

# Studentská Vědecká Konference 2012

## Dvojice lopatek s třecí vazbou buzená silami ve dvou kolmých rovinách

Drahomír Rychecký<sup>1</sup>

### 1 Úvod

Účelem příspěvku je seznámit čtenáře s možností modelování kontaktních úloh se třením v systému MATLAB, které se vůči sobě pohybují relativně malými posuvy, jak je také řešeno např. v Kellner (2009). Užívaná alternativní metoda založená na diskretizaci kontaktní plochy již byla v minulosti představena např. Rychecký a Hajžman (2012). Její hlavní výhodou, je vyšší rychlost oproti komerčním software, což umožňuje její použití pro optimalizační úlohy. Pro porovnání výsledků získané z modelů zatěžovaných ve dvou na sebe kolmých směrech založený na předkládané metodě byl vybrán komerční software využívající metodu konečných prvků (ANSYS).

### 2 Matematický model tělesa

V technické praxi se často setkáme se soustavami těles, které vykazují malé relativní výchylky. Typickým zástupcem takové soustavy jsou olopatkované disky parních turbín. Jako testovací úloha byla zvolena soustava dvou rovnoběžných lopatek bez uvažování rotace, která může být jednoduše dodána. Lopatka byla modelována jako 1D kontinuum pomocí nosníkových prvků a diskretizované hmoty bandáže. Matematický model uvažované soustavy má tvar

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{B}\dot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{q}(t) = \mathbf{f}(t), \quad (1)$$

kde  $\mathbf{q}(t) = [\dots u_i, v_i, w_i, \varphi_i, \eta_i, \zeta_i, \dots]^T$  jsou zobecněné souřadnice,  $\mathbf{M}$  je matice hmotnosti,  $\mathbf{K}$  je matice tuhosti a  $\mathbf{f}$  je vektor vnějších sil. Tlumení se uvažuje proporcionální  $\mathbf{B} = \beta\mathbf{K}$ .

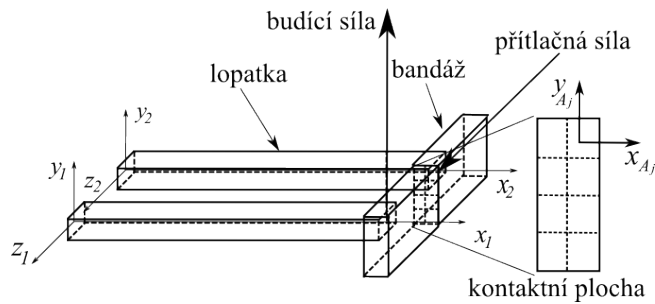
Kontaktní plocha se nachází na bandáži, která je uvažována jako tuhé těleso, jehož pohyb je popsán zobecněnými souřadnicemi posledního uzlu diskretizované lopatky. Plocha kontaktu je rozdělena na  $n$  elementárních plošek. Jejich výchylky lze určit díky znalosti výchylek posledního uzlu lopatky, které jsou potřeba pro určení normálové síly. Analogicky i pro rychlosti. Více informací lze nalézt v Rychecký (2012).

### 3 Testovaná úloha

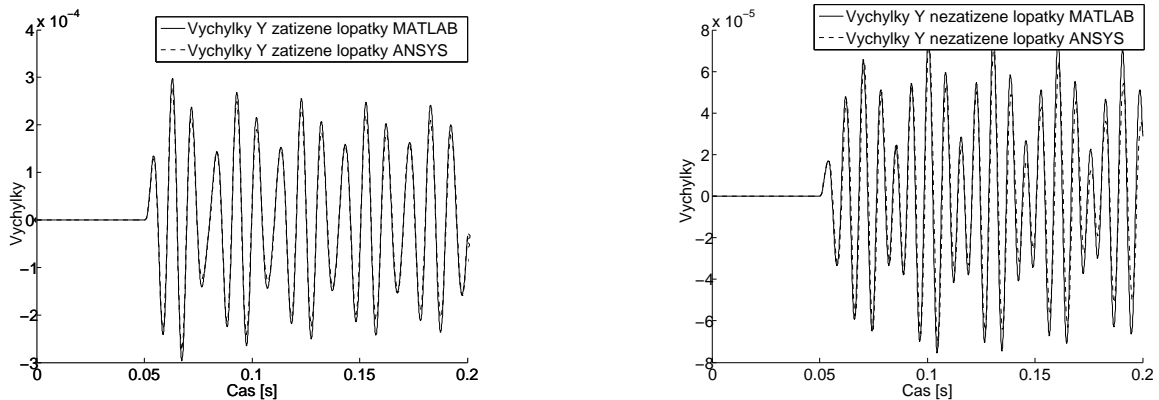
Soustava dvou lopatek (viz obr. 1) byla zatěžována přitlačnou silou 10 N, po utlumení přechodových kmitů, které je do značné míry závislé na volbě modelu tření, byla druhá lopatka buzena harmonickou silou  $10\sin(t2\varphi f_b)$ , kde  $t$  je čas simulace a  $f_b$  je zvolená budící frekvence. Budící frekvence byla zvolena na 100 Hz. Jde o podkritické buzení, neboť první vlastní frekvence má hodnotu 133,29 Hz.

Na obr. 2(a) a 2(b) je vidět, že díky kontaktu se třením dochází k vybuzení kmitání na druhé lopatce. Výchylky buzené a nebuzené lopatky se neshodují, neboť ještě nedošlo k úplnému ustálení a hlavně nenastal jev "uzamknutí." Na obou obrázcích je patrná dobrá shoda výsledků z vlastního software a software využívající metodu konečných prvků (ANSYS).

<sup>1</sup> student doktorského studijního programu Aplikovaná věda a informatika, obor Mechanika, specializace Aplikovaná mechanika, e-mail: rychecky@students.zcu.cz



**Obrázek 1:** Soustava dvou lopatek s budícími silami



(a) Výchylky buzené lopatky ve směru osy  $y$ .

(b) Výchylky nebuzené lopatky ve směru osy  $y$ .

**Obrázek 2:** Výchylky lopatek buzených ve dvou kolmých rovinách.

## 4 Závěr

Vyřešení dané problematiky umožňuje další rozšíření již zpracovaného software, který mimo jiné obsahuje různé modely tření a diskretizace kontaktní plochy. Další práce bude zaměřena na řešení problému soustavy s více lopatkami.

### Poděkování

Tato práce byla podpořena SGS-2010-046.

### Literatura

Kellner, J., 2009. *Kmitání turbínových lopatek a olopatkovaných disků*, Plzeň.

Rychecký, D., a Hajžman, M., Comparison of two approaches to the modelling of vibrating bodies with mutual frictional contact. *Proceedings, 14th Applied mechanics 2012*, Pilsn.

Rychecký, D., 2011. *Modelování a analýza kmitání mechanických systémů s třecími vazbami*, Plzeň.