Oponentský posudek na disertační práci pro získání titulu doktor v oboru Aplikovaná mechanika Mgr. Ing. Ondřeje Bublíka Aplikace nespojité Galerkinovy metody konečných prvků na řešení úloh mechaniky tekutin

Předložená disertační práce se zabývá numerickým řešením stlačitelného proudění nevazkých i vazkých tekutin pomocí nespojité Galerkinovy metody. Je zde uvažováno proudění jak v pevné oblasti, tak i časově závislé oblasti vyplněné tekutinou. Hlavním cílem je vyvinutí efektivní numerické metody fungující pro široké spektrum problémů. Jsou zde diskutovány různé typy prostorové a časové diskretizace. Zejména je věnována pozornost srovnání efektivity explicitní metody, implicitní metody a metody lokálního času. Pozornost je věnována jak laminárnímu, tak i turbulentnímu proudění. Práce obsahuje řadu testovacích příkladů sloužících k porovnání vypracovaných metod.

Práce je tvořena úvodem, čtyřmi kapitolami a seznamem literatury. Úvod se zabývá přehledem metod pro řešení stlačitelného proudění a porovnáním jejich vlastností, stručnou historií nespojité Galerkinovy metody a specifikací motivace a cílů práce.

První kapitola s názvem Matematický úvod se zabývá popisem numerických metod pro řešení 1D nelineárních hyperbolických problémů. Jsou zde uvedené pojmy slabého řešení a numerických schémat a některé výsledky z teorie těchto schémat. Hlavním přínosem jsou ale další kapitoly.

Obsahem druhé kapitoly je diskretizace Eulerových rovnic popisujících stlačitelné nevazké proudění pomocí nespojité Galerkinovy metody. Pozornost je věnována především volbě bázových funkcí a metodám časové diskretizace pomocí expicitní metody, implicitní metody a metody lokálního času. Je zde popsána volba numerického toku a okrajových podmínek. Autor se také zabývá tzv. přídavnou vazkostí. Použitelnost a porovnání vyvinutých metod je demonstrována na několika testovacích úlohách.

Třetí kapitova je věnována aplikaci nespojité Galerkinovy metody na řešení stlačitelných Navierových-Stokesových rovnic. Prostorová diskretizace je založena na přístupu navrženém Bassim a Rebayem. Je zde také popsána metoda používající penalizaci. Popsaná metoda byla aplikována na řešení několika úloh. Bylo provedeno porovnání výsledků získaných prezentovanými metodami.

Ve čtvrté kapitole se autor zabývá aplikací nespojité Galerkinovy metody na řešení stlačitelného proudění v časově závislých oblastech. K tomuto účelu je použita tzv. ALE (arbitrary Lagrangian-Eulerian) metoda. Metoda je opět testována na některých zajímavých problémech. Dále je popsána metoda vnořené hranice. ALE metoda je použita na řešení problémů interakce tekutin s tuhým tělesem. Dalšími tématy 4. kapitoly je popis nekonformní adaptace výpočtové sítě, simulace turbulentního proudění a rozšíření metody na třírozměrné problémy. Opět jsou uvedeny výsledky numerických experimentů.

Hodnocení práce

Předložená disertační práce se zabývá zajímavou, aktuální problematikou. Kapitoly 2. - 4. obsahují řadu originálních autorových výsledků, které přispívají k rozšíření dosud publikovaných aplikací nespojité Galerkinovy metody pro řešení stlačitelného proudění. Výsledky těchto kapitol představují velmi dobré východisko pro další výzkum v rozšiřování aplikací nespojité Galerkinovy metody na řešení stlačitelného proudění.

Bohužel musím ale konstatovat, že je škoda, že do disertační práce byla zahrnuta kapitola s cílem podat přehled výsledků matematické teorie nelineárních hyperbolických rovnic s jednou prostorovou proměnnou. Chápu, že to bylo vedeno snahou autora ukázat, že se také zajímal o tuto teorii, ale musím konstatovat, že výklad je z hlediska matematického nevyhovující. Jak některé definice, tak i podání důkazů známých výsledků obsahují nedostatky. Je škoda, že autor neuvádí odkaz na literaturu, z níž čerpal. Nemohu zde rozebírat všechny nedostatky a chyby tohoto výkladu. Zmiňuji pouze některé z nich. Již definice slabého řešení obsahuje zbytečný předpoklad, že je to prvek prostoru $L^\infty(R \times [0,T]; R)$. Stačí totiž předpoklad lokální omezenosti. Podobně v definici entropického slabého řešení. Odkaz na nedostupnou autorovu práci [12] odkazující se na nejednoznačnost slabého řešení není příliš vhodný, protože se jedná o obecně známý výsledek dokumentovaný různými příklady v renomované literatuře. Dále jsou chybné důkazy vět 1.1 (zde např. neplatí rovnosti ve vztazích před (1.20)), 1.3, 1.5, nejasná je argumentace v důkazu věty 1.8. (Důkazy těchto vět je třeba provést velmi jemně. Mohu odkázat např. na důkaz podobné věty k větě 1.1 v mé knize Mathematical Method in Fluid Dynamics, Longman 1993.) Dále, např. vztahy na 1. řádku za (1.35) nemají smysl, vztah (1.41) se nezíská integrací per partes (jedná se o pouhou integraci derivace), podobně u vztahů (1.56) a (1.66), v odst. 1.4 je zmatek ve značení lokálního prostorového průměru přesného řešení a hodnot přibližného řešení - srov. (1.44) a (1.46), není jasné, kde se vzal předpoklad konvexnosti funkce f na str. 24. Na str. 27 není jasná symbolika ve vztahu (1.67).

Z hlediska formálního vypracování a úpravy je možné konstatovat, že výklad je přehledný a systematický, disertace je napsána dobrou češtinou. Pouze na některých místech jsou drobné překlepy (např. několikrát se vyskytuje slovo galerkin místo Galerkin). V práci je seznam autorových publikací, který je rozsáhlý - obsahuje 16 položek, několik z nich jsou publikace v impaktovaných časopisech.

Z výše uvedeného je zřejmé, že výklad obsažený v 1. kapitole snižuje úroveň práce. Nicméně kvalita výsledků obsažených v 2. - 4. kapitole vysoce převažuje a je možné konstatovat, že předložená práce splňuje požadavky na disertace v oboru Aplikovaná mechanika. Doporučuji ji proto k obhajobě.

V Praze dne 28. prosince 2014 Prof. RNDr. Miloslav Feistauer, DrSc., Dr.h.c.

MFF UK, Sokolovská 83, 186 75 Praha 8

Posudek na disertační práci

Aplikace nespojité Galerkinovy metody konečných prvků na řešení úloh mechaniky tekutin

pana

Mgr. Ing. Ondřeje Bublíka

Předložená práce se zabývá aplikací nespojité Galerkinovy metody na řešení úloh mechaniky tekutin. Hlavním cílem práce je vzájemné porovnání efektivity explicitní a implicitní časové integrace. Pro vylepšení efektivity explicitní integrace je odvozena a implementována metoda lokálního času.. Dalším cílem je aplikace nespojité Galerkinovy metody na řešení problémů technické praxe (turbulentní proudění a proudění časově proměnnou oblastí).

Nespojitá Galerkinova metoda patří mezi moderní numerické metody vysokého řádu přesnosti pro řešení parciálních diferenciálních rovnic. Přestože má oproti běžně používané metodě konečných objemů nesporné výhody v přesnosti numerického řešení, je její implementace složitější a není tak na první pohled zřejmé, zda je její použití výhodnější. Z tohoto důvodu je systematické porovnání efektivity různých variant Galerkinovy metody velice přínosné. Stejně tak je velmi přínosná demonstrace řešení turbulentního proudění v oblastech se složitou geometrií.

Předložená práce je členěna do čtyř kapitol. V první kapitole autor podává přehled numerických metod pro řešení zákonů zachování. Po základním přehledu metody konečných diferencí a objemů je popisována nespojitá Galerkinova metoda pro skalární rovnici typu konvekce-difuze v 1D. Dále je zde numericky určen řád přesnosti pro případ lineární rovnice konvekce a konvekce s difuzí. V obou případech se jasně ukazuje vyšší přesnost nespojité Galerkinovy metody. Ve druhé kapitole autor popisuje aplikaci nespojité Galerkinovy metody na řešení systému Eulerových rovnic. Metoda je zde velmi podrobně popsána a to včetně integrace s lokálním časovým krokem a otestována na případech nevazkého transsonického obtékání leteckého profilu a modelu náporového motoru. Třetí kapitola se zabývá numerickým řešením vazkého stlačitelného proudění bez uvažování turbulence. Je zde opět podrobně popsána metoda a poté je úspěšně otestována na případě obtékání profilu a proudění v mezeře šroubového kompresoru. V poslední kapitole je popsáno několik aplikací nespojité Galerkinovy metody na případy s pohyblivou hranicí či s uvažováním turbulentního proudění.

Hodnocení práce

Autor podrobně popsal a implementoval nespojitou Galerkinovu metodu pro řešení problémů proudění. Běžně používanou explicitní formulaci rozšířil pomocí originální metody lokálního časového kroku. Ta přinesla výrazné zvýšení efektivity výpočtu oproti standardní explicitní metodě (viz tab. 2.5). Dále úspěšně otestoval implementovanou metodu na několika modelových případech a na některých případech z technické praxe. Tím jednoznačně splnil vytyčené cíle práce. Dosažené výsledky dokumentují použitelnost nespojité Galerkinovy metody pro řešení problémů proudění. Práce je napsána přehledně a srozumitelně a až na několik níže uvedených poznámek k ní nemám závažnější výhrady. Seznam autorových publikací obsahující jak články v impaktovaných časopisech, tak příspěvky na zahraničních i tuzemských konferencích, dokazuje, že hlavní výsledky práce byly úspěšně publikovány.

K předložené práci mám následující věcné poznámky a výhrady:

1. Definice entropického řešení straně 12 je chybná. Ve vzorci (1.4) má být znaménko nerovnosti!
2. Věty vyslovené v kapitole 2 by měly být buď s důkazem či jeho náznakem a nebo by měly být doplněny odkazy na literaturu (věta 1.6, 1.7).
3. Podmínky stability (2.22) a na str. 77 by měly být doplněny odkazy na literaturu.
4. U výsledků v kapitole 2,3 a 4 chybí informace o použité síti (počtu a velikosti buněk) a o průběhu konvergence ke stacionárnímu stavu.
5. Porovnání efektivity explicitní a implicitní metody je poněkud sporné. Každá z metod byla totiž implementována pomocí jiných programových prostředků (Java, Matlab a C++) a tak není zřejmé, zda je rozdíl v rychlosti způsoben metodou či zvolenými programovacími prostředky.
6. Popis v obrázku 3.6 je nejasný. Co je O1, O2, O3, O4 a MSES?
7. Model turbulence na straně 110 je autorem chybně uveden jako Wilcoxův k-omega model. Původní model model neobsahuje poslední výraz v rovnici 4.38 a limiter pro omega.
8. V práci je uvedená chybná okrajová podmínka pro omega na pevné stěně! Pokud byla tato podmínka použita v implementovaném programu, tak je diskuse výsledků a zavedení přepínače mezi laminárním a turbulentním režimem na straně 113 poněkud pochybné.

Formální výhrady:

1. Řazení tabulek a grafů v kapitole 1 je značně nepřehledné. Tabulka 1.3 patří ke kapitole 1.5.3, je však v kapitole 1.5.4. Na tabulku 1.4 se autor odkazuje jak v kapitole 1.5.3, tak v 1.5.4. Z popisu tabulek není zřejmé, ke které kapitole patří.
2. V práci není vysvětlen symbol $\oplus$ (vzorec 1.67).
3. V práci schází seznam značení.

Otázky k obhajobě:

1. Jaká okrajová podmínka pro omega byla byla ve skutečnosti použita v kapitole 4.5?
2. Je možné odhadnout, zda rozdíl v rychlosti explicitní a implicitní metody je dán metodou či použitými programovacími prostředky?
3. Je metoda lokálního časového kroky konzervativní?

Závěr

I přes výše uvedené výhrady považuji předloženou práci za velmi kvalitní a jednoznačně prokazující předpoklady autora k další samostatné vědecké práci. Proto tuto práci **doporučuji** k obhajobě.

V Praze, dne 5.1.2015

Doc. Ing. Jiří Fürst, PhD.

Jiří Fürst