

Identifikace parametrů multikompartmentového modelu jaterní perfúze

Jaroslava Brašnová¹, Eduard Rohan², Vladimír Lukeš³

1 Motivace

Modely perfúze jaterní tkáně (parenchymu) nalézají své uplatnění v lékařství, zejména pak v chirurgii. Cílem je například usnadnit lékařům predikci chování jater a získat představu o proudění krve na základě vstupních dat (např. CT snímků). Jednou z hlavních motivací tvorby těchto modelů je simulace změny perfúze v závislosti na změnách struktury a objemu jaterní tkáně, ke kterým dochází v důsledku onemocnění (např. nádorových onemocnění či jaterní cirhózy) a následné léčby (např. resekce).

2 Multikompartmentový model perfúze a identifikace parametrů

Proudění krve v játrech lze komplexně popsat pomocí dvou modelů vzájemně propojených zřídly a propady, viz Rohan et al. (2016). Jedná se o 1D model založený na Bernoulliho rovnici popisující proudění v nejvyšší úrovni (žilním stromu) a 3D multikompartmentový model popisující perfúzi v jaterním parenchymu uvažovaném jako porézní médium nasycené nestlačitelnou tekutinou. Perfúzi ve 3D modelu popisuje stavová rovnice (1) odvozená z rovnice kontinuity a Darcyho zákona, viz Michler et al. (2013), zahrnující výměnu tekutiny mezi kompartmenty reprezentovanou mezikompartmentovými toky J_j^i .

$$\int_{\Omega_i \setminus \Sigma_i} K^i \nabla p^i \cdot \nabla q^i + \int_{\Omega_i \setminus \Sigma_i} \sum_j \underbrace{G_j^i (p^i - p^j)}_{J_j^i} q^i = \int_{\Omega_i \setminus \Sigma_i} f^i q^i, \quad \forall q^i \in Q^i \quad (1)$$

Kompartment i tvoří kontinuum na oblasti Ω_i s vlastnostmi danými permeabilitou K^i [$m^2 \cdot (Pa \cdot s)^{-1}$] a perfúzními parametry G_j^i [$(Pa \cdot s)^{-1}$] mezi kompartmenty i a j , kde p^i (p^j) je tlak, f^i je externí vtok do kompartmentu (zřídla a propady) a q^i jsou testovací funkce. Stavová rovnice byla numericky řešena pomocí FEM softwaru *SfePy*. Nevýhodou modelů perfúze jater je obtížnost stanovení perfúzních parametrů G_j^i , které nelze určit přímo ani měřením.

Identifikace těchto parametrů G_j^i je formulována jako optimalizační úloha. Hledány jsou optimalizační parametry α konstantní na elementech. Cílem je nalezení globálního minima účelové funkce Φ definované jako rozdíl funkce toků a "změřených" toků ve smyslu nejmenších čtverců. Během optimalizace je nutné řešit adjungovanou úlohu a následně vyhodnotit citlivostní vztahy vyjadřující závislost změny funkce Φ na změnu optimalizačních parametrů. Identifikace byla realizována pomocí softwaru *SfePy* a pro minimalizaci účelové funkce byla použita funkce SLSQP implementovaná v *SciPy.optimize*. Pro identifikaci bylo nezbytné vypočítat pomocí

¹ studentka navazujícího studijního programu Počítačové modelování v inženýrství, obor Aplikovaná mechanika, e-mail: jbrasnov@students.zcu.cz

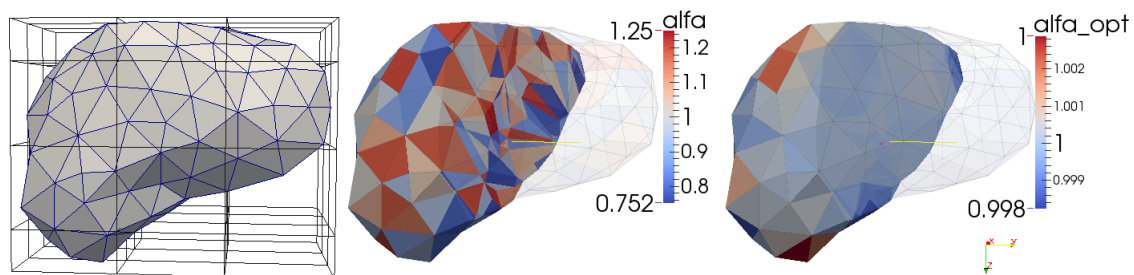
² Západočeská univerzita v Plzni, Fakulta aplikovaných věd, Katedra mechaniky, e-mail: rohan@kme.zcu.cz

³ Západočeská univerzita v Plzni, Fakulta aplikovaných věd, Katedra mechaniky, e-mail: vlukes@kme.zcu.cz

(1) hodnoty tlaků, definovat počáteční hodnoty a omezení (box constraints) optimalizačních parametrů. Identifikace byla provedena na geometriích jater s tetraedrálními prvky a dvěma kompartmenty. Úloha optimalizace je z numerického hlediska velice náročný problém. Výpočty potvrdily, že je výhodné alespoň přibližně znát hodnoty optimalizačních parametrů. Zároveň byla potvrzena nevhodnost parametrizace perfúzních parametrů po částech konstantních na elementu a nutnost připojení regularizačních podmínek. Čehož lze dosáhnout například parametrizací pomocí splineboxu. Pro numerické testování byl použit splinebox implementovaný v programu *SfePy* definovaný řídicím polyedrem. Platí

$$\alpha(\mathbf{t}) = \sum_k \mathbf{b}^k B^k(\mathbf{t}), \quad \mathbf{t} \in \Omega, \quad (2)$$

kde \mathbf{b}^k jsou kontrolní body splineboxu a B^k jsou B-spline báze splinů. Na základě výpočtů



Obrázek 1: Vlevo: tetraedrální síť se splineboxem. Uprostřed: hodnoty parametrů α před optimalizací. Vpravo: hodnoty parametrů α po provedení optimalizace.

perturbace vstupních dat byly porovnány oba způsoby parametrizace. Kdy v případě použití splineboxu bylo nalezeno minimum funkce Φ v mnohem kratším výpočetním čase a perfúzní parametry vykazovaly větší "hladkost". Ostatní vlastnosti závisí na zvolených podmínkách (tolerance, perturbace, atd.).

3 Závěr

Byla provedena identifikace perfúzních parametrů definovaných v 3D multikompartmentovém modelu jaterní perfúze za použití dvou různých parametrizací.

Poděkování

Tento příspěvek byl podpořen grantovým projektem SGS-2016-059.

Literatura

- Michler, C., Cookson, A. N., Chabiniok, R., Hyde, E., Lee, J., Sinclair, M., Sochi, T., Goyal, A., Viguera, G., Nordsletten, D. A. and Smith, N. P. (2013), A computationally efficient framework for the simulation of cardiac perfusion using a multi-compartment Darcy porous-media flow model. *Int. J. Numer. Meth. Biomed. Engng.*, 29: 217–232. doi:10.1002/cnm.2520
- Rohan, E., Lukeš, V., Jonášová, A. (2016) Modeling of the contrast-enhanced perfusion test in liver based on the multi-compartment flow in porous media. Available from: <https://arxiv.org/pdf/1605.09162> [Accessed 18th May 2017].