

ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI

FAKULTA PEDAGOGICKÁ

KATEDRA MATEMATIKY, FYZIKY A TECHNICKÉ VÝCHOVY

Vzájemná poloha přímek v učivu matematiky

1. stupně

DIPLOMOVÁ PRÁCE

Nikola Škrletová

Učitelství pro základní školy, Učitelství pro 1. stupeň základní školy

Vedoucí práce: PhDr. Šárka Pěchoučková, Ph.D.

Plzeň 2015

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci vypracovala samostatně s použitím uvedené literatury a zdrojů informací.

V Plzni 30. června 2015

.....

vlastnoruční podpis

Ráda bych poděkovala PhDr. Šárce Pěchoučkové, Ph.D. za cenné rady, věcné připomínky a vstřícnost při konzultacích a vypracování diplomové práce.

ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI
Fakulta pedagogická
Akademický rok: 2013/2014

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE
(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: **Nikola ŠKRLETOVÁ**
Osobní číslo: **P10M0032P**
Studijní program: **M7503 Učitelství pro základní školy**
Studijní obor: **Učitelství pro 1. stupeň základní školy**
Název tématu: **Vzájemná poloha přímek v učivu matematiky 1. stupně**
Zadávací katedra: **Katedra matematiky, fyziky a technické výchovy**

Z á s a d y p r o v y p r a c o v á n í :

Teoretické poznatky o vzájemné poloze přímek v rovině a prostoru, zařazení tohoto učiva do matematiky 1. stupně.

Tvorba sbírky úloh k tomuto tématu se zařazením různých metod a forem práce, s využitím kineze, manipulace s předměty, práce s papírem, práce s rýsovacími potřebami.

Ověření vytvořených úloh se žáky 1. stupně.

Sebereflexe a reflexe žáků.



Rozsah grafických prací:

Rozsah pracovní zprávy: 40 - 60

Forma zpracování diplomové práce: tištěná/elektronická

Seznam odborné literatury:

Didaktika matematiky pro učitelství 1. stupně ZŠ.

Hejný, M., Novotná, J., Stehlíková, N. Dvacet pět kapitol
z didaktiky matematiky.

Zapletal, F. a kol. Didaktika matematiky pro stud. učitelství 1. stupně ZŠ.

Vedoucí diplomové práce:

PhDr. Šárka Pěchoučková, Ph.D.


Katedra matematiky, fyziky a technické výchovy

Datum zadání diplomové práce: 6. ledna 2014

Termín odevzdání diplomové práce: 15. dubna 2015


Doc. PaedDr. Jana Coufalová, CSc.
děkanka




Doc. PaedDr. Jarmila Honzíková, Ph.D.
vedoucí katedry

V Plzni dne 9. ledna 2014



FAKULTA PEDAGOGICKÁ
ZÁPADOČESKÉ
UNIVERZITY
V PLZNI

V Plzni dne 30. března 2015
č.j. ZCU-008934/2015/Z

Rozhodnutí

Dle ust. čl. 55 odst. 3 Studijního a zkušebního řádu v platném znění (dále jen studijní a zkušební řád) rozhodla děkanka

takto:

Studentce **Nikole Škrletové**, nar. 6. února 1991, bytem PMV 466, Holýšov studující ve studijním programu **Učitelství pro základní školy**, studijní obor **Učitelství pro 1. stupeň ZŠ** se určuje náhradní termín odevzdání diplomové práce s názvem „**Vzájemná poloha příemek v učivu matematiky 1. stupně**“ do **30. června 2015**.

Odůvodnění:

Studentka byla povinna odevzdat kvalifikační práci dle jejího zadání nejpozději do 15. 4. 2015. Studentka, aniž by odevzdala kvalifikační práci, podala k děkance včas podle čl. 55 odst. 2 studijního a zkušebního řádu žádost o stanovení náhradního termínu odevzdání kvalifikační práce s odůvodněním, že do termínu původně určeného pro odevzdání bakalářské práce není schopna práci zpracovat z důvodu časové náročnosti.

Děkanka s ohledem na důvody uvedené v žádosti vyhověla žádosti studentky a v souladu s ust. čl. 55 odst. 3 studijního a zkušebního řádu stanovila studentce náhradní termín pro odevzdání kvalifikační práce.

Poučení:

Proti tomuto rozhodnutí není opravného prostředku.

Všechny náležitosti týkající se této změny si vyřídíte na příslušné katedře.

Doc. PaedDr. **Jana Coufalová**, CSc.
děkanka FPE ZČU v Plzni



Obsah

| | | |
|---------|---|----|
| 1 | Úvod | 9 |
| 2 | Základní pojmy..... | 10 |
| 2.1. | Vzájemná poloha přímek a rovin..... | 13 |
| 2.1.1. | Vzájemná poloha dvou přímek | 13 |
| 2.1.2. | Vzájemná poloha přímky a roviny..... | 15 |
| 2.1.3. | Vzájemná poloha dvou rovin..... | 18 |
| 2.2. | Geometrické pojmy v matematice 1. stupně..... | 21 |
| 2.2.1. | Různoběžky..... | 22 |
| 2.2.2. | Rovnoběžky | 22 |
| 2.2.3. | Kolmice..... | 24 |
| 3 | Sbírka úloh..... | 25 |
| 4 | Analýza jednotlivých úloh..... | 27 |
| 4.1. | Kineze | 27 |
| 4.2. | Manipulace s předměty | 29 |
| 4.3. | Práce s papírem | 31 |
| 4.4. | Práce s rýsovacími potřebami | 32 |
| 4.4.1. | Úloha č. 1 | 32 |
| 4.4.2. | Úloha č. 2..... | 34 |
| 4.4.3. | Úloha č. 3 | 35 |
| 4.4.4. | Úloha č. 4..... | 36 |
| 4.4.5. | Úloha č. 5 | 38 |
| 4.4.6. | Úloha č. 6..... | 39 |
| 4.4.7. | Úloha č. 7 | 42 |
| 4.4.8. | Úloha č. 8..... | 44 |
| 4.4.9. | Úloha č. 9..... | 45 |
| 4.4.10. | Úloha č. 10..... | 47 |

| | | |
|---|--|----|
| 5 | Závěr..... | 50 |
| | Resumé | 52 |
| | Summary..... | 53 |
| | Seznam literatury..... | 54 |
| | Elektronické zdroje..... | 54 |
| | Seznam obrázků, tabulek, grafů a diagramů..... | 55 |
| | Přílohy | I |

1 Úvod

Téma diplomové práce Vzájemná poloha přímek v učivu matematiky 1. stupně jsem si vybrala proto, že si myslím, že by se dle mého názoru měla dostatečně rozvíjet geometrická představivost žáků již na 1. stupni základní školy, i když žáci již při nástupu na základní školu mají do určité míry osvojenou orientaci v prostoru a dokážou popsat rozmístění předmětů v místnosti. Proto mě zajímalo, jak se orientují v základních geometrických pojmech a pojmech, které se týkají tématu vzájemné polohy přímek. Pracovala jsem s žáky 4. ročníku, potřebné geometrické pojmy měli již zavedené a osvojené. Práce s žáky byla pro mě o to jednodušší, že jsem žáky nemusela seznamovat s úplně neznámými pojmy, ale jen je upevňovat a rozšířit jejich rozhled v daném tématu.

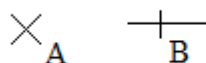
Cílem mé práce je:

- zaznamenat teoretické poznatky o vzájemné poloze přímek v rovině a prostoru,
- popsat zařazení tohoto učiva do matematiky 1. stupně,
- vytvořit sbírku úloh k tématu s využitím různých metod a forem práce,
- sbírku úloh ověřit s žáky 1. stupně,
- provést reflexi žáků a sebereflexi.

2 Základní pojmy

Pokud není uvedeno jinak, při tvorbě této kapitoly jsem čerpala z Pěchoučková (2013).

Bod se nejčastěji označuje písmenem velké latinské abecedy např.: K, L, M. Bod značíme křížkem nebo jako průsečíky čar (obr. 1). Dva body A, B jsou navzájem různé $A \neq B$, nebo totožné $A = B$. Tři různé body buďto neleží v přímce a jsou nekolineární anebo leží v přímce a jsou kolineární.



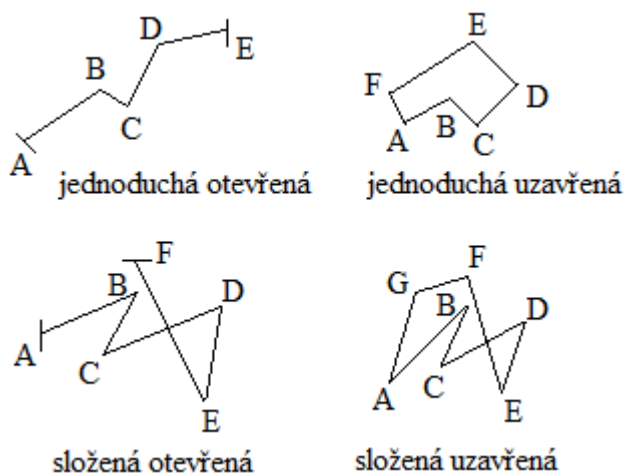
obr. 1: Body

Úsečky označujeme pomocí krajních bodů. Úsečka AB (obr. 2) je množina všech bodů v E_3 , která obsahuje body $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$, které leží mezi body A, B. Body A, B nazýváme krajní body úsečky, ostatní body se nazývají vnitřní body úsečky AB. Pokud krajní body splývají ($A = B$), mluvíme o nulové úsečce. Střed úsečky AB nazýváme bod S úsečky AB, pro který platí $|AS| = |BS|$. Osou úsečky AB nazýváme přímku o, která prochází středem úsečky AB a je k ní kolmá.



obr. 2: Úsečka

V prostoru E_3 jsou dány body $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$, které neleží na úsečce, potom množinu úseček $A_1A_2, A_2A_3, A_3A_4, \dots, A_{n-1}A_n$ nazýváme **lomenou čarou** a označujeme ji $A_1A_2A_3 \dots A_n$. Rozlišujeme několik druhů lomených čar (obr. 3).



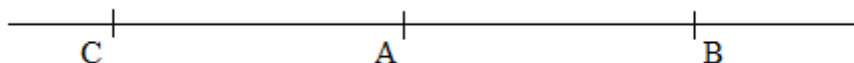
obr. 3: Druhy lomených čar

Polopřímka AB je množina všech bodů v prostoru E_3 , která obsahuje všechny body úsečky AB a všechny body X, pro které platí, že bod B leží mezi body A, X. Bod A nazýváme počátek polopřímky, bod B je vnitřní bod polopřímky. Polopřímku s počátkem A a vnitřním bodem B označujeme \overrightarrow{AB} (obr. 4).



obr. 4: Polopřímka

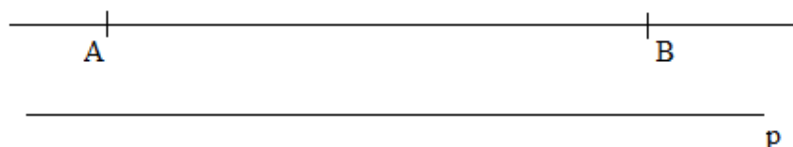
Opačné polopřímky mají společný počáteční bod. Polopřímky AB a AC jsou navzájem opačné právě tehdy, když bod A leží mezi body B, C. Bod A je průnik polopřímek (obr. 5).



obr. 5: Opačné polopřímky

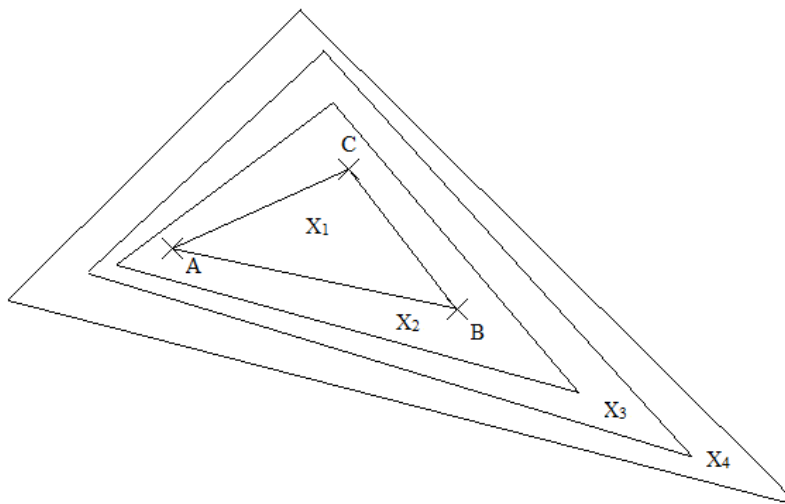
Přímku (obr. 6) označujeme obvykle písmenem malé latinské abecedy např.: a, b, c, ... nebo dvojicí bodů na přímce: přímka AB, přímka KL, přímka MN, ... popřípadě symbolicky \overleftrightarrow{AB} , \overleftrightarrow{KL} , \overleftrightarrow{MN} , ... Přímku AB můžeme vymežit dvěma způsoby:

- V prostoru E_3 jsou dány body A, B. Sjednocení polopřímek AB a BA nazýváme přímku AB, tedy $\overrightarrow{AB} \cup \overrightarrow{BA} = \overleftrightarrow{AB}$.
- V E_3 jsou dány dva různé body A, B. Množinu všech takových bodů X, pro které platí, že body A, B, X leží v úsečce, nazýváme přímka AB.



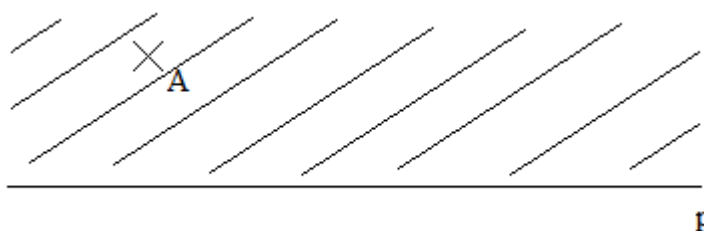
obr. 6: Přímka

V prostoru E_3 jsou dány tři body A, B, C. **Rovina ABC** se nazývá množina všech bodů X v prostoru E_3 právě tehdy, když existuje trojúhelník, kterému náleží body A, B, C, X (obr. 7). Rovinu ABC označujeme symbolicky \overleftrightarrow{ABC} .



obr. 7: Rovina

Přímka $p = \overleftrightarrow{AB}$ dělí rovinu na dvě navzájem opačné poloroviny se společnou hraniční polopřímkou AB. Je-li bod X vnitřní bod poloroviny, potom tuto polorovinu značíme \overrightarrow{ABX} . Opačná polorovina k polorovině ABX se značí \overleftarrow{ABX} . Uvedenou polorovinu ABX můžeme také označit symbolem \overrightarrow{pA} (obr. 8) a vymezit ji následujícím způsobem: Je dána přímka p a bod A, který na ní neleží. Polorovinou \overrightarrow{pA} nazýváme množinu všech bodů X roviny α pro které platí, že mezi body A, X neleží žádný bod přímky p.



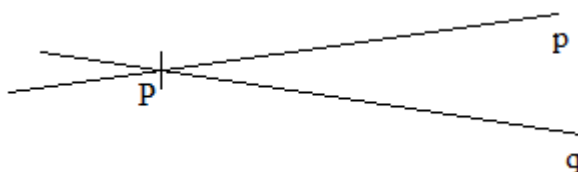
obr. 8: Polorovina

2.1. Vzájemná poloha přímek a rovin

2.1.1. Vzájemná poloha dvou přímek

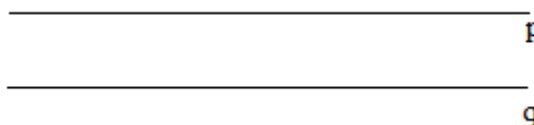
Jestliže p , q jsou dvě přímky v prostoru E_3 , pak nastane právě jeden z těchto případů:

- a) přímky p , q jsou různoběžné, mají jeden společný bod – průsečík. Symbolicky značíme $p \times q$ (obr. 9).



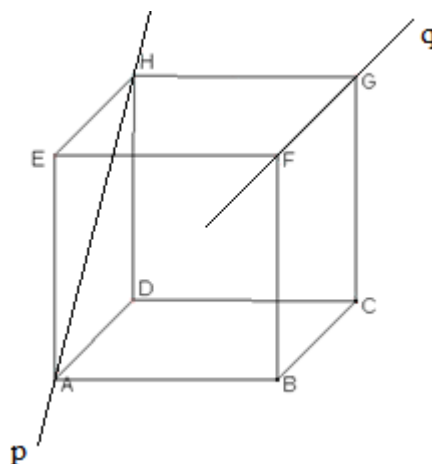
obr. 9: Různoběžky p , q

- b) přímky p , q jsou rovnoběžné, nemají žádný společný bod a leží v jedné rovině. Symbolicky značíme $p \parallel q$ (obr. 10).



obr. 10: Rovnoběžky p , q

- c) přímky p , q jsou mimoběžné, nemají žádný společný bod a neleží v jedné rovině (obr. 11).

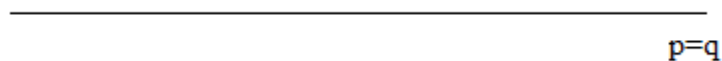


obr. 11: Mimoběžky p , q

In: Matematika pro každého [online]. © 2008 - 2010 maths.cz. Dostupné z:

<http://maths.cz/obrazky/127.png>

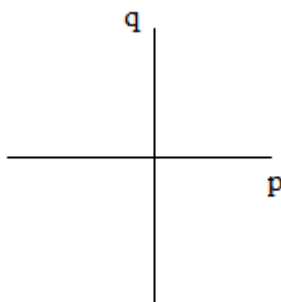
- d) přímky p , q splývají, mají nekonečně mnoho společných bodů. Symbolicky značíme $p=q$ (obr. 12).



obr. 12: Přímky p , q splývají

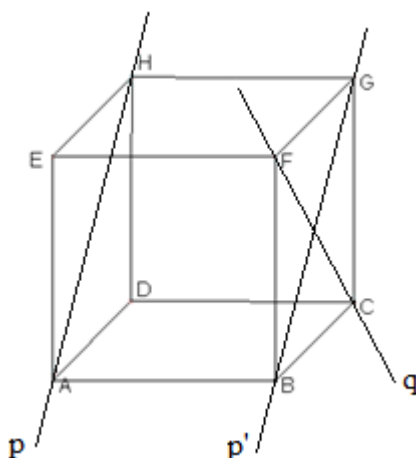
Můžeme tedy říci, že různoběžky jsou dvě přímky p , q , které mají společný právě jeden bod. Speciálním případem různoběžek jsou kolmice. Rozeznáváme kolmé různoběžky a kolmé mimoběžky:

- a) Různoběžky p , q jsou k sobě kolmé ($p \perp q$) právě tehdy, když svírají alespoň jeden pravý úhel, tedy úhel o velikosti 90° (obr. 13).



obr. 13: Kolmé různoběžky p , q , pravý úhel 90°

- b) Mimoběžky p , q jsou k sobě kolmé právě tehdy, když existuje přímka p' rovnoběžná s přímkou p taková, že přímky p , q jsou kolmé různoběžky (obr. 14).

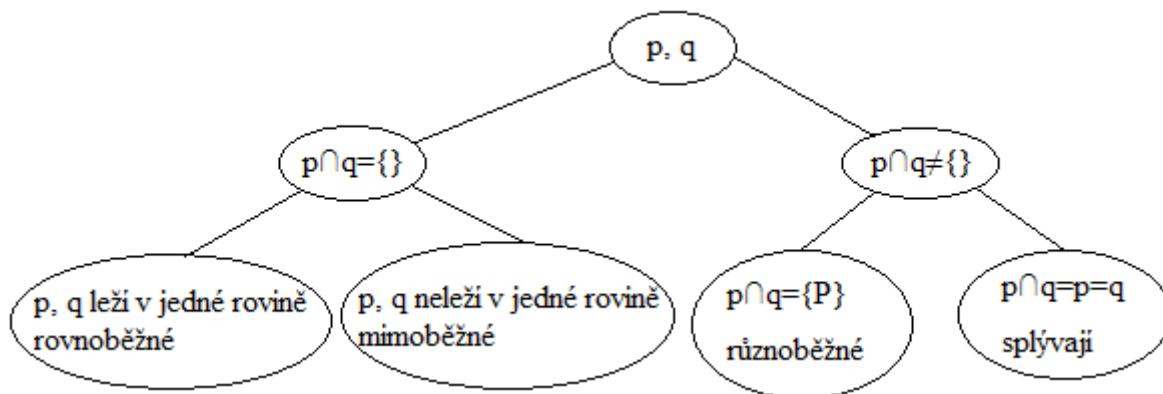


obr. 14: Kolmé mimoběžky p , q

In: Matematika pro každého [online]. © 2008 - 2010 maths.cz. Dostupné z:

<http://maths.cz/obrazky/127.png>

Vzájemnou polohu dvou přímek můžeme znázornit pomocí stromu logických možností (obr. 15).

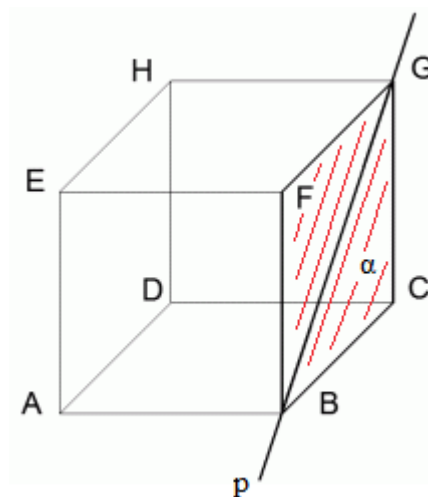


obr. 15: Strom logických možností

2.1.2. Vzájemná poloha přímky a roviny

Je dána přímka p a rovina α . Pak nastane právě jeden z těchto případů:

- a) přímka p leží v rovině α , přímka p a rovina α mají nekonečně mnoho společných bodů (obr. 16),

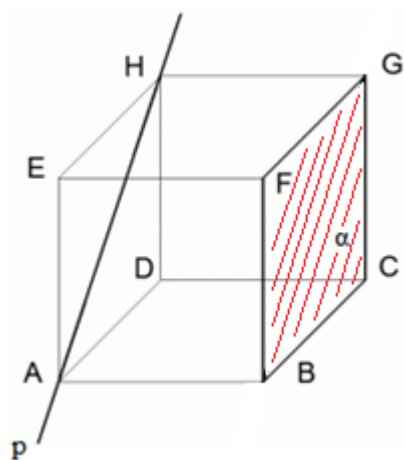


obr. 16: Přímka p leží v rovině α

In: VOŠ, SPŠE Plzeň [online]. ©2011 Michal Pekovič. Dostupné z:

<http://stereometrie.webz.cz/par.html>

- b) přímka p je rovnoběžná s rovinou α , přímka p a rovina α nemají žádný společný bod (obr. 17),

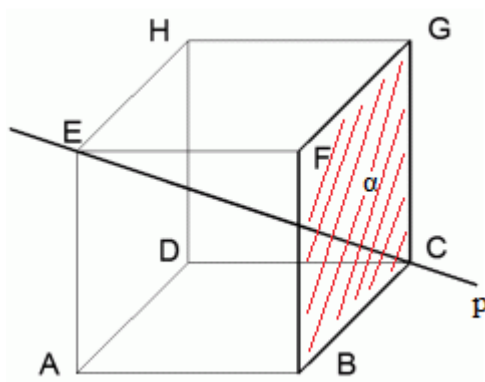


obr. 17: Přímka p je rovnoběžná s rovinou α

In: VOŠ, SPŠE Plzeň [online]. ©2011 Michal Pekovič. Dostupné z:

<http://stereometrie.webz.cz/par.html>

- c) přímka p je různoběžná s rovinou α , přímka p a rovina α mají společný právě jeden bod, který se nazývá průsečík (obr. 18).



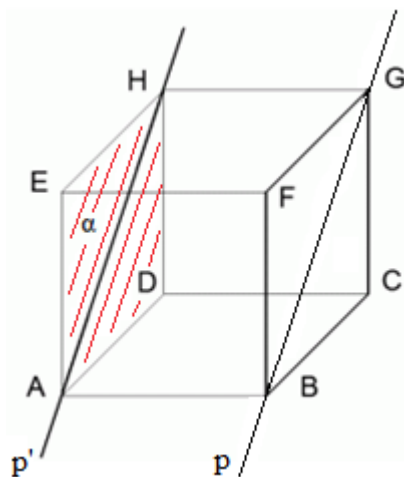
obr. 18: Přímka p je různoběžná s rovinou α

In: VOŠ, SPŠE Plzeň [online]. ©2011 Michal Pekovič. Dostupné z:

<http://stereometrie.webz.cz/par.html>

Nyní uvedu definici přímky rovnoběžné s rovinou: Přímka je rovnoběžná s rovinou právě tehdy, když je rovnoběžná se všemi přímkami dané roviny.

V praxi však není možné, abychom zjišťovali rovnoběžnost dané přímky se všemi přímkami dané roviny. Proto využíváme kritérium rovnoběžnosti přímky a roviny: Říkáme, že přímka p je rovnoběžná s rovinou α , jestliže je rovnoběžná s jednou přímkou roviny α (obr. 19).



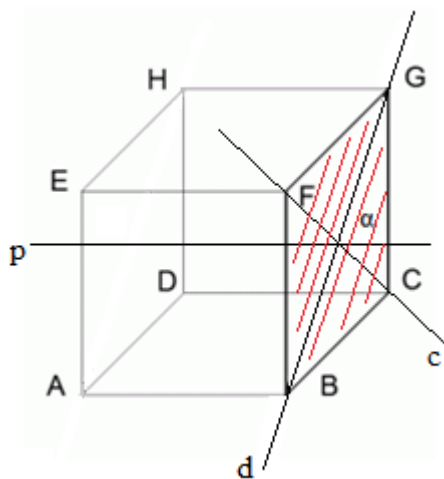
obr. 19: Kritérium rovnoběžnosti přímky p s rovinou α

In: VOŠ, SPŠE Plzeň [online]. ©2011 Michal Pekovič. Dostupné z:

<http://stereometrie.webz.cz/par.html>

Podobně lze definovat kolmost přímky k rovině: Přímka p je kolmá k rovině α právě tehdy, když je kolmá ke všem přímkám této roviny.

V praxi však využíváme kritérium kolmosti přímky a roviny: Říkáme, že přímka p je kolmá k rovině α , právě tehdy, když je kolmá ke dvěma různoběžkám této roviny (obr. 20).

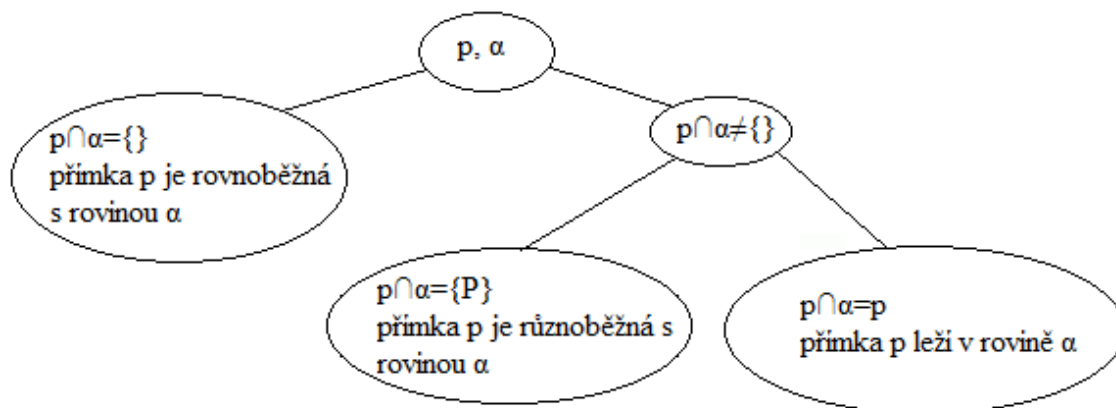


obr. 20: Kritérium kolmosti přímky p s rovinou α

In: VOŠ, SPŠE Plzeň [online]. ©2011 Michal Pekovič. Dostupné z:

<http://stereometrie.webz.cz/par.html>

Vzájemnou polohu přímky a roviny můžeme znázornit pomocí stromu logických možností (obr. 21).

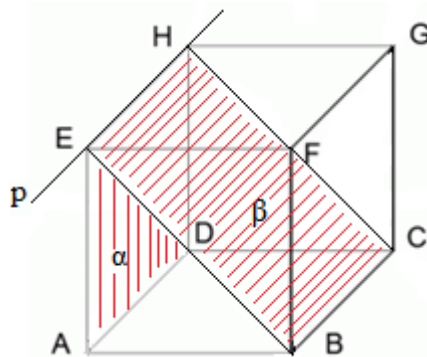


obr. 21: Strom logických možností

2.1.3. Vzájemná poloha dvou rovin

Pro roviny α a β mohou nastat tyto vzájemné polohy:

- a) roviny α a β jsou různoběžné, mají společnou právě jednu přímku, tzv. průsečnici. Symbolicky značíme $\alpha \times \beta$ (obr. 22).

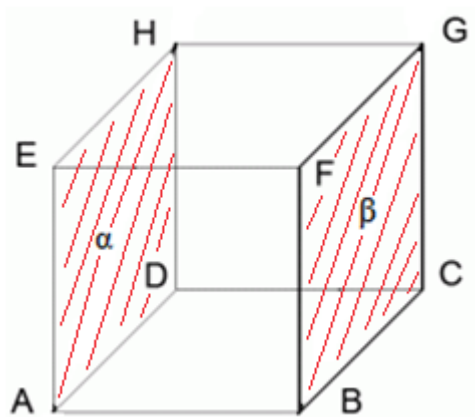


obr. 22: Roviny α a β jsou různoběžné

In: VOŠ, SPŠE Plzeň [online]. ©2011 Michal Pekovič. Dostupné z:

<http://stereometrie.webz.cz/par.html>

- b) roviny α a β jsou rovnoběžné, nemají žádný společný bod. Symbolicky značíme $\alpha \parallel \beta$ (obr. 23).

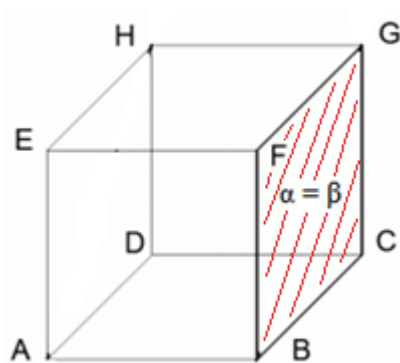


obr. 23: Roviny α a β jsou rovnoběžné

In: VOŠ, SPŠE Plzeň [online]. ©2011 Michal Pekovič. Dostupné z:

<http://stereometrie.webz.cz/par.html>

- c) roviny α a β splývají, mají nekonečně mnoho společných bodů, které tvoří rovinu. Symbolicky značíme $\alpha = \beta$ (obr. 24).

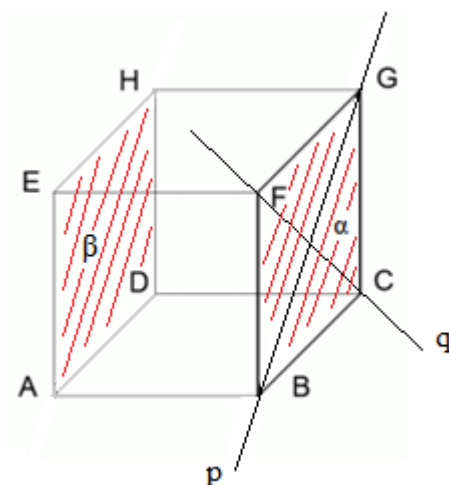


obr. 24: Roviny α a β splývají

In: VOŠ, SPŠE Plzeň [online]. ©2011 Michal Pekovič. Dostupné z:

<http://stereometrie.webz.cz/par.html>

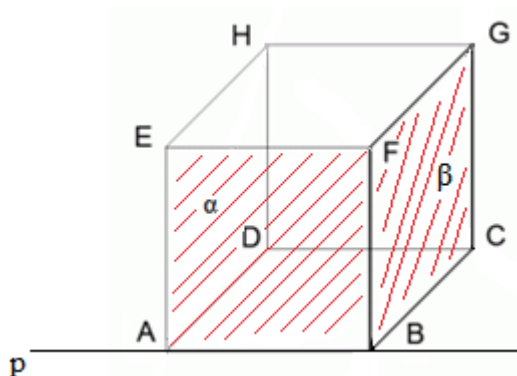
Při zjišťování rovnoběžnosti dvou rovin vycházíme z následujícího kritéria: Říkáme, že rovina α je rovnoběžná s rovinou β právě tehdy, když v rovině α leží dvě různoběžné přímky p, q , které jsou rovnoběžné s rovinou β (obr. 25).



obr. 25: Kritérium rovnoběžnosti dvou rovin α a β

In: VOŠ, SPŠE Plzeň [online]. ©2011 Michal Pekovič. Dostupné z:
<http://stereometrie.webz.cz/par.html>

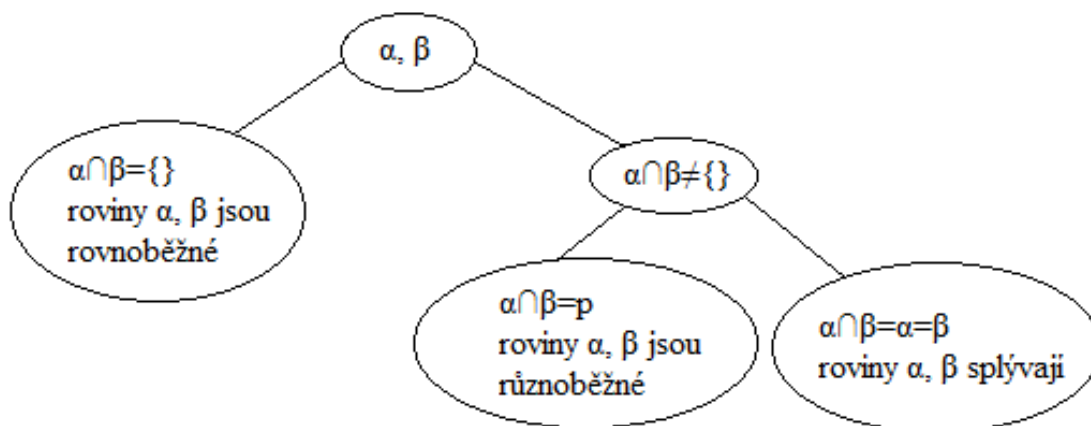
Podobně pro kolmost dvou rovin platí kritérium: Říkáme, že rovina α je kolmá k rovině β právě tehdy, když v rovině α existuje přímka p kolmá k rovině β (obr. 26).



obr. 26: Kritérium kolmosti dvou rovin α a β

In: VOŠ, SPŠE Plzeň [online]. ©2011 Michal Pekovič. Dostupné z:
<http://stereometrie.webz.cz/par.html>

Vzájemnou polohu dvou rovin můžeme znázornit pomocí stromu logických možností (obr. 27).



obr. 27: Strom logických možností

2.2. Geometrické pojmy v matematice 1. stupně

Pro vytváření základních geometrických pojmů je důležitá abstrakce. Abstrakce je členěna do několika stupňů. V prvním stupni abstrakce se utváří pojem úsečka, čtverec apod. Na tento stupeň navazují stupně vyšší, ve kterých se utváří pojmy např. přímka, rovina apod.

Na 1. stupni základní školy probíhá především první stupeň abstrakce v oblasti geometrie, i přesto, že se žáci seznamují i s dalšími pojmy. Žáci vycházejí z pozorování reálných situací, modelují je, experimentují a docházejí k jednoduchým prostorovým vztahům. Dětské představy se postupně rozvíjejí a upřesňují.

Při vyučování geometrie je důležité zvolit vhodné metody a formy práce tak, aby se žáci neučili jen názvům a obrazům geometrických útvarů. Při zavádění nového pojmu nám jde o to, aby porozuměli samotnému pojmu, uměli ho uvědoměle a správně používat při verbálním, grafickém zobrazení, ale také při modelování, jde o takzvanou aktivní znalost pojmu. Pro správné používání pojmů je důležité, aby se žáci správně vyjadřovali.

Nové geometrické pojmy zavádíme pomocí praktických činností, pozorováním nebo experimentováním. O správném pochopení pojmu se učitel musí přesvědčovat tak, že žáci daný pojem demonstrují, modelují na předmětech ve svém okolí a během těchto činností správně používají slovní označení.

Žák se v průběhu 1. stupně základní školy seznámí s několika geometrickými pojmy. V 1. ročníku se žáci učí rozeznávat geometrické útvary – čtverec, kruh, trojúhelník a obdélník, učí se je i pojmenovávat. Ve 2. ročníku se žáci seznamují s pojmy bod, úsečka,

krajní body úsečky. Ve 3. až 5. ročníku žáci poznají pojmy polopřímka, počátek polopřímky, opačné polopřímky, přímka, různoběžky, shodnost úseček, střed úsečky, délka úsečky, grafický součet a rozdíl úseček, trojúhelník, čtyřúhelník, čtverec, obdélník, vrchol, strana, kruh, kružnice, střed, poloměr, průměr, obvod trojúhelníku. Seznamují se také s pojmy pravý úhel, rovnoběžky, kolmice, rovnoběžník, obvod a obsah pravoúhelníku, krychle, kvádr, hranol, jehlan, koule, válec, síť krychle, kvádrů a jehlanů. (Divíšek, 1989)

Vzhledem k tématu diplomové práce se v následujícím textu budeme zabývat pouze učivem týkajícím se vzájemné polohy přímek v rovině.

2.2.1. Různoběžky

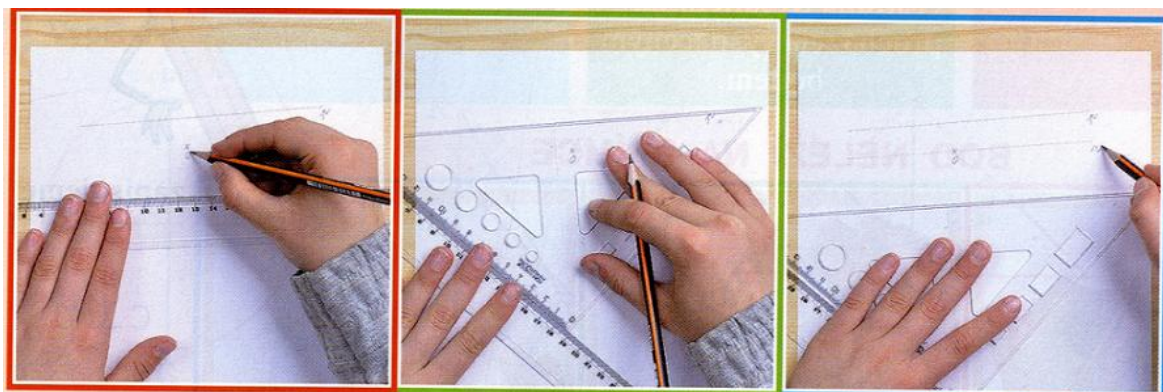
Různoběžky zavádíme jako přímky, které mají společný jeden bod, který nazýváme průsečík. Pro lepší představivost předvedeme pomocí dvou tužek, které nesvírají pravý úhel. Necháme žáky vyhledávat různoběžky ve třídě, můžeme poskytnout špejle nebo bavlnku, aby si mohli různoběžky znázornit.

Různoběžky učíme rýsovat pomocí jednoho pravítka. Narýsujeme podle pravítka přímku, k té sestrojíme libovolnou přímku tak, aby měla s první společný právě jeden bod. Žáci si osvojují konstrukci libovolných různoběžek, poté se učí rýsovat různoběžku daným bodem.

2.2.2. Rovnoběžky

Rovnoběžky zavádíme jako přímky, které nemají žádný společný bod, můžeme ukázat např. na čtverci – protější strany nemají žádný společný bod a ani po prodloužení na přímky, na kterých strany leží, by žádný společný bod nevznikl. V tomto případě se tyto přímky nikdy neprotnou. Pro lepší představivost můžeme uvést příklad kolejí, ty se nikdy neprotnou a mají stále stejnou vzdálenost. Pro ověření, zda se žáci seznámili s pojmem, necháme žáky vyhledat rovnoběžky ve svém okolí – protější hrany lavice, dveří, obrazů, učebnice, knih, ...

Rovnoběžky učíme rýsovat pomocí dvou pravítek, alespoň jedno z pravítek musí být trojúhelník s ryskou. Nejdelší stranu trojúhelníkového pravítka přiložíme přesně k dané přímce, druhé pravítko těsně k jedné z kratších stran trojúhelníkového pravítka. Druhé pravítko pevně přitiskneme na papír a první pravítko posouváme po jeho straně až k místu, kde potřebujeme udělat rovnoběžnou přímku. Přitiskneme trojúhelníkové pravítko a narýsujeme rovnoběžku (obr. 28).



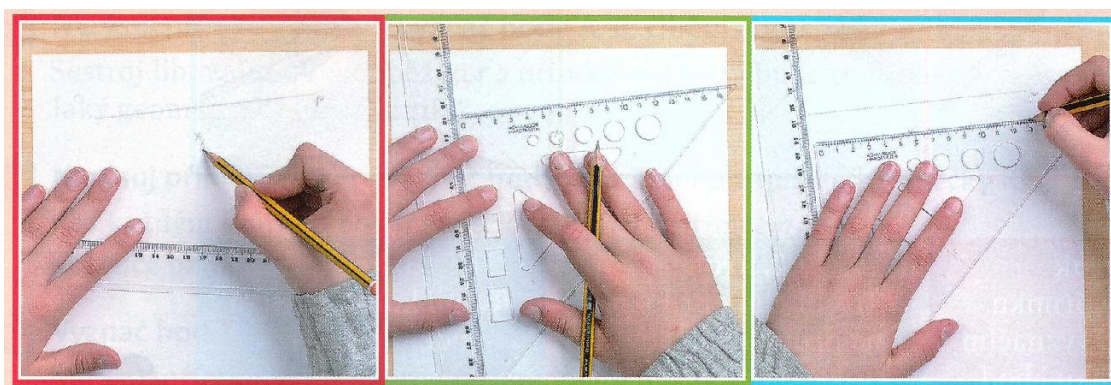
obr. 28: Rýsování rovnoběžek

PĚCHOUČKOVÁ, Šárka, Marie KOZLOVÁ a Alena RAKOUŠOVÁ. *Matematika 4: pro 4. ročník základní školy*. 1. vyd. Plzeň: Fraus, 2014, 4 sv.

ISBN 978-80-7489-029-1, str. 77.

Při rýsování dbáme na to, aby se při posouvání pravítka, které je přiložené, nepohnulo. Žáci si nejprve osvojují konstrukci libovolných rovnoběžek, poté se učí rýsovat rovnoběžnou přímku, která prochází daným bodem nebo v určité vzdálenosti od dané přímky.

Jiný postup rýsování rovnoběžek je na obr. 29. Při konstrukci používáme trojúhelníkové pravítko a přímé pravítko. Kratší stranu trojúhelníkového pravítka přiložíme k dané přímce, přímé pravítko přiložíme k druhé kratší straně trojúhelníkového pravítka. Trojúhelníkové pravítko posouváme až k místu, kde potřebujeme udělat rovnoběžnou přímkou.



obr. 29: Rýsování rovnoběžek

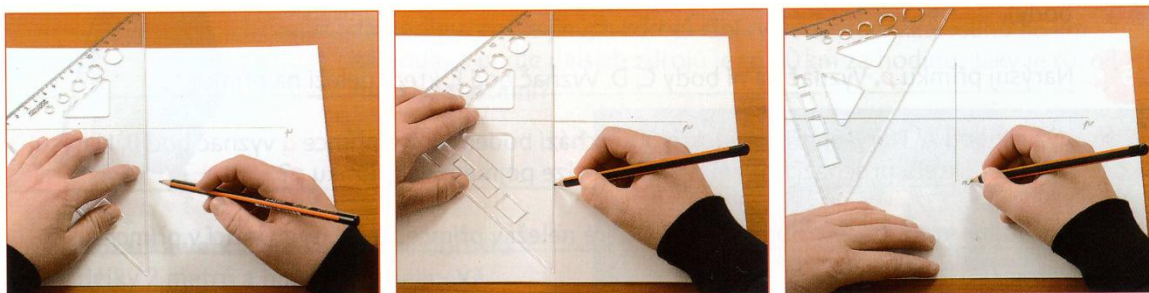
PĚCHOUČKOVÁ, Šárka, Marie KOZLOVÁ a Alena RAKOUŠOVÁ. *Matematika 4: pro 4. ročník základní školy*. 1. vyd. Plzeň: Fraus, 2014, 4 sv.

ISBN 978-80-7489-029-1, str. 77.

2.2.3. Kolmice

Kolmice zavádíme jako přímky, které mají právě jeden společný bod a svírají spolu pravý úhel, můžeme ukázat např. na čtverci – vedlejší strany mají po prodloužení společný právě jeden bod a svírají mezi sebou pravý úhel. Jako ukázkou můžeme použít vedlejší strany listu papíru, vedlejší hrany stolu nebo obrazu. Abychom ověřili, zda si žáci osvojili pojem kolmice, necháme je vyhledat v okolí příklady kolmic.

Kolmice učíme rýsovat pomocí jednoho pravoúhlého trojúhelníku s ryskou. Narýsujeme si libovolnou přímku, na ni přiložíme rysku pravítka a narýsujeme kolmici. Při rýsování dbáme na to, aby se ryska přiložená na přímku nepohnula. Žáci si nejprve osvojují konstrukci libovolných kolmic, následuje osvojování konstrukce kolmice daným bodem (obr. 30).



obr. 30: Rýsování kolmých různoběžek. KOZLOVÁ, Marie, Šárka PĚCHOUČKOVÁ a Alena RAKOUŠOVÁ. *Matematika 3 se Čtyřlístkem: pro 3. ročník základní školy*. 1. vyd.

Plzeň: Fraus, 2013, 4 sv. ISBN 978-80-7238-581-2, str. 92.

3 Sbíрка úloh

Cílem praktické části bylo vytvořit sbírku úloh k danému tématu, úlohy aplikovat na základní škole a provést reflexi žáků. Sbíрка obsahuje několik částí, jednotlivé části jsem zaměřila na různé metody a formy práce. Využila jsem kinezi, manipulaci s předměty, práci s papírem a práci s rýsovacími potřebami.

Část zabývající se kinezí, manipulací s předměty a prací s papírem předcházela části využívající rýsovací potřeby. Pojala jsem ji jako motivaci, osvojení a seznámení s danými pojmy potřebnými k rýsování a práci s rýsovacími potřebami.

Kinezi jsem věnovala samotnému pohybu žáků po třídě a vžití se do situace. Manipulaci s předměty jsem orientovala na použití špejli a plastelíny, ale také jsem využila provázek. Práce s papírem byla spíše opakováním a upevněním předchozích dvou metod práce.

Část využívající rýsovací potřeby má celkem 10 úloh, které jsou seřazeny vzestupně podle obtížnosti. První úloha se týká pojmů přímka a bod. Tento typ úlohy jsem zvolila proto, abych zjistila, zda se žáci orientují v základních pojmech přímka, bod. Druhá a třetí úloha je zaměřena na různoběžky. Ve druhé úloze nejprve žáci vyznačí bod a poté narýsují různoběžné přímky, které bodem procházejí. Ve třetí úloze žáci narýsují tři různoběžné přímky tak, aby každé dvě měly jeden společný bod, a nakonec určují vzájemnou polohu přímek. Čtvrtá úloha je věnována určení vzájemné polohy přímek ve třech případech. Úloha pátá a šestá jsou zaměřeny na rovnoběžky (sestrojení rovnoběžné přímky k dané přímce, sestrojení dvou různých rovnoběžek ke dvěma různoběžným přímkám). Poslední čtyři úlohy byly věnovány kolmicím (rýsování libovolných kolmic k dané přímce, rýsování kolmic body ležícími na přímce, rýsování kolmic procházejících body, které na dané přímce neleží).

Všechny úlohy ze sbírky jsem aplikovala v průběhu pedagogické praxe na 2. ZŠ v Plzni ve 4. ročníku u Mgr. Bradové během hodiny matematiky. Součástí školní budovy této základní školy je křídlo se školní družinou, jídelnou a křídlo s tělocvičnou. Mezi křídly se nachází atrium, kde mohou žáci trávit přestávky, anebo zde probíhá výuka. V roce 2009–2010 proběhlo rozšíření a modernizace školy. Byly vybudovány nové učebny, knihovna s infocentrem a pedagogicko-psychologická poradna. Díky výtahu je do školy zajištěn bezbariérový přístup. V budově školy se nachází 27 učeben, z toho 5 odborných – počítačová učebna, jazyková učebna, učebna hudební a výtvarné výchovy a laboratoř

chemie a fyziky. Školu k září 2013 navštívilo 561 žáků. Žáci si zde mohou dle zájmu vybírat z několika povinných volitelných předmětů a odpoledne mohou trávit v zájmových kroužcích. Škola používá moderní technologie a do výuky zařazuje hry. (<http://www.zs2.plzen.eu/>)

Ve třídě 4. A byli celkem čtyři žáci s individuálním vzdělávacím plánem. Dva žáci měli diagnostikovanou dyskalkulii a při hodinách používali tabulku s malou násobilkou, metr jako osu pro představu čísla na číselné ose a další přehledy, které zrovna potřebovali k probíranému učivu. Třetí žák je nadaný a na hodiny matematiky chodil do 5. ročníku. Čtvrtý žák s individuálním vzdělávacím plánem měl pomalejší tempo ve všech předmětech.

Při popisu kineze, manipulace s předměty a práce s papírem jsem využila jednotného systému. Jako první jsem zmínila zadání jednotlivých úloh, poté použité pojmy (termíny, které jsou uvedeny v zadání) a naposled cíl úlohy. V závěrečném vyhodnocení jsem se věnovala průběhu jednotlivých částí, zhodnocení všech úloh, reflexi a sebereflexi.

Úlohy z části sbírky zaměřené na práci s rýsovacími potřebami jsou popsány také jednotným způsobem. Nejprve je zmíněno zadání úlohy, následují použité pojmy (tímto termínem jsem označila pojmy, které jsou uvedené v zadání), v neposlední řadě je zmíněn cíl každé úlohy a nakonec jsem se zaměřila na samotné vyhodnocení každé úlohy. Zde jsem se věnovala tomu, kde mohla nastat případná chyba a celkovému zhodnocení úkolu. Zadání deseti úloh dostalo celkem 20 žáků z toho 9 dívek a 11 chlapců. Po rozdání pracovních listů měli žáci za úkol si tuto část sbírky úloh přečíst a v případě nepochopení některé z úloh se přihlásit. Poté jsme si společně zadání vysvětlili, aby všichni rozuměli této části sbírky. Následovala samostatná práce, po každé úloze jsem vyvolala jednoho žáka, který danou úlohu narýsoval na tabuli pro kontrolu všem žákům. Tuto část sbírky jsme stihli dokončit za jednu vyučovací hodinu matematiky.

4 Analýza jednotlivých úloh

4.1. Kineze

Úloha č. 1

Zadání: Víte, co je vzájemná poloha přímek?

Použité pojmy: vzájemná poloha přímek

Cíl: Orientace v pojmech různoběžka, rovnoběžka a kolmice.

Úloha č. 2

Zadání: Pomocí svého těla vytvoř bod.

Použité pojmy: bod

Cíl: Orientace v pojmu bod.

Úloha č. 3

Zadání: Pomocí svého těla ztvárněte úsečku.

Použité pojmy: bod, úsečka

Cíl: Orientace v pojmech bod a úsečka.

Úloha č. 4

Zadání: Pomocí svého těla udělejte polopřímku.

Použité pojmy: bod, polopřímka

Cíl: Orientace v pojmech bod a polopřímka.

Úloha č. 5

Zadání: Pomocí svého těla předved'te různoběžky.

Použité pojmy: bod, přímka, různoběžné přímky

Cíl: Orientace v pojmech bod, přímka a různoběžné přímky.

Úloha č. 6

Zadání: Pomocí svého těla znázorněte rovnoběžky.

Použité pojmy: přímka, rovnoběžné přímky

Cíl: Orientace v pojmech přímka a rovnoběžné přímky.

Úloha č. 7

Zadání: Pomocí svého těla vytvořte kolmé různoběžky.

Použité pojmy: bod, přímka, kolmé různoběžky

Cíl: Orientace v pojmech bod, přímka a kolmé různoběžky.

Vyhodnocení: Kinezi jsem zvolila jako motivaci a pro lepší představivost tohoto tématu. Žáků jsem se zeptala, zda ví, co je vzájemná poloha přímek, jestli tento pojem znají. Někteří věděli, jiní si vzpomněli po té, co jsme si řekli, co to vzájemná poloha přímek je.

Nejprve jsme si zopakovali základní pojmy – bod, úsečka, přímka, polopřímka, různoběžky, rovnoběžky, kolmice a průsečík. Žáky jsem nechala porozhlédnout se po třídě, zda objeví některý z daných pojmů. Ukázali jsme si kolmice – vedlejší strany tabule, stolu, obrazu, knihy; rovnoběžky – protější strany tabule, stolu, obrazu, knihy; průsečík jsme si znázornili na protnutých vedlejších stranách tabule. Přímku také na jedné straně tabule. Díky těmto ukázkám jsme se shodli, že geometrické útvary a již zopakované pojmy se vyskytují všude kolem nás.

Následně jsme přešli k samotné kinezi. Jako první jsem zadala žákům úkol udělat ze sebe bod. Někdo si sedl na bobek, někdo zůstal stát, ale důležité bylo, aby byl každý samostatně. Každý žák představoval jeden bod.

Dále měli žáci ztvárnit úsečku, někteří váhali, ale když viděli jednu dvojici ze třídy, všichni se hned zapojili. Celá třída zvolila jako krajní body sebe samotné a spojili se jednou rukou se spolužákem, tím vznikla úsečka.

Znázornění polopřímky probíhalo obdobným způsobem, jen s tou výjimkou, že jeden žák představoval krajní bod a druhý musel svou druhou rukou naznačit „prodloužení“.

V neposlední řadě jsme se věnovali vzájemné poloze dvou přímek, kdy jsme začali se znázorněním různoběžek. Úkol děti opět plnily ve dvojicích. Každý žák po upažení představoval jednu přímku a se spolužákem ztvárnili různoběžky, které mají jeden společný bod, někteří měli společný bod takový, že si překřížili ruce, jiní ruce sice nepřekřížili, ale pokud bychom tyto „lidské“ přímky prodloužili, měli by jeden bod společný.

Následovalo znázornění rovnoběžek. Opět každý žák představoval jednu přímku, se spolužákem vytvořili rovnoběžky tak, že si stoupli před sebe a upažili. Neměli žádný společný bod. Zde jsem se žáků zeptala, zda musí být pouze ve dvojicích, sami přišli na to,

že nemusí, že si mohou stoupnout do zástupu jeden za druhého a upažit. Tím, že se postavili do zástupu, vzniklo 20 rovnoběžek tvořených ze samotných žáků.

Jako poslední úkol jsem zadala ztvárnění kolmých různoběžek. Žáci utvořili dvojice a začali vymýšlet, jak kolmice představí. Zvolili upažení rukou, tím ze sebe udělali pomyslné přímky, jeden z dvojice zůstal stát a druhý si k němu stoupl bokem. Překřížili si ruce a tím ztvárnili kolmé přímky.

Celou tuto část bych zhodnotila jako zdařilou, žáci si zopakovali základní pojmy a osvojili si je tím, že se mohli „vžít do jednotlivých přímek a bodů“. Myslím si, že si díky těmto zážitkům vše lépe zapamatují a vštípí do paměti. Když jsem se žáků zeptala, jak se jim aktivita líbila či nelíbila, všichni se shodli na tom, že se jim hraní na přímky líbilo. Ti, kteří v tématu měli nejasnosti, si je urovnali a poznali, jak mají jednotlivé pojmy a vzájemné polohy přímek vypadat.

4.2. Manipulace s předměty

Úloha č. 1

Zadání: Pomocí plastelíny vytvoř bod.

Použité pojmy: bod

Cíl: Orientace v pojmu bod.

Úloha č. 2

Zadání: Pomocí špejle a plastelíny utvoř úsečku.

Použité pojmy: bod, úsečka

Cíl: Orientace v pojmech bod a úsečka.

Úloha č. 3

Zadání: Pomocí špejlí a plastelíny vytvoř polopřímku.

Použité pojmy: bod, polopřímka

Cíl: Orientace v pojmech bod a polopřímka.

Úloha č. 4

Zadání: Pomocí špejlí a plastelíny znázorni různoběžky.

Použité pojmy: bod, přímka, různoběžné přímky

Cíl: Orientace v pojmech bod, přímka a různoběžné přímky.

Úloha č. 5

Zadání: Pomocí špejlí vytvoř rovnoběžky.

Použité pojmy: přímka, rovnoběžné přímky

Cíl: Orientace v pojmech přímka a rovnoběžné přímky.

Úloha č. 6

Zadání: Pomocí špejlí a plastelíny utvoř kolmé různoběžky.

Použité pojmy: bod, přímka, kolmé různoběžky

Cíl: Orientace v pojmech bod, přímka a kolmé různoběžky.

Úloha č. 7

Zadání: Pomocí provázku vytvořte úsečku.

Použité pojmy: bod, úsečka

Cíl: Orientace v pojmech bod a úsečka.

Úloha č. 8

Zadání: Pomocí provázků ztvárněte různoběžky.

Použité pojmy: bod, přímka, různoběžné přímky

Cíl: Orientace v pojmech bod, přímka a různoběžné přímky.

Úloha č. 9

Zadání: Pomocí provázků utvořte rovnoběžky.

Použité pojmy: přímka, rovnoběžné přímky

Cíl: Orientace v pojmech přímka a rovnoběžné přímky.

Úloha č. 10

Zadání: Pomocí provázků udělejte kolmice.

Použité pojmy: bod, přímka, kolmé různoběžky

Cíl: Orientace v pojmech bod, přímka a kolmé různoběžky.

Vyhodnocení: Pro manipulaci s předměty jsem vybrala několik pomůcek – špejle, plastelínu, provázek. Pomocí špejle a plastelíny měli žáci vytvořit zadané pojmy.

První vytvořili bod – bod udělali jako kuličku plastelíny. Úsečku vytvořili z kousku špejle a na její konce připevnili kuličky plastelíny, které představovaly krajní body úsečky.

Polopřímku žáci udělali z úsečky tak, že na jeden krajní bod připevnili další špejli. Různoběžky znázornili pomocí překřížených špejlí. Místo, kde se špejle zkřížily, spojili plastelínou. Rovnoběžky vytvořili pouze za pomoci dvou špejlí, které položili vedle sebe tak, aby neměly žádný společný bod. Nakonec utvořili kolmice, na které potřebovali dvě špejle a kuličku plastelíny. Špejle mezi sebou svíraly pravý úhel s vrcholem v místě označeném plastelínou.

Po manipulaci se špejlemi jsme si vyzkoušeli práci s provázkem. Vybrala jsem dva žáky, kteří šli před tabulí, aby před třídou demonstrovali úsečku, různoběžky, rovnoběžky a kolmice. Oba žáci dostali do ruky jeden konec provázku. Na začátku jsem nechala žáky stát blíže k sobě, aby byl provázek prověšený a zeptala jsem se, zda se jedná o úsečku. Někteří žáci váhali, jiní tvrdili, že ano, ostatní, že ne. Proto jsem žákům vysvětlila, že úsečka je nejkratší vzdálenost mezi dvěma body a pro lepší představivost jsem provázek mezi dvěma žáky natáhla tak, aby byl úplně napnutý. Znovu jsem položila otázku, zda se jedná o úsečku. Celá třída odpověděla, že ano. Dále jsem přizvala další dva žáky, aby byli před tabulí celkem čtyři. Obě dvojice dostaly jeden provázek, každý držel jeden konec. Nejprve měly dvojice vytvořit různoběžky, provázky zkřížily na jednom libovolném místě. Pro znázornění rovnoběžek drželi žáci provázek vodorovně pod sebou. Kolmice následně vytvořili tak, že jedna z dvojic držela provázek napnutý vodorovně, druhá napnula provázek svisle a přiložila ho k provázku, který držela první dvojice, a to tak, aby byl mezi provázky pravý úhel.

Manipulaci s předměty bych vyhodnotila také jako povedenou, nikdo z žáků neměl problém s prací se špejlemi a plastelínou. Pravděpodobně to bylo tím, že jsme vše nejprve procvičili a žáci si všechno zažili na vlastní kůži. Měli již utvořenou představu o tom, jak má vše vypadat. V reflexi neměl nikdo žádné připomínky, ba naopak byly kladné ohlasy za zábavné provedení.

4.3. Práce s papírem

Úloha č. 1

Zadání: Překládáním papíru vymodeluj přímky, které procházejí jedním bodem.

Použité pojmy: bod, přímka

Cíl: Orientace v pojmech bod a přímka.

Úloha č. 2

Zadání: Zmáčknutím papíru vyznač bod, který se nachází uprostřed papíru.

Použité pojmy: bod

Cíl: Orientace v pojmu bod.

Úloha č. 3

Zadání: Překládáním a zaráhování papíru vymodeluj různoběžky.

Použité pojmy: bod, přímka, různoběžné přímky

Cíl: Orientace v pojmech bod, přímka a různoběžné přímky.

Úloha č. 4

Zadání: Překládáním a zaráhování papíru vymodeluj rovnoběžky.

Použité pojmy: přímka, rovnoběžné přímky

Cíl: Orientace v pojmech přímka a rovnoběžné přímky.

Úloha č. 5

Zadání: Překládáním a zaráhování papíru vymodeluj kolmice.

Použité pojmy: bod, přímka, kolmé různoběžky

Cíl: Orientace v pojmech bod, přímka a kolmé přímky.

Vyhodnocení: Žáci úkoly z této oblasti hodnotili kladně, ale nezaujaly je tak, jako úkoly z předchozích dvou oblastí, které hodnotili jako zábavné. Při práci s papírem si prý pouze vyzkoušeli již získané vědomosti a zkušenosti z předchozích oblastí.

Kdybych měla sama zhodnotit všechny tři způsoby práce, zařadila bych znova také pouze kinezi a manipulaci s předměty, protože si myslím, že v nich si žáci nejvíce upevnili a osvojili pojmy a práci s nimi.

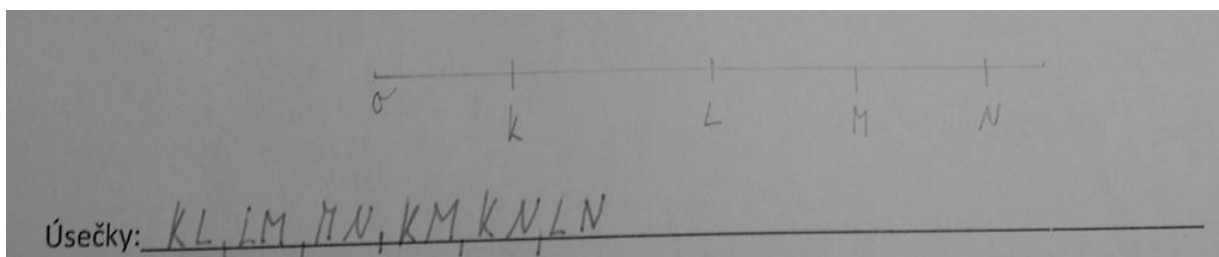
4.4. Práce s rýsovacími potřebami

4.4.1. Úloha č. 1

Zadání: Narýsuj libovolnou přímku. Na ní označ čtyři body K, L, M, N. Vypiš všechny úsečky, které jsou vyznačeny na této přímce.

Použité pojmy: přímka, bod, úsečky

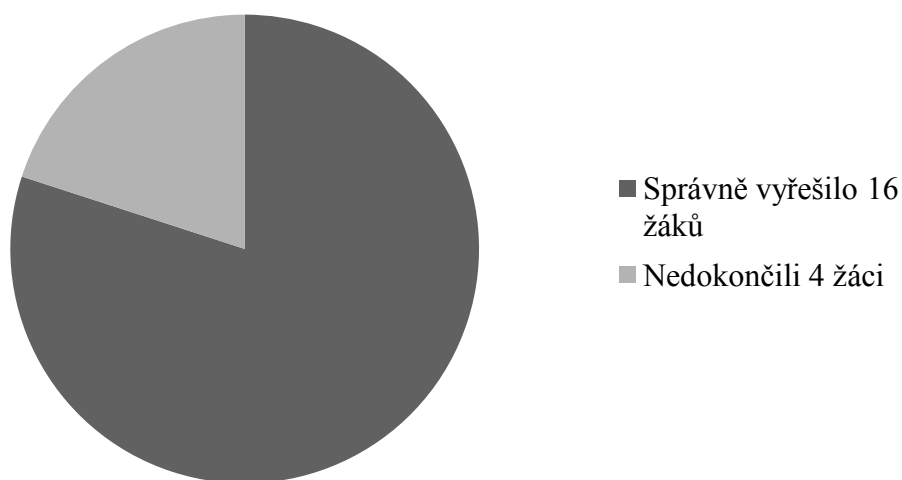
Cíl: Orientace na přímce se zadanými body a vyhledání všech úseček.



obr. 31

Vyhodnocení: Tuto úlohu vyřešilo správně šestnáct žáků (obr. 31). Čtyři žáci úkol nedokončili a nenalezli všechny úsečky. Žáci, kteří úlohu nedokončili, měli největší problém s nalezením úsečky KM. Nevím, z jakého důvodu dělala největší problém právě tato úsečka, s největší pravděpodobností úsečku jen přehlédli. Úsečku KM nevypsali čtyři žáci, úsečku LM jeden žák, úsečku KL jeden žák, úsečku KN jeden žák, úsečku LN jeden žák a úsečku MN také jeden žák. Nejčastějším postupem vypisování úseček byla strategie zobrazená na obrázku 31, využilo ji celkem 10 žáků. Žáci nejdříve vypsali dílčí (kratší) úsečky KL, LM, MN, následně začali opět zleva od bodu K a určili úsečky s krajním bodem K. Nakonec žáci zapsali úsečku LN. Jeden žák nejprve vypsál úsečky s počátečním bodem K, následovaly úsečky s počátečními body L a M. Čtyři žáci vypisovali úsečky tak, jak je našli, neobjevila jsem u nich žádnou strategii zápisu. Poslední čtyři žáci úlohu nedokončili, proto jsem je nemohla do vyhodnocení strategie zařadit. Úspěšnost řešení úlohy byla 80 %.

Úloha č. 1

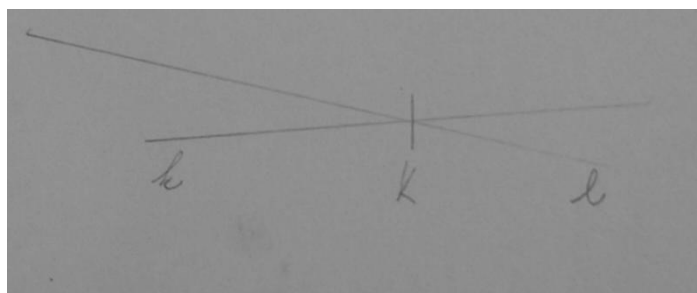


4.4.2. Úloha č. 2

Zadání: Vyznač bod K a narýsuj dvě přímky, které bodem K procházejí. Přímky označ k, l. Přímky k, l jsou různoběžné.

Použité pojmy: bod, přímka, různoběžné přímky

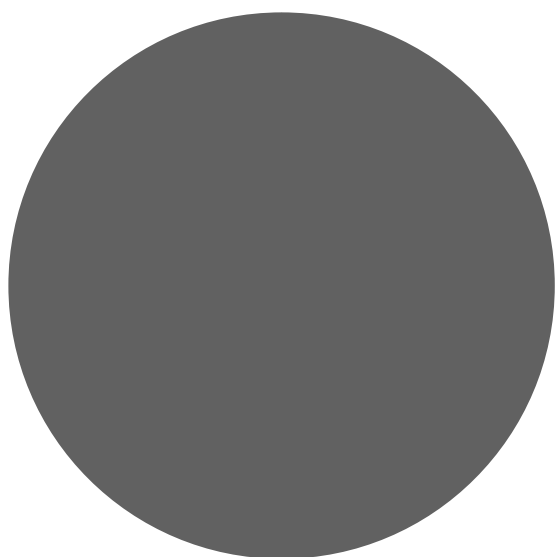
Cíl: Orientace v pojmech přímka, bod a různoběžné přímky.



obr. 32

Vyhodnocení: S touto úlohou neměl žádný žák problém (obr. 32), všech dvacet žáků úlohu vyřešilo správně. Na základě pozorování jsem došla k závěru, že všichni žáci se orientují v pojmech přímka, bod, různoběžné přímky a umí pojmy používat v praxi. Osmnáct žáků postupovalo podle zadání, nejdříve vyznačili bod K a poté narýsovali dvě přímky. Dva žáci nejprve narýsovali přímky, pak až označili bod K. Vyhodnocení jsem provedla dle pravidla, že bod značíme křížkem, pokud bod označujeme již na přímce či úsečce, používáme průsečíky čar. Úspěšnost řešení úlohy byla 100 %.

Úloha č. 2



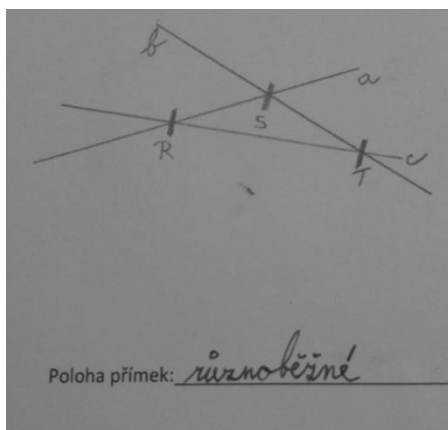
- Správně vyřešilo 20 žáků
- Chybnou konstrukci provedlo 0 žáků

4.4.3. Úloha č. 3

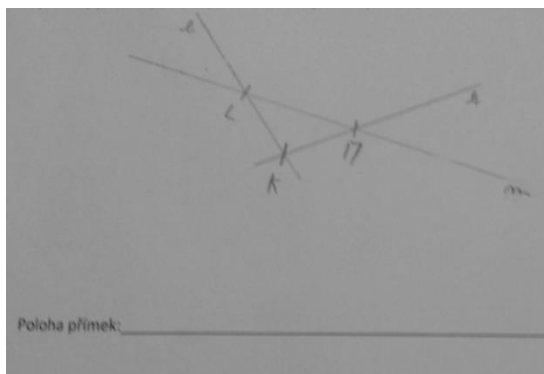
Zadáni: Narýsuj tři libovolné přímky tak, aby každé dvě přímky měly společný bod. Označ velkými písmeny průsečíky těchto přímek. Urči vzájemnou polohu přímek.

Použité pojmy: přímka, bod, průsečíky

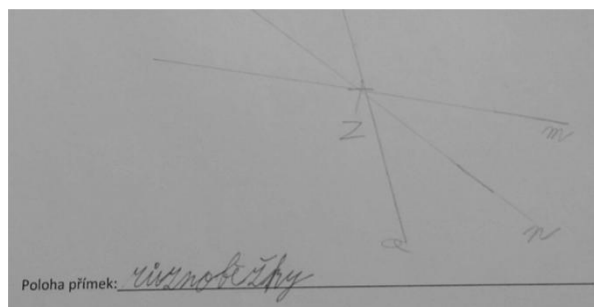
Cíl: Orientace v pojmu různoběžky, jejich konstrukce a označení průsečíků.



obr. 33



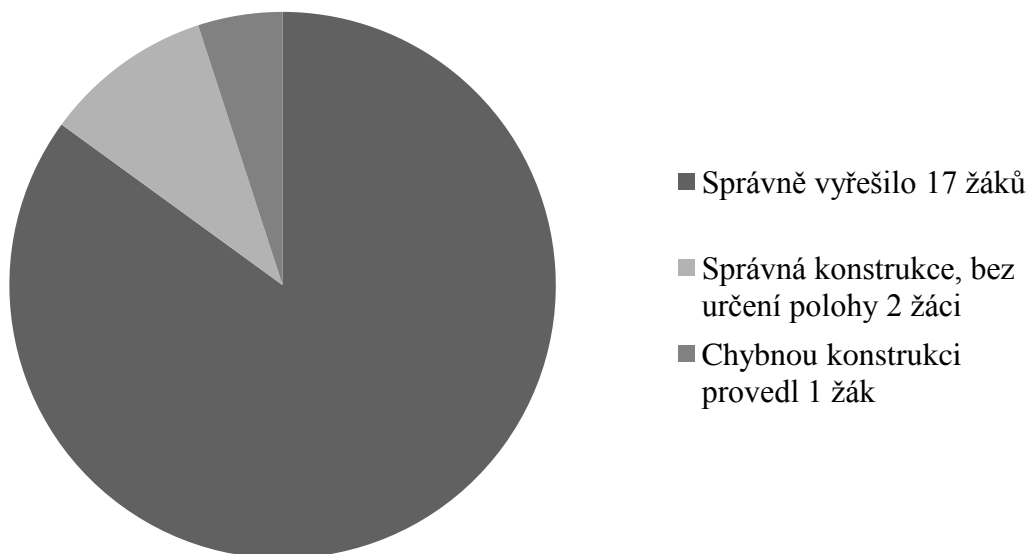
obr. 34



obr. 35

Vyhodnocení: Úlohu vyřešilo správně sedmnáct žáků (obr. 33), dva žáci provedli konstrukci správně, ale zapomněli určit a napsat polohu přímek (obr. 34). Pouze jeden žák udělal chybnou konstrukci (obr. 35). Dle zadání měly mít každé dvě přímky společný bod. Žák udělal jeden společný bod pro všechny tři přímky, proto jsem vyhodnotila toto řešení jako nesprávné. Úspěšnost řešení úlohy byla 85 %.

Úloha č. 3

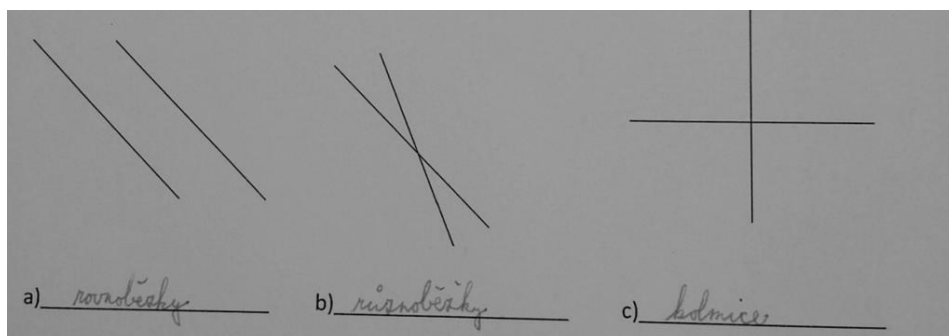


4.4.4. Úloha č. 4

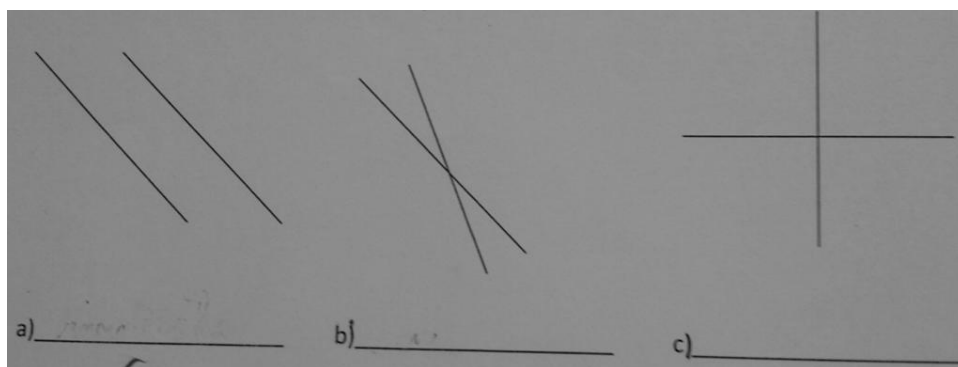
Zadání: Zapiš pod každý obrázek vzájemnou polohu přímek.

Použité pojmy: vzájemná poloha přímek

Cíl: Orientace v pojmech různoběžka, rovnoběžka, kolmice.



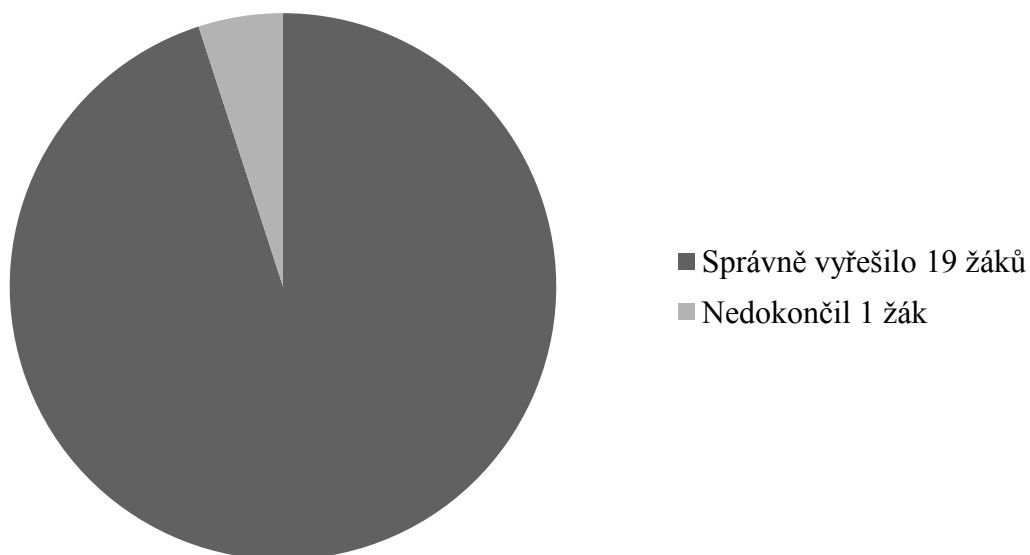
obr. 36



obr. 37

Vyhodnocení: Úlohu správně dokončilo devatenáct žáků (obr. 36), jeden žák se snažil úlohu řešit, k prvním dvěma obrázkům napsal vzájemnou polohu, ale text následně vygumoval, úlohu tedy nedořešil. Vzhledem k tomu, že nedořešil správně úlohu č. 3 a úlohu č. 6, domnívám se, že nemá správně vytvořenou představu o vzájemné poloze přímk (obr. 37). Žáci se velmi dobře orientují v pojmech různoběžky, rovnoběžky, kolmice a umí dané pojmy přiřadit k obrázkům. Úspěšnost řešení úlohy byla 95 %.

Úloha č. 4

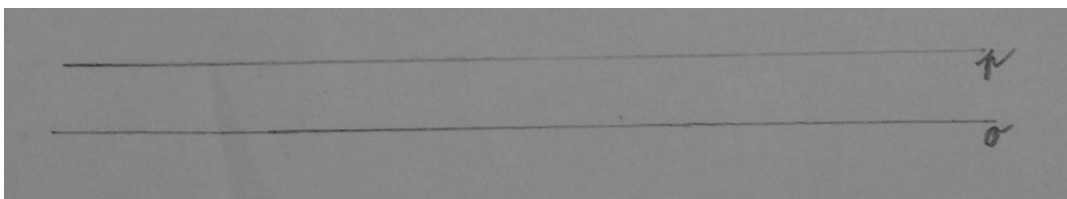


4.4.5. Úloha č. 5

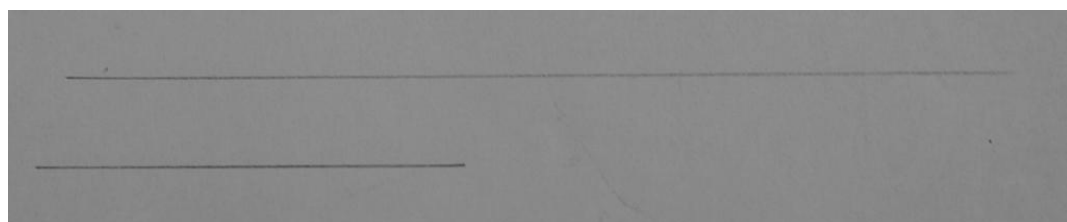
Zadání: Narýsuj libovolnou přímku. Sestroj přímku, která je se zadanou přímkou rovnoběžná.

Použité pojmy: přímka, rovnoběžka

Cíl: Orientace v pojmu rovnoběžky a konstrukce libovolné rovnoběžné přímky k dané přímce.



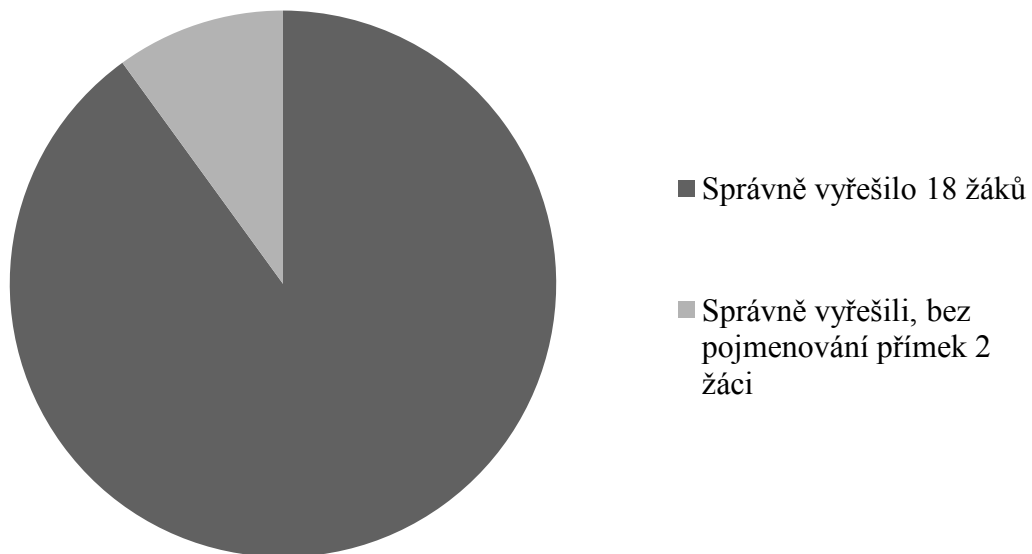
obr. 38



obr. 39

Vyhodnocení: Úlohu číslo 5 vyřešilo správně dvacet žáků (obr. 38), z toho pouze dva žáci nepojmenovali přímky (obr. 39). Úspěšnost řešení této úlohy byla 100 % i přesto, že dva žáci přímky nepojmenovali. Tato chyba byla zapříčiněna tím, že jsem do zadání neuvedla žádné přesné pojmenování přímek.

Úloha č. 5

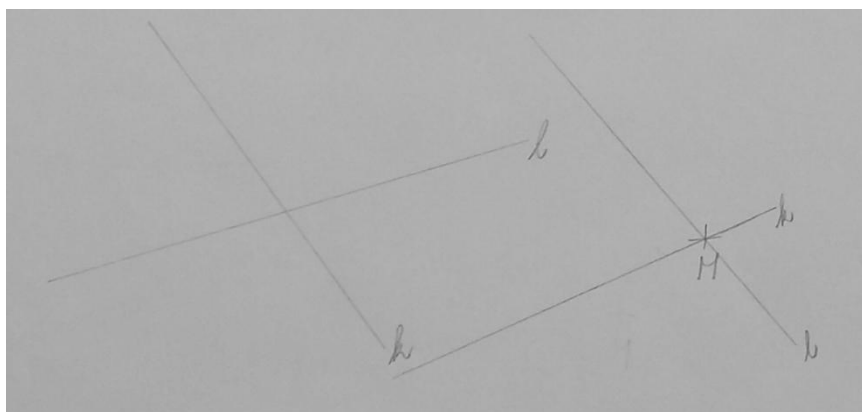


4.4.6. Úloha č. 6

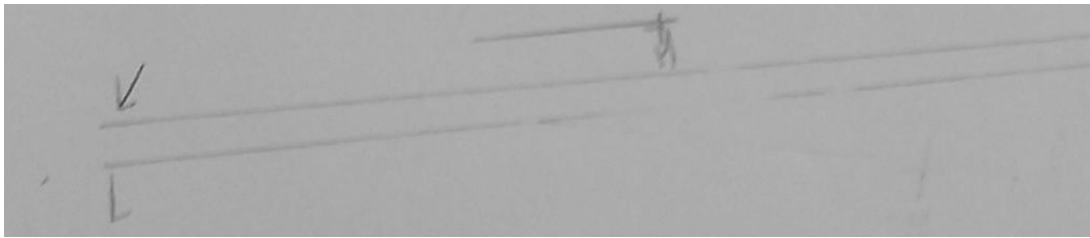
Zadání: Sestroj dvě různoběžné přímky. Pak vyznač bod M, který neleží na žádné z těchto přímk. Bodem M sestroj rovnoběžky k oběma zadaným různoběžným přímkám.

Použité pojmy: přímka, bod, rovnoběžky, různoběžky

Cíl: Orientace v pojmech rovnoběžnost a různoběžnost přímk, konstrukce rovnoběžných přímk procházejících daným bodem.



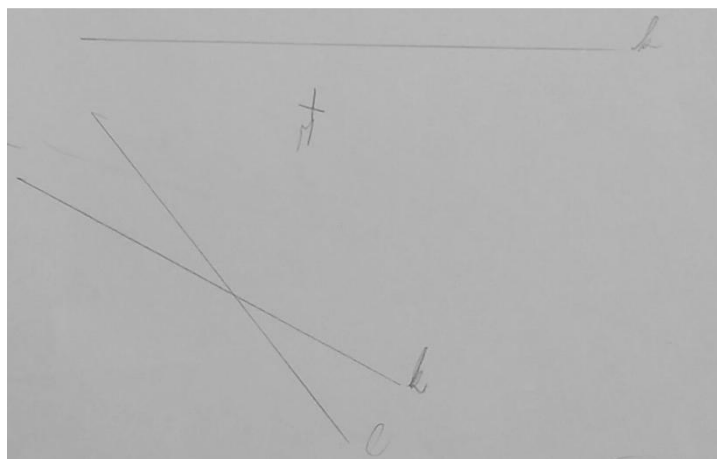
obr. 40



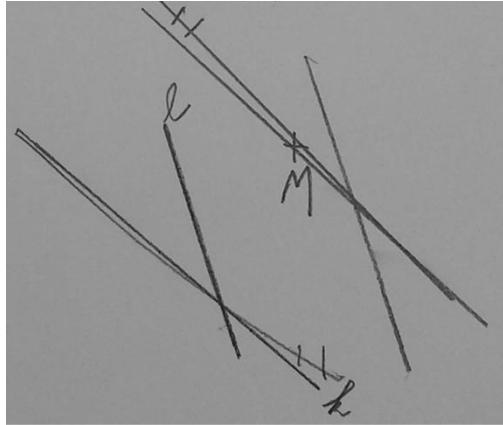
obr. 41



obr. 42



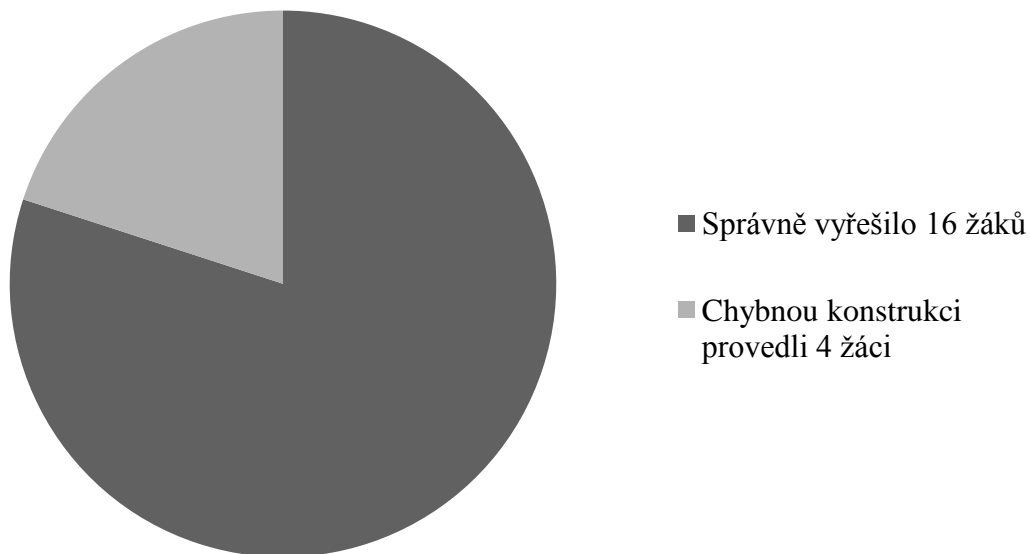
obr. 43



obr. 44

Vyhodnocení: Konstrukci této úlohy udělalo správně šestnáct žáků (obr. 40). Čtyři žáci konstrukci provedli chybně. První žák (obr. 41) začal s konstrukcí správně, narýsoval dvě různoběžné přímky, vyznačil bod M, sestrojil jednu rovnoběžku a úlohu nedokončil, protože mu chyběla druhá rovnoběžka k přímce. Druhý žák (obr. 42) provedl začátek úlohy správně, narýsoval různoběžky, vyznačil bod M, ale rovnoběžky již nesestrojil, narýsoval další dvě různoběžky, z nichž ani jedna není rovnoběžná s původní přímkou. Přikláním se k tomu, že si špatně přečetl zadání. Třetí žák (obr. 43) také začal správně, narýsoval různoběžky, vyznačil bod M, ale rovnoběžky, které měly vést bodem M, již nesestrojil. Sestrojil pouze přímku, která ani neprochází bodem M, ani není rovnoběžná s žádnou původní přímkou. Poslední čtvrtý žák (obr. 44) sestrojil přímky k a l, vyznačil bod M, rovnoběžku k přímce k narýsoval, ale chyba nastala v momentě, kdy udělal druhou rovnoběžku k přímce l mimo vyznačený bod M. Pokud by ji narýsoval tak, aby procházela bodem M, měl by konstrukci vyřešenou správně. Toto řešení nebylo čistě narýsované, orientace v obrázku byla pro mě velice náročná. Úspěšnost řešení úlohy byla 80 %.

Úloha č. 6

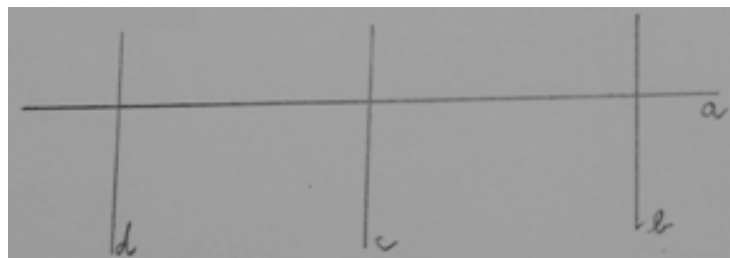


4.4.7. Úloha č. 7

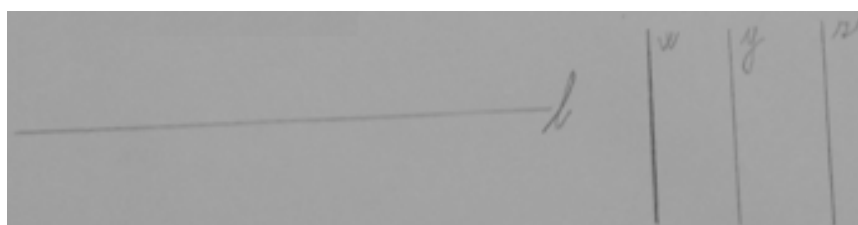
Zadání: Narýsuj libovolnou vodorovnou přímku. Pak narýsuj tři jiné přímky, které jsou k této přímce kolmé.

Použité pojmy: přímka, kolmice

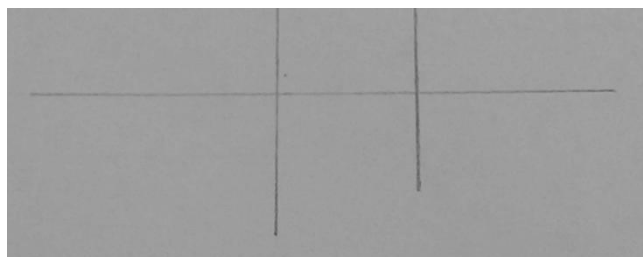
Cíl: Orientace v pojmech přímka a kolmice, konstrukce libovolných kolmic k dané přímce.



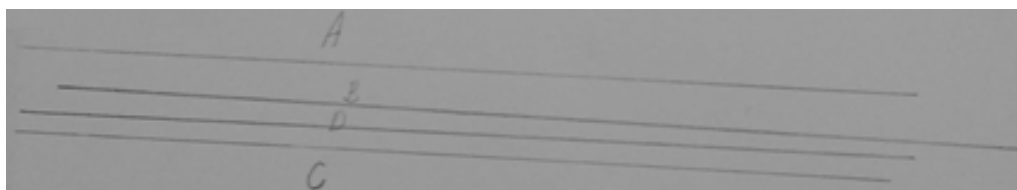
obr. 45



obr. 46



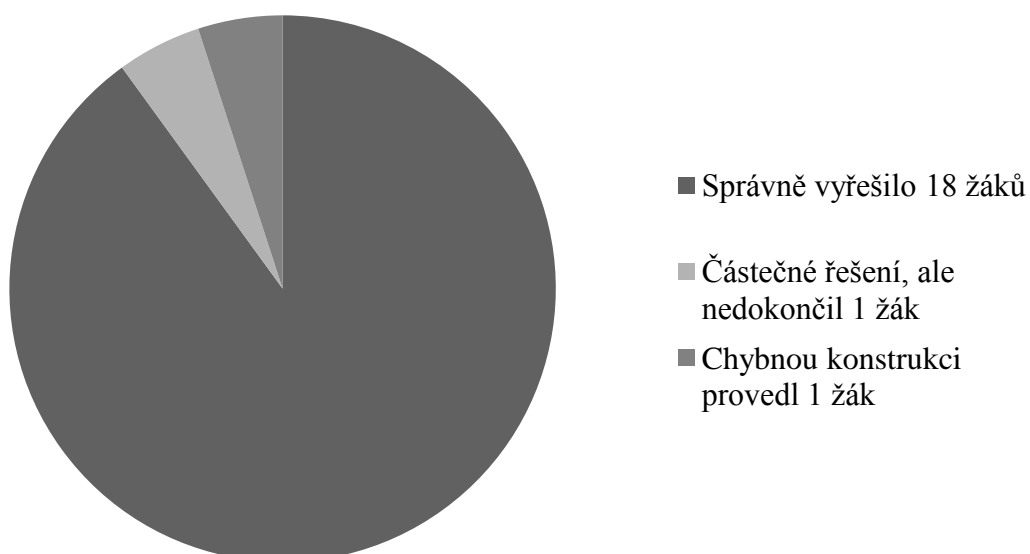
obr. 47



obr. 48

Vyhodnocení: Sedmou úlohu bez problémů vyřešilo osmnáct žáků (obr. 45). Z toho jeden žák (obr. 46) vyřešil úlohu tak, že kolmice k přímce sestrojil mimo narýsovanou přímku, ale všechny tři přímky jsou kolmé k dané přímce. Tento fakt svědčí o tom, že žák má vytvořenou správnou představu kolmosti přímek. Dva žáci úlohu nedokončili nebo neprovedli konstrukci správně. První žák (obr. 47) úlohu nedokončil, sestrojil pouze vodorovnou přímku a k té dvě kolmice, na poslední kolmici nejspíš zapomněl. Druhý žák (obr. 48) konstrukci provedl chybně, protože místo kolmic sestrojil rovnoběžky s danou přímkou. Úspěšnost řešení úlohy byla 90 %.

Úloha č. 7

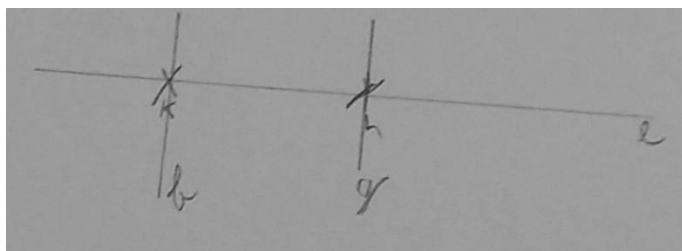


4.4.8. Úloha č. 8

Zadáni: Narýsuj libovolnou vodorovnou přímkou. Vyznač na ní body K a L. Pak narýsuj přímkou, které procházejí body K a L a jsou kolmé k dané přímce.

Použité pojmy: přímka, bod, kolmice

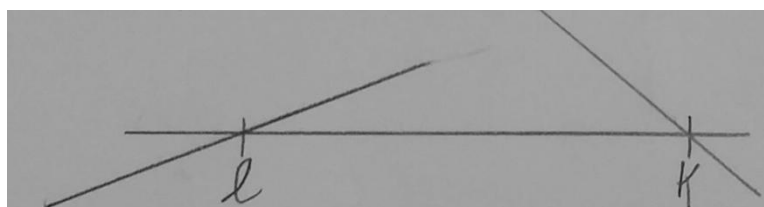
Cíl: Orientace v pojmu kolmice a konstrukce kolmic k dané přímce procházejících danými body, které leží na přímce.



obr. 49



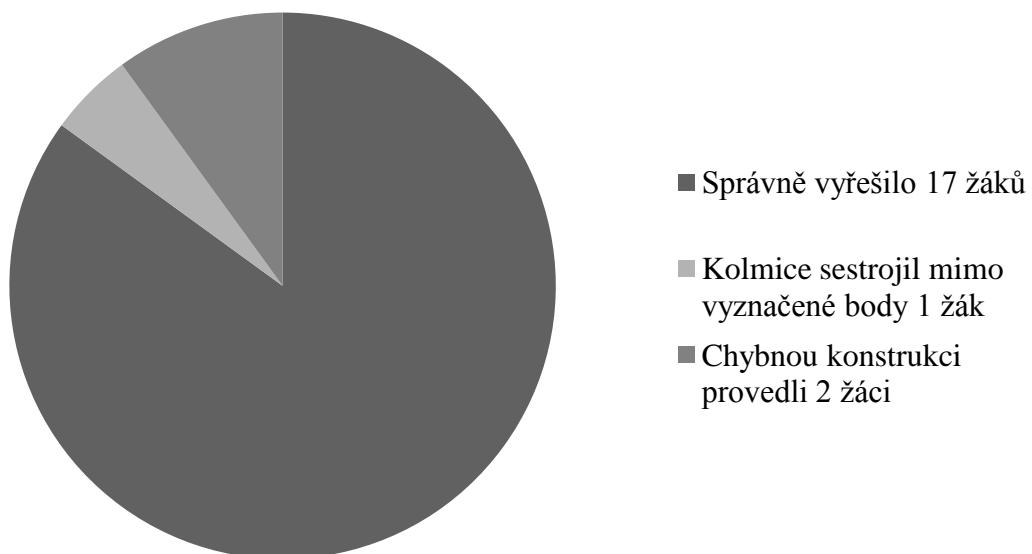
obr. 50



obr. 51

Vyhodnocení: Sedmnáct žáků tuto úlohu sestrojilo správně (obr. 49). Jeden žák správně narýsoval vodorovnou přímkou, vyznačil body, ale kolmice sestrojil mimo vyznačené body K a L (obr. 50). Dva žáci udělali stejnou chybu a to, že místo kolmic, které měly vést vyznačenými body, sestrojili různoběžky (obr. 51). Způsoby vyznačení bodů na přímce jsem nebrala jako chybu, protože jak je vidět u této úlohy, každý žák označil body jinak (jeden křížky, druhý malým písmenem). V úloze se však jednalo o správnost rýsování. Úspěšnost řešení úlohy byla 85 %.

Úloha č. 8

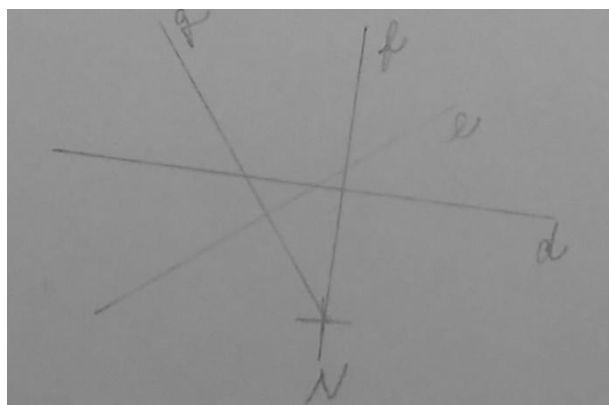


4.4.9. Úloha č. 9

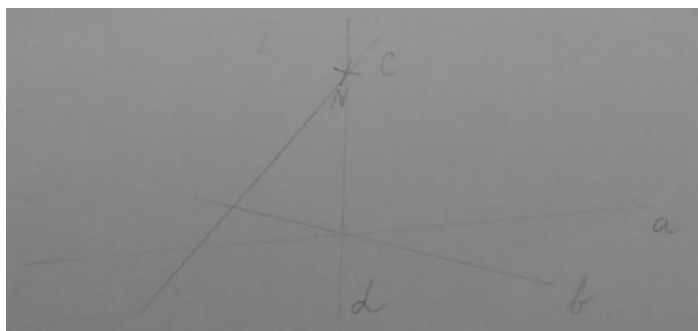
Zadání: Sestroj dvě různoběžné přímky. Pak vyznač bod N, který neleží na žádné z těchto přímek. Sestroj bodem N kolmice k oběma zadaným různoběžným přímkám.

Použité pojmy: přímka, bod, kolmice

Cíl: Orientace v pojmu různoběžky, kolmice a konstrukce kolmice k dané přímce procházející daným bodem, který na přímce neleží.



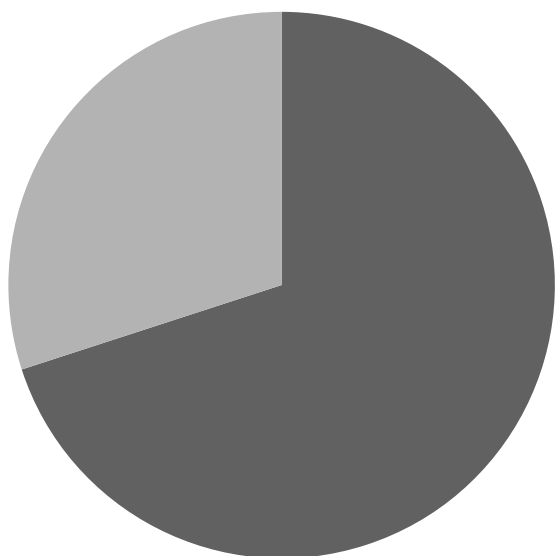
obr. 52



obr. 53

Vyhodnocení: Správnou konstrukci této úlohy odevzdalo čtrnáct žáků (obr. 52). Šest žáků provedlo nesprávnou konstrukci a udělalo stejnou chybu (obr. 53). Správně sestrojili různoběžné přímky, vyznačili bod N, ale místo kolmic sestrojili různoběžné přímky k již sestrojeným různoběžkám. U této úlohy jsem zaznamenala největší počet chybných konstrukcí. Úspěšnost řešení úlohy byla 70 %.

Úloha č. 9



■ Správně vyřešilo 14 žáků

■ Chybnou konstrukci provedlo 6 žáků

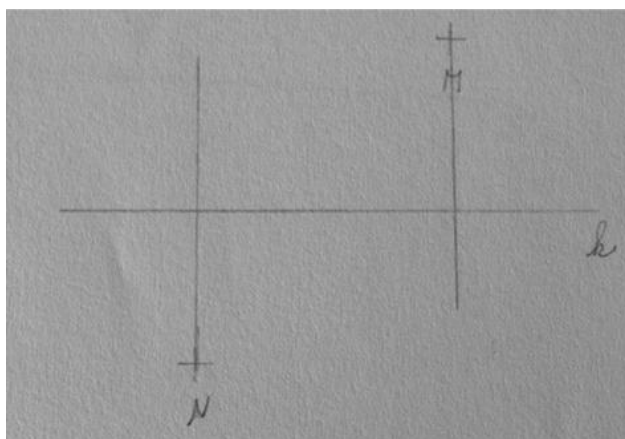
4.4.10. Úloha č. 10

Zadání: Narýsuj libovolnou přímku. Vyznač body M a N, které na této přímce neleží.

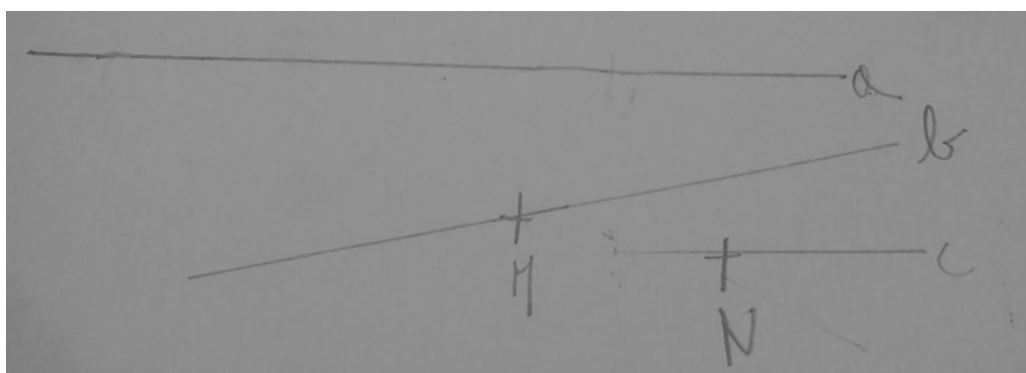
Sestroj další dvě přímky, které procházejí zvolenými body M a N a jsou kolmé k původní přímce.

Použité pojmy: přímka, bod, kolmice

Cíl: Orientace v pojmech přímka, bod, kolmice a konstrukce kolmic k dané přímce procházejících daným bodem, který na přímce neleží.



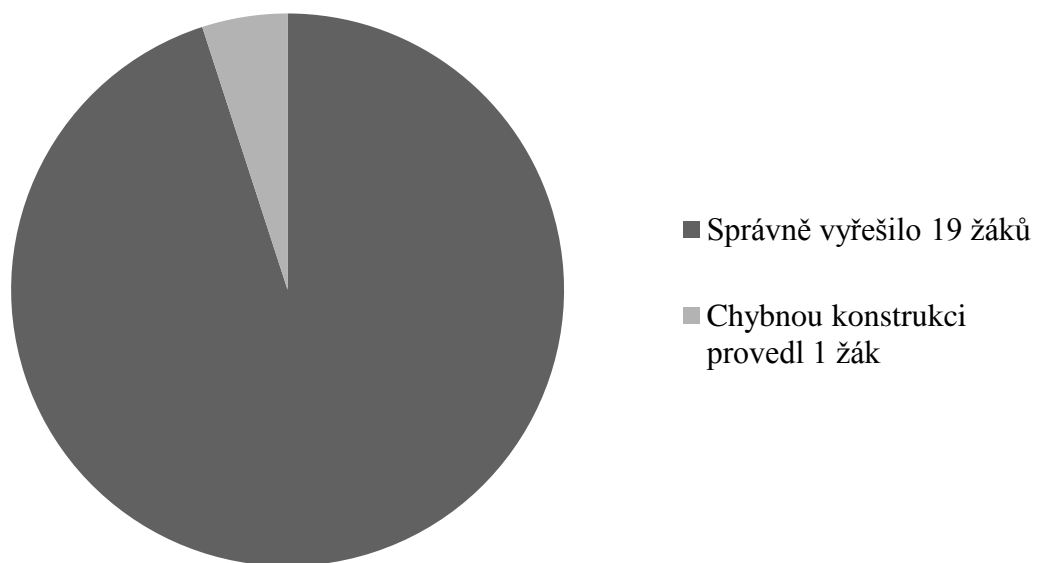
obr. 54



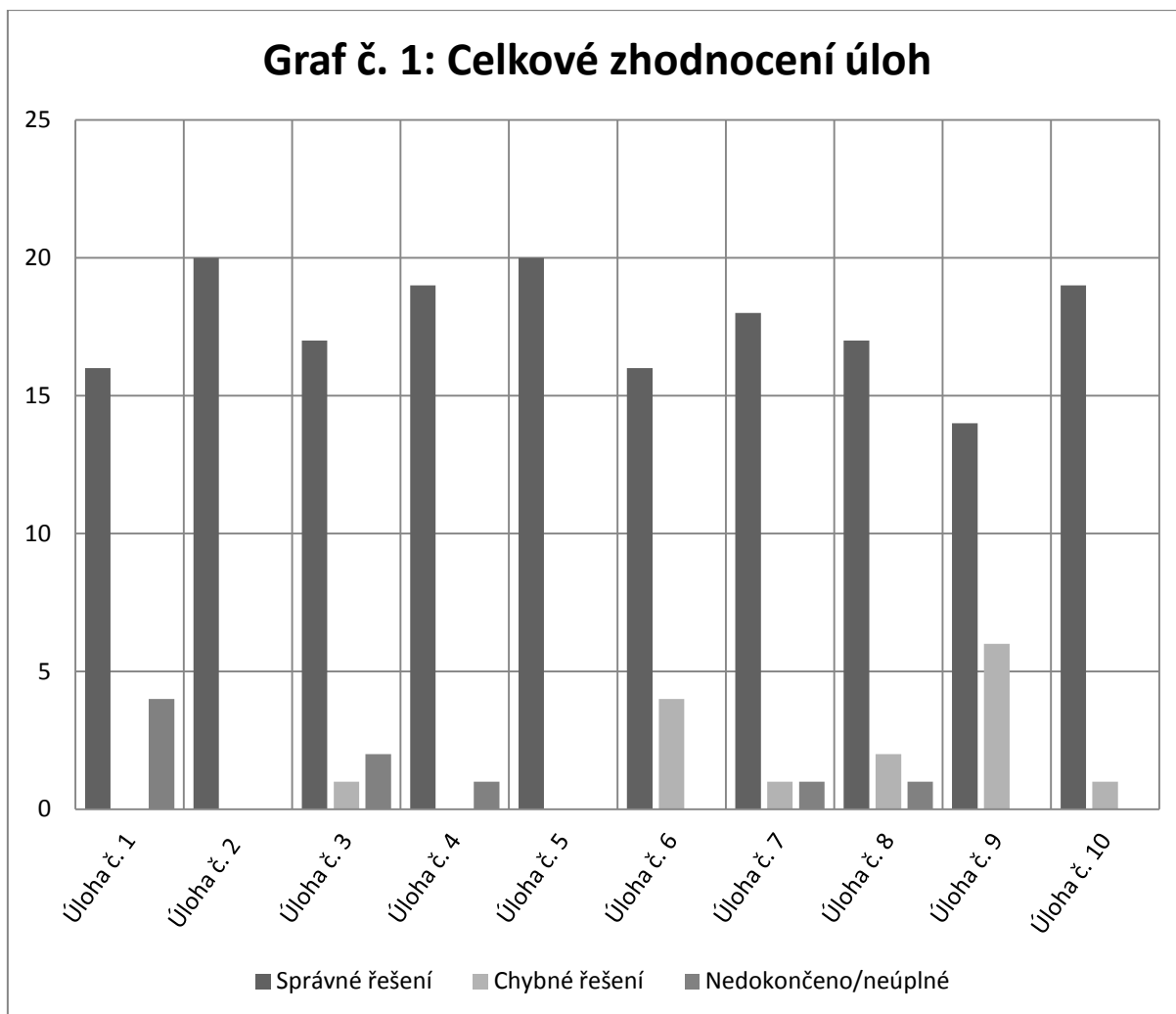
obr. 55

Vyhodnocení: Poslední úlohu vyřešilo devatenáct žáků (obr. 54), jeden žák měl s konstrukcí problém (obr. 55). Žák sestrojil libovolnou přímku, vyznačil dva body M a N, které neleží na libovolné přímce, ale místo kolmic, které měl vést vyznačenými body M a N, vedl body M a N různoběžky. Úspěšnost řešení úlohy byla 95 %.

Úloha č. 10



Celkové vyhodnocení úkolů: Podle mého názoru celá třída úkoly zvládla velmi dobře, bez velkých chyb. Při řešení se objevily drobné problémy, které vznikly nesoustředěným, nepečlivým čtením a neporozuměním zadání. Chyba je také na mé straně, jelikož jsem mohla do každého zadání napsat přesná pojmenování přímek, úseček, bodů a průsečíků. Díky tomu by bylo pro mě snazší poznat, jak žáci postupovali při řešení a lépe bych rozeznala jednotlivé kroky, ale také by to pomohlo samotným žákům v orientaci během sestrojování jednotlivých úloh.



Nejlépe zvládli žáci úlohy č. 2 a č. 5, nejnižší úspěšnost měla úloha č. 9 (graf č. 1). Provedla jsem také vyhodnocení pečlivosti rýsování. Šestnáct žáků rýsovalo čistě, úhledně a čtyři žáci měli v úlohách přeškrtná řešení, nepřehledná řešení nebo příliš tlačili na tužku (viz. přílohy). Ukázalo se, že většina žáků ve třídě má vytvořenou správnou představu bodu, přímky, úsečky, rovnoběžných přímek, různoběžných přímek a přímek kolmých a dovede sestavit rovnoběžky, různoběžky nebo kolmice k dané přímce.

5 Závěr

Celou sbírku úloh jsem se snažila vytvořit od nejjednodušší po nejsložitější část. Začala jsem kinezí, kde jsem pracovala se třídou jako s celkem. Mohli jsme o všech pojmech diskutovat, ukazovat a vysvětlovat si je společně. Následovala manipulace s předměty. Zde se žáci již osamostatnili, ale stále mohli spolupracovat se spolužáky. Při práci s papírem museli počítat s tím, že pokud papír nějakým způsobem přehnou nebo zaráhují, už to nezmění, proto si svá rozhodnutí museli dobře rozmyslet. V poslední části, při práci s rýsovacími potřebami, byli žáci odkázáni jen sami na sebe a svou samostatnost. Pokud si nevěděli s něčím rady, byla jsem jim připravena poradit.

Část týkající se kineze žáci zvládli velmi úspěšně, až na malé zaváhání v úvodu. Důvodem mohlo být, že žáci nevěděli, jakým způsobem dané pojmy vytvořit. Jedna dvojice však vytvořila jako první úsečku, tím napověděla ostatním a inspirovala je k další práci. K jiným zaváháním či komplikacím v této části již nedošlo.

Manipulaci s předměty bych vyhodnotila jako bezproblémovou, zábavnou a vhodnou metodu pro upevnění a vytvoření představy daných pojmů. Dle nadšení žáků, které jsem sledovala během vytváření jednotlivých pojmů pomocí špejlí a plastelíny, jsem usoudila, že je tato část sbírky velmi zaujala, zabavila a přiučila novým poznatkům.

Práci s papírem jsem zvolila jako dodatek a jako závěrečné téma před částí věnující se samotnému rýsování. Žáci nikdy předtím nezkoušeli geometrické pojmy vytvořit jen za pomoci papíru, proto to pro ně byla nová oblast, kterou ale zvládli s přehledem. Nicméně, jak řekli sami žáci, tento úkol je nezaujal natolik, jako dvě předchozí části.

S vypracováním úloh ze závěrečné části sbírky neměla třída jako celek velké komplikace. Je samozřejmé, že někteří žáci menší problémy s vyřešením nějaké úlohy měli, avšak vše jsem odůvodnila v jednotlivých vyhodnoceních daných úloh. V této části se ukázalo, že žáci mají rozvinuté abstraktní myšlení a dokážou samostatně pracovat.

Orientace žáků v geometrii a základních pojmech, které se týkají tématu vzájemné polohy přímek, je v uvedené třídě na velice dobré úrovni. Osobně jsem se přiučila tomu, jak správně vypracovat zadání úlohy. Každé zadání by mělo obsahovat konkrétní pojmenování bodů, přímek a úseček, protože lze lépe vyhodnotit, jak daný žák postupoval při konstrukci úlohy. V některých úlohách jsem tyto nedostatky měla, proto pro mne bylo obtížné rozeznat, jak někteří žáci postupovali při konstrukci. Je tedy velice důležité vžít se do žáka 1. stupně při čtení zadané úlohy a představit si, jak ji sami vypracováváme. Tímto způsobem si pak snáze uvědomíme detaily, které, my dospělí bereme jako samozřejmosti,

které máme vžitě a natolik osvojené, že je nepovažujeme za důležité zaznamenávat do zadání úloh.

Resumé

Cílem diplomové práce je vypracovat sbírku úloh k tématu vzájemná poloha přímek v učivu matematiky 1. stupně. Teoretická část popisuje základní pojmy, teoretické poznatky o vzájemné poloze přímek v rovině a prostoru. Práce dále popisuje zařazení učiva do matematiky 1. stupně. Důležitá část práce je sbírka věnovaná orientaci v základních geometrických pojmech pomocí kineze, manipulace s předměty, práce s papírem a práce s rýsovacími potřebami.

Summary

The purpose of this thesis is to develop a collection of tasks to the topic relative position of the lines in teaching mathematics on primary education level. The theoretical part describes the basic concepts, theoretical knowledge of the relative position of the lines on a plane and space. The work also describes the inclusion of mathematics curriculum in first grade. The important part is devoted to a collection of orientation in basic geometric concepts at Kinesis, handling objects, working with paper and work with the drawing needs.

Seznam literatury

- ASKEW, M. a EBBUTTOVÁ, S. *Geometrie bez (m)učení*. Praha: Grada Publishing, 2012. ISBN 978-80-247-4125-3.
- DIVÍŠEK, J., BUŘIL, Z., HÁJEK, J., KRIŽALKOVIČ, K., MALINOVÁ, E., CHAJDA, R. *Hravá geometrie*. Brno: Computer Press, 2010. ISBN 978-80-251-2804-6.
- KOUŘIM, J., HEJL, J., KUČEROVÁ, J., KUŘINA, F. a ŠEDIVÝ, O. *Základy elementární geometrie pro učitelství 1. stupně ZŠ*. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 1985.
- KOZLOVÁ, M., PĚCHOUČKOVÁ, Š. a RAKOUŠOVÁ, A. *Matematika 3 se čtyřlístkem: pro 3. ročník základní školy*. Plzeň: Fraus, 2013. ISBN 978-80-7238-581-2.
- KOZLOVÁ, M., PĚCHOUČKOVÁ, Š. a RAKOUŠOVÁ, A. *Matematika 4: pro 4. ročník základní školy*. Plzeň: Fraus, 2014. ISBN 978-80-7489-029-1.
- LÁVIČKA, M. *Geometrie I. – Základy geometrie v rovině*. Plzeň: Západočeská univerzita v Plzni, 2002. ISBN 80-7082-861-7.
- PĚCHOUČKOVÁ, Š. Přednášky KMT/MSD4, říjen - listopad 2013.
- URBAN, A. *Deskriptivní geometrie I*. Praha: Nakladatelství technické literatury, 1977.
- ZAHNALOVÁ, J. a VASIL'KOVÁ, E. *Didaktika matematiky pro učitelství 1. stupně ZŠ*. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 1989. ISBN 80-04-20433-3.

Elektronické zdroje

- Matematika pro každého [online]. © 2008–2010 maths.cz. Dostupné z: <http://maths.cz/obrazky/127.png> (23. 5. 2015)
- VOŠ, SPŠE Plzeň [online]. ©2011 Michal Pekovič. Dostupné z: <http://stereometrie.webz.cz/par.html> (23. 5. 2015)
2. základní škola Plzeň. [online]. © 2015 Dostupné z: <http://www.zs2.plzen.eu/> (23. 5. 2015)

Seznam obrázků, tabulek, grafů a diagramů

Seznam obrázků:

| | |
|--|----|
| Obr. 1: Body | 10 |
| Obr. 2: Úsečka | 10 |
| Obr. 3: Druhy lomených čar | 10 |
| Obr. 4: Polopřímka | 11 |
| Obr. 5: Přímka | 11 |
| Obr. 6: Opačné polopřímky | 11 |
| Obr. 7: Rovina | 12 |
| Obr. 8: Polorovina | 12 |
| Obr. 9: Různoběžky p, q | 13 |
| Obr. 10: Rovnoběžky p, q | 13 |
| Obr. 11: Mimoběžky p, q | 13 |
| Obr. 12: Přímky p, q splývají | 14 |
| Obr. 13: Kolmé různoběžky p, q, pravý úhel 90° | 14 |
| Obr. 14: Kolmé mimoběžky p, q | 14 |
| Obr. 15: Strom logických možností | 15 |
| Obr. 16: Přímka p leží v rovině α | 15 |
| Obr. 17: Přímka p je rovnoběžná s rovinou α | 16 |
| Obr. 18: Přímka p je různoběžná s rovinou α | 16 |
| Obr. 19: Kritérium rovnoběžnosti přímky p s rovinou α | 17 |
| Obr. 20: Kritérium kolmosti přímky p s rovinou α | 17 |
| Obr. 21: Strom logických možností | 18 |
| Obr. 22: Roviny α a β jsou různoběžné | 18 |
| Obr. 23: Roviny α a β jsou rovnoběžné | 19 |
| Obr. 24: Roviny α a β splývají | 19 |
| Obr. 25: Kritérium rovnoběžnosti dvou rovin α a β | 20 |
| Obr. 26: Kritérium kolmosti dvou rovin α a β | 20 |
| Obr. 27: Strom logických možností | 21 |
| Obr. 28: Rýsování rovnoběžek | 23 |
| Obr. 29: Rýsování rovnoběžek | 23 |
| Obr. 30: Rýsování kolmých různoběžek | 24 |
| Obr. 31 | 33 |

| | |
|---------------|----|
| Obr. 32 | 34 |
| Obr. 33 | 35 |
| Obr. 34 | 35 |
| Obr. 35 | 35 |
| Obr. 36 | 36 |
| Obr. 37 | 37 |
| Obr. 38 | 38 |
| Obr. 39 | 38 |
| Obr. 40 | 39 |
| Obr. 41 | 40 |
| Obr. 42 | 40 |
| Obr. 43 | 40 |
| Obr. 44 | 41 |
| Obr. 45 | 42 |
| Obr. 46 | 42 |
| Obr. 47 | 43 |
| Obr. 48 | 43 |
| Obr. 49 | 44 |
| Obr. 50 | 44 |
| Obr. 51 | 44 |
| Obr. 52 | 45 |
| Obr. 53 | 46 |
| Obr. 54 | 47 |
| Obr. 55 | 47 |

Seznam grafů:

| | |
|------------------|----|
| Úloha č. 1 | 33 |
| Úloha č. 2 | 34 |
| Úloha č. 3 | 36 |
| Úloha č. 4 | 37 |
| Úloha č. 5 | 39 |
| Úloha č. 6 | 42 |
| Úloha č. 7 | 43 |
| Úloha č. 8 | 45 |

| | |
|--|----|
| Úloha č. 9 | 46 |
| Úloha č. 10 | 48 |
| Graf č. 1: Celkové zhodnocení úloh | 49 |

Přílohy

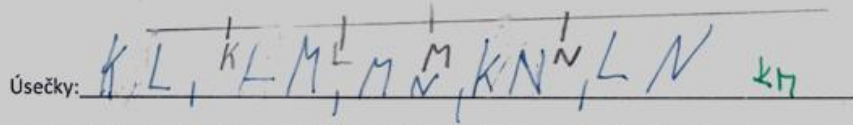
záchym

Jméno a příjmení:.....

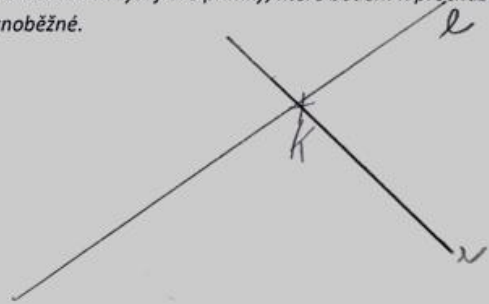
Jáchym Buda

GEOMETRIE

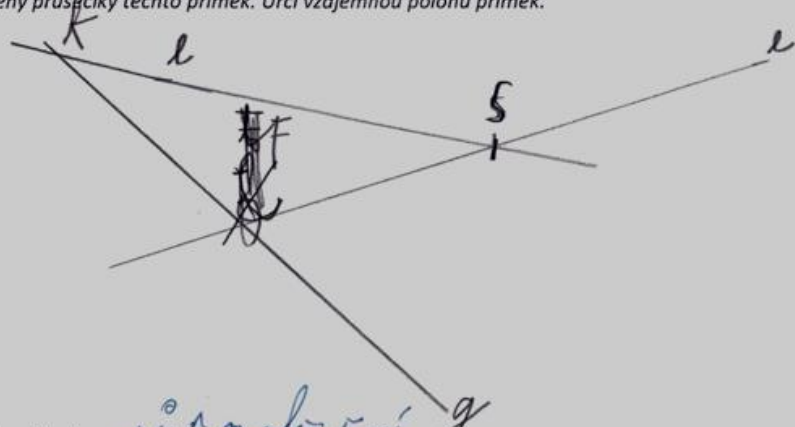
1. Narýsuj libovolnou přímku. Na ní označ čtyři body K, L, M, N. Vypiš všechny úsečky, které jsou vyznačeny na této přímce.



2. Vyznač bod K a narýsuj dvě přímky, které bodem K procházejí. Přímky označ k, l. Přímky k, l jsou různoběžné.



3. Narýsuj tři libovolné přímky tak, aby každé dvě přímky měly společný bod. Označ velkými písmeny průsečíky těchto přímek. Urči vzájemnou polohu přímek.



Poloha přímek:

různoběžné g

záchym

4. Zapiš pod každý obrázek vzájemnou polohu přímek.

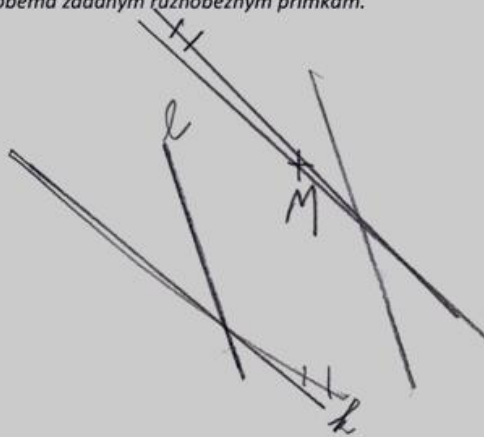


a) rovnoběžky b) řezavice c) kolmice

5. Narýsuj libovolnou přímku. Sestroj přímku, která je se zadanou přímkou rovnoběžná.

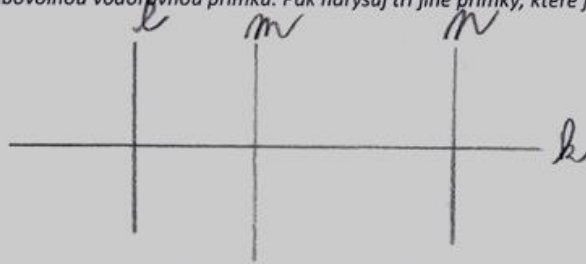


6. Sestroj dvě různoběžné přímky. Pak vyznač bod M, který neleží na žádné z těchto přímek. Bodem M sestroj rovnoběžky k oběma zadaným různoběžným přímkám.



Záchym

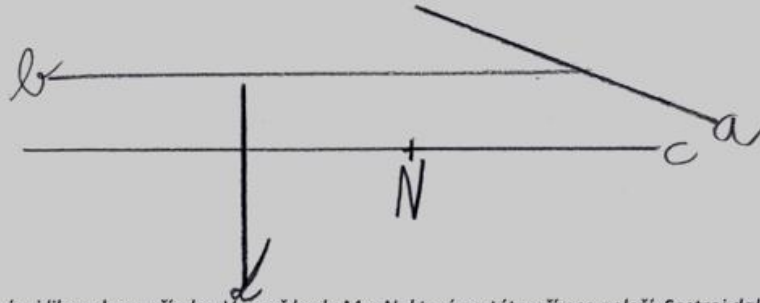
7. Narýsuj libovolnou vodorovnou přímku. Pak narýsuj tři jiné přímky, které jsou k této přímce kolmé.



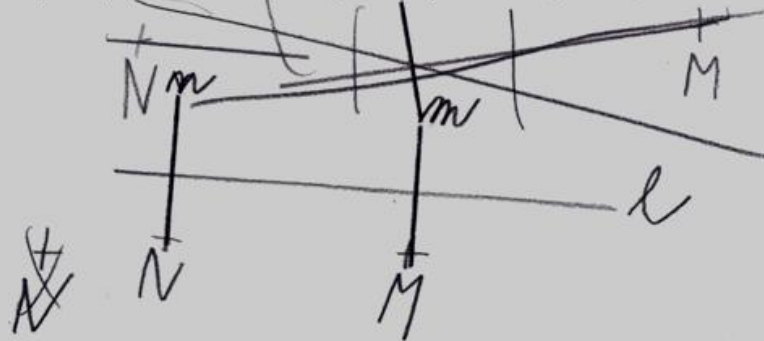
8. Narýsuj libovolnou vodorovnou přímku. Vyznač na ní body K a L. Pak narýsuj přímky, které procházejí body K a L a jsou kolmé k dané přímce.



9. Sestroj dvě různoběžné přímky. Pak vyznač bod N, který neleží na žádné z těchto přímek. Sestroj bodem N kolmice k oběma zadaným různoběžným přímkám.



10. Narýsuj libovolnou přímku. Vyznač body M a N, které na této přímce neleží. Sestroj další dvě přímky, které procházejí zvolenými body M a N a jsou kolmé k původní přímce.



Jméno a příjmení: Melicharová Nikola

GEOMETRIE

1. Narýsuj libovolnou přímku. Na ní označ čtyři body K, L, M, N. Vypiš všechny úsečky, které jsou vyznačeny na této přímce.



Úsečky: KL, LM, MN, KM, KN, LN

2. Vyznač bod K a narýsuj dvě přímky, které bodem K procházejí. Přímky označ k, l. Přímky k, l jsou různoběžné.



3. Narýsuj tři libovolné přímky tak, aby každé dvě přímky měly společný bod. Označ velkými písmeny průsečíky těchto přímek. Urči vzájemnou polohu přímek.



Poloha přímek: 3 různoběžné

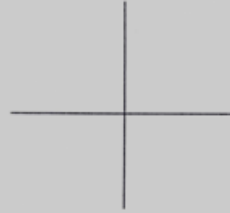
4. Zapiš pod každý obrázek vzájemnou polohu přímek.



a) rovnoběžky



b) různoběžky

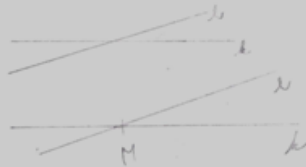


c) kolmice

5. Narýsuj libovolnou přímku. Sestroj přímku, která je se zadanou přímkou rovnoběžná.



6. Sestroj dvě různoběžné přímky. Pak vyznač bod M, který neleží na žádné z těchto přímek. Bodem M sestroj rovnoběžky k oběma zadaným různoběžným přímkám.



7. Narýsuj libovolnou vodorovnou přímku. Pak narýsuj tři jiné přímky, které jsou k této přímce kolmé.



8. Narýsuj libovolnou vodorovnou přímku. Vyznač na ní body K a L. Pak narýsuj přímky, které procházejí body K a L a jsou kolmé k dané přímce.



9. Sestroj dvě různoběžné přímky. Pak vyznač bod N, který neleží na žádné z těchto přímek. Sestroj bodem N kolmice k oběma zadaným různoběžným přímkám.



10. Narýsuj libovolnou přímku. Vyznač body M a N, které na této přímce neleží. Sestroj další dvě přímky, které procházejí zvolenými body M a N a jsou kolmé k původní přímce.

