

Metoda pro řešení kontaktní úlohy se třením vykazující malé relativní výchylky

Drahomír Rychecký¹

1 Úvod

Účelem příspěvku je seznámit čtenáře s modelováním dynamických kontaktních úloh se třením. Přístup je vhodný pro modelování kontaktů s malými relativními posuvy, což je v praxi hojně vyskytující se jev, např. u turbínových lopatek Míšek, Kubín (2009). Zmiňovaná metoda je dalším stádiem dříve prezentovaného postupu Rychecký (2013), kdy je kontaktní plocha rozdělena do n elementárních kontaktních plošek, pro než se problém kontaktu řeší jednotlivě. Oproti předchozímu přístupu došlo k náhradě kontaktní matice tuhosti, která zajišťovala provázání těles, vektorem nelineárních sil se stejnou funkcí. Zvolený postup je zcela odpovídající předchozímu a lze s ním dále snáze nakládat. Bylo tak dosaženo přístupu, který v porovnání s komerčním softwatem (ANSYS) poskytuje srovnatelné výsledky za nesrovnatelně kratší čas.

2 Matematický model tělesa

V technické praxi je řešení kontaktních úloh vykazující malé relativní výchylky velice častý jev. Typickým zástupcem takové soustavy jsou olopatkované disky parních turbín. Z tohoto důvodu byla jako testovací úloha zvolena soustava dvou rovnoběžných lopatek. V používaném matematickém modelu nebyl uvažován vliv rotace. V uvedeném matematickém modelu (1) je pro úplnost uveden i vliv rotace. Lopatka byla modelována jako 1D kontinuum pomocí nosníkových prvků s diskretizovanou hmotou bandáže, viz např. Byrtus, Hajžman, Zeman (2010). Obecný matematický model uvažované soustavy má tvar

$$M\ddot{\mathbf{q}}(t) + (\mathbf{B} + \omega\mathbf{G})\dot{\mathbf{q}}(t) + (\mathbf{K} - \omega^2\mathbf{K}_d + \omega^2\mathbf{K}_\omega)\mathbf{q}(t) = \omega^2\mathbf{f}_\omega + \mathbf{f}(t), \quad (1)$$

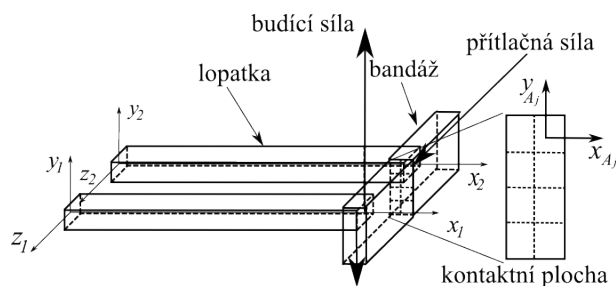
kde $\mathbf{q}(t) = [\dots u_i, v_i, w_i, \varphi_i, \vartheta_i, \psi_i, \dots]^T$ je vektor zobecněných souřadnic, \mathbf{M} , \mathbf{B} , \mathbf{K} jsou matice hmotnosti, tlumení a tuhosti. Matice $\omega\mathbf{G}$ zahrnuje gyroskopické účinky, $\omega^2\mathbf{K}_d$ a $\omega^2\mathbf{K}_\omega$ zavádí vliv změkčení a ztužení za rotace. Na pravé straně vystupuje vektor odstředivých sil $\omega^2\mathbf{f}_\omega$ a \mathbf{f} , což je vektor vnějších sil zahrnující v sobě i nelineární kontaktní síly. Tlumení je uvažováno proporcionálně $\mathbf{B} = \beta\mathbf{K}$.

Kontaktní plocha se nachází na bandáži, která je uvažována jako tuhé těleso, jehož pohyb je popsán zobecněnými souřadnicemi posledního uzlu diskretizované lopatky. Plocha kontaktu je rozdělena na n elementárních plošek. Polohu jednotlivých elementárních plošek lze určit ze zobecněných souřadnic posledního uzlu lopatky. Při znalosti polohy středu plošky, je možné určit průnik, respektive počet plošek v kontaktu. Jejich počet ovlivňuje celkovou tuhost kontaktu (viz Rivin (1999)), která se vypočítává pro každý krok. Vypočtené reakční síly (tj. normálové a tečné) je potřeba zpětnou transformací převést do souřadného systému posledního uzlu.

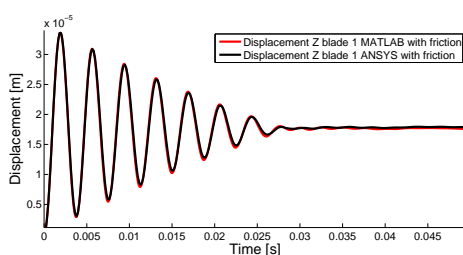
¹ student doktorského studijního programu Aplikované vědy a informatika, obor Aplikovaná mechanika, e-mail: rychecky@students.zcu.cz

3 Testovací příklad

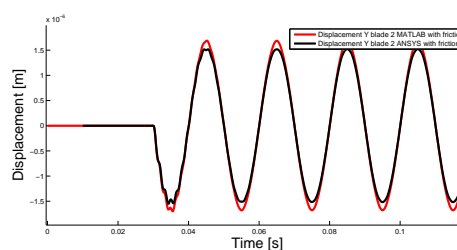
Soustava dvou lopatek (viz obr. 1) byla zatěžovaná přítláčnou silou 16 N, po utlumení přechodových kmitů v $t = 0.03$ s, které jsou do značné míry závislé na volbě modelu tření, byla druhá lopatka natáčena dvojicí harmonických sil $10\sin(2\pi f_b t)$, kde t je čas simulace a $f_b = 50$ Hz je zvolená budící frekvence. Cílem této úlohy bylo zvalidovat používaný postup. Neboť při výše popsaném zatěžování se nejen mění velikost kontaktní plochy, ale také celková zátěžovací síla a dochází k natáčení kontaktních ploch. Na obr. 2(a) a 2(b) je vidět dobrá shoda kontaktního modelu sestaveného v systému MATLAB a komerčního konečnoprvkového softwaru ANSYS.



Obrázek 1: Soustava dvou lopatek s budícími silami



(a) Přechodové kmity buzené lopatky ve směru osy z .



(b) Přechodové kmity buzené lopatky ve směru osy y .

4 Závěr

Vyřešení dané problematiky umožňuje řešit kontaktní úlohy se třením, vykazující malé relativní posuvy. Popsaná metodika byla implementována v softwaru MATLAB. Lze k ní připojit již dříve připravené modely tření.

Poděkování

Tato práce byla podpořena SGS-2010-046.

Literatura

Byrtus, M., Hajžman, M., Zeman, V., 2010. *Dynamika rotujících soustav*, Západočeská univerzita v Plzni, Plzeň.

Míšek, T., Kubín, Z., 2009. *Static and Dynamic Analysis of 1220 mm Steel Last Stage Blade for Steam Turbine*, Applied and Computational Mechanics, Vol. 3. pp 133–144.

Rivin, E., 1999. *Stiffness and Damping in Mechanical Design*, CRC Press, Detroit.

Rychecký, D., Hajžman, M., 2012. *Comparison of Two Approaches to the Modelling of Vibrating Bodies with Mutual Frictional Contact*, 14th International Conference Applied Mechanics, Plzeň.