

ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI

FAKULTA PEDAGOGICKÁ

KATEDRA MATEMATIKY, FYZIKY A TECHNICKÉ VÝCHOVY

SROVNÁNÍ VYBRANÝCH PROGRAMŮ DYNAMICKÉ GEOMETRIE

DIPLOMOVÁ PRÁCE

Bc. Kristýna Suchanová

Učitelství pro základní školy, obor Ma-Ge

Vedoucí práce: PhDr. Lukáš Honzík, Ph.D.

Plzeň, 2016

Zde se nachází oficiální zadání diplomové práce.

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci na téma

„Srovnání vybraných programů dynamické geometrie“

vypracovala samostatně s použitím uvedené literatury a zdrojů informací.

V Plzni, dne

.....

Bc. Kristýna Suchanová

V tomto místě bych ráda poděkovala vedoucímu mé diplomové práce panu PhDr. Lukáši Honzíkovi, Ph.D. za poskytnutí mnoha cenných odborných rad a připomínek a za ochotu a čas strávený při konzultacích.

Obsah

Úvod	7
1 Dynamická geometrie.....	8
1.1 Dynamická geometrie.....	8
1.2 Základní pojmy dynamické geometrie	8
1.3 Programy dynamické geometrie.....	10
2 GeoGebra	12
2.1 Historie	12
2.2 Dostupnost programu GeoGebra na trhu počítačového software.....	13
2.3 Popis prostředí programu GeoGebra	14
3 Geonext.....	22
3.1 Základní vzhled programu.....	22
3.2 Práce v programu Geonext	29
4 Cabri II Plus.....	34
4.1 Historie a základní prostředí programu	34
5 3D verze programů GeoGebra a Cabri	43
5.1 GeoGebra 5.0.....	43
6 Srovnání programů	52
6.1 Výhody a nevýhody jednotlivých programů	52
6. 1. 1. GeoGebra	52
6. 1. 2. Geonext.....	54
6. 1. 3 Cabri II Plus.....	55

6. 1. 4. Srovnání práce v jednotlivých programech.....	57
6. 2 Závěrečné srovnání programů GeoGebra, Geonext a Cabri II Plus	59
6. 2. 1 Srovnání pomocí konkrétních příkladů dynamické geometrie	60
Závěr	68
Resumé.....	69
Reference	70
Seznam obrázků.....	73

Úvod

Ve své diplomové práci se budu zabývat nejběžnějšími počítačovými softwary, které pracují v prostředí dynamické geometrie, konkrétně programy GeoGebra, Cabri II Plus a Geone_xt. Z dostupných materiálů i vlastní tvorbou v programech se budu snažit o vytvoření přehledného popisu těchto programů.

Hlavním záměrem mé práce pak je porovnání těchto programů a uvedení jejich předností i záporů. Programy dynamické geometrie lze výborně uplatnit při didaktické činnosti i jinde. Jde mi tedy o to, vytvořit ucelený text, který by čtenáři poskytl přehled o tom, jak který program funguje, v čem se programy liší a co vše je možné v programech vytvořit, a to srozumitelnou formou. Práci v programech budu také demonstrovat na několika řešených příkladech.

Začátek práce stručně pojednává o dynamické geometrii obecně a základních pojmech, které se jí týkají. Dál již práce rozebírá vybrané programy GeoGebra, Cabri II Plus a Geone_xt. U každého z těchto programů je popsán vzhled jeho prostředí a fungování, což je následováno ukázkou práce v těchto programech formou několika řešených příkladů. V práci je také popsána práce v 3D prostředí dynamické geometrie, kterou nabízí programy Cabri 3D v 2 a GeoGebra 5.0.

Poslední část práce se pak zabývá srovnáním těchto programů, včetně mého vlastního pohledu. Budou zde uvedeny výhody a nevýhody jednotlivých programů i několik řešených úloh, které rozdíl mezi jednotlivými programy ukazují v praxi.

Výsledný text by měl sloužit především jako podrobný návod pro práci ve všech zmíněných programech.

1 Dynamická geometrie

1.1 Dynamická geometrie

Dynamická geometrie se začala rozšiřovat za v posledních deseti letech a to především díky vývoji informačních technologií, v podstatě se jedná o geometrii v softwarovém prostředí. Jedním z jejích hlavních úkolů je rýsování konstrukcí, které je však mnohem přesnější a také rychlejší než dříve běžné rýsování na papír. V tomto případě hraje však počítač pouze roli přesnějších rýsovacích potřeb. Základním rozdílem oproti klasickému rýsování na papír je však možnost měnit volné prvky již hotové konstrukce, přičemž se celý zbytek konstrukce překreslí automaticky tak, aby byly zachovány všechny vazby, které byly při konstrukci dány (kolmice aby byly stále kolmé, rovnoběžky rovnoběžné atd.). Mění se tak způsoby práce s geometrickými objekty. Je tedy možné pouze za pomoci pohybu myši změnit různé vlastnosti narýsovaných objektů, například jejich velikost, a získat tak libovolné množství nových konstrukcí a to během mnohem kratšího časového intervalu, než kterého by bylo potřeba při rýsování nových objektů klasickou metodou na papír. Zároveň máme jistotu velice přesné konstrukce. Díky této vlastnosti dynamické geometrie lze mnohem jednodušším způsobem ověřovat matematické hypotézy i objevovat nové vlastnosti geometrických objektů, neboť se již nemusíme omezovat na vyvozování vlastností z konstrukce jediného objektu, jak tomu bylo při klasické verzi na papír, ale máme možnost měnit parametry narýsovaných objektů a ověřit tak pravdivost hypotéz i přiřčených vlastností na nekonečném množství bleskově vytvořených objektů. [4], [7]

1.2 Základní pojmy dynamické geometrie

- **Nákresna**, tedy geometrické okno, zabírá většinu plochy geometrických softwarů. Slouží k zobrazování všech geometrických obrazců, které uživatel v programu vytvoří a vztahů mezi nimi. Následně pak uživateli umožňuje práci a manipulaci s těmito objekty. Najede-li, například, uživatel myší na objekt v nákresně, zobrazí se jeho popis. Jednotlivé útvary lze také dále posouvat, měnit jejich velikost, či je odstranit nebo „zneviditelnit“ tak, aby se situace v nákresně stala přehlednější. Je to tedy způsob komunikace uživatele s programem, který probíhá nejčastěji.

- **Dynamická geometrická figura** je množina objektů zobrazovaných v nákresně, jako jsou geometrické obrazce, čísla, textové pole apod. Obecně jde o výsledek geometrické konstrukce. Jedná se o určitou dynamickou situaci v nákresně, která je však vzhledem k nákresně nezávislá. Demonstrovat to lze například v prostředí 3D, kdy uživatel může situaci v nákresně změnit změnou úhlu pozorování, čímž ovšem nedojde ke změně nezávislé geometrické figury.
- **Konstrukce** představuje proces vytvoření geometrické figury v nákresně.
- **Manipulace** umožňuje uživateli měnit tvar a polohu geometrické figury. To může uživatel učinit dvojnásobným způsobem, a to buď přímo pomocí uchopení a posunutí vybraného objektu pomocí myši, nebo nepřímo, kdy lze změnit například číselné hodnoty figury. Pohyb figurou může také uživatel nastavit automaticky pomocí nástroje animace, kdy se bude vybraný bod, nebo i více bodů, plynule pohybovat po objektu, kterému náleží.
- **Stopa** je didaktický nástroj, kdy při jeho použití označený objekt zanechá v nákresně otisk trasy svého pohybu. Uživatel tak může v nákresně zobrazit například tvar nejrůznějších křivek nebo množin. Nevýhodou je však to, že se jedná pouze o stopu, tudíž s ní nelze dále pracovat jako s geometrickými objekty.
- **Množina** je dynamický objekt, který vznikne výpočtem velkého množství poloh zvoleného objektu při jeho pohybu. Množinu lze také využít při další konstrukci.
- **Geometrické objekty** jsou všechny geometrické obrazce a tělesa, se kterými uživatel pracuje (bod, přímka, mnohoúhelník a další), dále pak množiny bodů a dalších objektů, souřadnicové osy nebo mřížové body. Tyto objekty dohromady tvoří geometrickou figuru. Ne všechny objekty jsou však automaticky vnímány jako geometrické objekty. Pokud, například, sestrojí uživatel čtverec z jednotlivých úseček, nebude moci pomocí programu vypočítat jeho obsah, dokud vrcholy čtverce neproloží mnohoúhelníkem, u kterého již obsah měřit lze.
- **Volné objekty** jsou takové objekty, u kterých může uživatel libovolně měnit jejich hodnoty i polohu, a také nejsou závislé na žádném jiném objektu.
- **Závislé objekty** jsou závislé na poloze a hodnotách některé již existující konstrukce a nelze je přímo změnit. S těmito objekty lze později manipulovat jen v rámci objektu, se kterým jsou svázány, například uživatel může pohybovat s průsečíky jen pomocí pohybu prvků, jejichž průsečíkem jsou.

- **Bod na objektu** je příklad závislého objektu, kdy uživatel vytvoří bod vázaný k vybranému objektu, v rámci kterého je pak možné s nově vytvořeným bodem pohybovat. Pokud například uživatel vytvoří bod na kružnici, může s ním dále pohybovat pouze po kružnici.
- **Pomocné objekty** jsou takové objekty, které jsou potřebné při konstrukci jiných objektů.
- **Skrytí / zobrazení** objektů slouží k zakrytí nepotřebných objektů konstrukce, například pomocných objektů, případně jejich následnému znovuobjevení.
- **Ukazovátka** (šipka) může sloužit k označení vybraných geometrických objektů, k jejich uchopení a následnému pohybu nebo změně tvaru. Pomocí ukazovátka lze také po vybrání příslušné funkce vytvářet nové geometrické objekty. Celkově obstarává základní práci v software, kdy uživatel používá ukazovátka pro rozbalení variant v jednotlivých panelech programů. [1]

1.3 Programy dynamické geometrie

Programy dynamické geometrie, jako jsou GeoGebra, Geonext či Cabri II Plus, umožňují vytvoření geometrických objektů na obrazovce počítače, a to bez zviditelnění výpočtů nutných pro sestavení objektů, které by odváděly pozornost uživatele, jenž se tak může plně soustředit na geometrickou plochu. Geometrické objekty vytváříme pomocí nabídky nástrojové lišty. Základní objekty jako nový bod, přímku, úhel volitelné velikosti nebo kružnici můžeme umístit libovolně do prostoru nákresny. Řadíme je pak do skupiny volných geometrických objektů. Navázat na tyto základní objekty pak můžeme vytvořením geometrických útvarů dle jejich podmínky sestavení jako kolmice na danou přímku procházející daným bodem, tečna z daného bodu nebo průsečík dvou různoběžných přímek a další. Ty patří do skupiny vázaných geometrických objektů. V nabídce nástrojové lišty si také můžeme zvolit různé typy zobrazení jako osová a středová souměrnost, posunutí, kruhová inverze nebo stejnolehlost.

S takto vytvořenými figurami lze dále pracovat. Volný útvar stačí uchopit pomocí myši a pak jím již lze libovolně přemísťovat po nárysň. Vázané útvary se pak pohybují podle vztahů, jimiž jsou definovány. To například znamená, že průsečík dvou přímek nelze libovolně přesunout, neboť jeho poloha je dána přímkami, které průsečík definují, je tedy zapotřebí nejprve přesunout obě přímky, čímž se přesune i jejich průsečík. Některé vázané

objekty lze částečně přemísťovat v rámci vymezeném jejich vztahy, například bodem náležícím přímce, lze libovolně pohybovat pouze po této přímce.

Další volbou je pak „vygumování“ objektů, kdy libovolně můžeme vybrané útvary odstranit, čímž současně odstraníme i objekty na něm závislé. Pokud však chceme tyto vztahy a vlastnosti objektů zachovat můžeme vybraný útvar pouze „zneviditelnit“ a tento krok nám pomůže zpřehlednit situaci v nákresně. U útvarů lze rovněž libovolně formátovat barvu, výplň a styl čáry.

Výhody používání programů v dynamické geometrii jsou názornost, kdy uživatel vidí vytvořené objekty a dokáže si tak lépe představit vztahy mezi nimi i jejich vlastnosti. Další výhodou je přesnost a úprava při tvorbě geometrických útvarů, což usnadňuje přehled v nákresně. Výhodou je také zrychlení práce, kdy program narýsuje zadané objekty mnohem rychleji než uživatel klasicky na papír. Díky tomu lze vysvětlovaný pojem jednoduše předvést na větším počtu příkladů, což zvyšuje i celkovou dynamiku práce. Programy, kterými se ve své práci budu zabývat, jsou: GeoGebra, Geonext a Cabri II Plus.

[4], [11], [20]

2 GeoGebra

GeoGebra je dynamický matematický software spojující geometrii, algebru, tabulkový procesor, grafy, statistiku a matematickou analýzu.

Tento, na současném trhu zdarma dostupný interaktivní program, je vhodný především pro využití studenty na základní a střední škole, já osobně jsem se s ním pak setkala i při hodinách syntetické geometrie na bakalářském studiu. Program je v českém jazyce a jeho ovládání je jednoduché a pro uživatele nenáročné. Jedná se o spojení matematických oborů geometrie a algebry, v tomto programu lze tedy geometrické objekty buďto zadávat pomocí souřadnic nebo je přímo konstruovat. Vytvořený útvar je pak popsán analyticky a současně i svou polohou v nákresně. V programu můžeme konstruovat geometrické formy a dále demonstrovat jejich vztahy a vlastnosti či je měnit. V program lze také přímo zadat rovnice, souřadnice či vektory a dále s nimi počítat. Jako další můžeme vytvořit grafy funkcí, u nich pak určit jejich derivace, integrály, nulové body a extrémy.

2.1 Historie

Program GeoGebra vytvořil v letech 2001/2002 student univerzity v Salzburgu Markus Hohenwarter jako součást své diplomové práce. Hohenwarter zde studoval matematiku v kombinaci s informačními technologiemi a jeho cílem bylo vytvořit program dostupný pro širokou veřejnost, který by spojoval dynamickou geometrii (programy Cabri Geometry, Geometer'sSketchpad) a vlastnosti počítačového algebraického systému (programy Derive, Maple) a umožnil by tak jeho využití ve školním prostředí, především pak v hodinách matematiky. Po počátečním úspěchu pokračoval na rozvoji programu v rámci doktorského studia na Akademii věd v Rakousku, kde pokračoval na dalším vývoji programu v rámci své disertační práce. Od roku 2006 začalo vývoj programu podporovat rakouské Ministerstvo školství. GeoGebra se tak stala volně dostupnou pro školy a univerzity a ty jí začaly využívat především v hodinách matematiky. V tomtéž roce se dalšího vývoje programu ujali na Florida Atlantic University v USA. (Preiner, 2008).

V posledních letech se GeoGebra vyvinula v OpenSource projekt, na kterém se podílí skupina 15 programátorů a více než 100 překladatelů z celého světa včetně České republiky (Zbyněk Konečný). Celkem byla přeložena do 52 jazyků, které se používají ve více než 190 zemích.

Poslední vyvíjenou, prozatím beta verzi se zobrazením ve 3D, GeoGebra 5 je možné stáhnout na stránkách www.geogebra.org v sekci „vývoj“.

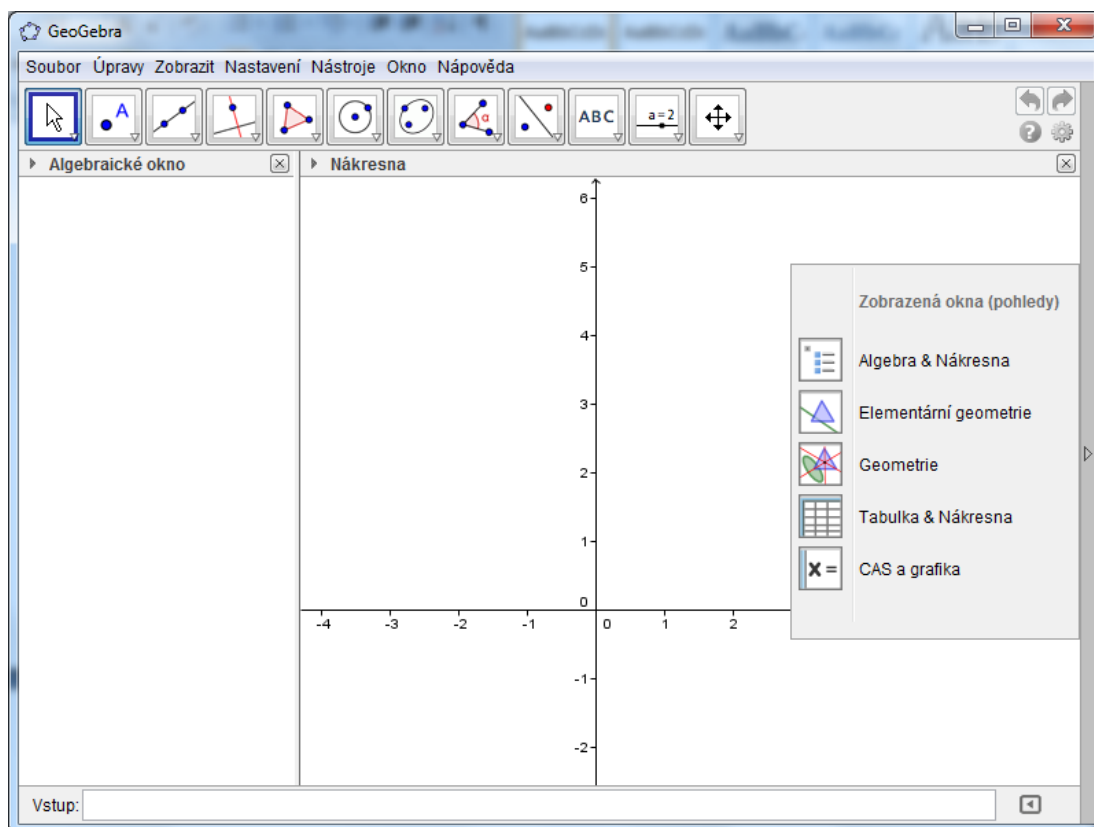
Na těchto oficiálních stránkách programu také možné nalézt přehled řady ocenění, které software získal: Microsoft Partner of the Year Award 2015: Finalist, Public Sector: Education (Redmond, WA, USA), MERLOT Classics Award 2013: Multimedia Educational Resource for Learning and Online Teaching (Las Vegas, Nevada, USA), NTLC Award 2010: National Technology Leadership Award (Washington D.C., USA), BETT Award 2009: Finalist in London for British Educational Technology Award, AECT Distinguished Development Award 2008: Association for Educational Communications and Technology (Orlando, USA), eTwinning Award 2006: 1st prize for "Crop Circles Challenge" with GeoGebra (Linz, Austria), Trophées du Libre 2005: International Free Software Award, category Education (Soisson, France), Comenius 2004: German Educational Media Award (Berlin, Germany) a další. [11], [21], [22]

2.2 Dostupnost programu GeoGebra na trhu počítačového software

Použití programu GeoGebra není na trhu počítačového software nijak omezeno a to díky otevřené licenci GNU General Public License v2, která umožňuje nekomerční využití pro širokou veřejnost a lze využít v operačních systémech Windows, MAC OS, Linux, atd. Program je vhodný jak pro žáky, tak vyučující na všech stupních vzdělání, především pak pro demonstraci geometrie na základní škole. Díky širokému využití GeoGebry při demonstraci a vizualizaci matematických problémů, ale také jako kreslicí nástroj, lze program uplatnit nejen v hodinách matematiky, ale i v jiných předmětech.

Jako výchozí zdroj uživateli poslouží internetová stránka <http://www.geogebra.org>. Jedná se o domovskou stránku programu GeoGebra, kde uživatel nalezne jak potřebné instalační soubory, tak i návod na užívání programu včetně mnoha modelových příkladů. Pro chod programu v počítači uživatele je nutné mít funkční Java Runtime Environment systém. Uživatel si může sám vybrat, zda si program instaluje přímo do svého počítače nebo zda využije spuštění GeoGebry v prohlížeči bez nutnosti instalace tzv. Applet Start. Přenosná verze tzv. Web Start pak dává uživateli možnost pouze zkopírovat program GeoGebra na USB disk a poté jej spustit na jakémkoli počítači bez nutnosti instalace. [11], [21]

Obrázek č. 1: Prostředí programu GeoGebra (Zdroj: vlastní zpracování dle GeoGebra)



2.3 Popis prostředí programu GeoGebra

Základní vzhled po spuštění programu GeoGebra viz obr 1. V horní části je umístěna hlavní nabídka a hned pod ní pak panel nástrojů. Největší částí je geometrické okno tzv. Nákresna, která se nachází v pravé střední části a slouží jako plocha při zobrazování geometrických útvarů. Vlevo vedle nákresny se pak nachází algebraické okno zobrazující souřadnice a rovnice geometrických objektů. V dolní části je vstupní řádek, který slouží zadávání geometrických objektů. Jednotlivé části hlavního okna jsou pak vzájemně propojeny, což znamená, že změna v jedné části vyvolá odpovídající změnu ve všech souvisejících částech.

Hned z kraje se uživateli nabízí standardní panel nástrojů a možnost výběru z pěti variant hlavního okna. Jako první si tedy uživatel v nabídce Zobrazená okna (pohledy) zvolí, ve kterém matematickém prostředí bude pracovat. Na výběr má z možností: Algebra & Nákresna, Elementární geometrie, Geometrie, Tabulka & Nákresna, CAS a grafika. Podle zvoleného typu se změní hlavní okno i panel nástrojů programu. Pokud si uživatel

zvolí některou z možností Nákresny či CAS a grafika v hlavním okně se zobrazí kartézská soustava souřadnic, v ostatních případech zůstane jen „volné“ pole.

Hlavní nabídka

První částí základního okna GeoGebry je panel Hlavní nabídka. Ta obsahuje nástroje pro práci se soubory, nastavení vzhledu prostředí programu, správu nástrojů a možnost přizpůsobení si panelu nástrojů a v neposlední řadě, pak také nápovědu pro práci v programu.

Panel nástrojů

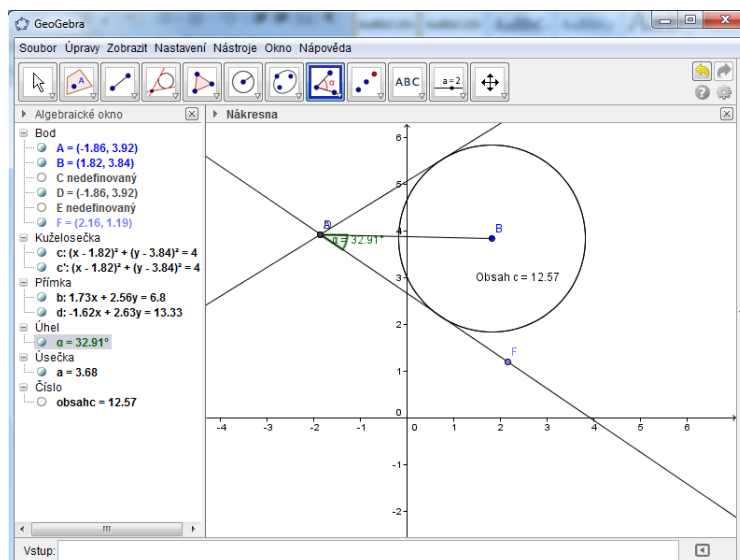
Panel nástrojů obsahuje konstrukční a zobrazovací nástroje geometrie. Základní čtvercové tlačítko pro jednotlivé sady objektů může uživatel, pomocí malého trojúhelníčku vpravo dole, rozbalit a získá tak náhled na všechny využitelné varianty objektů. Těchto základních tlačítek může být v řádku umístěno až jedenáct, při čemž jejich nastavení si uživatel vybere pomocí příkazu Nastavit panel nástrojů v sekci Nastavení v hlavní nabídce. Pokud chce uživatel některý z nich použít, stačí na něj kliknout myší. Poslední použitá varianta pak vždy zůstává jako hlavní ikona na čtvercovém tlačítku. Vpravo na panelu nástrojů pod tlačítkem se symbolem otazníku pak uživatel najde textovou nápovědu k vybranému geometrickému útvaru. Nápověda se rovněž objeví, pokud uživatel najede myší na ikonu útvaru. Panel nástrojů obsahuje tyto sady útvarů: Ukazovátka, jehož součástí je i otočení objektů; zobrazení nového bodu; přímků, úsečky či vektoru; vztahy přímek jako rovnoběžky, kolmice, tečny, poláry nebo množiny bodů; mnohoúhelníky; kružnice; základní kuželosečky jako elipsa, hyperbola a parabola; úhel; osová souměrnost; dále pak možnost vložení textu či obrázku; posuvník a manipulace s objekty jako jejich posunutí, zmenšení/zvětšení či zrušení. Součástí panelu jsou také šipky dopředu a zpět, které dávají uživateli možnost posunout jednotlivé kroky konstrukce. Podrobné informace o jednotlivých funkcích tlačítek nalezne uživatel v manuálu na <http://www.geogebra.org>, na které ho přesměruje nápověda.

Nákresna

Nákresna, tedy geometrické okno, se nachází v největší pravé části obrazovky. Slouží k zobrazování všech geometrických obrazců, které uživatel v programu vytvoří a vztahů mezi nimi. Následně pak uživateli umožňuje práci a manipulaci s těmito objekty. Najede-li, například, uživatel myší na objekt v nákresně, zobrazí se jeho popis. Jednotlivé útvary

lze také dále posouvat, měnit jejich velikost, či je odstranit nebo „zneviditelnit“ tak, aby se situace v nákresně stala přehlednější. Je to tedy způsob komunikace uživatele s programem, který probíhá nejčastěji. [2], [11], [21]

Obrázek č. 2: Situace v Algebraickém okně programu GeoGebra (Zdroj: vlastní zpracování dle GeoGebra)



Algebraické okno

Algebraické okno, které se nachází hned vedle Nákresny v levé části obrazovky, zobrazuje souřadnice a rovnice geometrických objektů vytvořených v Nákresně.

V algebraickém okně se v textové podobě zobrazují definice a hodnoty všech objektů, a to jak viditelných, tak skrytých, které uživatel v nákresně vytvoří. Navíc uživatel v tomto okně nevidí jenom samotné objekty, jejich souřadnice, velikost a podobně, ale také formy, které nemají grafickou prezentaci, jako například vypočtený obsah objektů nebo rovnice geometrických útvarů. Díky tomu může algebraické okno sloužit také jako přehled vytvořených konstrukcí a uživatel si v něm dle libosti může vybírat jednotlivé objekty.

Ikonka umístěná nalevo od popisu objektu informuje uživatele o nastavení jeho viditelnosti, pokud je vyplněna, je objekt v nákresně viditelný, pokud je prázdná, objekt je v nákresně neviditelný. Pokud uživatel najede na objekt v algebraickém okně kurzorem myši, daný objekt se na nákresně zvýrazní.

Obrázek č. 3: Algebraické okno (Zdroj: vlastní zpracování dle GeoGebra)

Souřadnice bodů A, B, D, F ...

Rovnice kružnice c ...

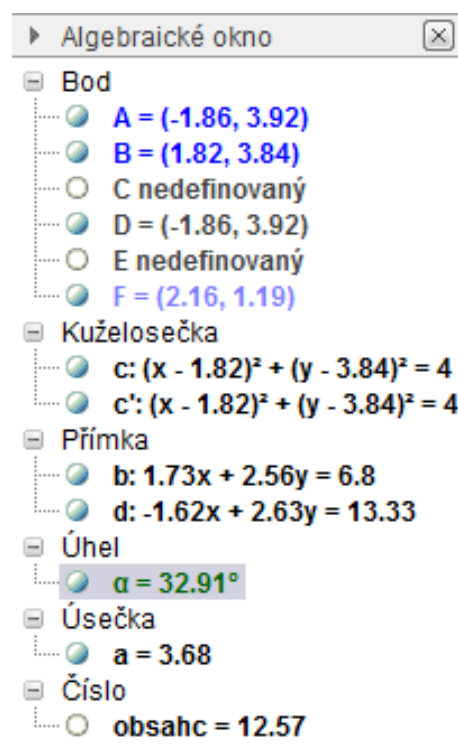
Rovnice obrazu kružnice c' ...

Rovnice tečen b, d ke kružnici c ...

Velikost úhlu α ...

Velikost úsečky a ...

Obsah kružnice c ...



Pokud uživatel dvakrát klikne na libovolný objekt, zobrazí tak editační pole, ve kterém může například:

- přejmenovat objekt
- zobrazit či skrýt objekt
- napsat popis k objektu
- u volných objektů měnit jejich souřadnice
- měnit barvu objektu
- vytvářet pomocné objekty
- změnit velikost a vzhled bodů
- změnit tloušťku a styl čáry útvarů
- vytvářet označení pro rovnoběžné úsečky, úhly

Vstupní řádek

Dolní část okna pak obsahuje vstupní řádek, do kterého může uživatel vkládat veškeré funkce GeoGebry pomocí příkazů v textové podobě a vytvářet tak nové objekty nebo je upravovat. Vpravo od vstupního řádku si může uživatel rozevřít nápovědu, která obsahuje

seznam příkazů pro jednotlivé oblasti matematiky, jako jsou Diskrétní matematika, Funkce & Kalkulus, Geometrie, Graf, Kuželosečka, Pravděpodobnost, Statistika, Vektor & Matice a mnohé další. Zvolený příkaz pak vloží do pole Vstupního řádku pomocí tlačítka Vložit. Pokud uživatel začne zadávat příkaz do příkazového řádku, program automaticky doplní jeho název, a to včetně vstupních proměnných. Součástí je také tlačítko odkazující na online nápovědu, kde uživatel nalezne seznam všech příkazů a vysvětlení jejich použití. Pokud chce uživatel využít vstupní řádek, musí se řídit několika syntaktickými pravidly pro zadávání geometrických objektů:

- Jednotlivé názvy příkazů je nutné přesně zadat podle seznamu a bez diakritiky.
- Po zadání příkazu zobrazí uživatel nedefinovaný objekt pomocí klávesy Enter.
- Při zadávání desetinných čísel je desetinná čárka nahrazena desetinnou tečkou, symbol pro operaci násobení lze pak zadat dvojnásobným způsobem a to buď pomocí hvězdičky * nebo mezerou.
- Zadávání souřadnic bodů a vektorů se provádí pomocí kulaté závorky, kdy se bod označuje velkým písmenem a vektor pak písmenem malým, například bod $A = (-1,25; -8,95)$ a vektor $u = (26,77)$.
- Komplexní čísla se zadávají bez závorek, například $C = 51 - 7i$.
- Předpis pro graf funkce se zadává pomocí rovnítka dvojnásobným způsobem $f(x) = \sin(2x)$ nebo $f:y = \sin(2x)$. Navíc pokud uživatel zapomene uvést u zápisu funkce její název, pojmenuje ji systém sám.
- Při zadávání obecné rovnice křivky uživatel uvozuje dvojtečkou, například $g: x^4 + y^4 = 16$. [2], [11]

Příklad č. 1: Pomocí příkazového řádku sestrojte libovolný trojúhelník ABC a sestrojte mu kružnici opsanou k a kružnici vepsanou l . [21]

Nejprve je vhodné zobrazit si v nákrešně soustavu souřadnic. Dále si uživatel zobrazí vrcholy trojúhelníku ABC a to tak, že zapíše souřadnice jednotlivých bodů do vstupního řádku, ty musí být zapsány pomocí kulatých závorek, tedy například

$$A = (2,1)$$

$$B = (7,1)$$

$$C = (6,5)$$

Tyto body pak uživatel spojí úsečkami pomocí příkazu

$$a = \text{Usecka}[B, C]$$

$$b = \text{Usecka}[C, A]$$

$$c = \text{Usecka}[A, B]$$

Jako další krok uživatel sestrojí osy úseček jednotlivých stran trojúhelníku ABC a také jejich společný průsečík D pomocí příkazů

$$d = \text{OsaUsecky}[A, B]$$

$$e = \text{OsaUsecky}[B, C]$$

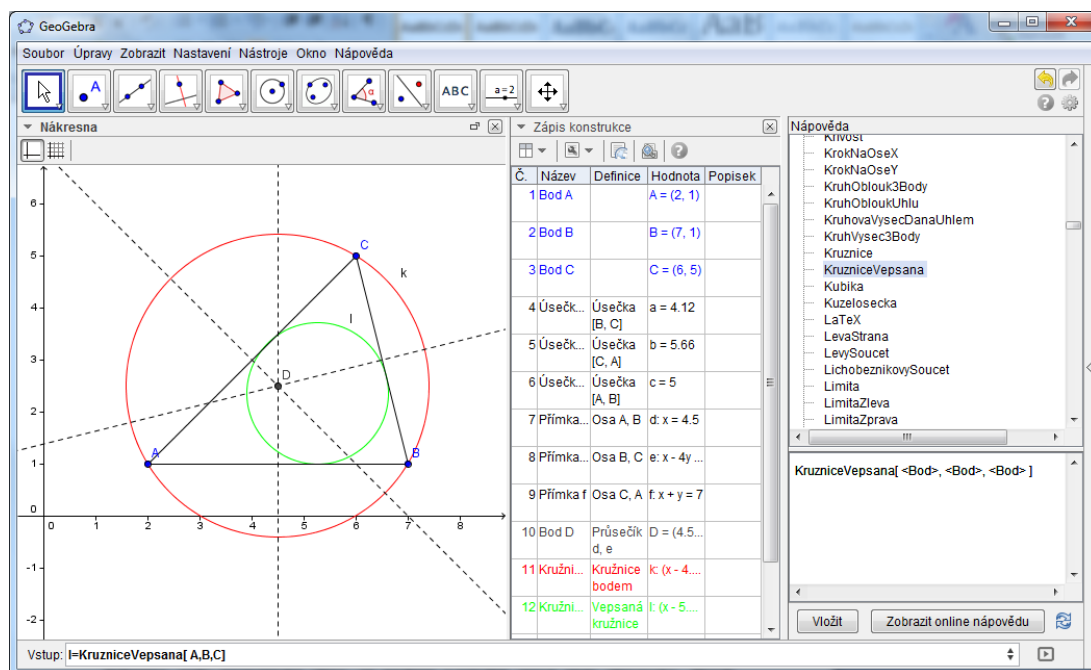
$$f = \text{OsaUsecky}[C, A]$$

$$D = \text{Prusecik}[d, e]$$

Teď již může uživatel sestrojit kružnici opsanou k a to zadáním příkazu $k = \text{Kruznice}[D, A]$.

Kružnici vepsanou l lze sestrojit rovnou bez nutnosti konstrukce pomocných objektů možností $l = \text{KruzniceVepsana}[A, B, C]$.

Obrázek č. 4: Kružnice vepsaná trojúhelníku (Zdroj: vlastní zpracování dle GeoGebra)

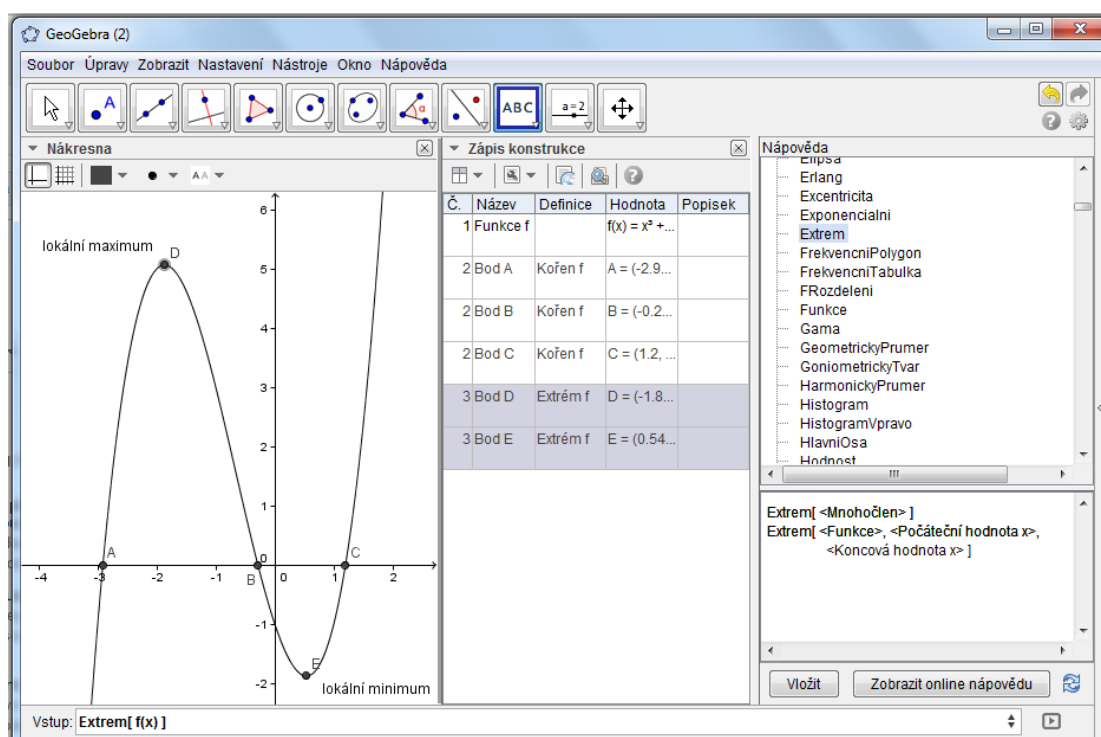


Příklad č. 2: Pomocí příkazového řádku sestrojte graf funkce $f(x) = x^3 + 2x^2 - 3x - 1$ a určete její průsečíky s osou x a její lokální maximum a minimum.

Jako první si uživatel zobrazí graf funkce zadáním předpisu funkce do příkazového řádku. Teď již zbývá vyznačit hledané body. Nejprve uživatel zobrazí průsečíky s osou x pomocí příkazu $Koreny[f(x), -4, 2]$, kde číslo -4 je počáteční hodnota a číslo 2 je koncová hodnota intervalu, na kterém program zobrazí hledané body. Pokud si uživatel v nákrešně zobrazí osu souřadnic, může tak odhadnout v jakém rozmezí se budou průsečíky s osou x nacházet. Jako alternativu může také použít příkaz $Root[f(x)]$, který zobrazí průsečíky bez nutnosti udání počáteční a koncové hodnoty.

Jako poslední zobrazí uživatel lokální extrémy zadáním předpisu $Extrem[f(x)]$ a u zobrazených bodů určí, zda se jedná o maximum nebo o minimum.

Obrázek č. 5: Graf funkce a lokální extrém (Zdroj: vlastní zpracování dle GeoGebra)



GeoGebra Script

Jedná se o posloupnost příkazů, který uživateli software GeoGebra umožní rozšířit seznam funkcí, jako například ověření správnosti výsledku nebo další výpočty, které panel nástrojů programu přímo nenabízí. Uživatel tuto funkci může využít pomocí dvou skriptovacích jazyků, a to buď jazykem Javascript nebo může zvolit jednodušší variantu a vytvořit si vlastní skriptovací jazyk GGBScript. Jednotlivé příkazy skriptovacího jazyka pak může uživatel zadávat jak v českém, tak i v anglickém jazyce. GeoGebra Script uplatní uživatel především při ověřování správnosti řešení, kdy za tímto účelem může vytvořit například textové pole nebo nové tlačítko. Vytvořit uživatel může také tlačítko, pomocí kterého bude program automaticky generovat zadání nových příkladů, k tomu však musí znát několik základních příkazů skriptovacího jazyka GeoGebra Script. [6]

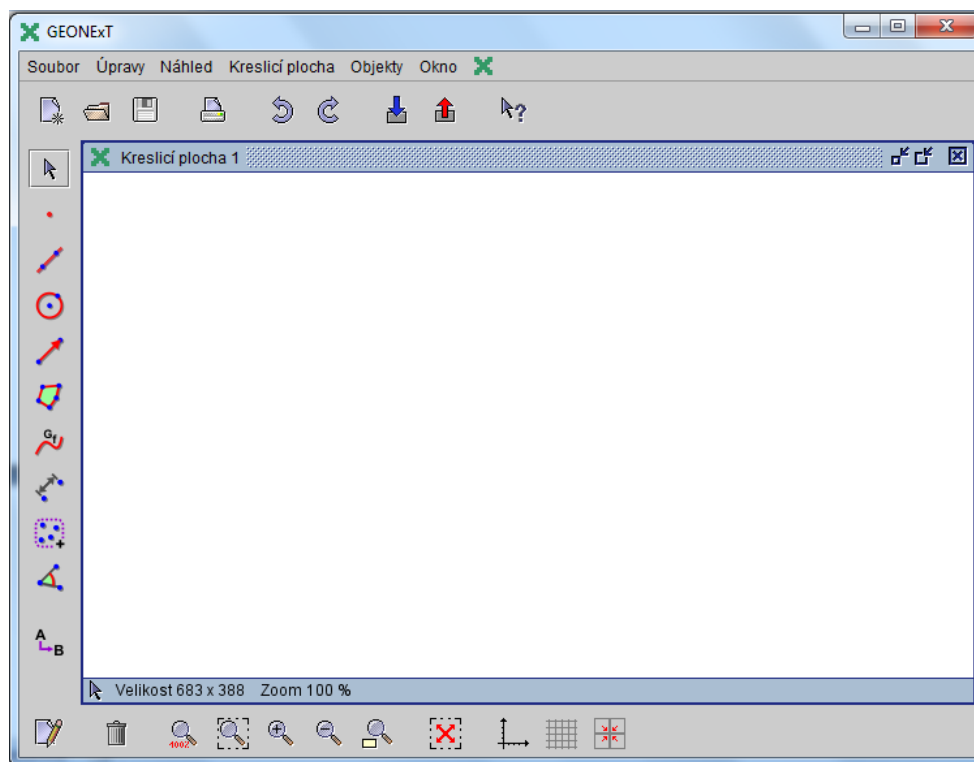
3 Geone_xt

3.1 Základní vzhled programu

Geone_xt je dynamický zdarma dostupný matematický náčrtník dynamické geometrie velmi podobný programu Cabri, který byl vytvořen v roce 1999 na katedře matematiky německé Univerzity v Bayreuthu a šířený pod GNU General Public License. Program je vyvinutý pomocí programovacího jazyku Java a díky tomu není omezen na konkrétní operační systém. Geone_xt svému uživateli poskytuje nové možnosti vizualizace konstrukčních úloh, která nelze provést tradičními konstrukčními metodami na papír nebo tabuli. Práce v programu Geone_xt umožňuje především možnosti pro interaktivní geometrické konstruování, dále pak nástroje umožňující například vyšetřování průběhu funkcí a konstrukci jejich grafů. Celkově je ovládání programu velice snadné a intuitivní, u vytvořených objektů lze neomezeně měnit jejich velikost, vzájemnou polohu nebo je libovolně přesouvat a otáčet, čímž lze snadno pozorovat jejich základní vlastnosti.

[14], [21], [22]

Obrázek č. 6: Základní vzhled programu Geone_xt (Zdroj: vlastní zpracování dle Geone_xt)

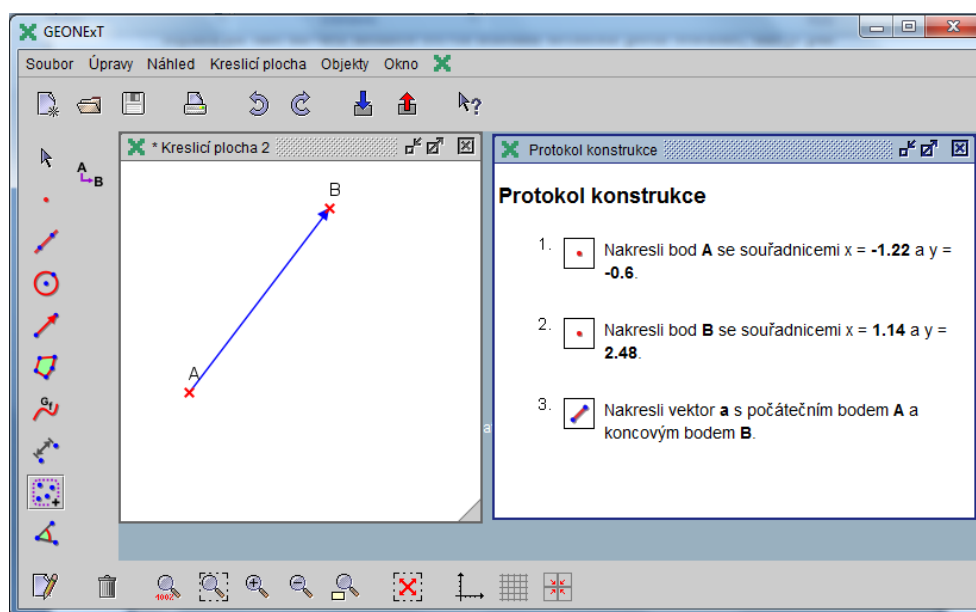


Program Geone_xt lze ovládat dvojitým způsobem, a to buď pomocí nabídky menu, nebo lišt s nástroji.

Základní vzhled po spuštění programu Geone_xt viz obr. č. 6. Jako první krok je potřeba otevřít novou kreslicí plochu pomocí prvního tlačítka vlevo nahoře pod Hlavní nabídkou. Tato kreslicí plocha zabírá většinu plochy programu a uživatel do ní rýsuje veškeré zvolené objekty.

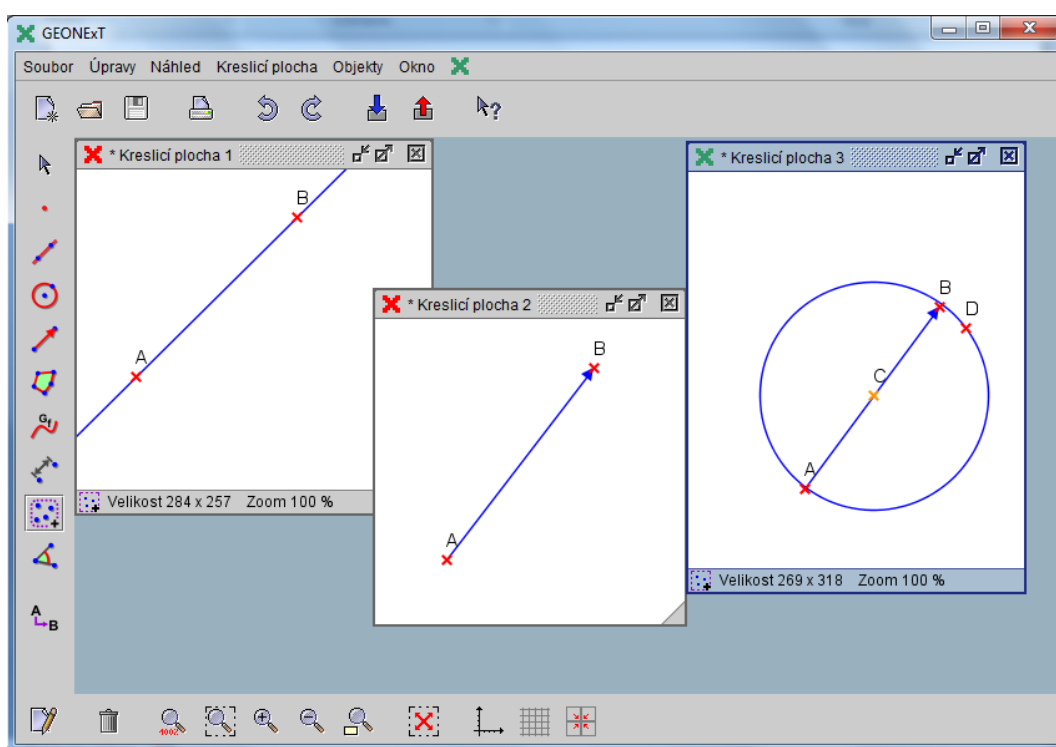
Hlavní nabídka obsahuje standardní možnosti obdobně jako je tomu u programu GeoGebra. Hned první tlačítko s názvem Soubor dává uživateli možnost výběru z klasických variant práce, jako například vytvořit novou kreslicí plochu nebo uložit vytvořený soubor a další, které může uživatel nalézt ve většině počítačových softwarech. Změnou je však absence nápovědy. Program sice toto tlačítko obsahuje, ale po kliknutí myši se zobrazí pouze prázdné pole s názvy jednotlivých voleb pro konstrukční úlohy, které však nejsou v češtině nijak popsány. Pokud bude chtít uživatel upravit barvu kreslicí plochy, vložit na pozadí fotografii nebo změnit hustotu zobrazované mřížky, použije k tomu možnosti z nabídky Vlastnosti kreslicí plochy. Funkce Náhled obsahuje především možnosti zvětšit a zmenšit a posunout viditelnou oblast. Při kliknutí myši na již zmíněné tlačítko Kreslicí plocha si, krom jiných možností, může uživatel zvolit položku Protokol konstrukce. V programu se po jeho zpuštění objeví další okno, které obsahuje jednotlivé kroky konstrukce vytvořených objektů a jejich vlastnosti.

Obrázek č. 7: Protokol konstrukce (Zdroj: vlastní zpracování dle Geone_xt)



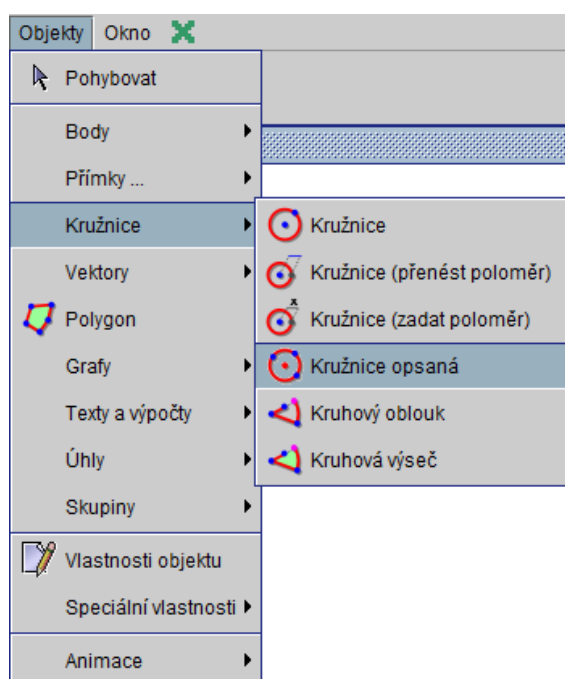
Na rozdíl od programu GeoGebra také chybí Algebraické okno pro výpočty, souřadnice a rovnice sestavených objektů. Toto algebraické okno tak také částečně nahrazuje právě volba Protokol konstrukce. Pro vzhled kreslicí plochy může uživatel vybrat jednu ze tří možností, a to buď mřížku, pravouhlou soustavu souřadnic či volné pole, jejich tlačítka také nalezneme pod políčkem Kreslicí plocha v Hlavní nabídce nebo v dolní části programu. Pro lepší přehlednost při tvorbě více objektů má také uživatel možnost otevřít několika kreslicích ploch současně. Tyto plochy pak může dále upravovat, například zmenšit a umístit vedle sebe do hlavního pole či kaskádově seřadit, výběrem možností pomocí tlačítka Okno v Hlavní nabídce programu.

Obrázek č. 8: Zobrazení více kreslicích ploch (Zdroj: vlastní zpracování dle Geone_xt)



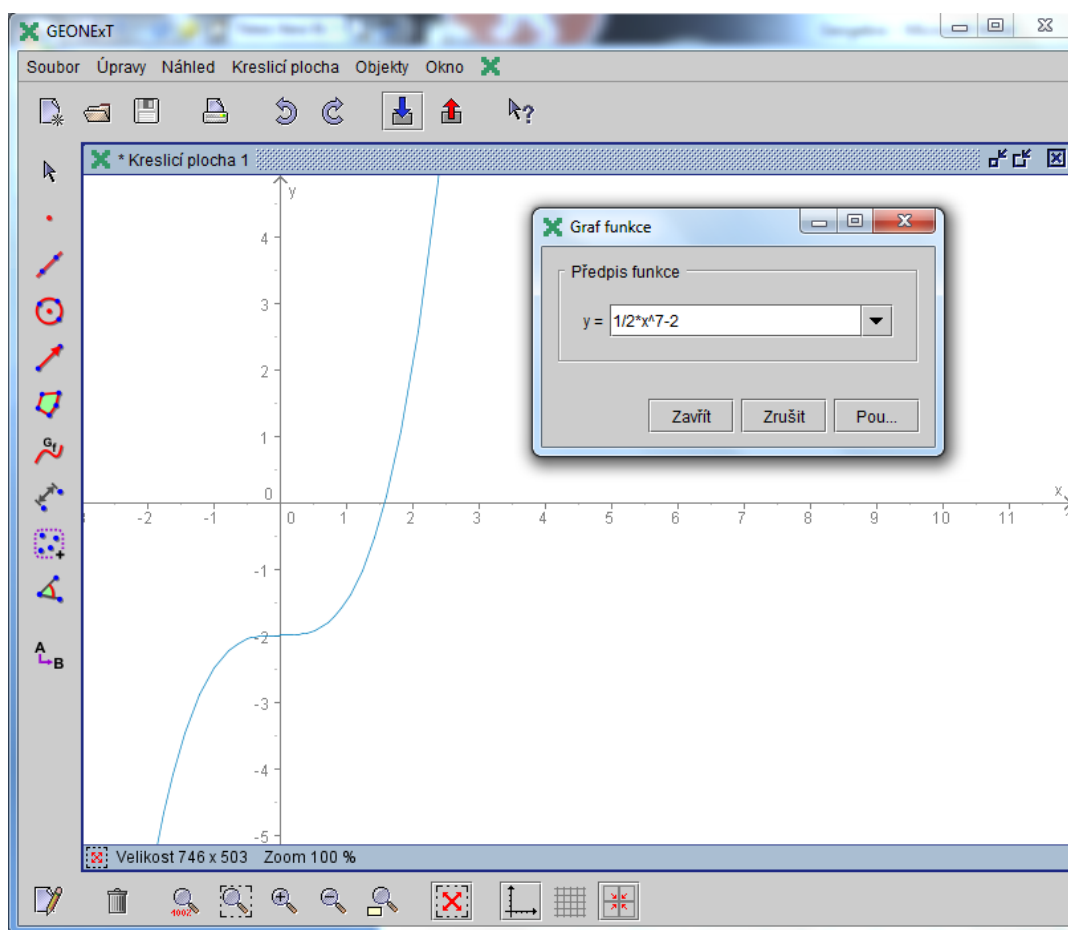
Asi tím nejzajímavějším v Hlavní nabídce je pak tlačítko Objekty, které rozšiřuje nabídku Panelu nástrojů v levé části okna programu, a obsahuje všechny možnosti vytvoření objektů a to včetně jejich popisu a výpočtů, které software nabízí. Obdobně jako u programu GeoGebra obsahuje Geone_xt volby pro vytvoření základních geometrických objektů jako body, přímky, kružnice, polygony, úhly atd. a to včetně výpočtu jejich vzdálenosti či velikosti. Jednotlivé položky objektů jsou doplněny barevně rozlišeným malým obrázkem tak, že modře jsou zbarveny části objektu, které musí uživatel zadat, aby tak získal červeně znázorněnou část. Například pro získání kružnice opsané (červená) musí uživatel nejprve zobrazit do kreslicí plochy tři nekolineární body (modrá).

Obrázek č. 9: Objekty (Zdroj: vlastní zpracování dle Geone_xt)



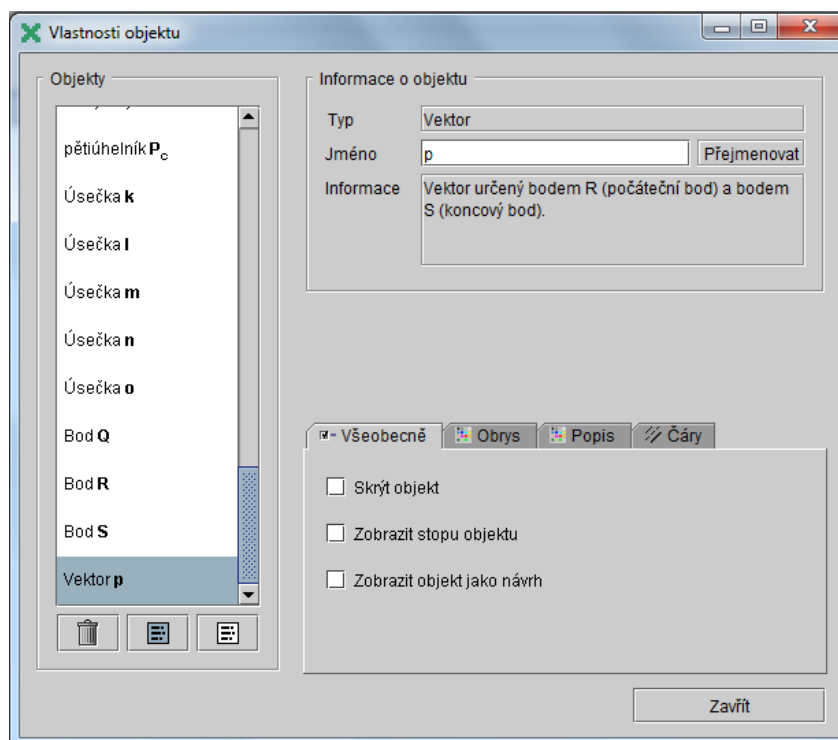
Velice intuitivní je pak zobrazování polygonů, které obsahuje pouze jednu položku. Uživatel si tak sice sám pomocí myši zobrazí libovolný geometrický útvar, ale nemá možnost si předem vybrat z nabídky daných vlastností mnohoúhelníků, jako například pravidelné mnohoúhelníky jak je tomu v programu GeoGebra. Oproti programu GeoGebra také chybí možnost použití funkcí zobrazení, jako například osová a středová souměrnost nebo kruhová inverze. Možnost osové a středové souměrnosti nabízí program Geone_xt pouze při konstrukci bodu. Navíc však obsahuje možnost konstrukcí grafů funkcí. Po kliknutí myši na toto tlačítko se v programu spustí samostatné okno určené pro předpis funkce, kterou si uživatel podle své potřeby zvolí. Pozor musí uživatel dát akorát při zápisu a to, aby první písmeno předpisu funkce bylo napsáno vždy velké, jinak se funkce v kreslicí ploše nezobrazí. Podle zadaného předpisu pak software zobrazí její graf. Obdobně vypadá práce s možností Parametrická křivka, která zobrazuje parametricky dané křivky. Vyplnit je však potřeba pole jak pro parametr $x(t)$, tak pro $y(t)$. Posledním tlačítkem pro vykreslení grafu funkce je Křivka stopy. Uživatel nejprve provede animaci s vykreslením stopy a pak zvolí možnost Křivka stopy a nakonec klikne na bod, který kreslí stopu. Nevýhodou může být fakt, že výpočet rovnice křivky trvá delší dobu, s čím je tedy třeba počítat.

Obrázek č. 10: Graf funkce (Zdroj: vlastní zpracování dle Geone_xt)



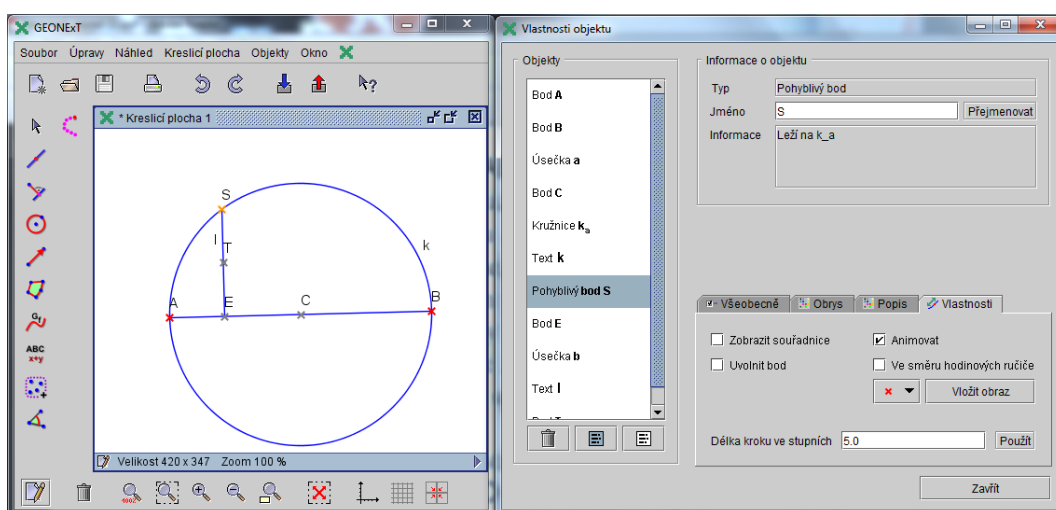
Pod všemi možnostmi volených geometrických objektů dále uživatel nalezne pole Vlastnosti objektů a Speciální vlastnosti. Po kliknutí na první položku se uživateli otevře speciální okno s popisem všech vlastností jednotlivých objektů v kreslicí ploše. Pokud uživatel klikne myší na zvolený objekt, zobrazí se mu informace jako název, typ objektu a informace o jeho sestavení. Dále pak může libovolně měnit viditelnost objektu, jeho stopu, barvu výplně, popis, druh a tloušťku čáry útvaru nebo jej z kreslicí plochy odstranit. V políčku Speciální vlastnosti pak uživatel volí z možností: Přejmenovat, Jméno zobrazit/odstranit, Skrýt, Koncept a Stopa.

Obrázek č. 11: Vlastnosti objektu (Zdroj: vlastní zpracování dle Geone_xt)

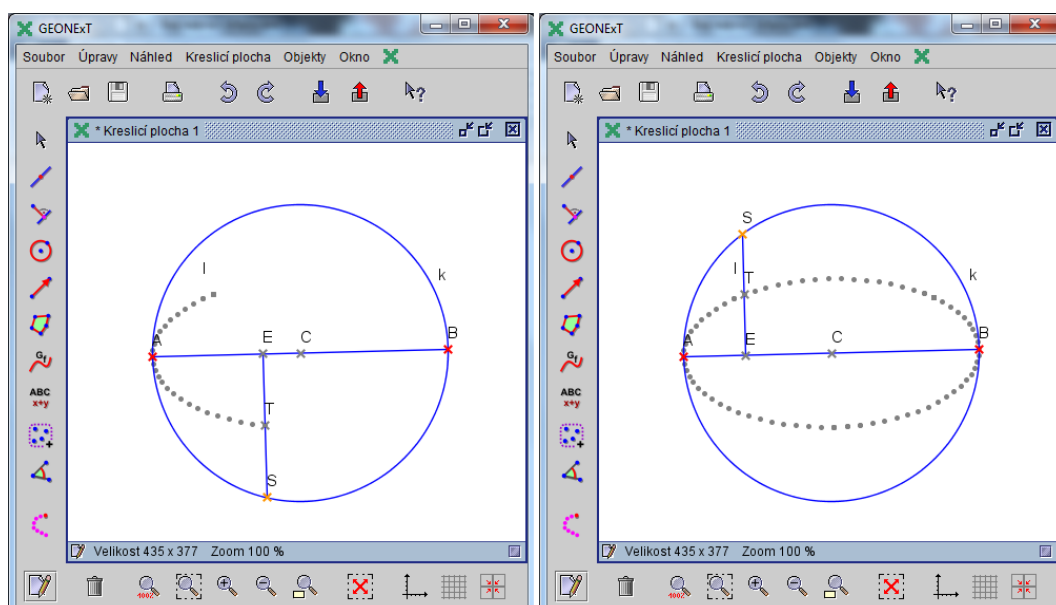


Poslední možností využití programu je tvorba pomocí možností Stopa objektu a Animace, které uživateli umožňují vytvářet dynamické obrázky nebo videa konstrukcí geometrických objektů. Tyto prvky lze využívat i současně a tím vytvářet stopu objektu pomocí pohybu bodu vázaného na jiný objekt. Tohoto postupu lze využít například při konstrukci kuželoseček. Ukázkou může být animace sestavení elipsy, kdy uživatel nejprve sestrojí kružnici k a její průměr d . Na kružnici k umístí uživatel, pomocí postupu Objekty → Body → Vázaný bod, vázaný bod S , ze kterého dále spustí kolmici l na průměr d a střed kolmice označí jako bod T . Tento bod T pak uživatel označí, aby zanechával stopu pomocí postupu Objekty → Speciální vlastnosti → Stopa. Pro animaci je potřeba zaškrtnout kolonku Animovat v sekci Vlastnosti v poli Vlastnosti objektu. Nastavit lze také délka kroku ve stupních. Nyní již stačí zvolit možnost Objekty → Animace → Začít animaci, což dá body S a T do pohybu a vykreslí elipsu.

Obrázek č. 12: Animace elipsy – část 1 (Zdroj: vlastní zpracování dle Geone_xt)



Obrázek č. 13: Animace elipsy – část 2 (Zdroj: vlastní zpracování dle Geone_xt)



Řádek níže pod Hlavní nabídkou obsahuje některé tlačítka jako Nová kreslicí plocha, Otevřít, Uložit, Tisk, kroky Zpět a Vpřed, Zmrazení/Rozmrazení a Nápovědu, což v podstatě uživateli urychluje práci při hledání základních funkcí v sekcích Soubor a Úpravy v Hlavní nabídce.

Jak již bylo zmíněno v levé svislé části programu Geone_xt se nachází Panel nástrojů, který však nabízí pouze jednu z variant pro konstrukci jednotlivých geometrických útvarů a to tu, která byla v kreslicí ploše použita jako poslední. Navíc je přidáno poslední tlačítko, s pomocí kterého může uživatel libovolně měnit názvy vybraných objektů.

Ve spodní části programu pod Kreslicí plochou je umístěno několik tlačítek Náhledu z Hlavní nabídky, pomocí nichž lze geometrické útvary zvětšit, zmenšit nebo třeba smazat. Dále se zde nachází tlačítka pro volbu vzhledu Kreslicí plochy Souřadnicová soustava a Mřížka. [15], [21], [22]

3.2 Práce v programu Geonext

Aby se jednotlivé geometrické útvary objevily v kreslicí ploše, musí uživatel zvolit požadovanou konstrukci buď v nabídce Objekty z Hlavní nabídky, nebo na liště nástrojů, a následně pak postupně klikat myší na kreslicí plochu, čímž se v ní vybrané geometrické objekty zobrazí. Pokud uživatel zvolí zobrazení mřížky, na kterou přichytí bod a následně bude tímto bodem pohybovat, bude tak skokem měnit souřadnice bodu a to bez ohledu na to, zda mřížka je zobrazena, nebo ne. Opakováním tohoto postupu se bod z mřížky uvolní, čímž se jeho souřadnice budou opět spojitě měnit. Souřadnicovou soustavu a mřížku lze také využít pro znázorňování analytické geometrie například pro grafické řešení soustavy dvou rovnic o dvou neznámých. [23]

Příklad č. 3: Grafické řešení dvou rovnic o dvou neznámých. [15]

Řešte soustavu

$$y + 2x = 6$$

$$y - x = 3.$$

Nejprve je potřeba upravit obě rovnice soustavy do tvaru lineární funkce:

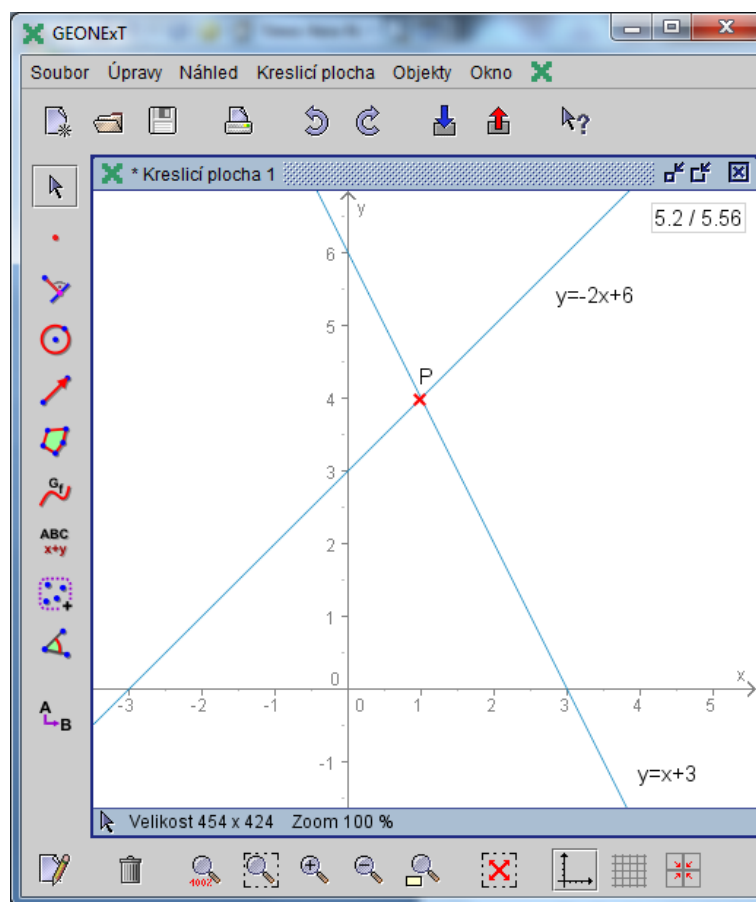
$$f: y = -2x + 6$$

$$g: y = x + 3$$

Takto upravené rovnice zadáme do programu Geonext pomocí tlačítka Graf funkce.

Grafy obou lineárních funkcí jsou přímky a souřadnice $x = 1$ a $y = 4$ jejich společného průsečíku $P = [1,4]$ představují hledanou uspořádanou dvojici, která je řešením soustavy rovnic.

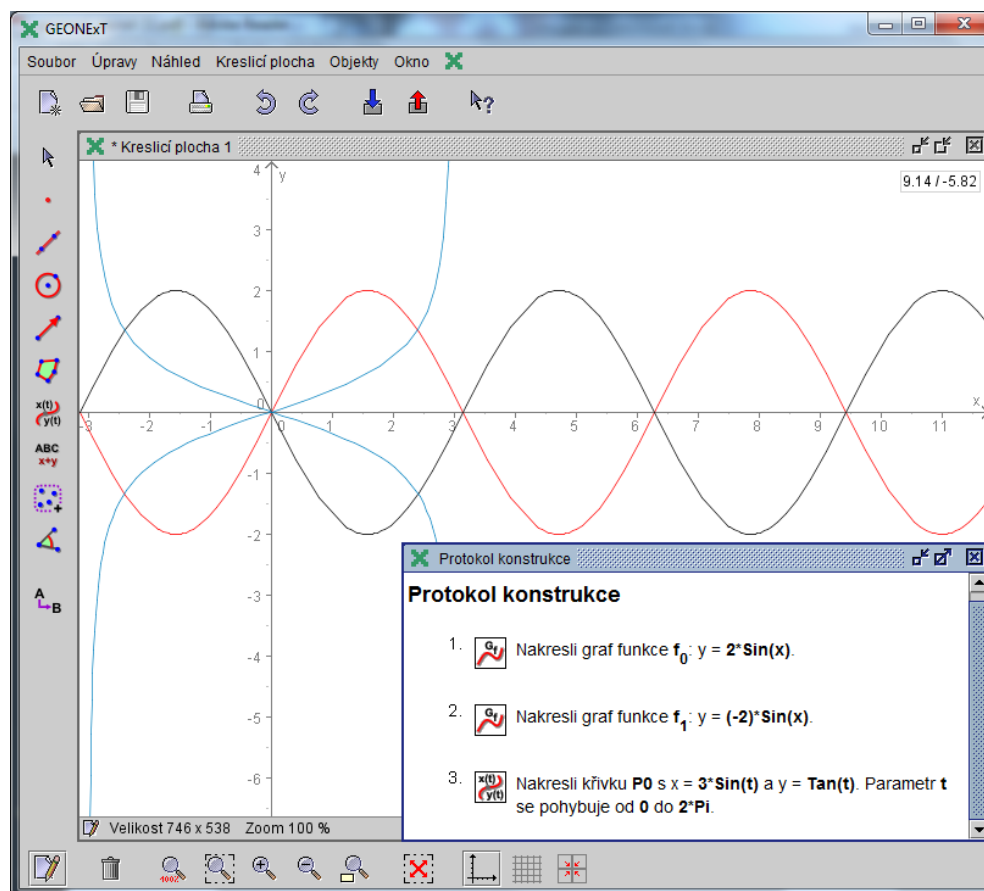
Obrázek č. 14: Grafické řešení soustavy rovnic (Zdroj: vlastní zpracování dle Geonext)



Příklad č. 4: Do jednoho grafu zobrazte funkce $f: y = 2\sin(x)$, $g: y = -2\sin(x)$ a parametrickou funkci danou předpisem pro $x(t) = 3\sin(t)$ a pro $y(t) = tg(t)$, kde parametr $t \in (0, 2\pi)$.

Nejprve může uživatel zobrazit jednotlivé funkce $f: y = 2\sin(x)$, $g: y = -2\sin(x)$. Uživatel tak učiní pomocí tlačítka v Hlavní nabídce Objekty → Grafy → Graf funkce, kde do nově spuštěného okna zapíše předpis funkce f a funkce g , čímž se obě funkce zobrazí v kreslicí ploše. Následně pak v hlavní nabídce zvolí možnost Objekty → Grafy → Parametrická křivka a v novém okně vyplní pole $x(t) = 3\sin(t)$ a pro $y(t) = tg(t)$, a také rozmezí parametru $0 \leq t \leq 2\pi$. Následně se křivka také zobrazí do grafu. Pro lepší přehlednost situace může uživatel do grafu zobrazit také soustavu souřadnic pomocí tlačítka ve spodní části programu. Pro jasnou představu o jednotlivých krocích konstrukce může na závěr uživatel doplnit vytvořené grafy v kreslicí ploše o Protokol konstrukce, který nalezne pod kolonkou Kreslicí plocha v Hlavní nabídce. [15]

Obrázek č. 15: Zobrazování grafů funkcí (Zdroj: vlastní zpracování dle Geonext)



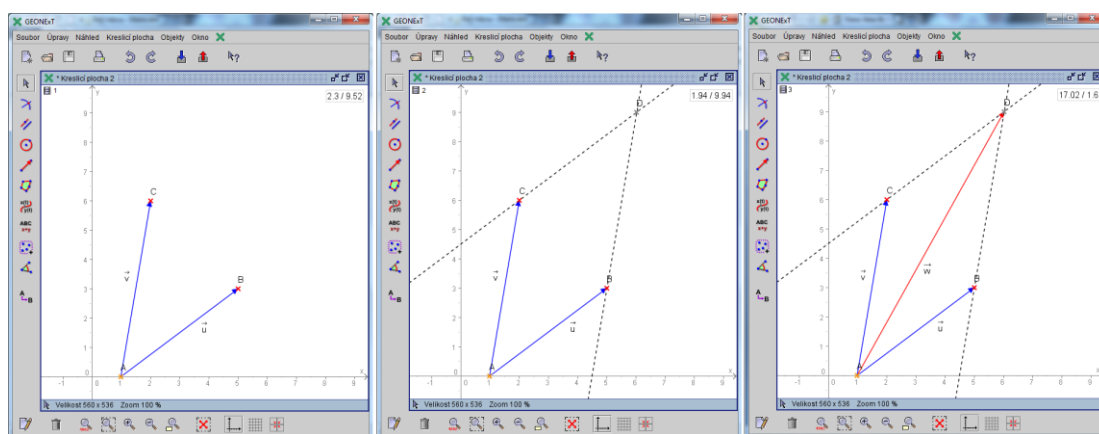
Příklad č. 5: Vytvořte Diashow pro skládání dvou vektorů $\vec{u} = (4,3)$ a $\vec{v} = (1,6)$.

Metoda Diashow je vhodná v případě, kdy chce uživatel demonstrovat jednotlivé kroky konstrukce. Jako první snímek je pro uživatele vhodné připravit si zadání úlohy, tedy zobrazit vektor \vec{u} a vektor \vec{v} . Takto připravenou konstrukci transformuje do prvního snímku volbou Vytvořit ScreenShot z tlačítka Kreslicí plocha v Hlavní nabídce, následkem toho se v levém horním rohu kreslicí plochy objeví symbol filmového pásu s číslem jedna, které znázorňuje první snímek prezentace diashow. Jako druhý snímek prezentace může uživatel využít totožný počáteční bod A vektorů a koncovými body vést rovnoběžky vektorů \vec{u} a \vec{v} (doplnění na rovnoběžník), které se navzájem protnou v průsečíku D . Pro lepší přehlednost situace je vhodné změnit styl vzhledu rovnoběžek například na černou barvu a čárkovaný druh čáry. Průsečík D zobrazí uživatel jako poslední krok po sestavení rovnoběžek, a to využitím možnosti z Hlavní nabídky Objekty \rightarrow Bod \rightarrow Průsečík. Po kliknutí na místo průsečíku se objeví malé okno s výběrem objektů, kterým průsečík D náleží. Pro zobrazení průsečíku D je tedy potřeba, aby uživatel nejprve jednou

zvolil první rovnoběžku a pak podruhé stejným způsobem zbývající rovnoběžku. Po takto připravené konstrukci uživatel opět zvolí možnost ScreenShot a vytvoří tak druhý snímek. Posledním snímkem prezentace diashow pak bude výsledný vektor $\vec{w} = |AD|$, znázorněný v kreslicí ploše červenou barvou.

Takto vytvořenou konstrukci je již potřeba pouze správně uložit, což provede uživatel zvolením možnosti Soubor \rightarrow Exportovat \rightarrow Diashow. Vytvořená konstrukce se pak uloží ve formátu HTML souboru a pro její prezentaci pak stačí soubor otevřít v libovolném prohlížeči. Jednotlivé snímky lze procházet buď klikáním myši na obrázková tlačítka se šipkami, nebo automaticky využitím tlačítka AUTO s časovou prodlevou, kterou si uživatel nastaví při ukládání souboru. [15]

Obrázek č. 16: Diashow (Zdroj: vlastní zpracování dle Geonext)

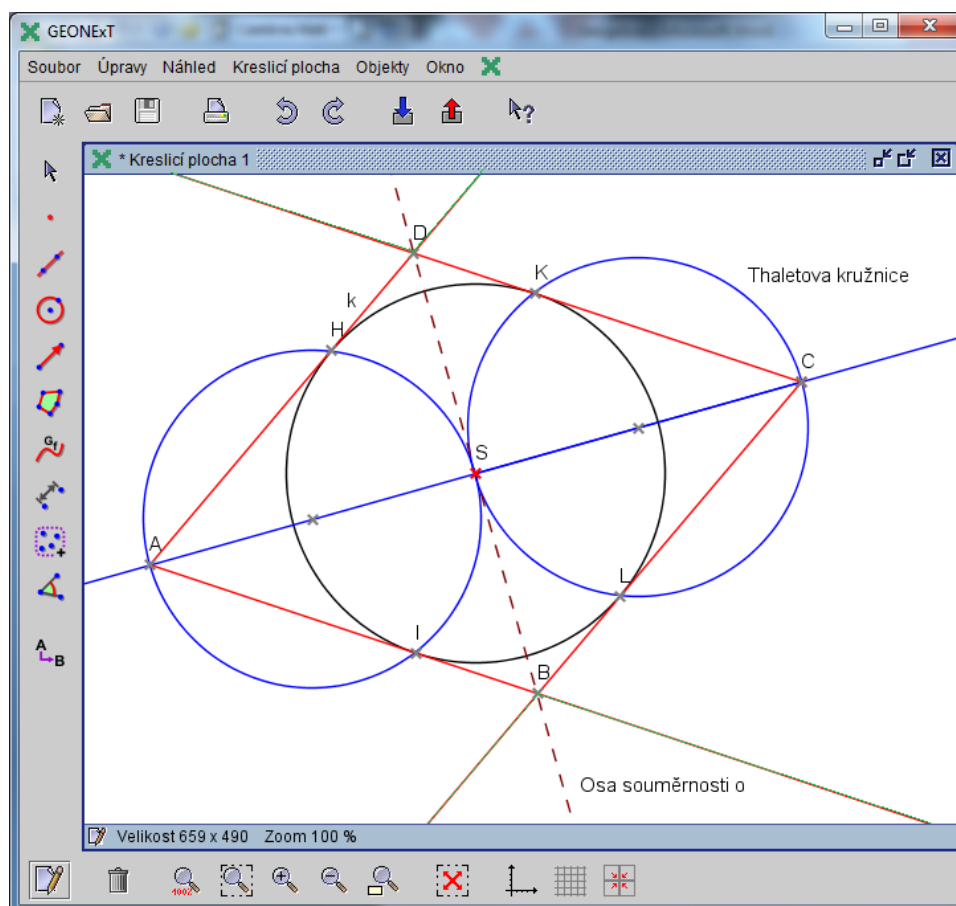


Příklad č. 6: Je dána libovolná kružnice k o poloměru r a bod A , který nenáleží kružnici a leží vně kružnice k . Opište kružnici k rovnoběžný tečnový čtyřúhelník $ABCD$.

Nejprve je potřeba sestavit kružnici k pomocí volby Objekty \rightarrow Kružnice \rightarrow Kružnice, a libovolný bod A , který lze zobrazit pomocí volby Objekty \rightarrow Body \rightarrow Bod. Nyní je potřeba úsečkou spojit střed S kružnice k s bodem A , což uživatel provede pomocí pokynů Objekty \rightarrow Přímky \rightarrow Úsečka. Jako další krok je potřeba zobrazit střed U úsečky $|SA|$ a to možností Objekty \rightarrow Body \rightarrow Střed. Nyní již může uživatel sestavit Thaletovu kružnici, jejímž průměrem bude úsečka $|SA|$. Thaletova kružnice protne kružnici k ve dvou bodech I a H . Body I a H představují body dotyku hledaných tečen ke kružnici k . Dále pak uživatel sestaví kolmici o na úsečku $|SA|$, tedy Objekty \rightarrow Přímky \rightarrow Kolmice. Tato kolmice o bude sloužit jako osa souměrnosti. V osové souměrnosti podle osy o dále uživatel sestaví obraz bodu A , čímž získá bod C , obraz Thaletovy kružnice, a tedy obrazy bodů dotyku I a H a získá tak další dva body dotyku K a L . Z bodu C pak uživatel provede

tečny ke kružnici k tak, že jedné tečně bude náležet bod K a druhé tečně bod L . Průsečíky tečen je třeba označit jako dva zbývající body tečnového čtyřúhelníku B a D , čímž je konstrukce hotová.

Obrázek č. 17: Tečnový čtyřúhelník (Zdroj: vlastní zpracování dle Geonext)

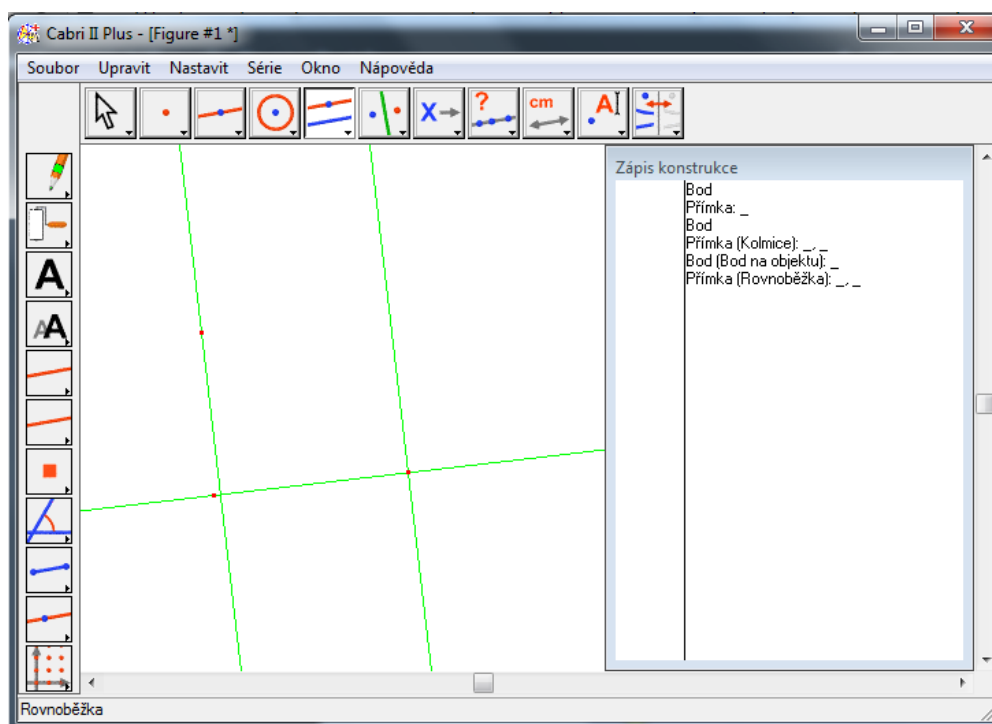


4 Cabri II Plus

4.1 Historie a základní prostředí programu

Tento software je dalším programem dynamické geometrie představeným v této práci. Jedná se o nově vytvořenou verzi programu Cabri Geometrie II, jehož vývoj začal na výzkumném pracovišti Centre National De Recherche Scientifique (CNRS) a na francouzské univerzitě Josepha Fouriera v Grenoble. Poprvé pak byl program představen roku 1988 na 6. kongresu ICME v Budapešti. Tento licencovaný výukový program může uživatel nastavit pro operační systémy Mac OS a Windows.

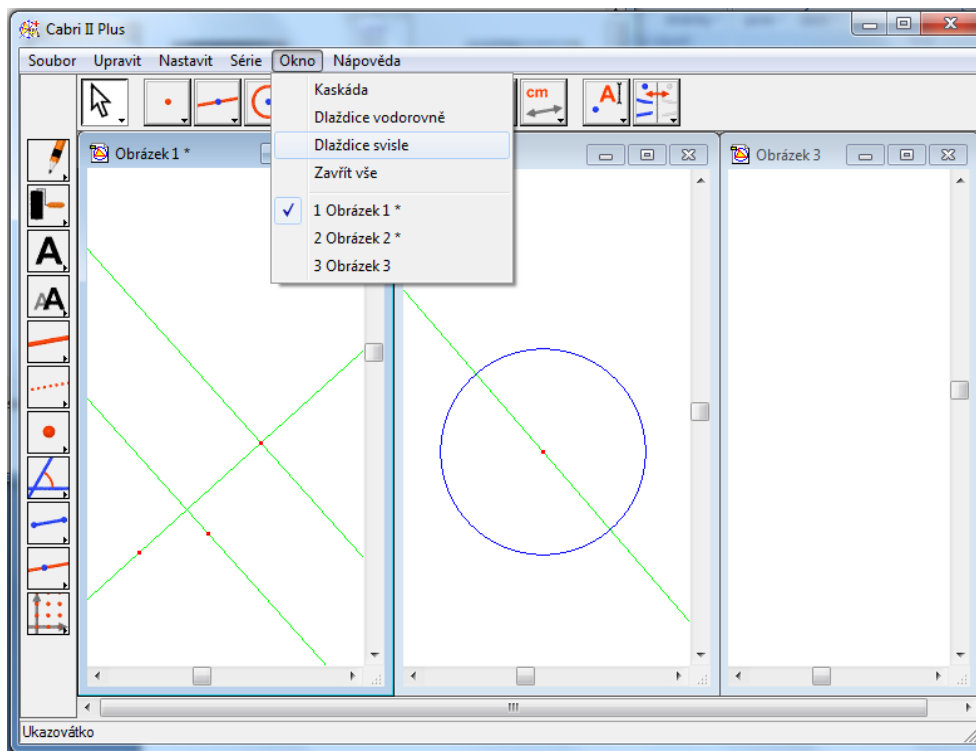
Obrázek č. 18: Prostředí programu Cabri II Plus (Zdroj: vlastní zpracování dle Cabri II Plus)



Hlavní nabídka se příliš neliší od struktury programů GeoGebra a Geone_xt. Opět zde uživatel nalezne standardní tlačítko Soubor s možnostmi jako Nový obrázek, Uložit, Export (HTML, PNG atd.), Tisk a další. Tlačítko Upravit dává uživateli možnosti jako Smazat, Označit vše, Krokovat konstrukci nebo Překreslit. Velice užitečné je pak tlačítko Nastavit, díky kterému si může uživatel zvolit, jaké panely a nástroje se po spuštění programu objeví v hlavním okně, a také jazyk, ve kterém bude software pracovat. Tlačítko Okno funguje podobně jako v programu Geone_xt a umožňuje tedy zobrazení několika Kreslicích ploch tzv. obrázků současně a to v kaskádovitém,

vodorovném nebo svislém uspořádání jednotlivých obrázků. Tlačítko Série pak slouží k prohlédnutí, uložení nebo tisku všech těchto obrázků. Poslední volbou je pak možnost Nápovědy. Po klepnutí na volbu Nápověda → Nápověda ano/ne (nebo využití tlačítka klávesnice F1), se ve spodní části obrazovky programu objeví okno s nápovědou.

Obrázek č. 19: Uspořádání více nákresen v programu (Zdroj: vlastní zpracování dle Cabri II Plus)

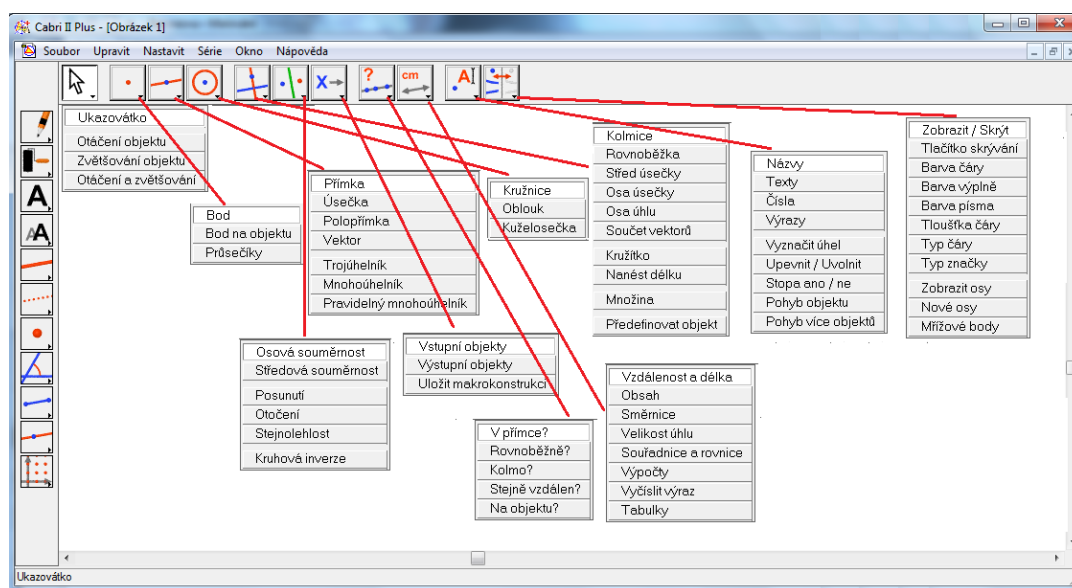


Zajímavým zpestřením je práce s myší v nákresně. Pokud totiž uživatel najede myší na zvolený geometrický objekt, objeví se u něj krátký popisek ve stylu „zobrazit tento bod“ nebo „délka tohoto oblouku“ a mnohé další. Tyto popisky tak usnadňují uživateli orientaci v konstrukci tím, že přesně určují, s jakými útvary a jakým způsobem se bude pracovat.

Panel nástrojů připomíná vzhledem panel nástrojů programu GeoGebra, tedy vždy jedna z možností nabídky jednotlivých objektů, ta která byla využita jako poslední, je vidět jako hlavní ikona tlačítka a zbytek variant je možné rozbalit za pomoci malého černého trojúhelníčku v pravém dolním rohu tlačítka. Podle poznámky ve Stavovém řádku ve spodní části obrazovky programu pak uživatel pozná, který nástroj právě využívá.

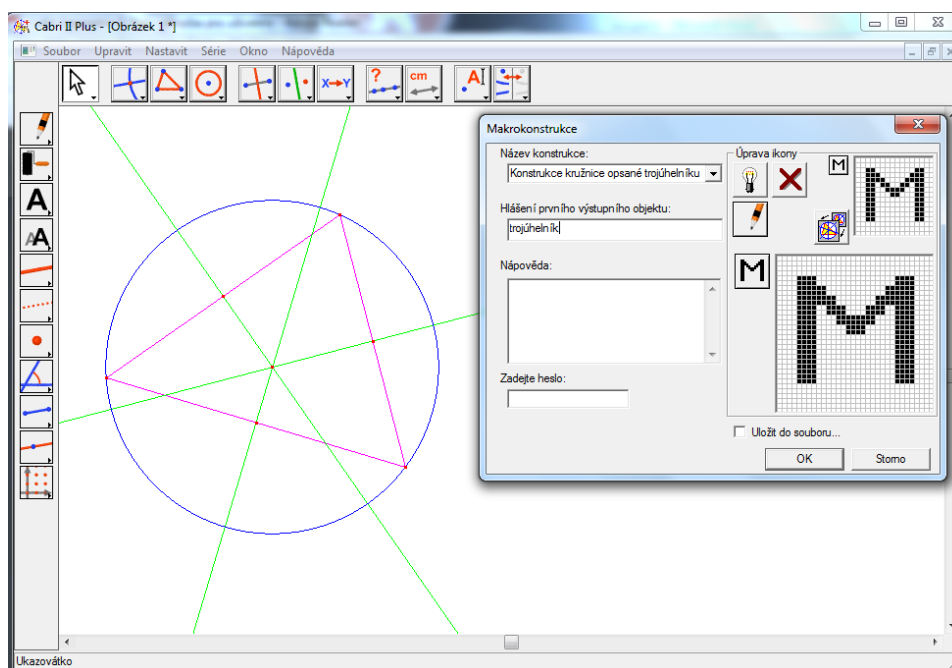
Prvních šest tlačítek Panelu nástrojů nabízí vesměs obdobný výběr možností, jako tomu bylo i u předešlých dvou programů, tedy volby konstrukcí základních geometrických útvarů a jejich variací jako jsou Body, Přímky, Mnohoúhelníky, Kružnice a také různé typy zobrazení (Osová a Středová souměrnosti, Posunutí, Rotace, Kruhová inverze).

Obrázek č. 20: Panel nástrojů (Zdroj: vlastní zpracování dle Cabri II Plus)



Dalším tlačítkem je Makrokonstrukce. U této varianty je potřeba, aby uživatel sestrojil danou konstrukci, ze které pak bude makrokonstrukce vycházet. V konstrukci pak uživatel označí vstupní a výstupní objekty. Například při konstrukci kružnice opsané trojúhelníku, označí uživatel trojúhelník jako vstupní objekt a kružnici opsanou jako výstupní objekt a jako poslední krok pak celou makrokonstrukci uloží. Při zpětném spuštění makrokonstrukce se pak zobrazí trojúhelník a jeho kružnice opsaná a to bez pomocných objektů nutných ke konstrukci kružnice, které zůstanou skryty. U této konstrukce je však nutné dodržovat pořadí zadávaných objektů. Jako poslední využije uživatel možnost Uložit makrokonstrukci, čímž se v programu zobrazí nové okno, které uživateli umožní vyplnění dalších prvků konstrukce. Jedná se o několik polí, kde první je pole Název konstrukce, zde uživatel zvolí název, pod kterým bude následně makrokonstrukce uvedena v nabídce. Následuje pole Hlášení prvního výstupního objektu, kam uživatel vypíše text, který se bude následně zobrazovat u kurzoru, když se na nákrese dostane myš k objektu, který byl první označen jako výstupní objekt. Vyplněním řádku pro nápovědu určí uživatel text, který se bude zobrazovat při rozkliknutí okna nápovědy. Pokud uživatel připojí k makrokonstrukci heslo, pomocné objekty konstrukce se nebudou zobrazovat ani v okně se zápisem konstrukce. Pokud bude uživatel chtít uložit makrokonstrukci do samostatného souboru, zaškrtně možnost Uložit do souboru.

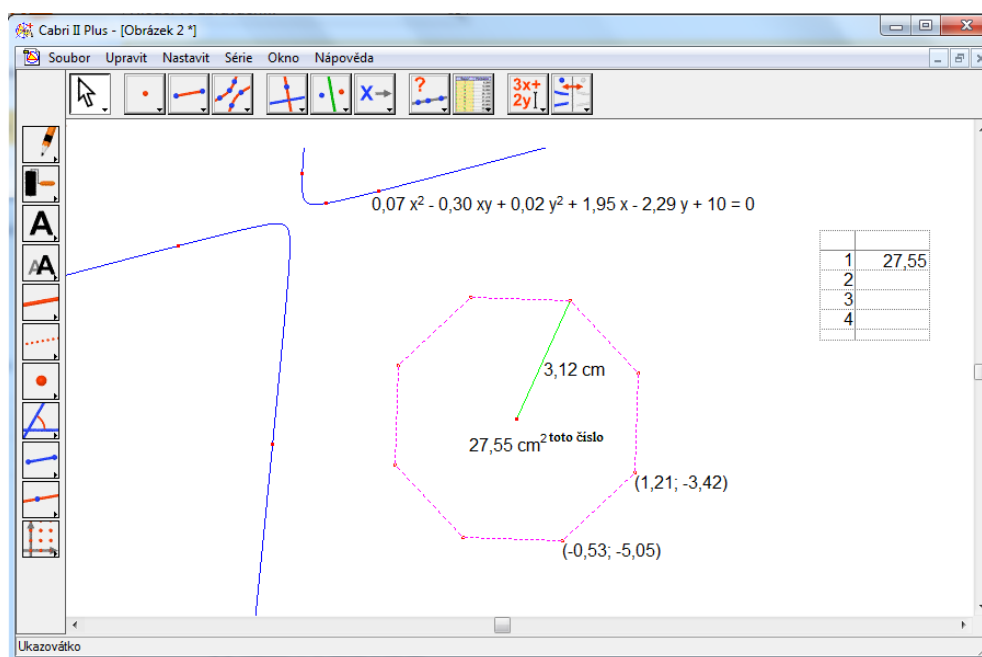
Obrázek č. 21: Makrokonstrukce (Zdroj: vlastní zpracování dle Cabri II Plus)



Další tlačítko zobrazí při kliknutí na vybrané objekty v konstrukci text popisující jejich vlastnosti. Například, zda jsou dvě přímky rovnoběžné či kolmé, zda vybraný bod náleží dané přímce, kružnici nebo jinému objektu, a také porovná, jestli jsou dvě vzdálenosti stejné nebo rozdílné. Výsledné tvrzení pak zobrazí jednoduchou větou, jako například při porovnání dvou délek uvede program možnost „Je stejně vzdálen“ nebo „Není stejně vzdálen“. Velice užitečným nástrojem je pak další tlačítko s různými druhy měření. Uživateli stačí si vybrat z množství variant jako Vzdálenost a délka, Obsah, Velikost úhlu a mnohé další a pak již jen kliknout myší na geometrický objekt, jehož údaje potřebuje vyčíslit. U geometrického útvaru se tak objeví pole s vypočítanými hodnotami. Obdobně lze určit také Souřadnice nebo rovnici daného objektu. Pokud si uživatel vybere variantu Výpočty, objeví se v nákrese nové okno s jedním řádkem. Do tohoto řádku může uživatel volit z možností pod ním, jako jsou sinus, cosinus, tangens, logaritmus, absolutní hodnota, sčítání, odčítání, násobení, dělení a další, a provádět tak nejrůznější výpočty. Pomocí možnosti Výrazy z vedlejšího tlačítka vloží uživatel do nákrese nový výraz, který může následně vyčíslit pro různé hodnoty pomocí další z možností Vyčíslit výraz. Nejprve je potřeba kliknout na výraz a pak pro každou proměnnou na číslo, pokud bude výraz $f(x)$ jedné proměnné x , lze pro tento výraz rovněž vykreslit graf funkce $y = f(x)$, a to tak, že uživatel nejprve tímto nástrojem klepne na výraz a následně pak na osu souřadnic. Poslední možností jsou Tabulky, které lze využít k ukládání a prezentaci čísel získaných z nákrese.

Při prvním klepnutí se v nákrešně zobrazí prázdná tabulka, jejíž buňky uživatel vyplní, když klikne vždy na vybrané číslo v nákrešně, čímž se příslušná hodnota zobrazí i v řádce tabulky. Pokud číslům předchází nějaký text, zobrazí se v záhlaví sloupců tabulky. Pro vytvoření dalšího řádku stačí uživateli stisknout klávesu Tab. V obrázku může být pouze vždy jenom jedna tabulka, která může obsahovat až sto řádků. Tuto tabulku lze pak také uložit a to i do formy některého tabulkového procesoru, např. do programu Microsoft nebo Excel, a následně provést analýzu uložených dat.

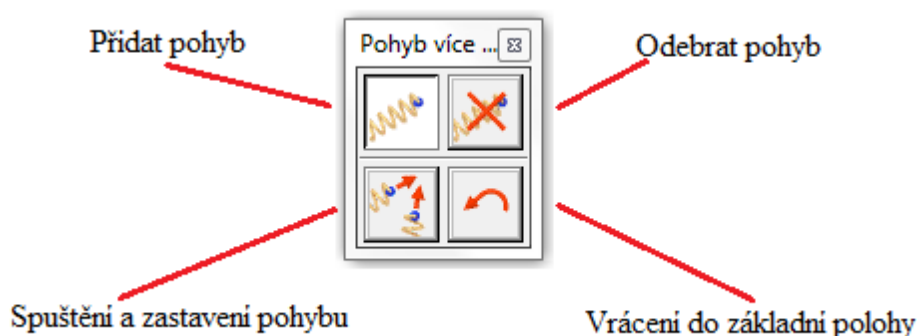
Obrázek č. 22: Tabulky v programu Cabri II Plus (Zdroj: vlastní zpracování dle Cabri II Plus)



Předposlední tlačítko umožňuje uživateli nejen vkládat například názvy, texty nebo výrazy, ale také zobrazit stopu a pohyb buď jednoho, nebo více geometrických objektů. Pomocí funkce Stopa ano/ne může uživatel zvolit objekty, které pak při změnách obrázku za sebou zanechají stopu svého pohybu, čímž umožňuje uživateli sledovat, jakým způsobem se vybrané objekty v konstrukci pohybují. Jednotlivé objekty uživatel volí podobně jako při práci s makrokonstrukcí, a takto vybrané objekty jsou pak při aktivaci stopy zvýrazněny otiskem trasy. Možnosti Pohyb objektu a Pohyb více objektů umožňují uživateli rozhybat vybrané geometrické objekty. Nejprve je potřeba zobrazit v nákrešně geometrický objekt, na kterém bude chtít uživatel demonstrovat pohyb. Pak uživatel zvolí možnost Texty a symboly → Pohyb objektu a myší klepne, při čemž bude stále držet tlačítko myši, na vybraný objekt a pomalu odtáhne kurzor kousek od objektu. Spirála, která se při tomto kroku objeví, udává směr a rychlost pohybu objektu. Čím delší spirála je,

tím rychleji se zvolený objekt pohybuje a to vždy v protisměru od natažení směru spirály. Pohybující objekt se pak zastaví buď aktivací jiného nástroje, nebo klepnutím na volné místo v nákresně. Při spuštění možnosti Pohyb více objektů se v nákresně nejprve objeví nové okno s nástroji pohybu. Jednotlivá tlačítka v panelu, viz. obr. , umožňují přidat a odebrat pohyb, jeho spuštění i zastavení a vrácení do původního stavu. Spirála funguje obdobně jako u předchozí varianty, jen s tím rozdílem, že není potřeba při pohybu spirálou držet tlačítko myši.

Obrázek č. 23: Pohyb objektu (Zdroj: vlastní zpracování dle Cabri II Plus)



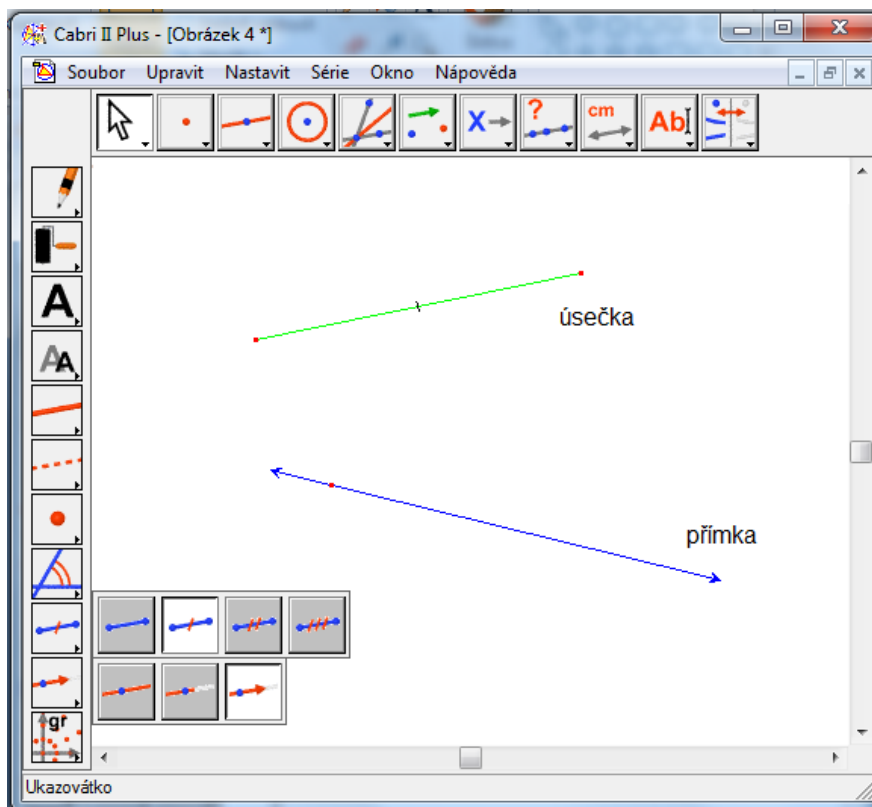
Poslední tlačítko panelu nástrojů slouží k úpravě zobrazených objektů. Uživatel má na výběr například z možností Zobrazit/Skrýt, Barva čáry nebo písma, Typ čáry, Zobrazit osy, Mřížové body a další.

Panel grafiky

Panel grafiky je potřeba nejprve zobrazit a to kliknutím v hlavní nabídce na tlačítko Nastavit → Zobrazit panel grafiky, nebo pomocí tlačítka klávesnice F9. Tento panel se poté zobrazí svisle v levé části okna programu. Celkem panel obsahuje jedenáct tlačítek, které se zaměřují na vzhled a styl zobrazených geometrických objektů. Pokud bude chtít uživatel upravit barvu, tloušťku nebo styl čáry (z možností se nabízí plný, tečkovaný a čárkovaný styl čáry) vybrané geometrické formy, navolí si požadovaný vzhled v panelu grafiky. Po této úpravě se při konstrukci bude příslušný objekt v nákresně dále zobrazovat v uživatelem upraveném stylu. Stejně se dá nastavit barva výplně, například výplň sestrojené kružnice, nebo barva písma. Další funkcí je možnost nastavení vzhledu přímky, osy úhlů a středu úsečky. Uživatel například vybere nový vzhled pro střed úsečky jako jednu krátkou svislou čáru, následně zkonstruuje úsečku, na jejíž středu se již rovnou

objeví zvolený symbol pro její střed. Při zobrazování přímky si zas může uživatel vybrat, zda bude přímka zobrazena jako nekonečná čára s jedním bodem nebo jako křivka označená na svých koncích šípkami. [5], [8], [27]

Obrázek č. 24: Panel grafiky (Zdroj: vlastní zpracování dle Cabri II Plus)



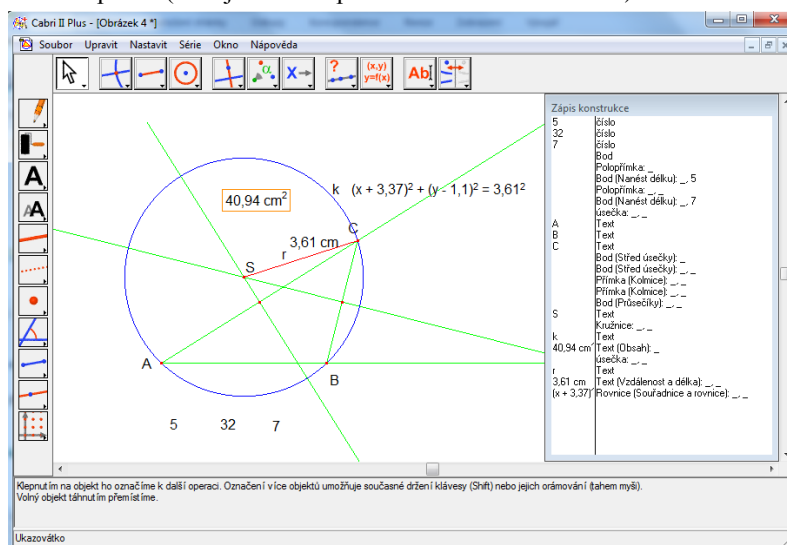
Poslední tlačítko panelu grafiky mění vzhled objektů v soustavě souřadnic.

4.2 Práce v programu Cabri II Plus

Příklad č. 7: Je dán trojúhelník ABC s délkami stran $b = 7\text{ cm}$, $c = 5\text{ cm}$ a velikostí úhlu $\alpha = 32^\circ$. Opište trojúhelníku kružnici opsanou k a určete velikost jejího poloměru r , obsah vnitřní plochy kružnice a předpis funkce kružnice. [28]

Nejprve je potřeba sestrojít trojúhelník ABC pomocí věty sus. Uživatel bude jednotlivé délky nanášet pomocí následujícího postupu. Nejprve sestrojí libovolnou polopřímku a poté v sekci Texty a symboly zvolí možnost Číslo a do nově vytvořeného okna napíše velikost strany $c = 5\text{ cm}$. Pak zvolí nástroj Konstrukce \rightarrow Nanést délku, klikne nejprve na číslo 5 a poté na narýsovanou přímku, na které se naměří požadovaná vzdálenost c . Pro sestrojení úhlu α nejprve uživatel opět zvolí postup Texty a symboly \rightarrow Číslo a do vzniklého pole vyplní hodnotu úhlu 32° . Pokračovat bude volbou Zobrazení \rightarrow Otočení, klikne nejprve na číslo 32, pak na úsečku c a nakonec na její krajní bod A . Pokračovat bude přímkou b obdobně jako pro přímkou c . Jako poslední spojí vrcholy C a B a získá tak trojúhelník ABC . Nyní sestrojí kružnici opsanou k pomocí os stran trojúhelníku ABC . Obsah kružnice uživatel zjistí pomocí funkce Měření \rightarrow Obsah, kdy se v nárysně objeví nové okno s výslednou hodnotou plochy. Velikost poloměru r změří uživatel pomocí tlačítka Měření \rightarrow Vzdálenost a délka, když klikne například na bod S a poté bod C , čímž změří jejich vzájemnou vzdálenost, která zároveň odpovídá velikosti poloměru r . V nárysně se pak opět objeví nové okno s naměřenou hodnotou. Jako poslední určí uživatel předpis funkce kružnice k a to možností Měření \rightarrow Souřadnice a rovnice.

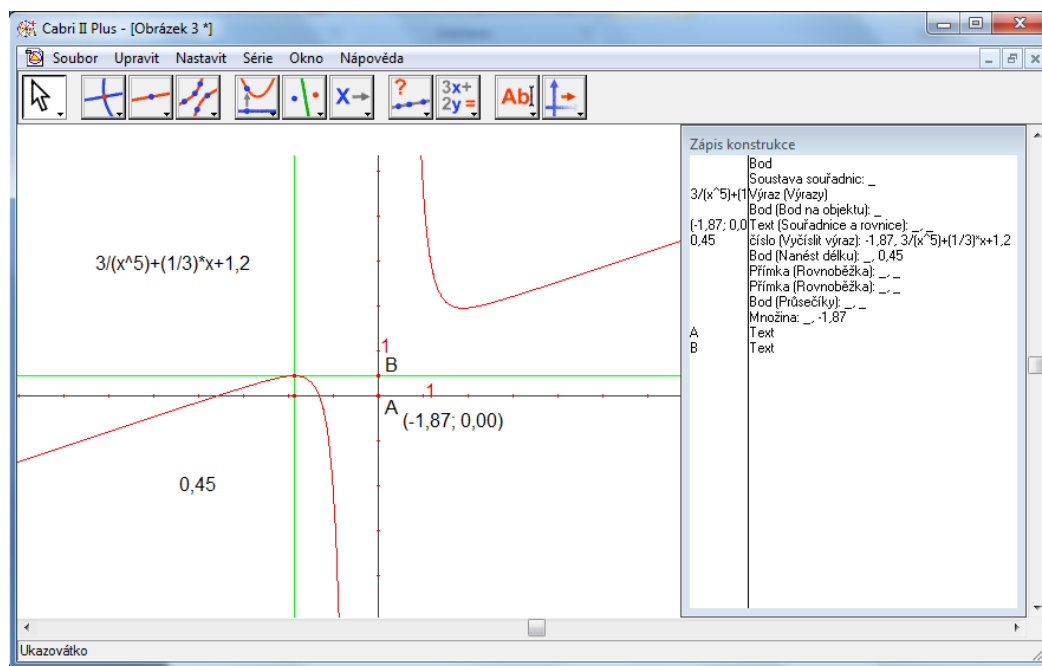
Obrázek č. 25: Kružnice opsaná (Zdroj: vlastní zpracování dle Cabri II Plus)



Příklad č. 8: Sestrojte graf funkce dané předpisem $f: y = \frac{3}{x^5} + \frac{1}{3}x + 1,2$. [27]

Uživatel v nárysně nejprve pomocí Atributy → Zobrazit osy zobrazí osy souřadnic. Pak postupem Texty a symboly → Výrazy otevře nové pole, do kterého napíše předpis funkce. Libovolně na ose x zobrazí bod A a volbou Měření → Souřadnice a rovnice přidá jeho souřadnice. Aby uživatel získal hodnotu $f(x)$ použije tlačítko Měření → Vyčíselit výraz, při čemž klikne nejprve na předpis funkce a poté na hodnotu souřadnice x bodu A a v nárysně se zobrazí nové okno s hledanou hodnotou. Tuto hodnotu nanese pomocí Konstrukce → Nanést délku na osu y . Nakonec oběma hodnotami povede rovnoběžky na osy souřadnic a v jejich průsečíku sestrojí bod B . Nyní při pohybu bodem A pomocí ukazovátka se bude měnit i poloha bodu B . Celý graf funkce vykreslí program užitím volby Konstrukce → Množina.

Obrázek č. 26: Graf funkce v program Cabri II Plus (Zdroj: vlastní zpracování dle Cabri II Plus)



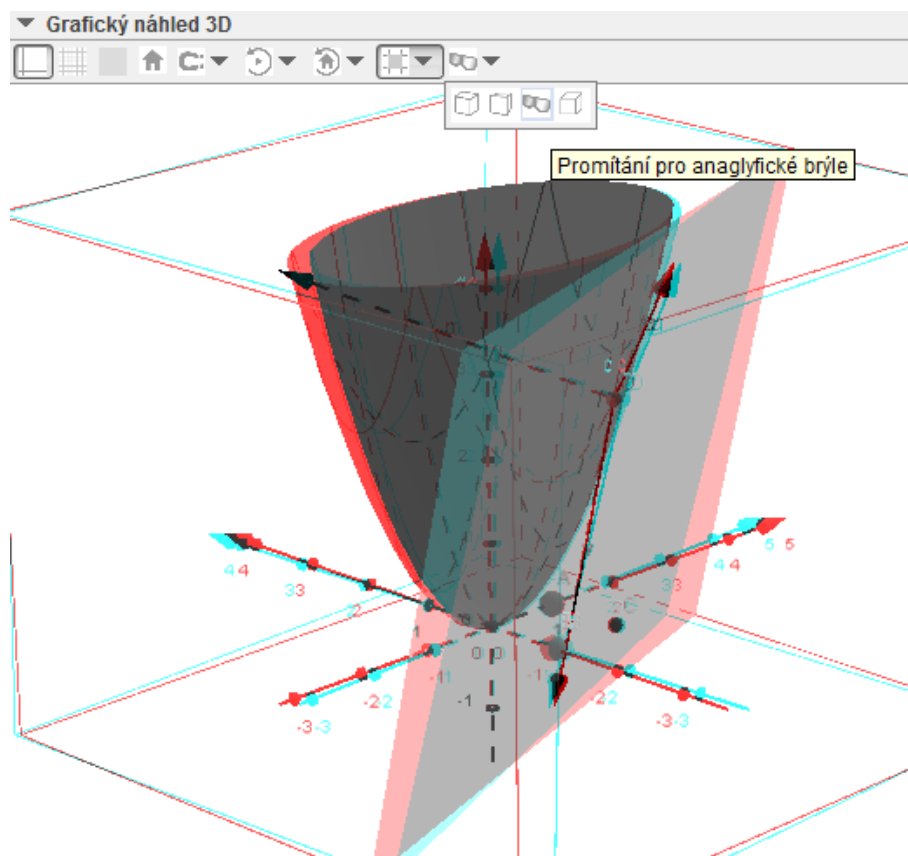
5 3D verze programů GeoGebra a Cabri

Speciálním případem softwarů dynamické geometrie je pak práce v prostředí 3D. Z uvedených programů možnost této práce nabízí GeoGebra 5.0 zatím dostupná jako beta verze a program Cabri 3D. Tyto programy slouží k rýsování přímo v trojrozměrném prostoru, při čemž uživatel nabízí možnost náhledu na konstrukci z různých úhlů natočení.

5.1 GeoGebra 5.0

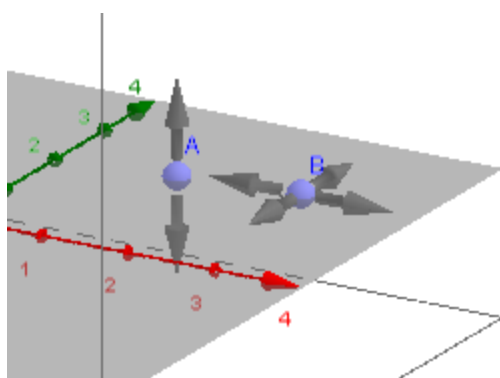
Při spuštění programu GeoGebra 5.0 vypadá vzhled nákrešny stejně. V základní nabídce Zobrazená okna (pohledy) však uživatel mimo jiných možností nalezne také modul 3D Grafika. Při rozbalení tlačítka Zobrazení v Hlavní nabídce, pak nalezne dvě nové funkce Python a Grafický náhled 3D. Python je programovací jazyk, možnost Grafický náhled 3D, jak již napovídá jeho název, umožní uživateli modelovat geometrické objekty v 3D grafice. Co se však v mnoha bodech liší od starší verze programu, je panel nástrojů, který uživateli nabízí mnoho nových funkcí. Rozšířen byl také způsob zobrazení v nákrešně. Kromě klasických možností pro zobrazení mřížky a soustavy souřadnic, může uživatel nastavit také různé natočení pohledu nebo zobrazení nárýsu, půdorysu a bokorysu. Nastavit lze také zobrazení roviny, která prochází nulovým bodem, a šedých křivek, jež ohraničují celkový prostor 3D modelu. Poslední možností je pak zobrazení různého typu projekce. Z nabízených možností jistě nejvíce zaujme zobrazení Anaglyph projection, které uživateli umožňuje prostorově vnímat obraz pomocí 3D brýlí, které mají pro pravé oko modrozelený průzor a pro levé oko červený průzor. Tato technologie se dříve využívala také například v 3D kinech nebo v 3D televizích. [24]

Obrázek č. 27: Anaglyph projection (Zdroj: vlastní zpracování dle GeoGebra)



Hlavní nabídka obsahuje stejné možnosti jako u starších verzí programu. Novinkou jsou však odpovídající funkce pro 3D modul v Panelu nástrojů. Některé funkce jsou již uživatelům známé z 2D prostředí GeoGebry, jiné jsou zas specifické přímo pro 3D prostředí programu.

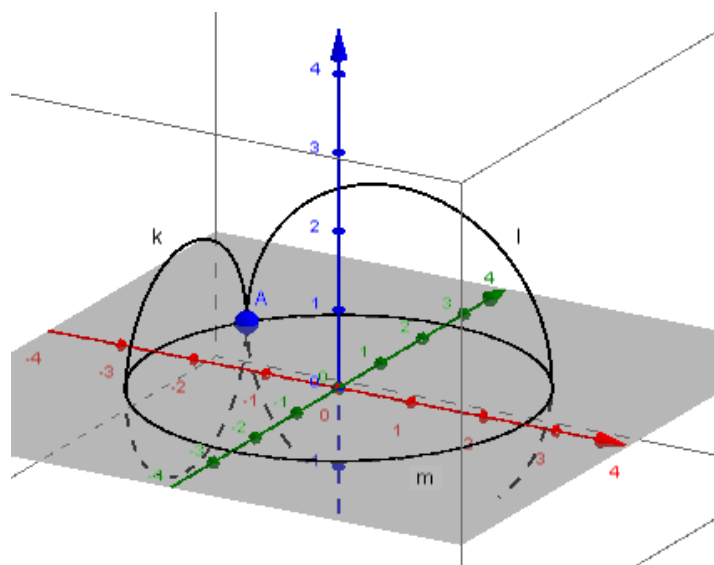
Obrázek č. 28: Bod (Zdroj: vlastní zpracování dle GeoGebra)



Všechny tyto objekty lze také zadat zapsáním rovnice do vstupního řádku. První nabízenou možností je bod. Bod lze zobrazit buď přímo na osy souřadnic, nebo volně do prostoru. Souřadnice takto vytvořeného bodu může uživatel i následně změnit, x -ové a y -ové souřadnice změní po kliknutí myši na bod a dále pohybem šipek na klávesnici, kdy šipky doprava a doleva mění x -ové souřadnice a šipky nahoru a dolů mění y -ové souřadnice, z -ové souřadnice si pak navolí stisknutím levého tlačítka myši a jejím pohybem nahoru a dolů. Obdobně může uživatel v nákrese zobrazovat přímky, úsečky, vektory, kolmice,

rovnoběžky a další možnosti, které nabízí další dvě tlačítka softwaru. Uživatel také může zobrazit v nákrešně kružnici. Pokud tak bude chtít udělat, musí nejprve sestrojít bod, který bude následně náležet dané kružnici, případně i osu otáčení kružnice k čemu může také využít některou z os souřadnic. Na obrázku je vidět situace sestrojení kružnic k , l a m , kdy osou otáčené kružnice k je souřadnicová osa x , y -ová osa souřadnic je osa otáčení pro kružnici l a kružnici m slouží jako osa otáčení z -ová osa souřadnic. Všem třem kružnicím pak náleží bod A .

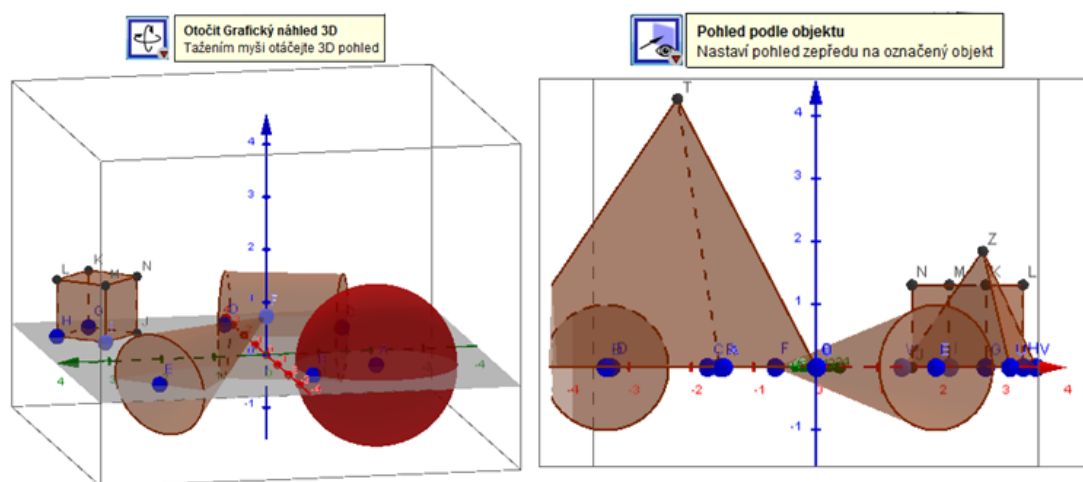
Obrázek č. 29: Kružnice (Zdroj: vlastní zpracování dle GeoGebra)



Pro zobrazení mnohoúhelníků slouží hned dvě tlačítka. Pomocí prvního může uživatel vytvořit libovolný mnohoúhelník a pomocí druhého pak mnohoúhelníky pravidelné jako jehlan, hranol, kužel, válec, pravidelný čtyřstěn nebo krychle. Při zobrazování jehlanu a hranolu uživatel nejprve označí body podstavy a nakonec označí vrchol objektu. Při konstrukci kuželu a válce pak uživatel volí dva body, které jsou v případě válce středy podstav, v případě kuželu je jeden bod vrchol a druhý bod střed podstavy, a poloměr podstavy. Pokud bude chtít uživatel sestrojít pravidelný čtyřstěn nebo krychli, učiní tak, když do nákrešny zanesou dva body, které se tím stanou krajními body jedné z hran, a zbytek objektu se již pak vykreslí sám. Sestrojit lze také síť těchto objektů nebo vytažení. Druhou z těchto možností zobrazí uživatel, když označí podstavu vybraného objektu a zadá požadovanou výšku. Pomocí dalšího tlačítka pak může uživatel spočítat také objem objektů, povrch jejich stěn nebo velikosti úhlů a nejrůznějších vzdáleností, například délku stěnové úhlopříčky. Dalším tlačítkem uživatel sestrojí v nákrešně kouli. To může učinit

dvěma způsoby, buď zadáním středu koule a jejím poloměrem, nebo zadáním středu koule a bodu, který náleží kouli, při čemž první ze zadaných bodů bude střed koule. Následující tlačítka jsou uživateli již známá z 2D modelu programu, jedná se o tlačítka pro geometrická zobrazení, jako jsou osová a středová souměrnost, posunutí, kruhová inverze a další, a tlačítka pro vkládání textu. Poslední tlačítka pak kromě známých variant jako zvětšit či zmenšit nebo zobrazit/skrýt objekt nabízí uživateli možnosti jako Otočit Grafický náhled 3D, kdy uživatel uchopí myší plochu náčrtu a může ji libovolně natočit, nebo také Pohled podle objektu, kdy software nastaví pohled náčrtu zepředu na uživatelem označený objekt.

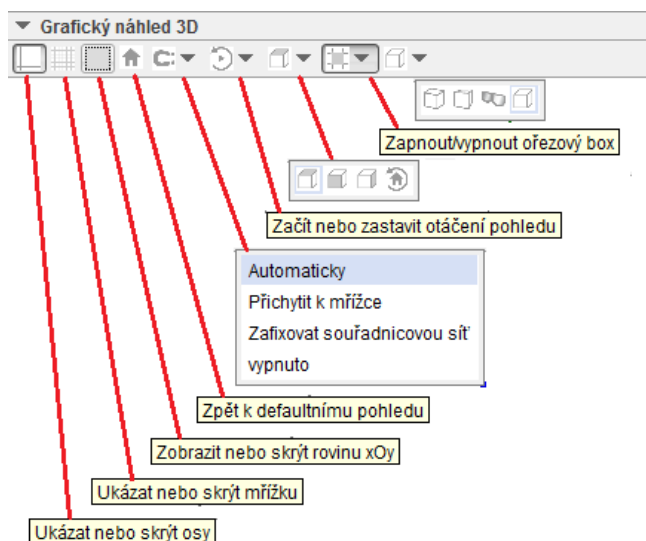
Obrázek č. 30: Náhledy (Zdroj: vlastní zpracování dle GeoGebra)



Speciálním panelem pro Grafický náhled 3D je pak nabídka zobrazení náčrtu. Tento panel obsahuje celkem devět tlačítek určující podobu kreslicí plochy. První tři možnosti nabízení zobrazení či skrytí os soustavy souřadnic, mřížky nebo roviny. Tlačítka zpět k defaultnímu pohledu dává uživateli možnost vrácení se k výchozímu nastavení náčrtu. Další funkcí je Nastavení přichytávání bodu, kde si uživatel může vybrat ze čtyř možností přichycení bodu. Bod lze například přichytit k mřížce, nastavit program na automatický režim nebo přichytávání vypnout úplně. Uživatel dále může nastavit otáčení pohledu a to doprava i doleva různou rychlostí, kterou si nastaví myší na zobrazené stupnici. Nastavit lze také směr pohledu a to hned čtyřmi možnostmi. Pohled může uživatel vidět směrem na rovinu xOy , směrem na rovinu xOz nebo směrem na rovinu yOz , poslední volbou je otočení zpět k defaultnímu pohledu. Předposledním tlačítkem ovlivní uživatel viditelnost ořezového boxu v podobě krychle, u kterého může nastavit také

jeho velikost. Poslední možností panelu grafického náhledu 3D je zobrazení promítání. Zde si může uživatel vybrat mezi rovnoběžným, perspektivním, kosoúhlým promítáním a promítáním pro anaglyfické brýle, které se používají například i při sledování promítání v 3D kinech a televizorech. [24]

Obrázek č. 31: Grafický náhled 3D (Zdroj: vlastní zpracování dle GeoGebra)

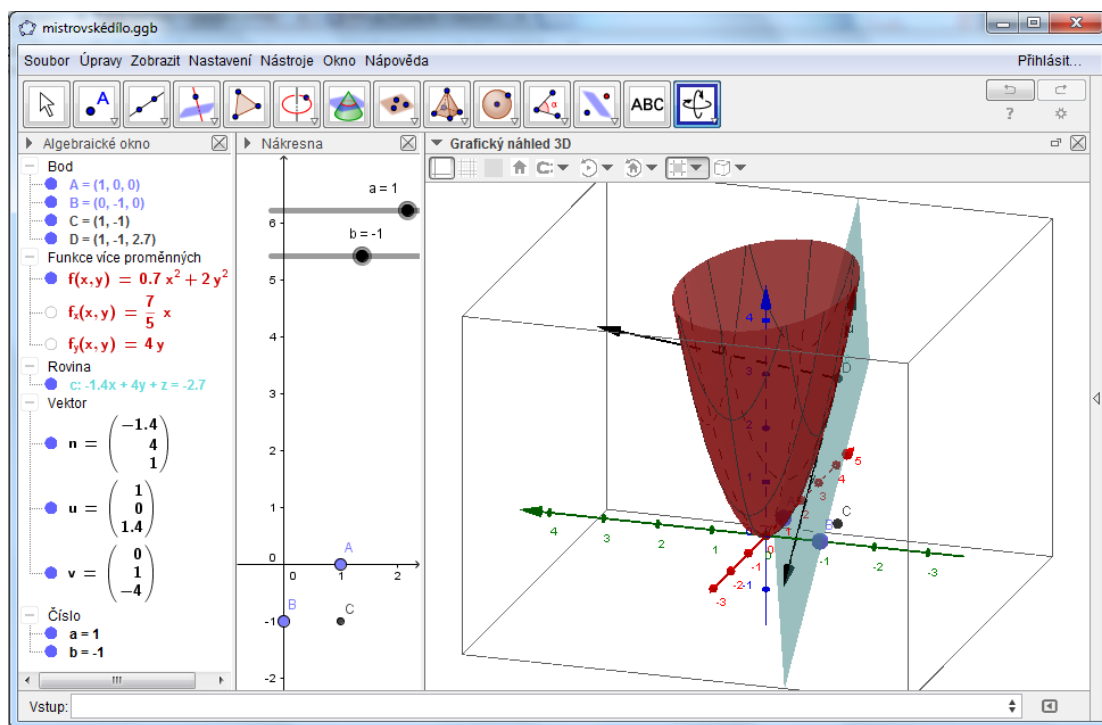


Příklad č.9: Sestrojte graf funkce zadané předpisem $f(x, y) = 0,7x^2 + 2y^2$. Nalezněte rovnici tečné roviny ke grafu této funkce v daném bodě a tečnou rovinu pak zobrazte do grafu funkce.

Řešení: Pro znázornění grafu funkce f do grafu použije uživatel vstupní řádek programu GeoGebra, do kterého napíše zadaný předpis funkce. Dále v panelu nástrojů zvolí tlačítko Bod \rightarrow Bod na objektu a klikne myší nejprve na osu x a poté na osu y , čímž se v nákrešně zobrazí dva body. Jako další vytvoří uživatel bod C se souřadnicemi $[x(A), y(B)]$ pomocí zápisu do vstupního řádku. Jako poslední bod znázorní uživatel, opět pomocí zápisu do vstupního řádku, na ploše grafu bod D , který bude mít souřadnice $[x(A), y(B), f(x(A), y(B))]$. Polohu tohoto bodu lze nyní libovolně měnit pomocí posunutí bodů A, B . Aby uživatel mohl zobrazit tečnou rovinu a normálu, musí nejprve určit normálový vektor, což provede vypočítáním parciální derivaci funkce. Výpočet uživatel opět provede za využití vstupního řádku, do kterého napíše nejprve předpis pro parciální derivaci podle x , tedy $f_x(x, y) = \text{derivace}[f, x]$, a obdobně pak provede zápis pro parciální derivaci podle y . Tímto krokem se v nákrešně zobrazí dvě roviny, které dá uživatel skrýt. Dále uživatel vytvoří směrové vektory pomocí zápisů Vektor $[D, D+(1, 0,$

$f_x(a, b)]$ a Vektor[$D, D+(0, 1, f_y(a, b))$] do vstupního řádku. Normálový vektor vypočítá uživatel pomocí vektorového součinu \otimes , který rovněž zadá do vstupního řádku, tedy $n = \text{vektor}[D, D+u \otimes v]$. Nyní již zbývá poslední krok, a to znázornění tečné roviny. To uživatel provede opět pomocí vstupního řádku, do kterého napíše předpis $\text{KolmaRovina}[D, n]$, čímž se v nákrešně zobrazí hledaná tečná rovina a v algebraickém okně pak její rovnice. [18]

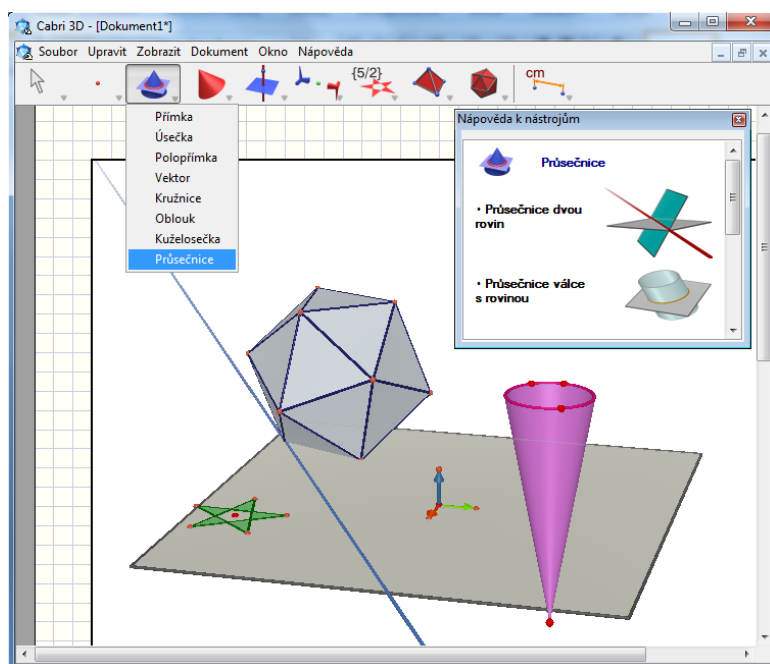
Obrázek č. 32: Graf funkce v 3D (Zdroj: vlastní zpracování dle GeoGebra)



5. 2 Cabri 3D v 2

Základní principy používání, dále interaktivní a dynamické vlastnosti softwaru Cabri 3D jsou v podstatě stejné, jako tomu bylo u planimetrického předchůdce tohoto programu Cabri II Plus. Po spuštění programu se v nákrešně objeví základní vodorovná rovina a trojice vzájemně kolmých vektorů s počátkem O. Jak již bylo zmíněno i u programu GeoGebra 3D největším rozdílem oproti planimetrické verzi je nabídka funkcí v Panelu nástrojů. Hned na začátku jsou opět přítomny funkce pro konstrukci bodu, přímky, úsečky vektoru a podobně. Vytvořit lze také kuželosečka nebo průsečnice, a to průsečnice dvou rovin, průsečnice válce, kužele nebo koule s rovinou a průsečnice dvou koulí. Čtvrté tlačítko panelu nástrojů nabízí uživateli možnost konstrukce základních objektů jako mnohoúhelník a trojúhelník, ale také zobrazení základních prostorových útvarů a to pak konkrétně válec, kužel a koule. Ke konstrukci dalších prostorových objektů, jako kvádr, hranol, jehlan, konvexní mnohostěn, krychle, pravidelný dvacetistěn, ale také zobrazení jejich sítě a další, slouží dvě předposlední tlačítka. Pomocí možností umístěných před nimi může uživatel provádět operace jako sestavení kolmice nebo rovnoběžky, vypočítat součet vektorů, zobrazit stopu objektu nebo využít některého z geometrických zobrazení, jak tomu je i v planimetrické verzi programu. Další funkcí je pak možnost sestavení pravidelných n – úhelníků jako například čtverce, pravidelného dvacetíúhelníku nebo pěticípé hvězdy. [10]

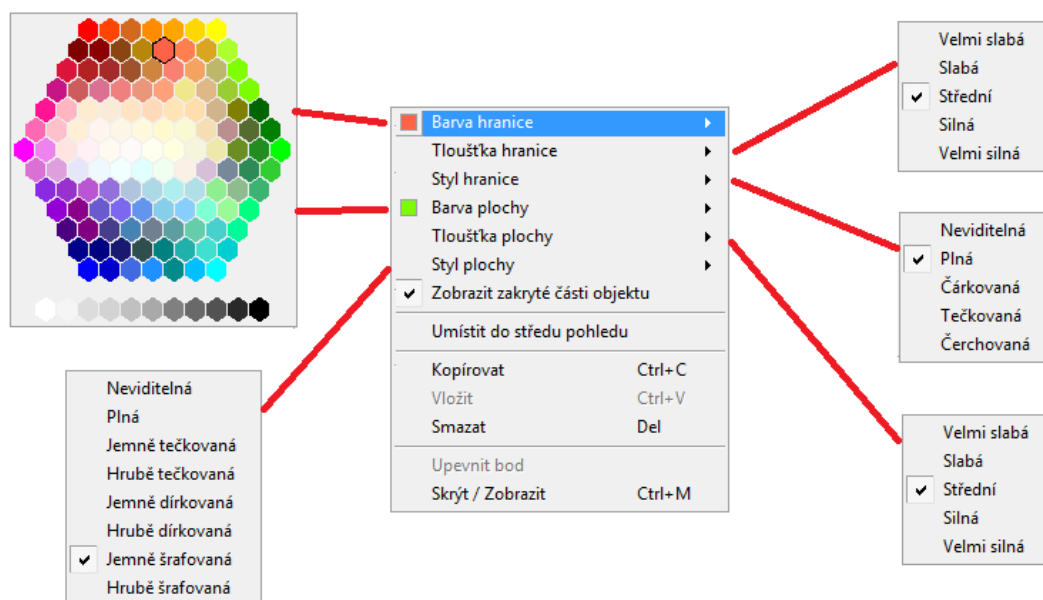
Obrázek č. 33: Prostředí programu Cabri 3D v 2 (Zdroj: vlastní zpracování dle Cabri)



Poslední tlačítko pak slouží k výpočtům délek a vzdáleností, obsahů a objemů, velikostí úhlů, souřadnic a rovnic geometrických objektů nebo jako kalkulačka. Při spuštění programu se také vedle kreslicí plochy objeví okno s nápovědou, které automaticky ukazuje vysvětlivky k jednotlivým funkcím, které uživatel zrovna volí v Panelu nástrojů pomocí tažení myši.

Pokud bude chtít uživatel přímo upravit vzhled vytvořených objektů, stačí, když klikne myši na vybraný objekt a zobrazí se speciální okno. Upravovat lze například barva útvarů nebo tloušťka ohraničení objektů. Nápadité je pak nastavení stylu výplně jednotlivých objektů, kde si uživatel může vybrat krom plné výplně také z variant tečkovaná, dírkovaná nebo šrafovaná a u všech těchto možností může také zvolit jemnost nebo hrubost výplně.

Obrázek č. 34: Nastavení vzhledu (Zdroj: vlastní zpracování dle Cabri)

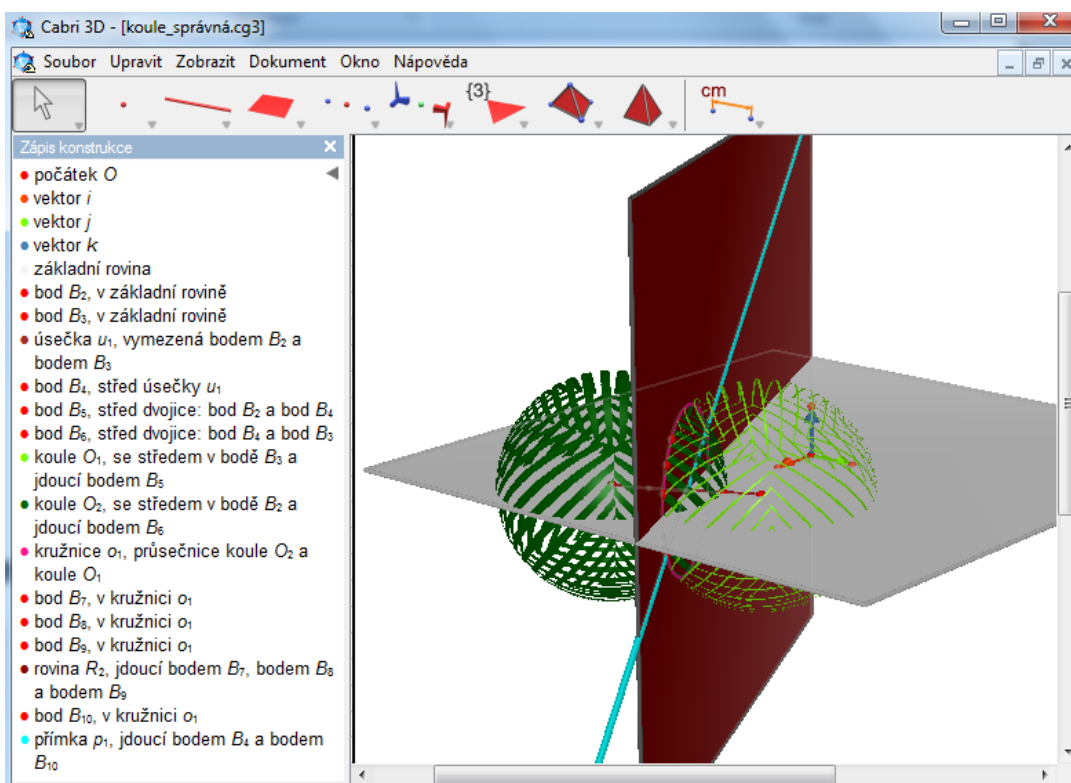


Pokud se bude chtít uživatel podívat na vytvořenou konstrukci z jiného pohledu, podrží pravé tlačítko myši a může tak libovolně otáčet prostorem nákresny.

Příklad č. 10: Sestrojte osu rovinné souměrnosti dvou protínajících se koulí se stejným poloměrem. [19]

Jako první krok je potřeba v rovině sestavit dvě koule se stejným poloměrem tak, aby se navzájem protínaly. Uživatel si tedy vybere v panelu nástrojů tlačítko Koule a následně sestaví pomocí kliknutí myši nejprve střed koule a pak libovolný bod náležící kouli, čímž se v nákrešně vykreslí celá její plocha. Druhou kouli sestaví uživatel pomocí posunutí o vektor, jehož velikost je menší než poloměr koule. Dále uživatel pomocí tlačítka Průsečnice vytvoří kružnici, která bude průsečnicí zobrazených koulí. Jako další sestaví rovinu procházející kružnicí, použije k tomu tlačítko Rovina a označí tři body náležící kružnici. Nyní úsečkou spojí středy koulí a na této úsečce pomocí tlačítka Střed úsečky vyznačí její střed, který bude zároveň průsečíkem roviny zobrazené v předchozím kroku konstrukce. Jako poslední krok povede uživatel přímkou, která bude procházet tímto bodem a také libovolným bodem náležícím průsečnici (kružnici) koulí. Tato přímka je hledaná osa rovinné souměrnosti obou zobrazených koulí.

Obrázek č. 35: Osa souměrnosti dvou koulí (Zdroj: vlastní zpracování dle Cabri)



6 Srovnání programů

6.1 Výhody a nevýhody jednotlivých programů

6.1.1. GeoGebra

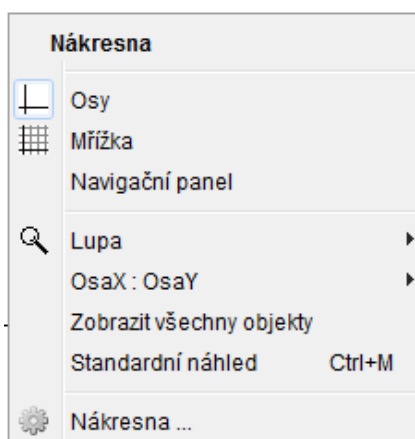
Program GeoGebra nabízí svému uživateli poměrně velké množství výhod.

Hned první výhodou je bezesporu dostupnost. Program je zcela zdarma dostupný široké veřejnosti a to buď jako verze ke stažení do počítače, nebo lze bez potřeby instalace spustit v okně libovolného prohlížeče na internetových stránkách <http://www.geogebra.org/webstart/geogebra.html>, při čemž jediné, co je nutné ke spuštění, je instalace Javy.

Program nabízí ovládání menu i nápovědu v českém jazyce, a pokud dojde během konstrukce k chybě v syntaxi, automatická nápověda nedostatky v rámci chybového hlášení vždy opraví.

Vlastnosti nákresny jsou další výhodou programu. Uživatel může vytvořené objekty v nákresně přibližovat, oddalovat nebo libovolně přesouvat každým směrem. Pokud konstrukce obsahuje příliš mnoho prvků, může také uživatel vybrané prvky skrýt, změnit jejich barvu nebo styl, čímž se konstrukce stane přehlednější. Další výhodou je také způsob popisu geometrických objektů. Ty lze popisovat buď automaticky nastaveným standardním způsobem, nebo jej může uživatel editovat dle vlastních měřítek pomocí volby z hlavního menu: Nastavení → Popisovat. Uživatel rovněž nemusí hledat jednotlivé volby pro nastavení nákresny v panelu nástrojů, ale pro zobrazení nastavení nákresny mu stačí stisknout pravé tlačítko myši.

Obrázek č. 36: Nastavení (Zdroj: vlastní zpracování dle GeoGebra)

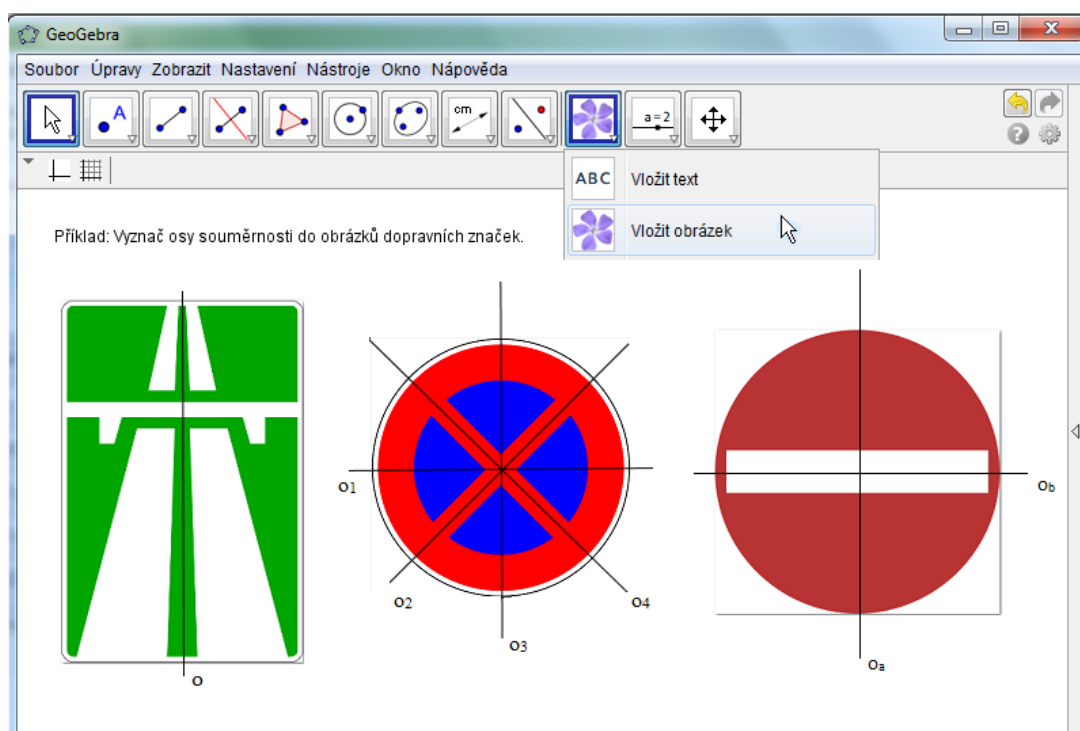


Výhodou, především pro didaktické účely, je schopnost krokování konstrukce s možností vrácení libovolného počtu kroků zpět. Do jednotlivých kroků konstrukce je pak také možné zpětně zasahovat a měnit libovolné parametry jako například zadání rovnic nebo polohu či velikost bodů vybraných geometrických objektů. Uživatel tyto vlastnosti mění za pomoci posunutí v nákrešně nebo přepsáním algebraické reprezentace jednotlivých geometrických forem. S tím souvisí i možnost experimentování. Uživatel totiž může lehce pozorovat reakce objektů na pohyb jiného objektu, aniž by bylo zapotřebí zcela nové konstrukce.

Další z množství výhod programu je interaktivní propojení geometrické, algebraické a numerické představy.

Poslední zde zmíněnou výhodou je možnost vkládání libovolných obrázků přímo do nákrešny programu, čehož lze využít například v osové souměrnosti nebo při počítání goniometrických funkcí.

Obrázek č. 37: Vkládání obrázků do programu GeoGebra (Zdroj: vlastní zpracování dle GeoGebra a [29])



Problém může nastat při popisování geometrických objektů. Není totiž možné nazvat jakékoliv dva útvary konstrukce stejně, což je tedy nevýhodou programu.

6. 1. 2. Geone_xt

Stejně jako u programu GeoGebra je výhodou především dostupnost pro širokou veřejnost a to rovněž zdarma s možností spuštění na libovolném operačním systému s podporou Javy.

Díky většímu počtu tlačítek, rozmístěných jak po vodorovné tak po svislé části nákrasny, je popis funkcí v menu velice srozumitelný a přehledný, což uživateli umožňuje rychlé seznámení s programem a intuitivní postup při práci v něm. Program umožňuje spuštění hned několika kreslicích ploch současně a různé způsoby jejich uspořádání, jako například překryté kreslicí plochy (kaskáda). Uživatel tak může různé skupiny objektů zobrazit do několika kreslicích ploch a mezi nimi pak libovolně přepínat, čímž se mu v programu objeví pouze ty útvary, které právě potřebuje. V kreslicí ploše je také možnost zobrazit souřadnicovou soustavu či pomocnou mřížku a samostatné okno protokolu konstrukce.

Další výhodou je zobrazování grafů pomocí zadání předpisu funkce.

Uživatel také jistě ocení kvalitní provedení při zadávání vlastností objektů, kdy se v kreslicí ploše programu objeví nové okno, ve kterém si uživatel navolí vlastnosti útvarů, jako jsou barva, tloušťka, druh čáry a další. Výhodou jsou rovněž možnosti jako práce se skupinami objektů, vpisování výrazů do obrázku, velice propracovaná práce s čísly, měřením délek a úhlů.

Z didaktického hlediska je pak výhodou možnost tvorby webovských metodických materiálů a úloh do podoby jedné z forem: jako webovou stránku (HTML), bitmapovou grafiku (PNG) nebo vektorovou grafiku (SVG).

Oproti programu GeoGebra má však software Geone_xt i několik nedostatků.

První nevýhodou je absence algebraického okna a nápovědy, která je uživateli eventuelně přístupná pouze však v anglickém jazyce.

Další nevýhodou je nedostatek funkcí pro zobrazení oproti jiným programům. Obsaženy jsou pouze možnosti osová a středová souměrnost, ve kterých lze navíc zobrazit pouze body, a chybí například zobrazení kruhová inverze nebo rotace. Dále chybí tlačítka pro výpočet plochy nebo konstrukce pravidelného mnohoúhelníka. Celkově možnost konstrukce mnohoúhelníků je velmi slabá a nenabízí uživateli jakékoliv rozdělení například na trojúhelník, mnohoúhelník a pravidelný mnohoúhelník jako je tomu v programu Cabri.

Uživatel nemůže předefinovat vázané objekty ani přesunout názvy útvarů a složitější je i ovládání výpočtů.

Konstrukce základních kuželoseček, vyjma kružnice, je možná pouze zadáním předpisu rovnice.

6. 1. 3 Cabri II Plus

První výhodou je prostředí programu i nápověda přístupné v českém jazyce a to včetně webové podpory s množstvím příkladů i webových appletů, dostupných na internetové stránce <http://www.pf.jcu.cz/cabri/>.

Další výhodou je zobrazování krátkých popisků při najetí myši na zvolený geometrický objekt, což uživateli usnadňuje práci i orientaci v konstrukci.

Kladem je také velké množství funkcí v panelu nástrojů, které jsou přehledně popsány. Program uživateli nabízí možnost kvalitní práce s čísly, měření délek a velikosti úhlů, naměřené hodnoty pak dokáže dosadit do vzorců a výsledek zanést zpět do konstrukce. Další možností je vpisování výrazů do obrázku či sestrojení pohyblivých obrázků. Zajímavá je i nabídka vlastností objektů jako je rovnoběžnost, kolmost a jiné přímo definované tlačítka programu, která stačí jen zvolit a kliknout na daný objekt, a uživateli se rovnou objeví pole s potvrzením či vyvrácením dané vlastnosti, aniž by bylo potřeba nějaké další kontroly.

Na rozdíl od programu GeoGebra také umožňuje popsání dvou rozdílných útvarů stejným názvem.

Jako poslední výhodu uvedme možnost práce s množinami bodů, která chybí v programu Geone_xt.

Nevýhodou oproti předešlým dvěma programům je nutnost placené licence, navíc lze software spustit pouze v operačních systémech Windows a Mac OS. Pro odzkoušení programu může posloužit na internetu přístupná demoverze, která je však časově omezená a neobsahuje všechny nástroje plné verze softwaru.

Opět chybí algebraické okno a v programu ani není možné formulovat geometrické útvary pomocí analytického zápisu.

Nevýhodou je také způsob popisování objektů, který neumožňuje použití indexů ani písmen řecké abecedy. [20], [22], [24]

Tabulka č. 1: Shrnutí výhod a nevýhod programů

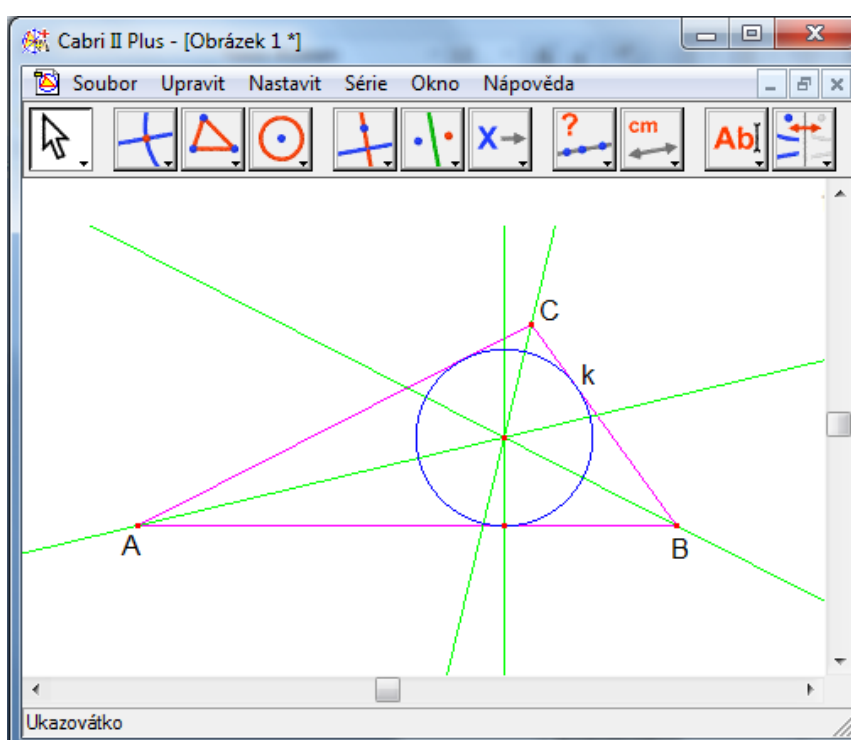
	GeoGebra	Geonēt	Cabri II Plus
Dostupnost	zdarma	zdarma	placená licence
Podporované operační systémy	Windows, Linux, Mac OS X	Windows, Linux, Mac OS X	Windows, Mac OS X
Vlastní programování v Java	ano	ne	ano
Český jazyk	ano	ano	ano
Nápověda v českém jazyce	ano	ne	ano
Algebraické okno	ano	ne	ne
Práce s výpočty	ano	pouze jednoduché	ano
Animace	ano	ne	ne
Možnost vložit obrázek	ano	ne	ne
Zobrazení	ano	pouze osová a středová souměrnost	ano
3D verze	ano	ne	ano
Počet kroků zpět v konstrukci	neomezený	neomezený	pouze 1 krok zpět
Příkazový řádek	ano	ne	ne

6. 1. 4. Srovnání práce v jednotlivých programech

Příklad č. 11: Sestrojte kružnici vepsanou trojúhelníku ABC .

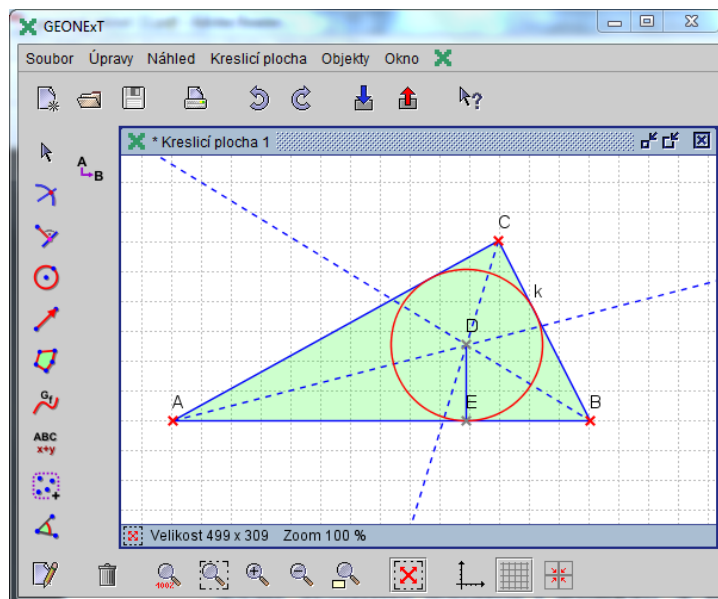
Rozdíl je především v celkovém vzhledu konstrukce. Výhodou při práci v programu Cabri II Plus jsou popisky objektů, které se objeví pohybem myši, díky kterým uživatel přesně ví, se kterým objektem pracuje, což ocení například při označení průsečíku objektů. Chybí však možnost zobrazení mřížky, kterou zas nabízí zbývající dva programy. Jako jediný pak software Cabri přímo nabízí volbu konstrukce trojúhelníku.

Obrázek č. 38: Kružnice vepsaná v programu Cabri II Plus (Zdroj: vlastní zpracování dle Cabri II Plus)



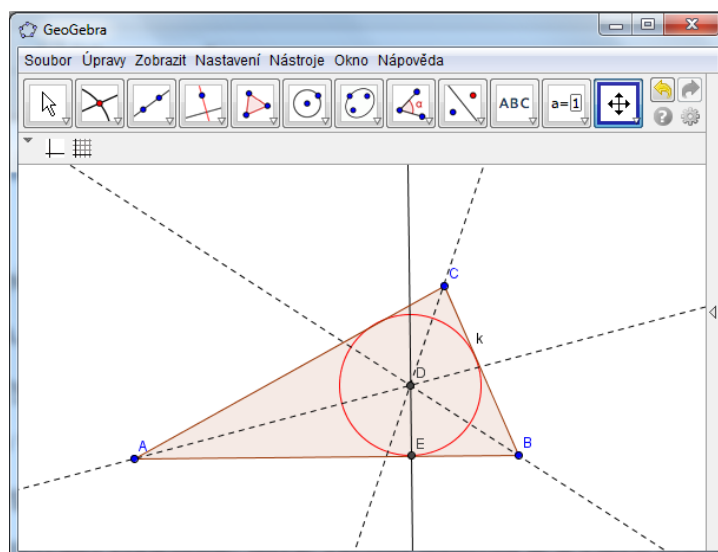
V programu Geone_xt lze jako v jediném z programů využít funkci Objekty → Přímky → Kolmá úsečka. Program dále nabízí možnost zobrazení mřížky a dobré je i označení objektů při označování průsečíku, kdy po kliknutí myši se v kreslicí ploše objeví nové okno s nabídkou objektů, ze kterých si uživatel vybere. Velice praktické je také samostatné okno po spuštění volby Objekty → Vlastnosti objekty, ve kterém si uživatel může upravit vzhled všech útvarů obsažených v konstrukci. Nejslabším článkem je pak asi práce při konstruování polygonů, neboť program nenabízí žádnou možnost výběru, jako je tomu u zbývajících dvou programů.

Obrázek č. 39: Kružnice vepsaná v programu Geone_xt (Zdroj: vlastní zpracování dle Geone_xt)



Pro mě osobně byla asi nejpříjemnější práce v programu GeoGebra a to především pro velmi snadné ovládání a velké množství funkcí, které jsou navíc přehledně uspořádány. Program nabízí možnost zobrazení mřížky i dobrou práci s mnohoúhelníky. Výhodou je také přítomnost vstupního řádku, která v ostatních programech chybí. S touto funkcí jsem nejprve trochu bojovala, ale po pochopení se mi stala velkým pomocníkem. Výhodou je především to, že se při využití vstupního řádku zobrazují pouze výsledné objekty, aniž by se zobrazovaly pomocné útvary nutné v mezikrocích, což velice zpřehlední situaci v nákrese při složitějších konstrukcích. Co jsem v programu postrádala je popis jednotlivých objektů jako je tomu v programu Cabri II Plus.

Obrázek č. 40: Kružnice vepsaná v program GeoGebra (Zdroj: vlastní zpracování dle GeoGebra)



6. 2 Závěrečné srovnání programů GeoGebra, Geonext a Cabri II Plus

Všechny tyto programy patří do skupiny programů dynamické geometrie, mají srozumitelné a rychle pochopitelné intuitivní ovládání s velmi podobnou nabídkou nástrojů, jako například Body, Přímky, Kružnice a další. V samotné konstrukci pak uživatel může s vytvořenými objekty libovolně pohybovat pomocí myši nebo dynamicky měnit jejich souřadnice, velikost, vzhled atd.

Lišit se programy můžou například v pojmenování jednotlivých nástrojů, například mnohoúhelníky v programech Cabri a GeoGebra a polygony v programu Geonext. Dále pak při práci s myši v kreslicí ploše. Ta, podle mého názoru, je nejkvalitnější v programu Cabri, neboť uživateli nabízí popis jednotlivých objektů, což již bylo v práci několikrát zmíněno. Rozdíl je také ve funkci nápověda, kterou nabízí především program Cabri a v programu Geonext nápověda v českém jazyce dokonce zcela chybí. Hlavním rozlišením je pak především v dostupnosti jednotlivých softwarů, kdy programy GeoGebra a Geonext jsou pro nekomerční použití dostupné zdarma, což však neplatí pro program Cabri, ke kterému je potřeba placená licence.

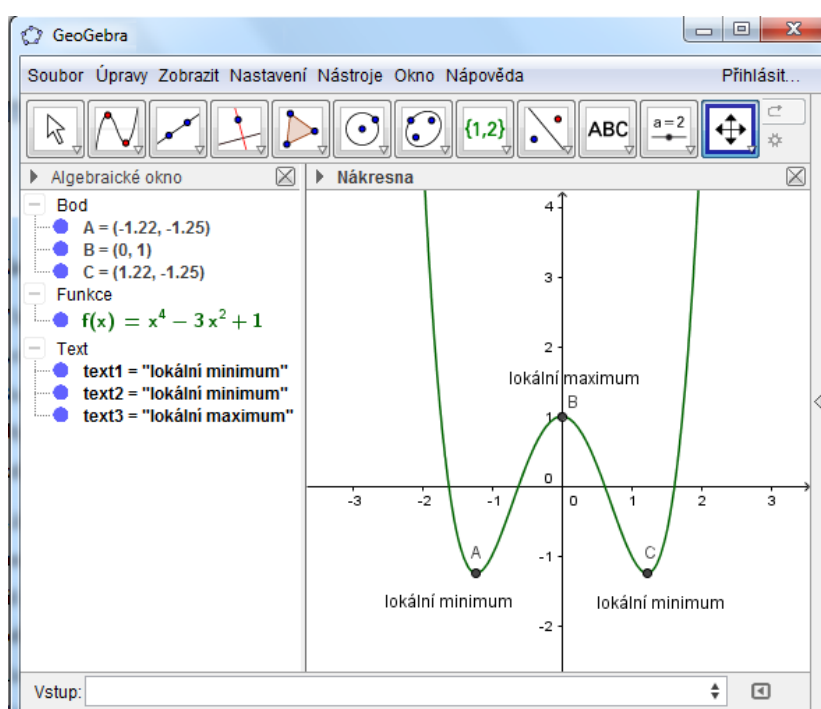
Porovnat programy lze také dle nabídky výstupních formátů. Cabri II Plus ukládá rysy v podobě textových souborů. Vytvořený obrázek je také možné uložit ve vektorové i rastrové podobě, ale pouze za přispění kopírování a přenesení do jiného softwaru. Pokud by chtěl uživatel v programu Cabri II Plus vytvořit applet použitelný pro internet, učiní tak pomocí externího programu Cabrijava. Program Geonext zas nabízí možnosti exportovat hotový obrázek jako webovou stránku (HTML), bitmapovou grafiku (PNG) nebo vektorovou grafiku (SVG). Pole Diashow uživatel může využít v případě, kdy chce předem připravené bitmapové obrázky pomocí tlačítka Screenshot, které nalezne jako jednu z možností v sekci Kreslicí plocha, exportovat do webové stránky, čímž zdokumentuje jednotlivé kroky postupu konstrukce. Hotové konstrukce v programu GeoGebra může uživatel exportovat do dynamické webové stránky (HTML), obrázek formátu PNG, PDF, EPS, SVG a EMF, animace GIF nebo kopírovat nákresnu do schránky.

6. 2. 1 Srovnání pomocí konkrétních příkladů dynamické geometrie

Příklad č. 12: Sestrojte graf funkce dané předpisem $f: y = x^4 - 3x^2 + 1$ a najděte všechny její lokální extrémy a určete, zda se jedná o lokální maximum či minimum.

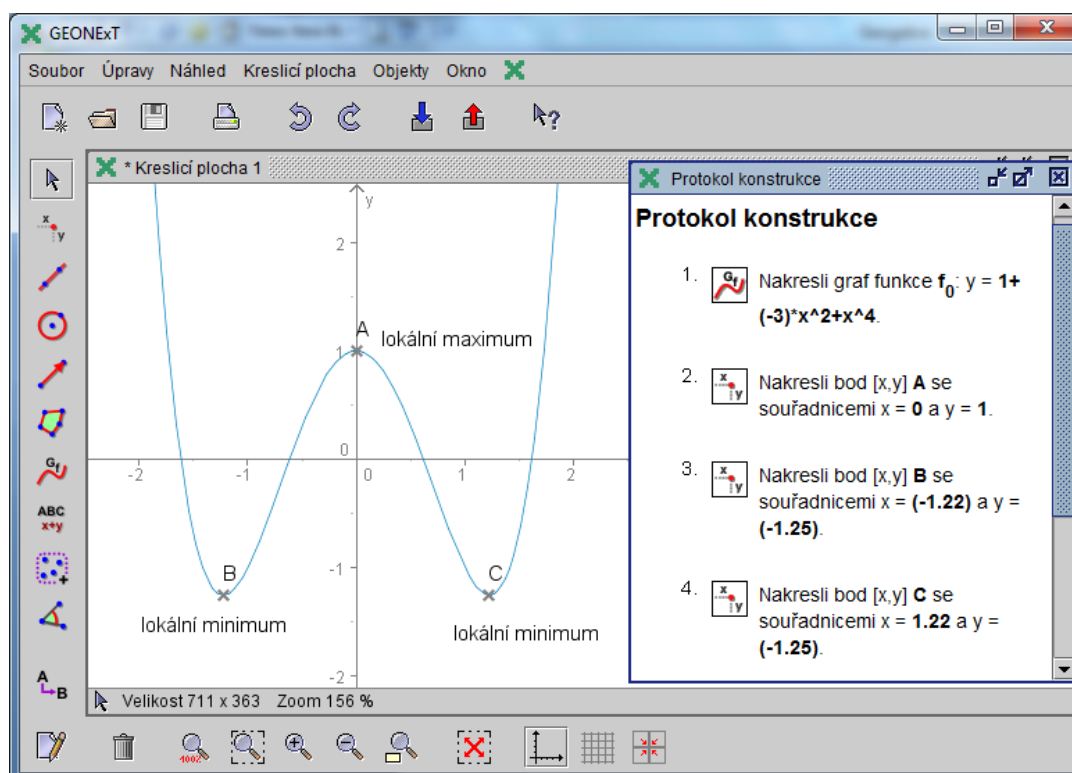
Nejjednodušší způsob vyřešení úkolu nabízí program GeoGebra. Zde uživatel zobrazí graf funkce zapsáním jejího předpisu do příkazového řádku. Pro zobrazení lokálních extrémů funkce pak použije k tomu přímo určené tlačítko Body → Extrémy. Souřadnice hledaných bodů pak uvidí v algebraickém okně. Označení lokální maximum nebo lokální minimum pak do grafu doplní vložením textu, čímž bude s úlohou hotov.

Obrázek č. 41: Graf funkce v program GeoGebra (Zdroj: vlastní zpracování dle GeoGebra)



Při řešení stejného příkladu v programu Geone_xt uživatel opět snadno vykreslí graf funkce pomocí možnosti Objekty → Grafy → Graf funkce, kdy do nově spuštěného okna zapíše předpis funkce. Horší je to však s určením lokálních extrémů, protože tuto možnost software nenabízí. Uživatel by tak souřadnice extrémů musel spočítat samostatně například pomocí derivace funkce. Získané body pak uživatel zanesse do grafu pomocí tlačítka Objekty → Body → Bod [x; y], když zapíše jejich souřadnice pro x a y do nově spuštěného okna. Jejich popis pak provede obdobně jako u předešlého programu využitím funkce Objekty → Texty a výpočty → Text.

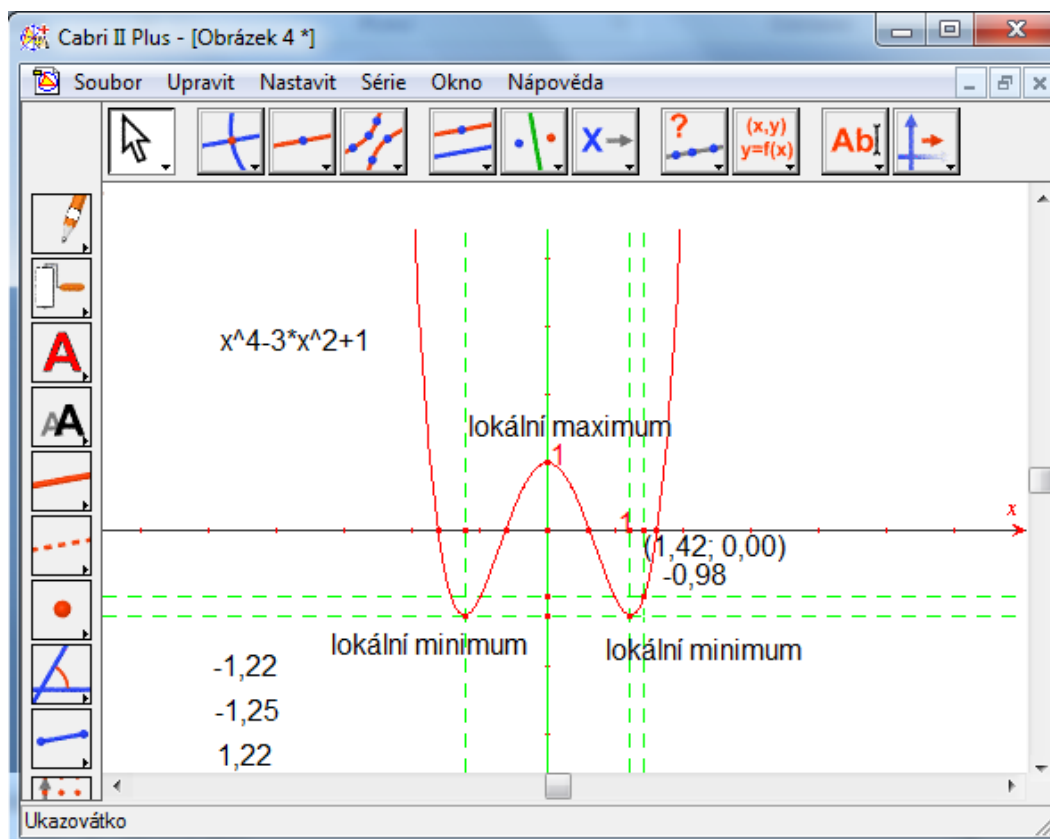
Obrázek č. 42: Graf funkce v program Geonex,t (Zdroj: vlastní zpracování dle Geonex,t)



Jako poslední zbývá k vyřešení příkladu použít program Cabri II Plus. Jelikož software přímo nenabízí zobrazení grafu funkce, je tato konstrukce poněkud složitější než u předešlých dvou programů. Nejprve musí uživatel spustit nové pole pomocí tlačítka Texty a symboly \rightarrow Výrazy, a do tohoto pole pak zapsat předpis funkce. Dále na ose x libovolně zobrazí bod A a volbou Měření \rightarrow Souřadnice a rovnice přidá jeho souřadnice. Využitím možnosti Měření \rightarrow Vyčíslit výraz získá uživatel hodnotu $f(x)$. Nové okno s vypočítanou hodnotou se objeví potom, co uživatel klikne nejprve na předpis funkce a poté na hodnotu souřadnice x bodu A. Získanou hodnotu pak nanese na osu y pomocí funkce Konstrukce \rightarrow Nanést délku. Dále povede oběma hodnotami rovnoběžky na osy souřadnic a v jejich průsečíku pak sestrojí bod B. Graf funkce se zobrazí, když uživatel použije volbu Konstrukce \rightarrow Množina. Ani program Cabri II Plus nedává uživateli přímou možnost pro sestrojení lokálních extrémů, proto je opět nutnost vypočítat si jejich souřadnice samostatně. K zobrazení bodů do grafu je pak zapotřebí, aby uživatel nejprve nanesl na osy souřadnic příslušné hodnoty souřadnic využitím tlačítka Konstrukce \rightarrow Nanést délku a těmito hodnotami vedl rovnoběžky na osy x a y . Body vzniklé v průsečících těchto rovnoběžek jsou pak hledané lokální extrémů funkce. Popisky k lokálním extrémům uživatel do grafu přidá užitím funkce Texty a symboly \rightarrow Texty.

Z tohoto postupu jasně vyplývá, že vyřešení úkolu je v programu Cabri II Plus nejsložitější.

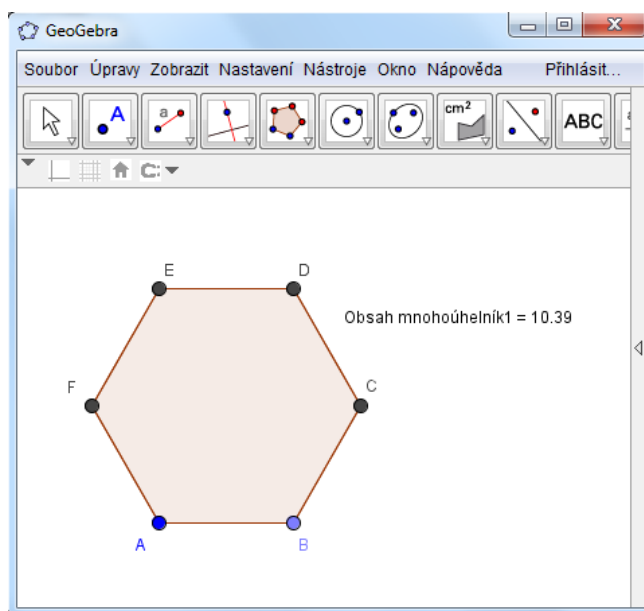
Obrázek č. 43: Graf funkce v program Cabri II Plus (Zdroj: vlastní zpracování dle Cabri II Plus)



Příklad č. 12: Sestrojte pravidelný šestiúhelník $ABCDEF$ o velikosti strany $|AB| = 2$ jednotky a vypočítejte jeho obsah.

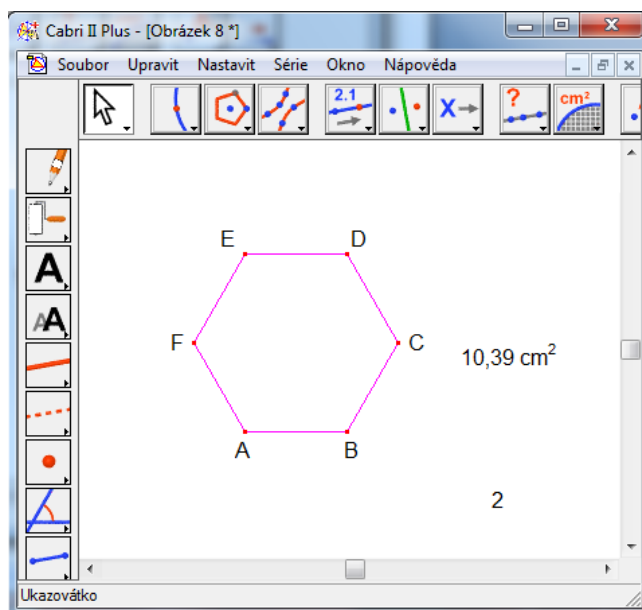
Nejrychleji jde celý úkol opět vyřešit v programu GeoGebra, který nabízí jak speciální tlačítko pro vytvoření pravidelného mnohoúhelníku, tak tlačítko pro výpočet obsahu geometrických objektů. Jediné, co je třeba zvláště vyřešit je nanesení přesné vzdálenosti strany $|AB|$. Toho může uživatel docílit například pomocí funkce Úsečka s pevnou délkou. Při konstrukci pravidelného mnohoúhelníka pak pro jeho první stranu využije již sestavenou úsečku a následně do nově otevřeného okna zadá požadovanou hodnotu vrcholů mnohoúhelníku, čímž program v nákrešně vykreslí přesný šestiúhelník. Obsah šestiúhelníku pak uživatel spočte užitím tlačítka Výpočty \rightarrow Obsah a tím splní celé zadání příkladu.

Obrázek č. 44: Šestiúhelník v program GeoGebra (Zdroj: vlastní zpracování dle GeoGebra)



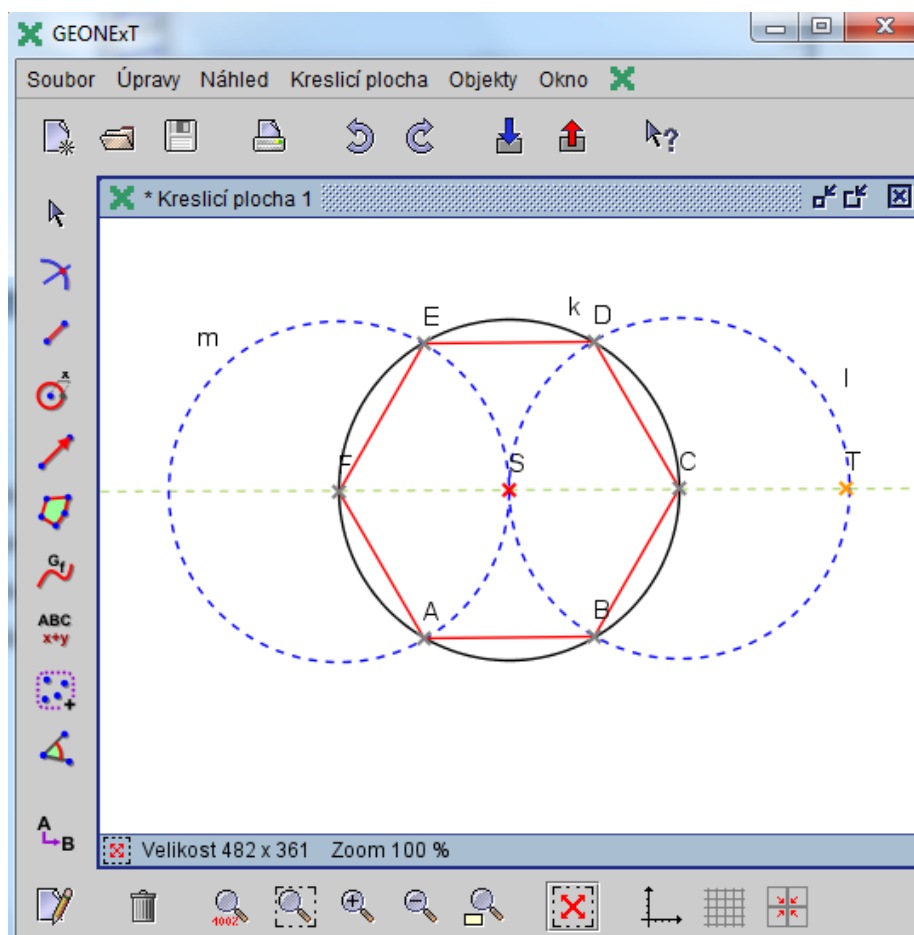
Jednoduchá je také konstrukce šestiúhelníku v programu Cabri II Plus. K sestavení přesné vzdálenosti strany $|AB|$ použije uživatel tlačítko Konstrukce \rightarrow Nanést délku. Šestiúhelník uživatel sestojí užitím funkce Pravidelný mnohoúhelník, kdy pohybem myši k nákrese určí počet vrcholů obrazce. Obsah plochy šestiúhelníku vypočítá uživatel pomocí tlačítka Měření \rightarrow Obsah.

Obrázek č. 45: Šestiúhelník v programu Cabri II Plus (Zdroj: vlastní zpracování dle Cabri II Plus)



Nejobtížněji by se úloha plnila v programu Geone_xt, neboť software nenabízí možnost sestrojení pravidelného mnohoúhelníku, a proto je potřeba pomoci si jinak. Ke konstrukci šestiúhelníku uživatel použije tři protínající se kružnice se stejným poloměrem $r = 2$ jednotky. Jako první sestrojí uživatel v libovolném místě v kreslicí ploše kružnici $k(S, 2j.)$, jejímž středem S povede libovolnou přímku, která protne kružnici k v bodech C a F , což jsou současně první dva nalezené vrcholy šestiúhelníku. Dál uživatel sestrojí kružnice $l(C, 2j.)$ a $m(F, 2j.)$. Tyto kružnice protnou kružnici k v dalších čtyřech bodech A, B, D a E , které jsou zároveň zbývající vrcholy šestiúhelníku. Jako poslední krok spojí uživatel jednotlivé vrcholy úsečkami, čímž získá finální šestiúhelník $ABCDEF$. Úloha se však dá v toto programu vyřešit jen napůl, neboť na rozdíl od předchozích dvou programů software Geone_xt nedává uživateli možnost výpočtu obsahu geometrických obrazců.

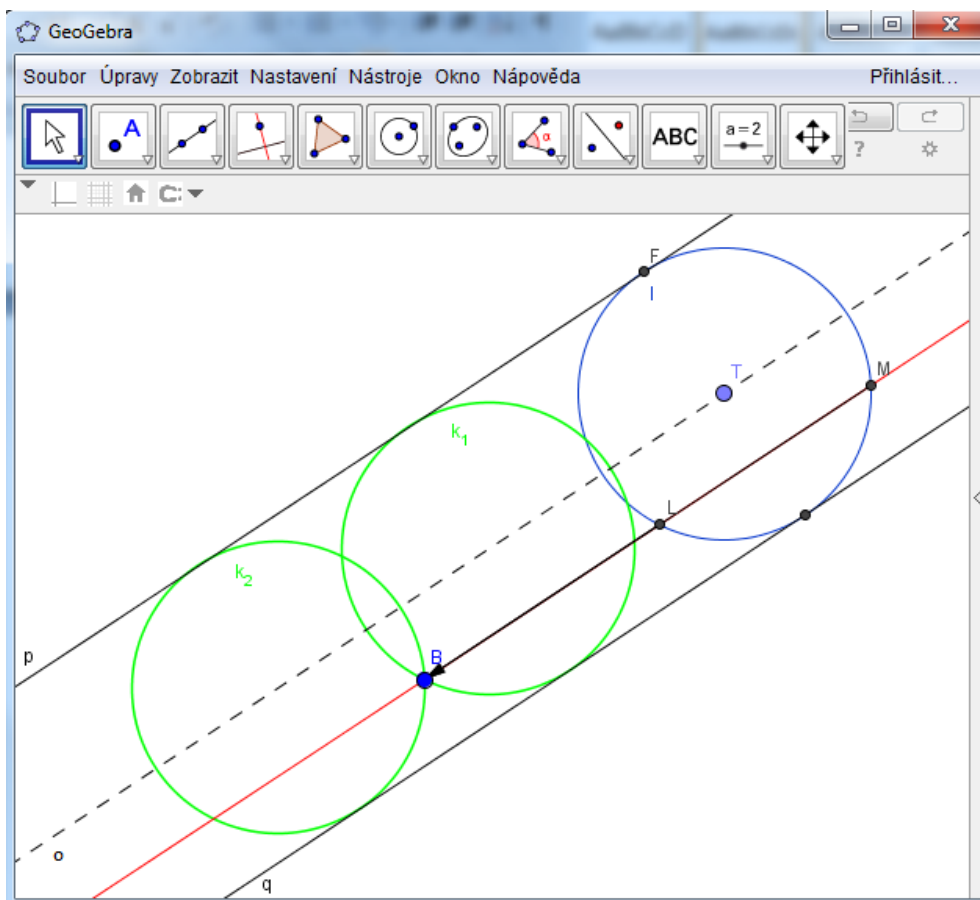
Obrázek č. 46: Šestiúhelník v program Geone_xt (Zdroj: vlastní zpracování dle Geone_xt)



Příklad č. 13: Najděte řešení Apolloniovy úlohy typu Bpp. Sestrojte kružnici k , která prochází bodem B a dotýká se dvou rovnoběžných přímek p a q . [17]

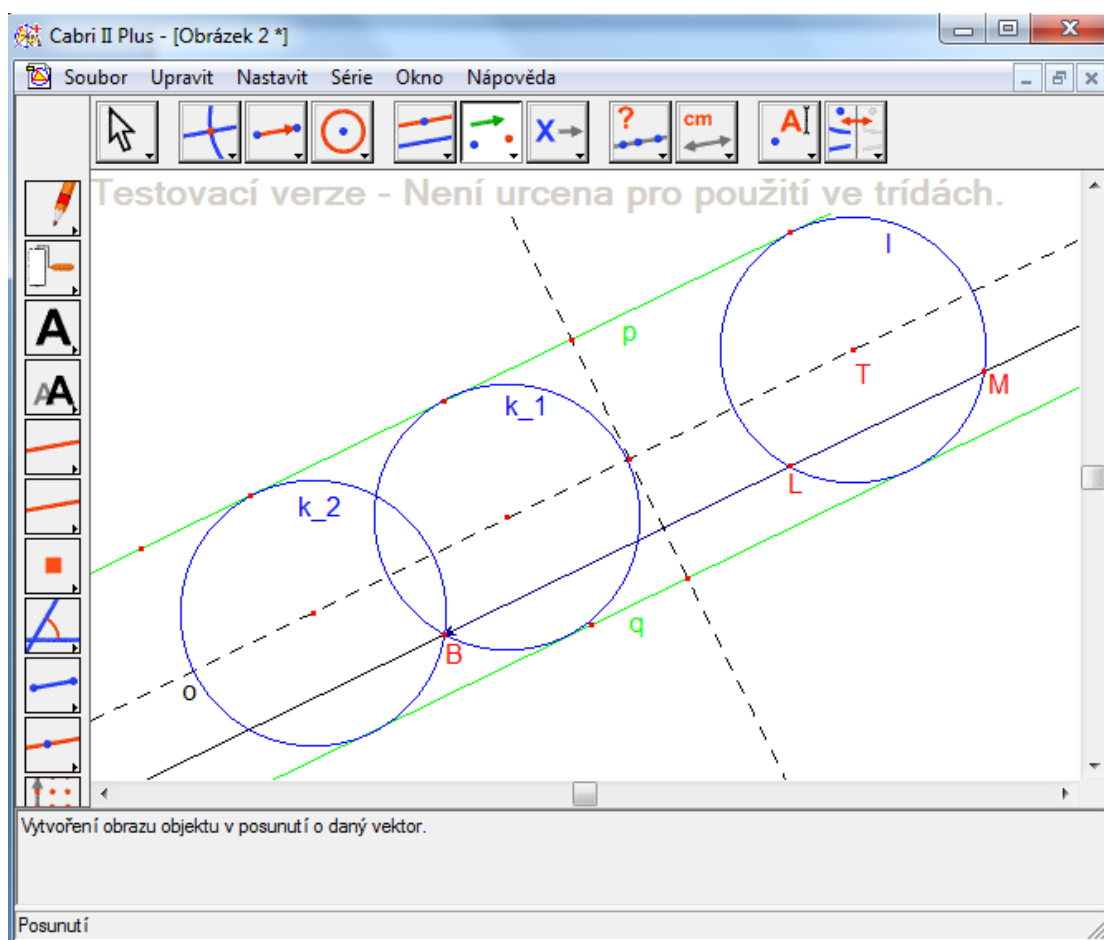
Pokud bude uživatel řešit úlohu pomocí programu GeoGebra, může při konstrukci použít funkci Zobrazení \rightarrow Posunutí. Jako první si v náčrtně zobrazí zadané rovnoběžky a libovolně mezi nimi zobrazí bod B . Dále uživatel sestrojí osu pásu o mezi rovnoběžkami. Na této ose o uživatel libovolně zvolí bod T , kde T je střed pomocné kružnice $l(T, |op| = |oq|)$, která neprochází bodem B . Bodem B povede uživatel rovnoběžku s osou o a získá tak dva průsečíky s kružnicí l , body L a M . Vektor posunutí \vec{u} je pak určen vzdáleností $|BL|$ a druhý vektor posunutí \vec{v} zas vzdáleností $|BM|$, z čehož vyplývá, že úloha má dvě řešení. Nyní již stačí použít tlačítko Zobrazení \rightarrow Posunutí. Uživatel nejprve označí pomocnou kružnici l a pak označí myší na vektor \vec{u} tak, že klikne nejprve na bod L a následně na bod B a v náčrtně se tak vykreslí kružnice k_1 , která je prvním řešením úlohy. Kružnici k_2 , která je druhým řešením úlohy, zobrazí uživatel obdobně jen s použitím vektoru \vec{v} . Úloha má tedy dvě řešení.

Obrázek č. 47: Apolloniova úloha v programu GeoGebra (Zdroj: vlastní zpracování dle GeoGebra)



Pokud by uživatel chtěl tutéž Apolloniovu úlohu vyřešit v programu Cabri II Plus, využil by stejný postup konstrukce jako při práci v programu GeoGebra, neboť oba programy nabízí možnost geometrického zobrazení posunutí, což uživateli značně usnadní práci. Jediným rozdílem je nutnost vytvoření vektoru přímo pomocí tlačítka Přímky \rightarrow Vektor, což v programu GeoGebra nebylo třeba, při konstrukci výsledných kružnic pak stačí použít funkci Zobrazení \rightarrow Posunutí a kliknout myší na pomocnou kružnici l a pak na příslušný vektor.

Obrázek č. 48: Apolloniova úloha v program Cabri II Plus (Zdroj: vlastní zpracování dle Cabri II Plus)

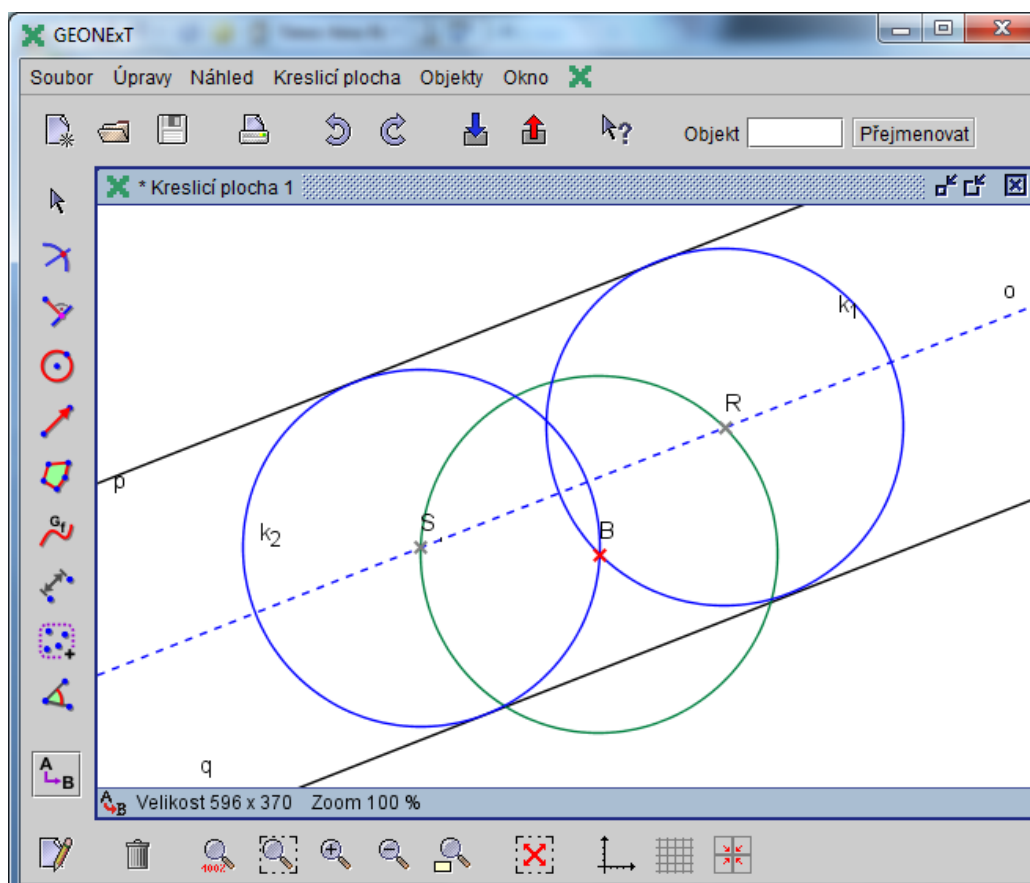


Jelikož program Geonext, kromě osové a středové souměrnosti, neposkytuje uživateli možnost žádného dalšího zobrazení, je třeba provést konstrukci Apolloniovy úlohy odlišným způsobem než v předchozích dvou programech, a to metodou množin bodů dané vlastnosti.

Začátek konstrukce bude až do sestrojení osy pásu o určené přímkami p a q totožný, jako u předchozích dvou případů. Tato osa je zároveň první množina dané vlastnosti, konkrétně

se jedná o množinu středů všech kružnic dotýkajících se zadaných přímek. Odlišnost od předchozích dvou konstrukcí začíná při zobrazení druhé množiny dané vlastnosti, kterou je kružnice l se středem v bodě B a poloměrem o vzdálenosti poloviny délky vzdálenosti rovnoběžek p a q . Kružnice l protne osu o ve dvou průsečících R a S , což jsou současně středy hledaných kružnic k_1 a k_2 .

Obrázek č. 49: Apolloniova úloha v program Geone_xt (Zdroj: vlastní zpracování dle Geone_xt)



Závěr

Programy dynamické geometrie nabízí uživateli širokou paletu funkcí pro geometrické konstrukce, čehož lze využít nejen při didaktické činnosti. Ve své diplomové práci jsem se tedy snažila popsat tyto funkce a demonstrovat možnosti programů na řešených příkladech. Konkrétně jsem pracovala s programy GeoGebra, Cabri II Plus a Geone_xt, ale na současném trhu existuje i řada dalších programů dynamické geometrie.

Osobně se mi nejlépe pracovalo v programu GeoGebra. Práce v programu mi připadala snadná a intuitivní. Panel nástrojů je srozumitelně uspořádaný, navíc obsahuje velké množství funkcí. Výborně se mi pak pracovalo s příkazovým řádkem, který program GeoGebra z uvedených programů nabízí jako jediný. Konstruování nejrůznějších objektů, například křivek grafů, je tak mnohem snadnější a rychlejší. Tento program navíc nabízí, krom konstruování v 2D, také možnost práce v 3D prostoru. Tuto možnost nabízí ještě program Cabri 3D v 2, a tudíž by se mohly oba programy zařadit do kategorie 3D prostředí. Oproti tomu software Geone_xt umožňuje konstruování pouze v 2D prostoru, a tak je možné ho zařadit do skupiny tradičních programů dynamické geometrie. Celkově však nemohu říct, že některý z programů byl výrazně horší než ostatní. Přesto bych ale vyzdvihla program GeoGebra, který toho při konstruování zvládne nejvíce a navíc je zdarma dostupný široké veřejnosti.

Důležitou částí práce je pak srovnání vybraných programů. To jsem se pokusila ukázat také v několika řešených úlohách. Své poznatky jsem pak shrnula v tabulce.

Na závěr dodávám, že práce v programech dynamické geometrie mi připadala velice podnětná. Modelování ve 3D prostoru pro mě bylo zcela nové, ale čím více, jsem se ponořila do práce, tím zajímavější mi vše přišlo. Proto si myslím, že i ve školním prostředí naleznou tyto softwary kladnou odezvu.

Resumé

The thesis introduces selected programmes of dynamic geometry which are available on contemporary market. In the first part of the text the necessary theory of the dynamic geometry is defined. After the author presents particular programmes, their functions and application including examples. Last of all the author compares particular programmes.

Reference

- [1] VANÍČEK, J. *Počítačové kognitivní technologie ve výuce geometrie*. Praha: Univerzita Karlova v Praze, Pedagogická fakulta, 2009. 212. s. ISBN 978-80-7290-394-8
- [2] GERGELITSOVÁ, Š. *Počítač ve výuce nejen geometrie – průvodce GeoGebrou*. Praha: Generation Europe, 2011. 247. s. ISBN 978-80-904974-3-6
- [3] LÁVIČKA, M.: *Geometrie 1. Základy geometrie v rovině*. Plzeň, ZČU 2002.
- [4] Jihočeská Univerzita v Českých Budějovicích. *Geometrie na počítači* [online]. [7. 4. 2016]. Dostupné z: http://www.pf.jcu.cz/p-mat/texty/vrba/Cabri_kurz.pdf
- [5] BONUŠ, Z. *Využití software dynamické geometrie Cabri ve výuce geometrie na střední škole*. Praha, 2001. Diplomová práce. MFF UK, Katedra didaktiky matematiky.
- [6] GÜNZEL, Martin a kol. *Integrace elektronických prostředí pro počítačem podporovanou výuku matematiky*. České Budějovice: Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích, Pedagogická fakulta, 2012. 186. s. ISBN 978-80-7394-386-8
- [7] Geometrie živě. *Cabri* [online]. [19. 3. 2016]. Dostupné z: <http://kdm.karlin.mff.cuni.cz//diplomky/cabri/main.php?Kapitola=uvod>
- [8] Český výukový portál Cabri Geometrie. *Cabri* [online]. [19. 3. 2016]. Dostupné z: <http://www.pf.jcu.cz/cabri>
- [9] Matematika pro střední školy. *Funkce s využitím programu GeoGebra* [online]. [19. 3. 2016]. Dostupné z: <http://www.funkce.eu/ovladani.php>
- [10] Jihočeská Univerzita v Českých Budějovicích. *Cabri 3D v 2 - Příručka pro uživatele* [online]. [19. 3. 2016]. Dostupné z: http://www.pf.jcu.cz/cabri/cabri3d/download/Cabri_3D_prirucka.pdf
- [11] GeoGebra. *GeoGebra* [online]. [19. 3. 2016]. Dostupné z: <http://www.geogebra.org>

- [12] Gymnázium Kroměříž. *GeoGebra – stručný průvodce kurzem* [online]. [19. 3. 2016]. Dostupné z: http://www.gymkrom.cz/web/ict/materialy/GGB_strucny_pruvodce.pdf
- [13] STOLS, Gerrit. *GeoGebra 4.2 in a nutshell* [online]. [19. 3. 2016]. Dostupné z: <http://school-maths.com>
- [14] Lehrstuhl für Mathematik und ihre Didaktik. *Geonext* [online]. [19. 3. 2016]. Dostupné z: <http://geonext.uni-bayreuth.de/index.php?id=2453>
- [15] Informační systém Masarykovy univerzity. *Použité programy – Geonext* [online]. [19. 3. 2016]. Dostupné z: http://is.muni.cz/th/4487/fi_m/html/ch03s02.html
- [16] Katedra matematiky a deskriptivní geometrie. *Geometrická zobrazení v rovině* [online]. [4. 4. 2016]. Dostupné z: <http://mdg.vsb.cz/jdolezal/StudOpory/ZakladyGeometrie/Planimetrie/GeometrickaZobrazeni/Posunuti/Posunuti.html>
- [17] Oddělení geometrie. *Apolloniovy úlohy* [online]. [4. 4. 2016]. Dostupné z: http://geometrie.kma.zcu.cz/work/AU/apoll/apoll_bpp_1c.html
- [18] Modern mathematical methods in engineering. *Využití GeoGebry ve výuce matematiky a geometrie - Workshop na konferenci 3μ 2015* [online]. [30. 3. 2016]. Dostupné z: <http://konference3mi.vsb.cz/images/dokumenty/workshop/workshop2015.pdf>
- [19] BARTOŠOVÁ, Kateřina. *Sbírka úloh pro výuku souměrnosti v 3D*. České Budějovice, 2011. Diplomová práce. Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích
- [20] HOLUBOVÁ, Hana. *Shodná a podobná zobrazení v interaktivních geometrických programech*. Plzeň, 2012. Bakalářská práce. Západočeská univerzita v Plzni, Fakulta pedagogická.
- [21] SVOBODOVÁ, Lenka. *Užití programu GeoGebra ve vybraném učivu matematiky a jeho výhody*. Plzeň, 2011. Bakalářská práce. Západočeská univerzita v Plzni, Fakulta pedagogická.
- [22] ANDERLE, Martin. *Využití programu dynamické geometrie GeoGebra ve výuce čtyřúhelníků*. Plzeň, 2013. Bakalářská práce. Západočeská univerzita v Plzni, Fakulta pedagogická.

- [23] SOCHOROVÁ, Barbora. *Využití ICT v rovinné geometrii na 2. Stupni ZŠ*. Diplomová práce. Plzeň, 2013. Diplomová práce. Západočeská univerzita v Plzni, Fakulta pedagogická.
- [24] ŠOFROVÁ, Veronika. *Využití nových funkcí a nástrojů ve čtvrté verzi programu GeoGebra* Plzeň, 2013. Diplomová práce. Západočeská univerzita v Plzni, Fakulta pedagogická.
- [25] ŠŤASTNÁ, Barbora. *Inteligentní sbírka úloh z euklidovské geometrie*. Brno, 2006. Diplomová práce. Masarykova univerzita, Fakulta informatiky.
- [26] Projekt Středoevropské virtuální univerzity Univerzita Karlova v Praze. *Geonext Open Source Software ve výuce matematiky a fyziky I* [online]. [7. 4. 2016]. Dostupné z: http://class.pedf.cuni.cz/NewSUMA/Download/Volne/SUMA_31.pdf
- [27] Oddělení geometrie. *Cabri Geometrie II Plus - Příručka pro uživatele* [online]. [7. 4. 2016]. Dostupné z: http://geometrie.kma.zcu.cz/work/cd/manual_cabriplus.pdf
- [28] Jihočeská Univerzita v Českých Budějovicích. *Cabri pro začátečníky - učební text* [online]. [7. 4. 2016]. Dostupné z: http://www.pf.jcu.cz/cabri/temata/ciglerova/Cabri_pro_zacatecniky.pdf
- [29] Dopravní značení. *Dopravní značky* [online]. [10. 4. 2016]. Dostupné z: <http://www.dopravni-znaceni.eu/>

Seznam obrázků

Obrázek č. 1: Prostředí programu GeoGebra	14
Obrázek č. 2: Situace v Algebraickém okně programu GeoGebra.....	16
Obrázek č. 3: Algebraické okno	17
Obrázek č. 4: Kružnice vepsaná trojúhelníku.....	20
Obrázek č. 5: Graf funkce a lokální extrémy.....	21
Obrázek č. 6: Základní vzhled programu Geonext.....	22
Obrázek č. 7: Protokol konstrukce	23
Obrázek č. 8: Zobrazení více kreslicích ploch	24
Obrázek č. 9: Objekty.....	25
Obrázek č. 10: Graf funkce.....	26
Obrázek č. 11: Vlastnosti objektu.....	27
Obrázek č. 12: Animace elipsy – část 1.....	28
Obrázek č. 13: Animace elipsy – část 2.....	28
Obrázek č. 14: Grafické řešení soustavy rovnic	30
Obrázek č. 15: Zobrazování grafů funkcí.....	31
Obrázek č. 16: Diashow.....	32
Obrázek č. 17: Tečnový čtyřúhelník.....	33
Obrázek č. 18: Prostředí programu Cabri II Plus	34
Obrázek č. 19: Uspořádání více nákrešen v programu.....	35
Obrázek č. 20: Panel nástrojů.....	36
Obrázek č. 21: Makrokonstrukce	37
Obrázek č. 22: Tabulky v programu Cabri II Plus	38
Obrázek č. 23: Pohyb objektu.....	39
Obrázek č. 24: Panel grafiky	40
Obrázek č. 25: Kružnice opsaná.....	41

Obrázek č. 26: Graf funkce v program Cabri II Plus.....	42
Obrázek č. 27: Anaglyph projection.....	44
Obrázek č. 28: Bod.....	44
Obrázek č. 29: Kružnice.....	45
Obrázek č. 30: Náhledy.....	46
Obrázek č. 31: Grafický náhled 3D.....	47
Obrázek č. 32: Graf funkce v 3D.....	48
Obrázek č. 33: Prostředí programu Cabri 3D v 2.....	49
Obrázek č. 34: Nastavení vzhledu.....	50
Obrázek č. 35: Osa souměrnosti dvou koulí.....	51
Obrázek č. 36: Nastavení.....	52
Obrázek č. 37: Vkládání obrázků do programu GeoGebra.....	53
Obrázek č. 38: Kružnice vepsaná v programu Cabri II Plus.....	57
Obrázek č. 39: Kružnice vepsaná v programu Geonext.....	58
Obrázek č. 40: Kružnice vepraná v program GeoGebra.....	58
Obrázek č. 41: Graf funkce v program GeoGebra.....	60
Obrázek č. 42: Graf funkce v program Geonext.....	61
Obrázek č. 43: Graf funkce v program Cabri II Plus.....	62
Obrázek č. 44: Šestiúhelník v program GeoGebra.....	63
Obrázek č. 45: Šestiúhelník v programu Cabri II Plus.....	63
Obrázek č. 46: Šestiúhelník v program Geonext.....	64
Obrázek č. 47: Apolloniova úloha v programu GeoGebra.....	65
Obrázek č. 48: Apolloniova úloha v program Cabri II Plus.....	66
Obrázek č. 49: Apolloniova úloha v program Geonext.....	67