *Understanding the Basis of the Kalman Filter Via a Simple and Intuitive Derivation*, 2012.