

Západočeská univerzita v Plzni

Fakulta aplikovaných věd

Katedra kybernetiky

DIPLOMOVÁ PRÁCE

Plzeň, 2012

Bc. Alois KREJČÍ

Západočeská univerzita v Plzni

Fakulta aplikovaných věd

Katedra kybernetiky

**POKROČILÉ TECHNIKY ŘÍZENÍ POHYBU
PRO MECHATRONICKÉ APLIKACE**

Plzeň, 2012

Bc. Alois KREJČÍ

University of West Bohemia

Faculty of Applied Sciences

Department of Cybernetics

**ADVANCED MOTION CONTROL
FOR MECHATRONIC APPLICATIONS**

Pilsen, 2012

Bc. Alois KREJČÍ

Zde nezapomeň na zadání

PROHLÁŠENÍ

Předkládám tímto k posouzení a obhajobě diplomovou práci zpracovanou na závěr studia na Fakultě aplikovaných věd Západočeské univerzity v Plzni.

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci vypracoval samostatně a výhradně s použitím odborné literatury a pramenů, jejichž úplný seznam je její součástí.

Plzeň dne

.....

PODĚKOVÁNÍ

Za odborné vedení, pomoc a podporu při vypracování diplomové práce bych chtěl vyjádřit své poděkování vedoucímu diplomové práce Ing. Martinovi Goubejovi.

Zvláštní poděkování patří také mým rodičům za podporu během mého studia.

A B S T R A K T

Předložená práce se zabývá pokročilými algoritmy řízení stejnosměrných a střídavých pohonů. V úvodu jsou objasněny základní principy konstrukce, činnosti a regulace stejnosměrných a střídavých pohonů. Dále je vysvětlen princip kaskádní regulace a návrh regulátorů v jednotlivých regulačních smyčkách. V návazné části této práce je provedena analýza fundamentálních omezení kaskádní regulace, zejména při diskretizaci spojitého řízení. V dalších kapitolách jsou řešeny pokročilé algoritmy řízení pohybu. Popsány jsou elementární principy řízení v klouzavém režimu, největší pozornost se věnuje lineárnímu klouzavému řízení. Pokračuje vysvětlení principu řízení s estimátorem zátěžného momentu. Obě tyto metody jsou v rámci mé práce otestovány na modelu reálného motoru, který je sestaven v programovém prostředí Matlab - Simulink a porovnány s kaskádním řízením, řešeným v mé předcházející, bakalářské práci. Navržené strategie řízení byly též implementovány na reálný laboratorní motor. V závěru práce jsou otestovány navržené algoritmy řízení na modelu víceosého robotického manipulátoru a porovnány s kaskádní regulací, která byla nasazena při praktické realizaci tohoto robotického manipulátoru.

KLÍČOVÁ SLOVA

Stejnoseměrný a střídavý pohon, kaskádní regulace, fundamentální omezení kaskádní regulace, řízení polohy, řízení v klouzavém režimu, lineární klouzavé řízení, řízení s estimátorem zátěžného momentu, víceosý robotický manipulátor

ABSTRACT

The submitted thesis deals with advanced control algorithms for AC/DC drives. At the outset, basic principles of construction, operation and control of direct and alternating current motors are clarified. Next, the fundamentals of cascade control and controller design in individual regulation loops is explained. The following part of the thesis comprises an analysis of fundamental limits of cascade control, mainly due to discretization of continuous control and introduction of additional dynamical elements into the loop such as feedback signal filters. In subsequent chapters, advanced algorithms of motion control are solved. Included is a description of elementary principles of sliding mode control, with linear sliding mode control singled out for special attention. This is followed by an explanation of disturbance observer control method. Both methods are subjected to testing by means of a real motor model in a Matlab-Simulink environment and compared against the cascade control solutions discussed in my bachelor's thesis. The proposed methods of control were actually implemented in a real laboratory model of a motor. The final part of the thesis focuses on testing of designed algorithms on a multi-axis robotic manipulator. The results are compared to conventional cascade PID control which was employed during the practical realization of this robotic manipulator.

KEYWORDS

AC/DC drive, cascade control, fundamental restriction of cascade control, position control, sliding mode control, linear sliding mode control, disturbance observer control method, multi - axis robotic manipulator

Obsah

1	Úvod	12
2	Elektrické pohony v robotice a mechatronice	14
2.1	Stejnoseměrné motory	15
2.1.1	Princip činnosti.....	15
2.1.2	Regulace	15
2.2	Střídavé motory	17
2.2.1	Synchronní motory	17
2.2.1.1	<i>Princip činnosti</i>	17
2.2.2	Asynchronní motory.....	17
2.2.2.1	<i>Princip činnosti</i>	17
2.2.3	Regulace	18
2.2.3.1	<i>Frekvenční měnič</i>	18
2.2.3.2	<i>Využití převodovky</i>	18
2.2.3.3	<i>Další již nepoužívané metody regulace</i>	19
2.3	Servopohony.....	20
2.4	Srovnání.....	21
2.5	Elementární regulační struktury	21
2.5.1	Jednoduchá regulační smyčka.....	22
2.5.2	Kaskádní regulace pro stejnosměrné motory	22
2.5.2.1	<i>Regulace proudu/momentu</i>	23
2.5.2.2	<i>Regulace rychlosti</i>	26
2.5.2.3	<i>Regulace polohy</i>	28
2.5.2.4	<i>Modifikace pro praktickou realizaci</i>	29
2.5.3	Použití kaskádní regulace pro střídavé motory	31
2.5.3.1	<i>Vektorové řízení:</i>	31
3	Fundamentální omezení na dosažitelnou šířku pásma při použití kaskádní PID regulace	33
3.1	Filtr 1. řádu ve zpětné vazbě.....	33
3.1.1	Fyzikální interpretace pólů.....	37
3.1.2	Shrnutí návrhu	41

3.2	Řízení s diskretním regulátorem.....	42
3.2.1	Diskretní PI regulátor	43
3.2.1.1	<i>Dead-beat regulator (regulace do nuly za nejmenší počet kroků)</i>	46
3.2.1.2	<i>Volba pólů</i>	47
3.2.2	Diskretní PI regulátor s diferencí ve zpětné vazbě.....	49
3.2.3	Diskretní PI regulátor a filtr ve zpětné vazbě s diferencí.....	54
3.3	Pružná zátěž.....	56
3.3.1	Aktivní metody tlumení rezonancí.....	58
3.3.2	Pasivní metody tlumení rezonancí	58
3.4	Shrnutí	58
4	Regulátory s klouzavým režimem.....	59
4.1	Klouzavý režim pro obecné systémy.....	60
4.1.1	Systém 1. řádu	60
4.1.2	Systém 2. řádu	62
4.2	Nespojitost regulace	65
4.3	Aplikace řízení v klouzavém režimu na reálný pohon	66
4.3.1	Návrh řízení.....	68
4.3.1.1	<i>Klasické klouzavé řízení</i>	68
4.3.1.2	<i>Spojité řízení (ekvivalentní řízení).....</i>	69
4.3.1.3	<i>Lineární klouzavé řízení</i>	71
4.3.2	Testování řízení na reálném pohonu	75
5	Regulátor s estimátorem zátěžného momentu.....	76
5.1	Rekonstruktor stavu.....	78
5.1.1	Návrh úplného rekonstruktoru	79
5.1.2	Redukovaný rekonstruktor stavu.....	80
5.2	Návrh řízení	83
5.2.1	Testování řízení na reálném pohonu	88
5.2.2	Implementace regulátoru.....	89
6	Srovnání jednotlivých metod řízení.....	90
6.1	Testování na modelu.....	90
6.2	Testování na reálném pohonu.....	91

7	Řízení víceosého robotického manipulátoru.....	93
7.1	Simulační model.....	94
7.2	Návrh řízení.....	95
7.2.1	Lineární klouzavé řízení.....	96
7.2.2	Řízení s estimátorem zátěžného momentu – úplný rek. stavu.....	99
7.2.3	Řízení s estimátorem zátěžného momentu – redukovaný rek. stavu.....	101
7.2.4	Kaskádní regulace.....	103
7.3	Srovnání.....	105
8	Závěr.....	108
9	Literatura.....	110
10	Seznam obrázků.....	111
11	Seznam tabulek.....	114
12	Přílohy.....	115

1 ÚVOD

Když v roce 1821 vynalezl Michale Faraday jeden z prvních rotačních elektromotorů a v roce 1888 učinil Nikola Tesla objev, že lze vytvořit rotující magnetické pole, což dále umožnilo vynález střídavého indukčního motoru, zřejmě oba netušili, jaké budou mít tyto vynálezy význam v pozdějších letech.

Elektrické pohony se v současnosti uplatňují ve většině technologických a výrobních procesů. Nejčastěji užívané elektrické pohony jsou dnes střídavé motory a to synchronní a asynchronní, které postupně vytlačují stejnosměrné pohony. Elektrické motory patří do kategorie elektromechanických měničů, jak již název napovídá, mění elektrickou energii na mechanickou. Opačným zařízením vzhledem k motoru je generátor, který mění mechanickou energii na elektrickou. Elektrické motory disponují výkony od jednotek miliwattů až do desítek megawattů. Generátory mohou dosahovat výkonů až stovky megawattů, při výrobě elektrické energie. Zvláštní kategorií jsou reverzní generátory - motory v přečerpávacích vodních elektrárnách.

V posledních několika letech se elektrické pohony rapidně rozšiřují a vytlačují ostatní druhy pohonů, jako například hydraulický či pneumatický pohon. S elektrickými pohony se dnes běžně setkáváme v mnoha oblastech jako například v průmyslu, domácnostech, dopravě či lékařství. Dalším důležitým faktorem rozšíření těchto pohonů je zejména klesající cena součástí používaných pro regulaci jako polovodičové součástky a řídicí mikropočítače. Samozřejmě s rozvojem kvalitních frekvenčních měničů došlo též ke značnému rozšíření elektrických pohonů, jelikož jsme schopni plynule regulovat otáčky u střídavých pohonů. Absence komutátoru u střídavých pohonů zvyšuje jejich životnost a díky tomu se nemusí pravidelně udržovat na rozdíl od stejnosměrných pohonů. Proto jsou častěji nasazovány a postupně vytlačují dříve velmi často užívané stejnosměrné motory.

Nedílnou součástí každého elektrického pohonu je řídicí systém, který zajišťuje regulaci různých fyzikálních veličin a to proudu, momentu, rychlosti či polohy. Elementární úlohou je nalezení vhodné struktury řízení, návrh parametrů regulátoru a implementace řídicího systému na reálnou aplikaci.

Dnes se nejčastěji v průmyslu používá kaskádní struktura řízení s regulátory typu PID, se dvěma smyčkami pro řízení rychlosti a se třemi regulátory pro regulaci polohy. Parametry regulátorů v jednotlivých smyčkách se nastavují postupně v následujícím pořadí proudová, rychlostní a polohová smyčka. Návrh v nějakém smyslu optimálních parametrů bývá velmi často složitý, značnou složitost způsobuje zejména výskyt nelinearit jako vůle v převodovce, tření a pasívní odpory, hystereze či konečná tuhost různých spojek. Se všemi těmito rušivými faktory se musíme vypořádat.

V dnešní době stále rostou požadavky na kvalitu řízení a zvyšuje se význam použitých strategií řízení. Regulátory velmi často pracují v podmínkách značné neurčitosti, které jsou zejména zapříčiněny parametry měnicemi se v čase, jako například měnící se moment setrvačnosti zátěže, měřicím šumem senzorů a ostatními působícími poruchami. Toto vše

vede k návrhu nepřesného nebo lépe řečeno neúplného modelu, kde nejsou zachyceny všechny faktory působící na reálný pohon. Velmi rychlý rozvoj elektronických součástek nám umožňuje realizovat stále složitější algoritmy řízení.

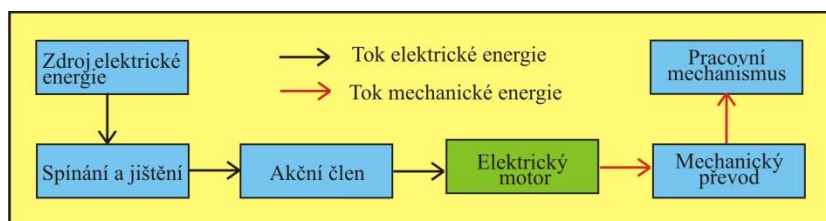
Cílem této práce je nastínit možnosti využití pokročilých technik pro řízení pohybu mechatronických systémů, zejména řízení s klouzavým režimem a řízení s estimátorem zátěžného momentu a provést srovnání s běžně používaným kaskádním řízením.

2 ELEKTRICKÉ POHONY V ROBOTICE A MECHATRONICE

(viz [1]) „Elektrickým pohonem se rozumí soustava, vytvořená z vhodné kombinace elektrotechnických zařízení pro elektromechanickou přeměnu energie a pro vytváření, přenos a zpracování signálů, řídících tuto elektromechanickou přeměnu.“ Jako elektrický pohon se nejčastěji používá elektromotor, který bývá základní částí elektrického pohonu.“

Základní prvky elektrického pohonu:

- Elektromotor
- Napájení
- Akční člen (měnič)
- Spínací a jistící přístroje (pomocná zařízení)
- Řídicí systém
- Ovládací a signalizační prvky, které zajišťují žádané parametry přeměny elektrické energie na mechanickou energii – žádaných parametrů.
- Převodovka (v konkrétních případech)



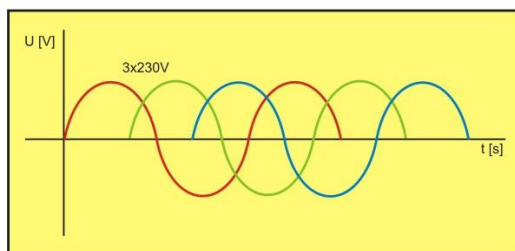
Obrázek 1: Struktura elektrického pohonu

Základním stavebním kamenem každého elektrického pohonu je elektromotor, což je točivý stroj, který přeměňuje elektrickou energii na mechanickou energii – otáčivý (rotační) pohyb nebo pohyb posuvný. Opak elektrického motoru je generátor, který převádí mechanickou energii na elektrickou energii. Generátory se nejčastěji využívají v elektrárnách (vodní, plynové, tepelné, jaderné či větrné).

Elektrické motory dělíme na dva základní druhy. Stejnoseměrné motory a střídavé motory (synchronní a asynchronní). Základní odlišností těchto motorů je napájecí napětí, jak už název říká, jsou napájeny buď stejnosměrným napětím (Obrázek 2) nebo střídavým napětím (Obrázek 3).

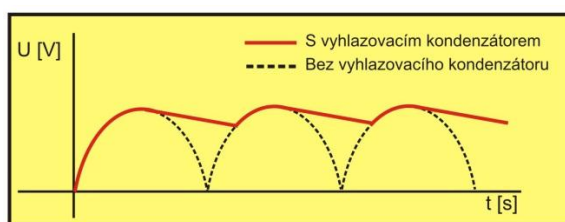


Obrázek 2: Stejnoseměrné napětí



Obrázek 3: Třífázové střídavé napětí

Zdrojem střídavého napětí je nejčastěji elektrická síť (1x230V/50Hz nebo častěji 3x230V/50Hz). Stejnou směrnými zdroji napětí bývají nejčastěji baterie, solární články, dynamo nebo usměrněné střídavé napětí pomocí usměrňovače (Obrázek 4).



Obrázek 4: Dvoucestně usměrněné střídavé napětí s vyhlazovacím kondenzátorem

2.1 Stejnou směrné motory

2.1.1 Princip činnosti

Stejnou směrný motor tvoří dvě základní části a to stator a rotor. Stator je většinou tvořen permanentními magnety, tato část se neotáčí, jedná se o pevnou část motoru. Rotor je tvořen smyčkou, kterou protéká elektrický proud.

Smyčka se nachází v magnetickém poli, po připojení elektrického proudu smyčka vytvoří též magnetické pole. Smyčka se pootočí, ale nezačne se otáčet. Při zastavení je nutné změnit polaritu proudu v cínce z (+) na (-) respektive z (-) na (+). Změna polarity se provádí pomocí komutátoru, což je největší nevýhoda stejnosměrných motorů. Komutátor neboli mechanický přepínač, spíná poměrně vysoké proudy. Je to součást, která se nejčastěji poškodí - velké mechanické a elektrické namáhání. Dále také zavádí elektromagnetické rušení.

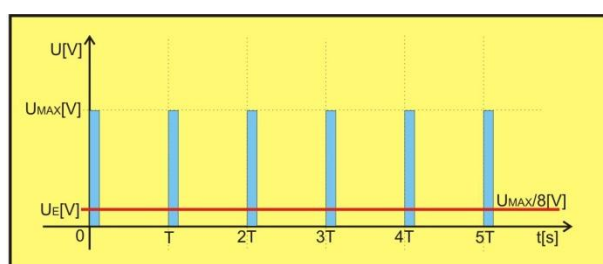
2.1.2 Regulace

Stejnou směrný motor byl dříve hojně využíván v mnoha aplikacích, jelikož to byl jediný elektro motor, u kterého bylo možné plynule regulovat rychlost otáčení.

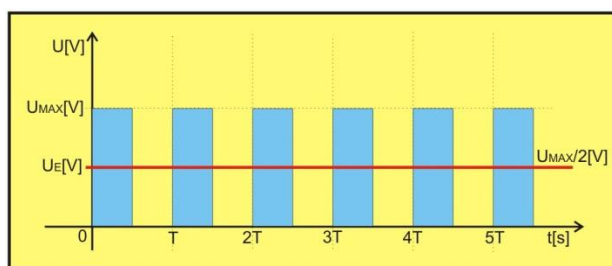
Rychlost otáčení je přímo úměrná přiloženému napětí a zatěžovacímu momentu. Rychlost otáčení lze tedy snadno měnit změnou velikosti přiloženého napětí nebo buzením. Směr otáčení lze měnit změnou polarity přiloženého napětí, což je nesporná výhoda.

Změna napětí v daném rozsahu se dříve prováděla pomocí potenciometru, což byl velice nevhodný způsob, jelikož docházelo k přeměně elektrické energie na tepelnou, což je v tomto případě nežádoucí jev.

V současnosti se převážně využívá PWM modulace. PWM pracuje na principu, že spínáme a vypínáme velmi rychle stejnosměrné napětí. Díky setrvačnosti motoru a vysoké frekvenci spínání (kolem 20 kHz), rotor tyto změny nestačí sledovat. Motor se chová stejným způsobem, jako by byl napájen napětím o velikosti střední hodnoty spínaného napětí, která je dána poměrem doby sepnutí a vypnutí. Tím dosáhneme požadované hodnoty napětí. Vznikne nám tedy signál s konstantní periodou, kde se mění střída. Střída se většinou vyjadřuje v procentech, určuje se z délky „impulzu“ a „mezery“. Princip je osvětlen na následujících obrázcích (Obrázek 5 a Obrázek 6).



Obrázek 5: PWM modulace příklad 1



Obrázek 6: PWM modulace příklad 1

Na obrázcích (Obrázek 5 a Obrázek 6) je ukázán průběh napětí při využití PWM modulace. Napětí spínáme na takový čas v rozsahu $0 - T$, abychom docílili požadovaného napětí.

$$U = \frac{T_1}{T_2} U_{MAX}$$

Kde T_1 je doba sepnuto, T_2 doba vypnuto, U_{MAX} je maximální napětí, U je výsledné napětí, které použijeme do motoru.

PWM modulace se nejčastěji realizuje pomocí H-můstku s bipolárními či unipolárními tranzistory. Pro velké proudy se používají diskrétní součástky.

2.2 Střídavé motory

Střídavé motory pracují na principu točivého (rotujícího) magnetického pole. Rozlišujeme dva základní typy střídavých motorů a to synchronní a asynchronní.

2.2.1 Synchronní motory

2.2.1.1 Princip činnosti

(viz [2]) Rotor stroje je tvořen magnetem nebo elektromagnetem, stator, na nějž je přiveden střídavý proud, vytváří pulzní nebo častěji rotující magnetické pole. Rotor se snaží uchovat si svoji konstantní polohu vůči otáčivému magnetickému poli vytvářenému průchodem střídavého proudu ve statoru, drží se v synchronismu až do kritického kroutícího momentu. Vůči poli statoru si udržuje posun o úhel dle zátěže, změnou zátěže se úhel změní.

2.2.2 Asynchronní motory

2.2.2.1 Princip činnosti

(viz [2]) Asynchronní motory se liší konstrukcí od synchronních, rotor je tvořen ze sady vodivých tyčí, které mají uspořádání ve tvaru válcové klece a dále jsou tyče na konci vodivě spojeny, což se nazývá kotva nakrátko. Stator vytváří rotující magnetické pole a indukuje v tyčích rotoru elektrické proudy a to dále vytváří vlastní elektromagnetické pole. Tato pole statoru a rotoru po té spolu reagují a vzniká elektromotorická síla. Tím rostou otáčky rotoru a přibližují se otáčkám magnetického pole statoru a zároveň klesají indukované proudy. Otáčky rotoru nedosáhnou nikdy otáček daných frekvencí elektrické sítě, nejsou s ním tedy nikdy synchronní, z tohoto důvodu se nazývá tento motor asynchronní.

Rozdíl mezi otáčkami se vyjadřuje skluzem. Skluz se udává v procentech, nejčastěji bývá od 1% do 10%. Skluz je definován následujícím vztahem:

$$s = \frac{n_s - n}{n_s} * 100\% \text{ [%}, \text{ot. s}^{-1}\text{]}$$

Kde n jsou otáčky rotoru a n_s jsou otáčky točivého pole, definované vztahem:

$$n_s = \frac{60f}{p}$$

kde f je frekvence elektrické sítě a p je počet pólových dvojic statoru.

V okamžiku rozběhu, kdy vzniká záběrný moment R_z je skluz roven 1, protože $n = 0$, v ustáleném stavu $n < n_s$, $n \neq n_s$, $s \neq 0$.

Otáčky rotoru jsou dány vztahem:

$$n = \frac{f}{p} (1 - s)$$

2.2.3 Regulace

Regulace u střídavých motorů je poněkud složitější oproti regulaci stejnosměrných motorů. Existuje řada možností, jak regulovat otáčky u střídavých motorů.

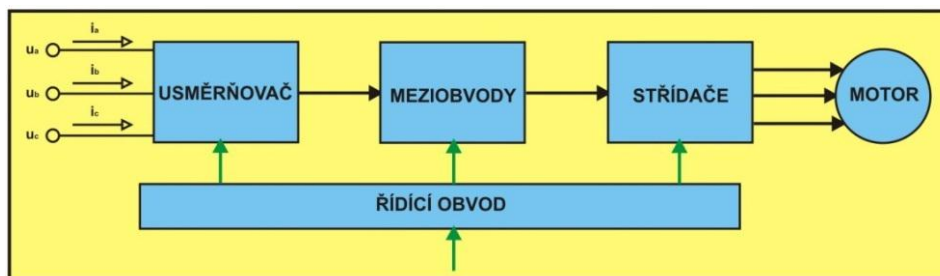
2.2.3.1 Frekvenční měnič

Změnou frekvence je možné plynule regulovat rychlost otáčení střídavého motoru, toto řešení se dnes nejčastěji využívá. Pro změnu frekvence používáme frekvenční měnič (frequency converter), mění frekvenci střídavého napětí v daném rozsahu. Vstupem je tedy nejčastěji frekvence 50 Hz, výstupem může být „libovolná frekvence“. Frekvenční měnič ve většině případů obsahuje řídicí mikropočítač.

Frekvenční měnič pracuje následujícím způsobem. Přivedené vstupní střídavé napětí nejprve usměrníme, dále se napětí stabilizuje či ještě vyhladí. Máte tedy stejnosměrné napětí. Dále pomocí střídače ze stejnosměrného napětí vytvoříme napětí střídavé s novou, námi zvolenou frekvencí.

Je jasné, že frekvenční měnič nepracuje bezztrátovým způsobem, tyto ztráty se snaží výrobci frekvenčních měničů minimalizovat.

Následující obrázek (Obrázek 7) znázorňuje jedno z možných blokových schémat pro 3f frekvenční měnič.

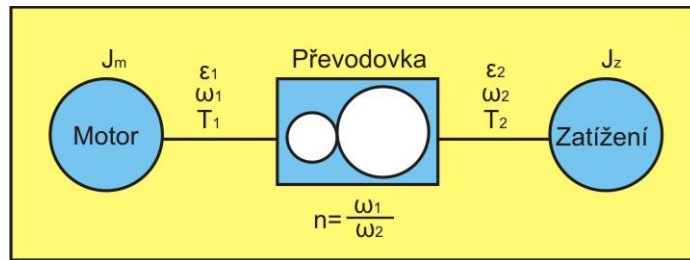


Obrázek 7: Blokové schéma frekvenčního měniče

2.2.3.2 Využití převodovky

Pomocí převodovky můžeme měnit otáčky motoru. Převodovky mění rotační pohyb na rotační pohyb jiné rychlosti a s jiným točivým momentem. Může měnit i směr otáčení.

Převodovka má buď převod do pomala (výstupní rychlost je menší než vstupní rychlost) nebo převod do rychla (výstupní rychlost je vyšší než vstupní rychlost). Převodovka se skládá ze dvou základních částí a to hnané části a hnací části (ozubená kola různých poloměrů).



Obrázek 8: Motor s převodovkou

- ω = úhlová rychlost otáčení
- ε = úhlové zrychlení
- T = točivý moment
- J_{ZP} = setrvačnost zatížení přesunutá před převodovku

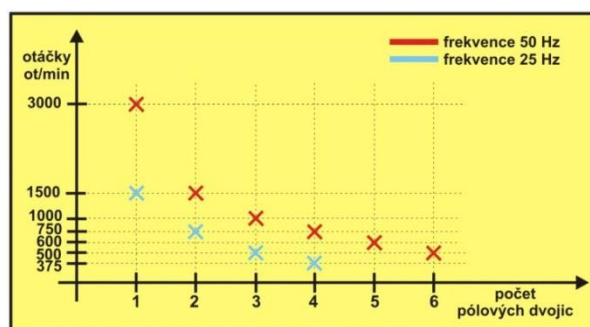
- $n < 1$ převod do rychla
- $n > 1$ převod do pomala

Převodovky se nejčastěji používají v kombinaci s frekvenčním měničem a to když potřebujeme provozovat motor ve výrazně jiných hodnotách otáček, než jsou provozní hodnoty otáček daného motoru. Převodovky lze samozřejmě použít i pro stejnosměrné pohony.

2.2.3.3 Další již nepoužívané metody regulace

- Změna skluzu – zařazen odpor do obvodu kotvy, část výkonu se přemění na teplo, nevhodný způsob
- Ward-Leonardovo soustrojí – plynulá regulace otáček, skládá se střídavého pohonného motoru a stejnosměrného dynama
- Změna počtu pólových dvojic – jedná se o konstrukční změnu motoru, měníme počet pólových dvojic (1, 2, 3 atd.), nejedná se o plynulou regulaci otáček (skoková regulace)

$$\omega_{max} = \frac{60f}{p} = '50 \text{ Hz, 1 polova dvojice}' = 3\,000 \text{ ot/min}$$

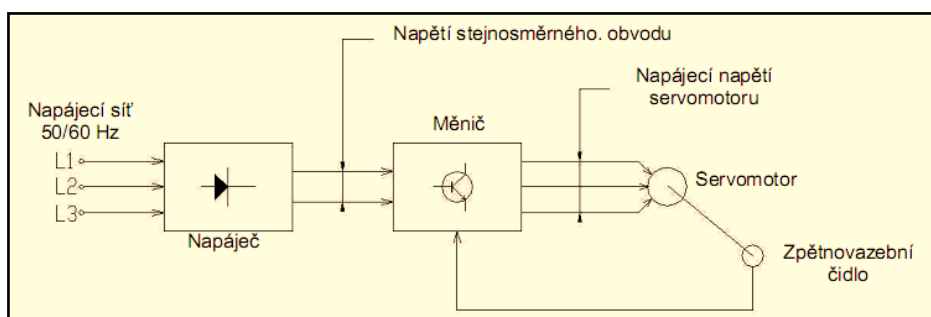


Obrázek 9: Závislost otáček na počtu pólových dvojic

2.3 Servopohony

(viz [3]) Nejpoužívanější typ servopohonů jsou dnes střídavé servomotory a to synchronní s permanentními magnety na rotoru. Dnes už se používají i asynchronní s kotvou nakrátko, jelikož jsme schopni regulovat přesnou polohu i u asynchronních motorů, což činí celé řešení robustní a velice levné.

Tyto pohony jsou určeny pro nejmodernější elektronicky řízené elektropohony. U synchronních servopohonů se používají permanentní magnety ze vzácných slitin s vysokou hustotou energie, které výrazným způsobem zlepšují vlastnosti servopohonu. Jedná se o motory s tří-fázovým vinutím statoru, pracují jako bezkartáčové stejnosměrné elektromotory. Tuto funkci zajišťuje tranzistorový měnič s pulzní šířkovou modulací (PWM) a se stejnosměrným mezi-obvodem. Synchronní servopohony jsou dále vybaveny zpětnovazebním čidlem polohy vestavěným v servomotoru.



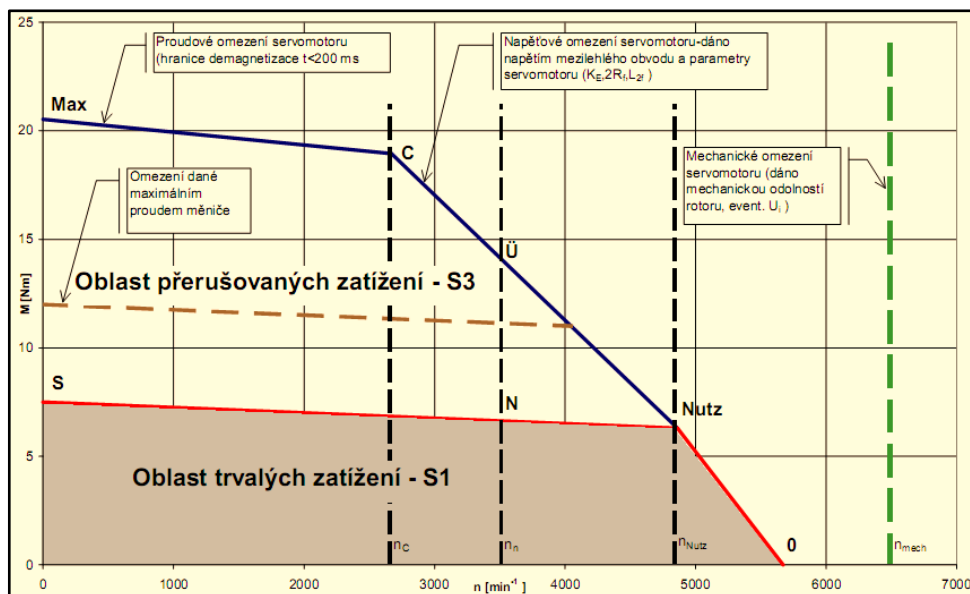
Obrázek 10: Principiální schéma pohonu se střídavým servomotorem (viz [3])

Vyznačují se:

- Širokým regulačním rozsahem
- Vysokou přesností
- Rychlá dynamika
- Malý moment setrvačnosti rotoru
- Vysoký poměr výkon/hmotnost
- Jsou vybavené zpětnovazebními čidly s vysokým rozlišením
- Možnost krátkodobého přetěžování
- Velký rozběhový moment
- Speciální provedení vnitřku motoru
- Kompaktní skříň s vlastním chlazením

Využívají se v oblasti automatizace a mechanizace výroby, obalové techniky, robotika, manipulátory, CNC obráběcí stroje apod.

Dnešní řídicí systémy jsou už schopny regulovat přesnou polohu i u asynchronních motorů, což činí celé řešení robustní a velice levné.



Obrázek 11: Momentová charakteristika střídavého servomotoru (viz [3])

2.4 Srovnání

Dříve nejrozšířenější stejnosměrné motory jsou z velké části vytlačovány a nahrazovány střídavými motory, jelikož frekvenčním řízením střídavých motorů lze v současnosti docílit téměř vlastností stejnosměrných regulovaných pohonů.

S ohledem na výhody střídavých motorů vzhledem ke stejnosměrným lze očekávat ještě další rozmach v tomto směru. Největší výhodou střídavých motorů je absence komutátoru, z čehož vyplývají další výhody jako například menší požadavky na údržbu, v současnosti se běžně setkáváme s bezobslužnými pohony.

Shrnutí výhod střídavých motorů

- Absence komutátoru (mechanická robustnost a jednoduchost konstrukce)
- Vyšší výkony
- Vyšší otáčky
- Malý moment setrvačnosti
- Možnost nasazení v prostorech s nebezpečím výbuchu
- Delší životnost

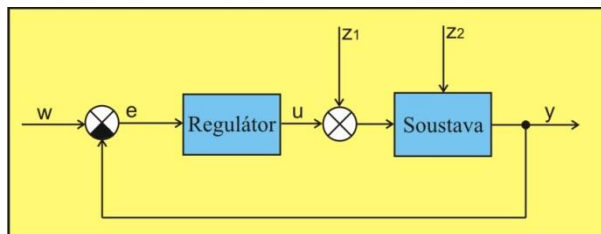
2.5 Elementární regulační struktury

(viz [4]) Z hlediska regulace nás zajímají následující veličiny:

- proud [A] / moment [Nm]
- úhlová rychlost [rad/s]
- poloha [rad]

2.5.1 Jednoduchá regulační smyčka

Nejjednodušší způsob regulace jednotlivých veličin, je zavedením zpětné vazby od dané veličiny a použití některého ze základních typů regulátorů (P, PI, PD či PID). Což vypadá následujícím způsobem.



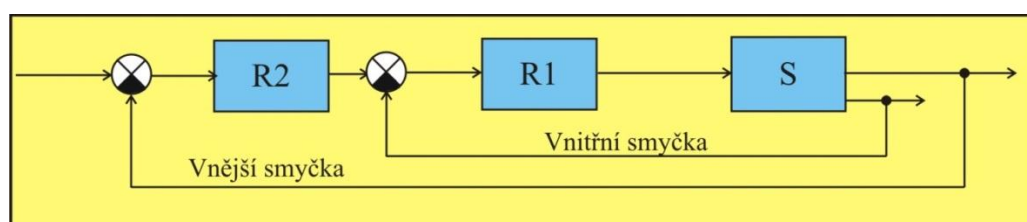
Obrázek 12: Jednoduchý regulační obvod

Pro regulaci proudu/momentu a rychlosti se nejčastěji používá PI regulátor, D složka není vhodná, jelikož dochází k zesilování šumů z inkrementálního snímače rychlosti či polohy. Pro regulaci polohy se používá pouze P regulátor, jelikož systém sám o sobě obsahuje integrační složku, která zaručuje nulovou regulační odchylku, pokud na systém nepůsobí porucha. Při působení poruchy disponuje regulovaný obvod (polohová regulace s P regulátorem) nenulovou regulační odchylkou.

Tímto způsobem řízení se dále nebudeme zabývat, jelikož se v praxi téměř nepoužívá. Budeme se soustředit na sofistikovanější metody řízení, což je například kaskádní regulace.

2.5.2 Kaskádní regulace pro stejnosměrné motory

Jedná se o regulaci s pomocnou regulovanou veličinou. Snahou je minimalizovat normalizované zpoždění mezi akční veličinou a pomocnou regulovanou veličinou. V obecném případě vypadá struktura kaskádní regulace následujícím způsobem.



Obrázek 13: Kaskádní regulace

Pro elektrické pohony, kde klademe vysoké nároky na dynamiku, používáme kaskádní strukturu řízení. Nezbytný je regulátor proudu, kde do nadřazené smyčky bývá velmi často přidán regulátor rychlosti a v případě potřeby řízení polohy. Velmi často bývá tato struktura řízení doplněna o generátor optimální trajektorie. Značnou výhodou takto postavené struktury řízení je možnost postupného návrhu a ladění jednotlivých smyčkových regulátorů. Nejprve řešíme vnitřní proudovou smyčku, po té vnější rychlostní a případně polohovou smyčku a generátor optimální trajektorie. Složitá úloha návrhu polohové regulace je rozložena na dílčí problémy.

2.5.2.1 Regulace proudu/momentu

Nejprve musíme zvolit vhodný typ regulátoru. Požadujeme odezvu bez trvalé regulační odchylky, budeme tedy volit regulátor s I složkou. Složku D nebudeme volit z důvodu zesilování kvantizačních šumů. P složku zvolíme pro zrychlení regulace.

Mějme diferenciální rovnici popisující chování proudové smyčky v následujícím tvaru:

$$u = R \cdot i + L \frac{di}{dt} + K \cdot \omega \quad (2.1)$$

Kde:

R *Odpor kotvy*

L *Indukčnost kotvy*

K *El. mech. konstanta motoru*

u *Napětí v obvodu kotvy*

i *Proud v obvodu kotvy*

ω *Rychlost otáčení hřídele*

Člen „ $K \cdot \omega$ “ zanedbáme, jelikož je mnohem pomalejší než náběh proudu. Tento člen zavedeme do systému pomocí dopředné vazby.

Ověříme, zda soustava s PI regulátorem má nulovou regulační odchylku při působení konstantním vstupem.

Předpokládejme přenos proudové smyčky v následujícím tvaru:

$$\frac{I(p)}{U(p)} = F_I(p) = \frac{1}{Lp + R} = \frac{\frac{1}{R}}{\frac{L}{R}p + 1} = \frac{K_{proud}}{T_{proud}p + 1} \quad (2.2)$$

A přenos PI regulátoru:

$$F_R(p) = K_P + \frac{K_I}{p} \quad (2.3)$$

Použijeme následující limitu:

$$\lim_{p \rightarrow 0} p E(p) \cdot \frac{1}{p} = \lim_{p \rightarrow 0} p \frac{1}{1 + F_O(p)} \cdot \frac{1}{p} \quad (2.4)$$

Kde F_O :

$$F_O(p) = F_R(p)F_I(p) = \left(K_P + \frac{K_I}{p} \right) \left(\frac{K_{proud}}{T_{proud}p + 1} \right) = \frac{K_P K_{proud} p + K_I K_{proud}}{T_{proud} p^2 + p} \quad (2.5)$$

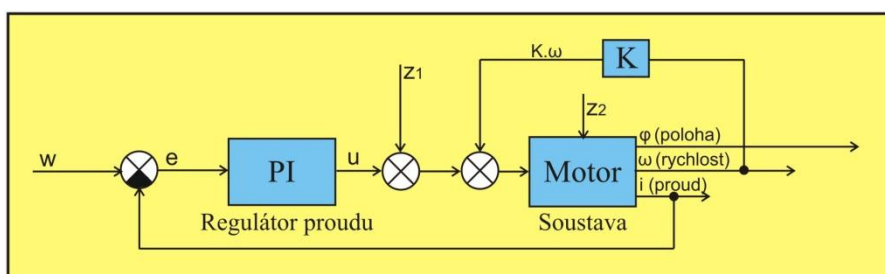
Dosaďme do limity (2.4) přenos (2.5):

$$\begin{aligned} \lim_{p \rightarrow 0} p E(p) \cdot \frac{1}{p} &= \lim_{p \rightarrow 0} p \frac{1}{1 + \frac{K_P K_{proud} p + K_I K_{proud}}{T_{proud} p^2 + p}} \frac{1}{p} = \\ &= \frac{T_{proud} p^2 + p}{T_{proud} p^2 + (1 + K_P K_{proud})p + K_I K_{proud}} = 0 \end{aligned} \quad (2.6)$$

Vidíme, že regulační odchylka v ustáleném stavu je nulová, pro konstantní hodnotu vstupu a poruchy.

Požadujeme co nejrychlejší přechodný děj a dále aby přechodní děj nedisponoval překmitem. Vhodnou metodou pro nastavení parametrů regulátoru je použití metody tvarování frekvenční charakteristiky (viz [12]).

Celá situace je znázorněna na následujícím schématu.



Obrázek 14: Kaskádní regulace – proud

Zvolme přenos proudové smyčky následovně:

$$\frac{I(p)}{U(p)} = F_I(p) = \frac{1}{Lp + R} = \frac{\frac{1}{R}}{\frac{L}{R}p + 1} = \frac{K_{proud}}{T_{proud}p + 1} = \frac{1}{0.05p + 1} \quad (2.7)$$

Kde:

$$L = 0.05 [H]$$

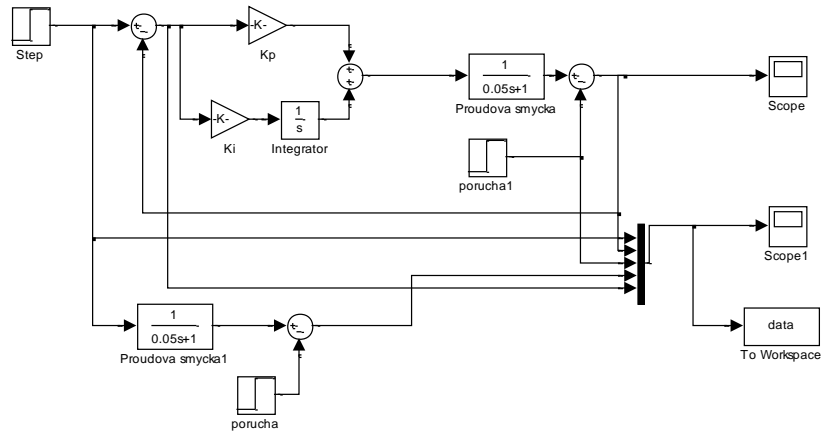
$$R = 1 [\Omega]$$

A parametry regulátoru:

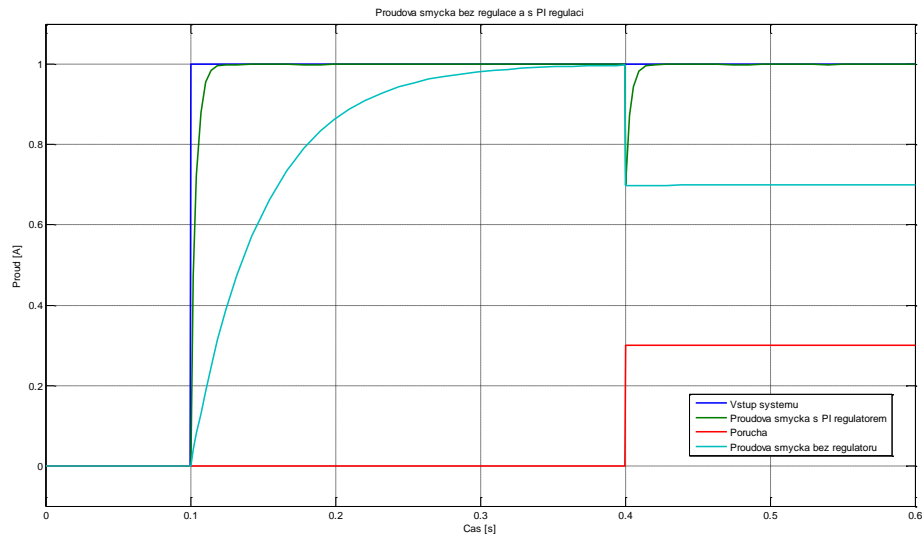
$$K_P = 15.2$$

$$K_I = 298.5$$

Proveďme simulaci pro konstantní hodnotu vstupu a pro konstantní hodnotu poruchy na výstupu systému.



Obrázek 15: Simulace - proudová smyčka



Obrázek 16: Proudová smyčka bez regulátoru a s PI regulátorem

Z předchozí přechodové charakteristiky vidíme, že proudová smyčka s PI regulátorem má nulovou regulační odchylku pro konstantní vstupní signál a konstantní poruchu v ustáleném stavu. Což disponuje s výpočtem (2.6).

Rychlost přechodného děje je mnohokrát rychlejší, než přechodný děj bez regulátoru. Dále systém bez regulátoru disponuje trvalou regulační odchylkou a nedovede odregulovat konstantní poruchy.

2.5.2.2 Regulace rychlosti

Nyní máme navrženou vnitřní proudovou smyčku. Dále musíme provést návrh regulátoru rychlostní smyčky. Provedeme stejný rozbor jako pro proudovou smyčku, zvolíme PI regulátor.

Přenos mechanického obvodu předpokládejme v následujícím tvaru:

$$\frac{\omega(p)}{U(p)} = F_M(p) = \frac{1}{Jp + B} = \frac{1}{\frac{J}{B}p + 1} = \frac{K_{mech}}{T_{mech}p + 1} \quad (2.8)$$

Kde:

J *Moment setrvačnosti*

B *Viskózní tření*

K_t *El. mech. konstanta motoru*

Proudovou smyčku zanedbáme, jelikož $T_{proud} \ll T_{mech}$, návrh parametrů regulátoru budeme provádět tedy pro přenos (2.8). Opět bychom měli provést rozbor, zda systém bude mít se zvoleným PI regulátorem (2.3) nulovou regulační odchylku pro konstantní hodnoty vstupu a poruchy. Vidíme, že přenosy (2.2) a (2.8) mají stejný tvar, pouze jiné hodnoty statického zesílení a časové konstanty. Regulátor má též stejný tvar. Není nutné tedy tento rozbor provádět, jelikož výsledky jsou totožné, systém má nulovou regulační odchylku. Ověření provedeme simulačně.

Parametry PI regulátoru opět nastavíme metodou tvarování frekvenční charakteristiky (viz [12]), v tomto případě může mít systém překmit do 5%.

Zvolme přenos mechanické smyčky následovně:

$$\frac{\omega(p)}{U(p)} = F_M(p) = \frac{1}{Jp + B} = \frac{\frac{1}{B}}{\frac{J}{B}p + 1} = \frac{K_{mech}}{T_{mech}p + 1} = \frac{1}{\frac{0,01}{0,01}p + 1} = \frac{100}{p + 1} \quad (2.9)$$

Kde:

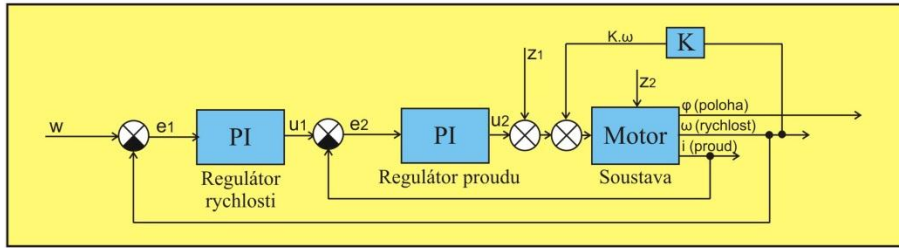
$$J = 0.01 \text{ [kg.m}^2\text{]}$$

$$B = 0.01 \text{ [Nm.s/rad]}$$

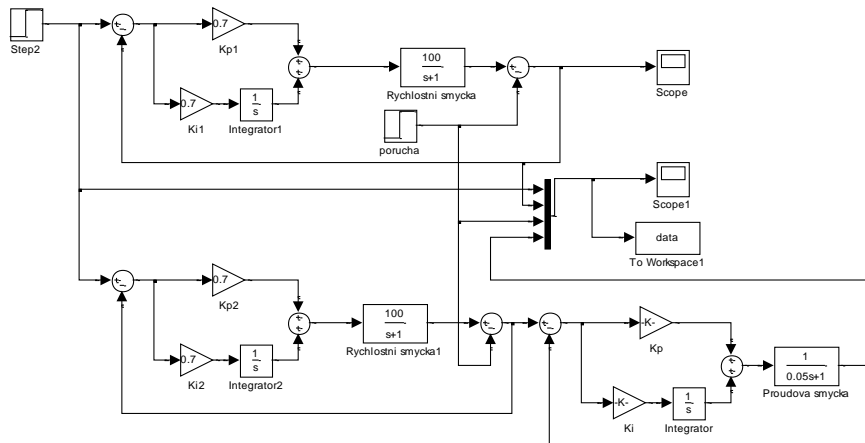
S parametry PI regulátoru:

$$K_p = 0.7$$

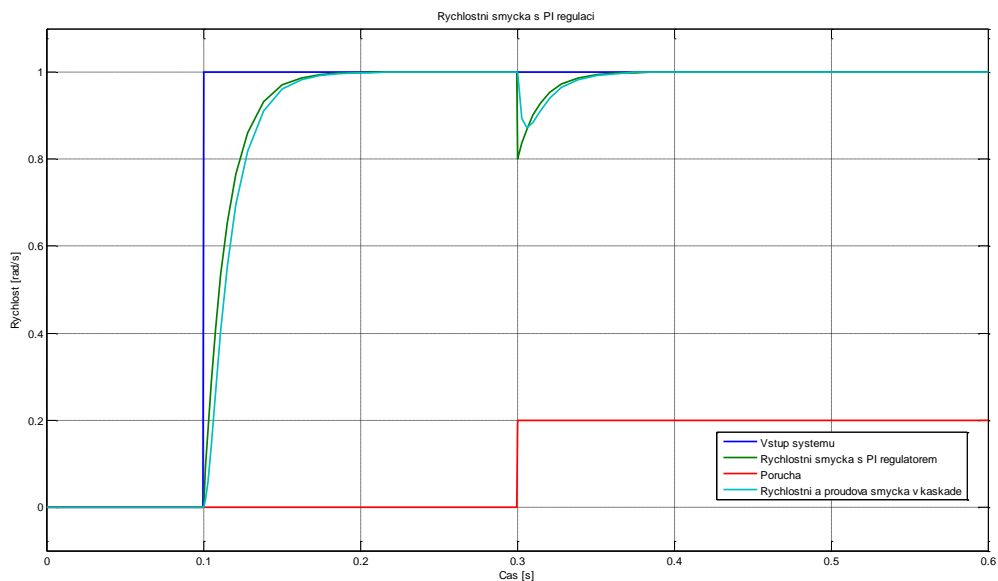
$$K_I = 0.7$$



Obrázek 17: Kaskádní regulace – rychlost



Obrázek 18: Simulace - Rychlostní smyčka



Obrázek 19: Rychlostní smyčka s PI regulátorem

Z průběhu regulované veličiny (Obrázek 19) se potvrzuje předpoklad, že systém v ustáleném stavu nedisponuje trvalou regulační odchylkou a také, že proudová smyčka příliš neovlivní výsledný průběh navržené přechodové charakteristiky. Jak již bylo uvedeno, můžeme jí při návrhu řízení rychlostní smyčky zanedbat.

2.5.2.3 Regulace polohy

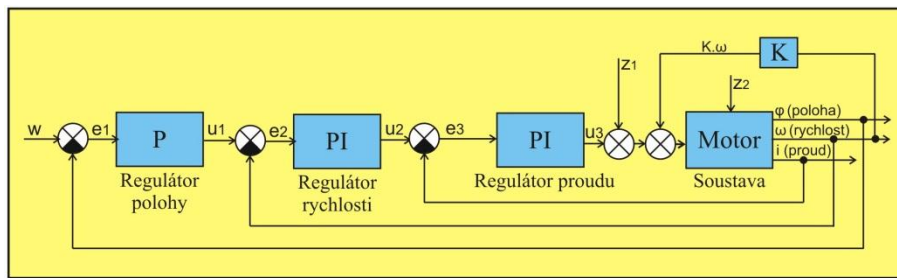
Nyní se nacházíme v situaci, kdy máme nastaven regulátor proudu/momentu a rychlosti. Pokud požadujeme jako výstupní veličinu polohu, je nutné doplnit systém o regulátor polohy. Opět musíme zvolit nějaký vhodný typ regulátoru.

Nabízí se myšlenka opět zvolit PI regulátor, která není správná. Jelikož se jedná o astatickou soustavu, která samo o sobě obsahuje integrační složku, není nutné a zejména vhodné zvolit I složku. Zvolme tedy pouze P regulátor.

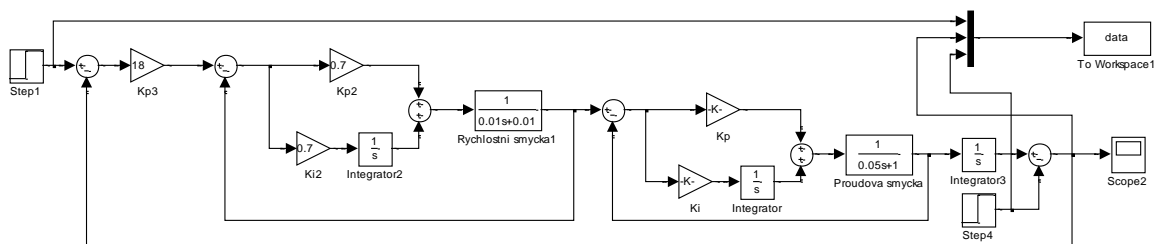
Požadujeme, aby přechodný děj neměl překmit. Nejjednodušší způsob nalezení parametru regulátoru je metoda ručního ladění. Zvolíme velmi malou hodnotu parametru K_P , kterou zvyšujeme, dokud se nezačne objevovat překmit, po té hodnotu K_P snížíme na hodnotu, kde systém ještě nemá překmit, a na této hodnotě zafixujeme. Značná výhoda této metody je, že není nutné znát přenos systému a dále je velmi rychlá a efektivní.

Pro následující případ jsme určili:

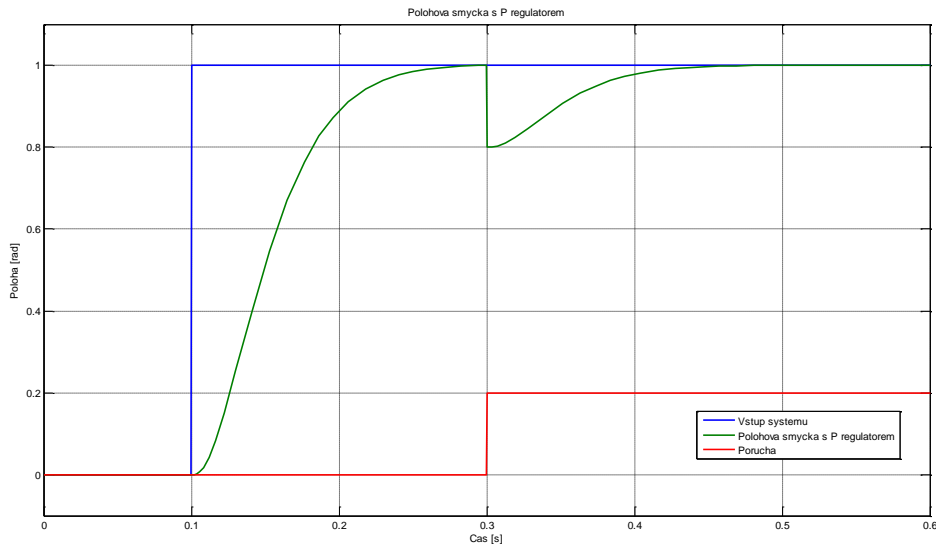
$$K_P = 18$$



Obrázek 20: Kaskádní regulace – poloha



Obrázek 21: Simulace - Polohová smyčka

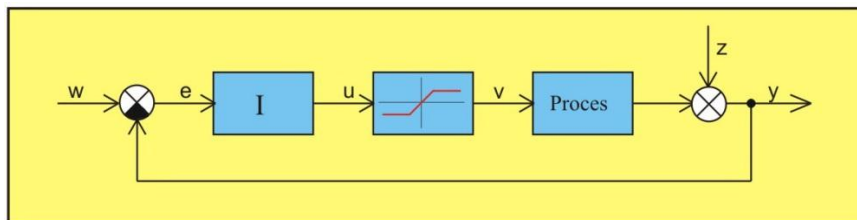


Obrázek 22: Polohová smyčka s P regulátorem

Z výše uvedené přechodové charakteristiky (Obrázek 22), vyplívají dva zásadní závěry a to že systém v ustáleném stavu nemá trvalou regulační odchylku a odreguluje libovolnou konstantní poruchu působící na systém.

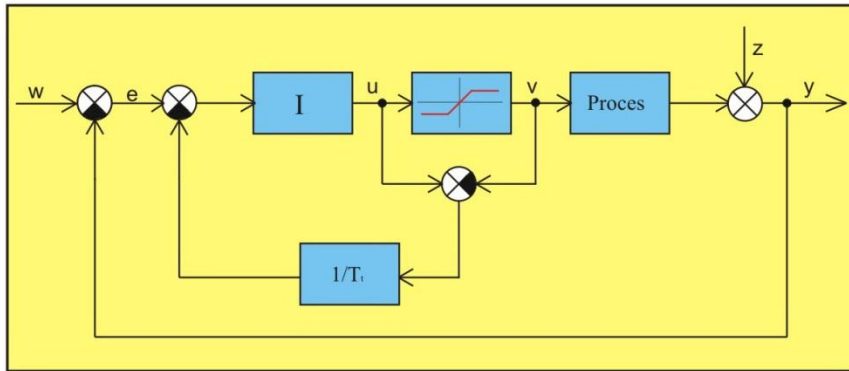
2.5.2.4 Modifikace pro praktickou realizaci

Jelikož je reálný motor omezen zejména maximálním proudem a maximálními otáčkami, museli bychom pro konkrétní případ přidat saturace proudu, otáček a případně polohy, pokud by byla omezena.



Obrázek 23: Použití saturace - špatné řešení

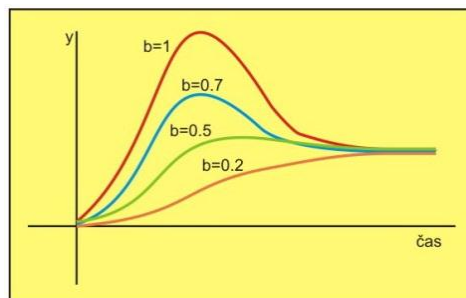
Nesmíme opomenout to, že jsme použili regulátory s integrační složkou, tudíž by docházelo k unášení integrační složky. Model bychom museli doplnit o vysledování unášení integrační složky.



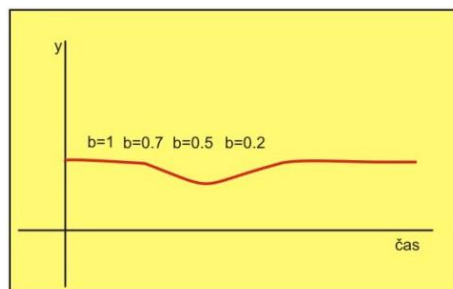
Obrázek 24: Použití saturace - správné řešení

V praktických realizacích velmi často používáme inkrementální snímače rychlosti či polohy, tento signál bývá velmi často rušen vyššími frekvencemi, v těchto případech se ve zpětné vazbě používají filtry typu dolní propust, nejčastěji to bývají Butterworthovy filtry prvního či druhého řádu.

Dále velmi často používáme algoritmus se dvěma stupni volnosti, který umožňuje nezávisle optimalizovat odezvu regulované veličiny a odezvu poruchy. Váhový koeficient b tvaruje tvar přechodové charakteristiky uzavřené smyčky (Obrázek 25), ale nemění odezvu na poruchu (Obrázek 26).



Obrázek 25: Tvarování přechodové charakteristiky



Obrázek 26: Odezva na působící poruchu

2.5.3 Použití kaskádní regulace pro střídavé motory

Jak již bylo řečeno, v praxi se dnes častěji používají střídavé motory. Podívejme se nyní na možnost aplikace jednoduchých metod pro řízení stejnosměrných pohonů na střídavé pohony.

Většina frekvenčních měničů má již přímo od výrobce zabudovaný regulátor proudu, tudíž není nutno řešit regulaci proudové smyčky. V kaskádní regulaci by to znamenalo, řešení pouze rychlostní a případně polohové smyčky.

(viz [5]) Jak již bylo zmíněno, u střídavého pohonu je implementovaná proudová/momentová regulace přímo ve frekvenčním měniči. Pro řízení proudové smyčky se nejčastěji používají následující způsoby regulace:

- Šestikroková bloková komutace
- Bezsenzorové řízení
- Sinusoidální komutace
- Vektorové řízení

2.5.3.1 Vektorové řízení:

Chování elektrického obvodu statoru lze obecně popsat pomocí elektromagnetické indukce.

Mějme maticovou rovnici:

$$U = RI + \frac{d\gamma}{dt} \quad (2.10)$$
$$\gamma = LI + \gamma_M$$

Kde:

- U , I , γ jsou vektory napětí, proudu a magnetického toku
- R , L jsou matice proudu a indukčnosti γ_M je magnetický tok vybuzený permanentními magnety

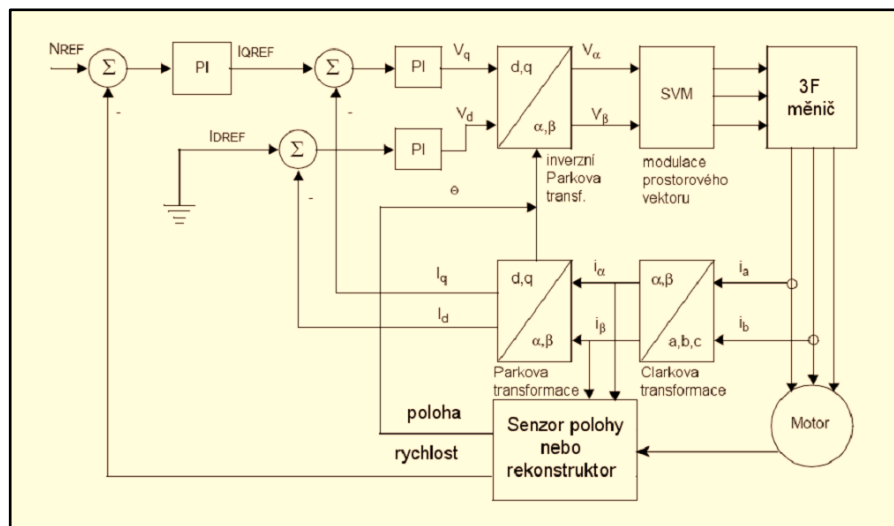
Po odvození modelu ve fázových souřadnicích, aplikací Clarkovy a Parkovy transformace, dostaneme následující model motoru v (d,q) souřadnicích:

$$\begin{bmatrix} u_d \\ u_q \end{bmatrix} = R \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \cdot \begin{bmatrix} L_d & 0 \\ 0 & L_q \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \omega_e L_q i_q \\ e_q + \omega_e L_d i_d \end{bmatrix} \quad (2.11)$$
$$e_d = 0$$
$$e_q = \lambda \omega_e$$

Jedná se o soustavu dvou vzájemně provázaných nelineárních rovnic. Cílem vektorového řízení je rozdělit dynamiku systému, tak aby bylo dosaženo chování stejnosměrného motoru. Pokud bychom řízením docílili nulové hodnoty proudu v podélné složce i_d , dostali bychom obyčejnou rovnici stejnosměrného motoru s konstantním buzením. Tento princip je základní myšlenkou vektorového řízení. Cílem vektorového řízení je rozvazbení dynamiky systému, tak že je docíleno chování stejnosměrného motoru.

Základní myšlenkou vektorového řízení spočívá v tom, že neřídíme přímo proudy v jednotlivých fázích, ale prostorový vektor proudu. Použitím Clarkovy a Parkovy transformace je možné získat ekvivalentní model elektrického obvodu v rotorových (d,q) souřadnicích. Tok motoru určuje podélná d-složka, příčná q-složka ovlivňuje moment motoru. Tok a moment motoru lze měnit tedy řízením d a q-složky.

Schéma vektorového řízení vypadá následovně:



Obrázek 27: Vektorové řízení (viz [5])

Regulátory proudu navrhujeme na základě modelu v (d,q) souřadnicích viz (2.11). Jelikož se jedná o dvě nelineární diferenciální rovnice navzájem vázané, je nutné provést linearizaci a rozvazbení. Komplexní odvození modelů střídavých motorů a návrh proudových regulátorů je nad rámec této práce, tato problematika je podrobně řešena v [5].

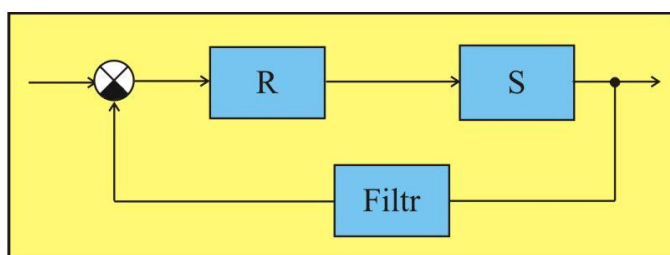
Návrh řízení proudové smyčky u střídavých motorů se odlišuje od návrhu řízení proudové smyčky u stejnosměrných motorů, ale jelikož její regulace je již vyřešena ve frekvenčním měniči, nemusíme se zabývat návrhem regulace proudové smyčky. Značnou výhodou je skutečnost, že vyšší smyčky jsou stejné a lze na ně aplikovat algoritmy a postupy získané pro stejnosměrné motory.

3 FUNDAMENTÁLNÍ OMEZENÍ NA DOSAŽITELNOU ŠÍŘKU PÁSMU PŘI POUŽITÍ KASKÁDNÍ PID REGULACE

3.1 Filtr 1. řádu ve zpětné vazbě

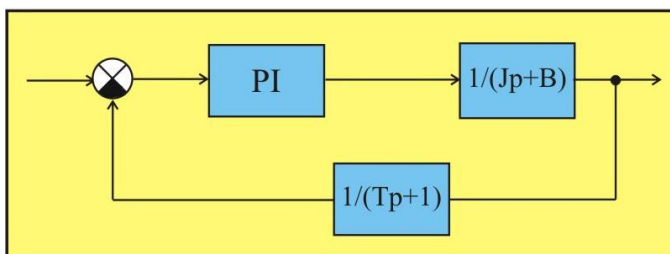
V praxi velice často používáme při regulaci filtr regulované veličiny, který alespoň částečně potlačuje rušivé složky, které by vstupovaly do všech složek regulátoru. Řád filtru nebývá vysoký, aby nezaváděl do regulačního obvodu nežádoucí fázové zpoždění. Nejčastěji se používají filtry prvního řádu nebo Butterworthovy filtry druhého řádu.

Obecně situace vypadá následujícím způsobem.



Obrázek 28: Zpětnovazební řízení s filtrem ve zpětné vazbě

V našem případě použijeme PI regulátor, opět zanedbáme přenos proudové smyčky, z již známých důvodů. Použijeme filtr prvního řádu s jedním volným parametrem, kde se jedná o časovou konstantu, kterou volí návrhář dle potřeby.



Obrázek 29: Zpětnovazební řízení rychlosti motoru s filtrem ve zpětné vazbě

Mějme následující přenos PI regulátoru:

$$F_R(p) = K_P + \frac{K_I}{p} = \frac{K_P p + K_I}{p} \quad (3.1)$$

Přenos mechanického obvodu (rychlostní smyčky) předpokládejme v následujícím tvaru:

$$F_M(p) = \frac{1}{Jp + B} = \frac{\frac{1}{B}}{\frac{J}{B}p + 1} = \frac{K_{mech}}{T_{mech}p + 1} \quad (3.2)$$

A přenos filtru ve zpětné vazbě:

$$F_F(p) = \frac{1}{T_F p + 1} \quad (3.3)$$

Spočtěme přenos otevřeného obvodu:

$$F_O(p) = F_R(p)F_M(p) = \left(K_P + \frac{K_I}{p}\right) \left(\frac{K_{mech}}{T_{mech}p + 1}\right) = \frac{K_P K_{mech} p + K_I K_{mech}}{T_{mech} p^2 + p} \quad (3.4)$$

A přenos uzavřeného obvodu (pro zjednodušení zaved'eme mech=M):

$$\begin{aligned} F(p) &= \frac{F_R(p)F_M(p)}{1 + F_R(p)F_M(p)F_F(p)} = \frac{F_O(p)}{1 + F_O(p)F_F(p)} = \\ &= \frac{(K_P K_M p + K_I K_M)(T_F p + 1)}{T_M T_F p^3 + (T_M + T_F)p^2 + (1 + K_P K_M)p + K_I K_M} \end{aligned} \quad (3.5)$$

Z (3.5) vidíme, že se jedná o systém 3. řádu, který řídíme PI regulátorem (3.1), z čehož plyne značné omezení, jelikož nemůžeme libovolně umístit póly uzavřené smyčky, ale pouze nějakým omezeným způsobem.

Spočtěme nyní, jakým způsobem můžeme tedy přiřadit póly uzavřené smyčky.

Mějme obecně nějaké tři póly c_1, c_2, c_3 , spočtěme charakteristický polynom.

$$\begin{aligned} (p - c_1)(p - c_2)(p - c_3) &= \\ &= p^3 - (c_1 + c_2 + c_3)p^2 + (c_1 c_2 + c_1 c_3 + c_2 c_3)p - c_1 c_2 c_3 = C(p) \end{aligned} \quad (3.6)$$

Upravme přenos systému (3.5), tak aby nejvyšší mocnina p měla koeficient jedna:

$$F(p) = \frac{(K_P K_M p + K_I K_M)(T_F p + 1)}{T_M T_F p^3 + \left(\frac{T_M + T_F}{T_M T_F}\right)p^2 + \left(\frac{1 + K_P K_M}{T_M T_F}\right)p + \left(\frac{K_I K_M}{T_M T_F}\right)} \quad (3.7)$$

Charakteristický polynom našeho systému je následující:

$$p^3 + \left(\frac{T_M + T_F}{T_M T_F}\right)p^2 + \left(\frac{1 + K_P K_M}{T_M T_F}\right)p + \left(\frac{K_I K_M}{T_M T_F}\right) = P(p) \quad (3.8)$$

Nyní dejme tyto charakteristické polynomy (3.6 a 3.8) do rovnosti:

$$\begin{aligned} P(p) &= C(p) \\ p^3 + \left(\frac{T_M + T_F}{T_M T_F}\right)p^2 + \left(\frac{1 + K_P K_M}{T_M T_F}\right)p + \left(\frac{K_I K_M}{T_M T_F}\right) &= \\ &= p^3 - (c_1 + c_2 + c_3)p^2 + (c_1 c_2 + c_1 c_3 + c_2 c_3)p - c_1 c_2 c_3 \end{aligned} \quad (3.9)$$

A nyní budeme řešit diafantickou rovnici:

$$\begin{aligned}
 p^3: 1 &= 1 \\
 p^2: \left(\frac{T_M+T_F}{T_M T_F}\right) &= -c_1 - c_2 - c_3 \\
 p^1: \left(\frac{1 + K_P K_M}{T_M T_F}\right) &= c_1 c_2 + c_1 c_3 + c_2 c_3 \\
 p^0: \left(\frac{K_I K_M}{T_M T_F}\right) &= -c_1 c_2 c_3
 \end{aligned} \tag{3.10}$$

Dva póly můžeme umístit libovolným způsobem, zvolme tedy c_1 a c_2 , c_3 nemůžeme ovlivnit.

Vyjádřeme si tedy polohu pólu c_3 například z rovnice pro druhou mocninu p :

$$\frac{T_M+T_F}{T_M T_F} = -c_1 - c_2 - c_3 \rightarrow c_3 = -\frac{T_M+T_F}{T_M T_F} - c_1 - c_2 \tag{3.11}$$

Proveďme dosazení (3.11) do rovnic (3.10) pro nultou mocninu p :

$$\frac{K_I K_M}{T_M T_F} = -c_1 c_2 \left(-\frac{T_M+T_F}{T_M T_F} - c_1 - c_2\right) \tag{3.12}$$

Proveďme dosazení (3.11) do rovnic (3.10) pro první mocninu p :

$$\frac{1 + K_P K_M}{T_M T_F} = c_1 c_2 + c_1 \left(-\frac{T_M+T_F}{T_M T_F} - c_1 - c_2\right) + c_2 \left(-\frac{T_M+T_F}{T_M T_F} - c_1 - c_2\right) \tag{3.13}$$

Nyní vyjádřeme K_I a K_P z (3.12-13):

$$K_I = \left[-c_1 c_2 \left(-\frac{T_M+T_F}{T_M T_F} - c_1 - c_2\right)\right] \left(\frac{T_M T_F}{K_M}\right) \tag{3.14}$$

$$K_P = \frac{\left\{c_1 c_2 + c_1 \left(-\frac{T_M+T_F}{T_M T_F} - c_1 - c_2\right) + c_2 \left(-\frac{T_M+T_F}{T_M T_F} - c_1 - c_2\right)\right\} (T_M T_F)}{K_M} - 1 \tag{3.15}$$

Získali jsme vztahy pro výpočet parametrů regulátoru K_I a K_P , pro zvolené umístění pólů c_1 a c_2 .

Nyní provedeme ověření správnosti výpočtu, dva póly uzavřeného systému musí odpovídat zvoleným pólům c_1 a c_2 , třetí pól bude umístěn dle rovnice (3.11), sledujme polohu 3 pólu v závislosti na zvolených c_1 a c_2 .

Zvolme následující sadu testovacích parametrů:

- $J = 0.01$
- $B = 0.01$
- $T_F = 0.05$
- $c_1 = -2$ (jedná se o pól v -2)
- $c_2 = -2$ (jedná se o pól v -2)

Dosaďme do (3.12-13):

$$\frac{K_I K_M}{T_M T_F} = -(-2) * (-2) * (-21 + 2 + 2) = 68 \quad (3.16)$$

$$\frac{1 + K_P K_M}{T_M T_F} = (-2) * (-2) + (-2) * (-21 + 2 + 2) + (-2) * (-21 + 2 + 2) = 72 \quad (3.17)$$

Potom dostaneme charakteristický polynom (3.8):

$$\begin{aligned} P(p) &= p^3 + \left(\frac{T_M + T_F}{T_M T_F}\right) p^2 + \left(\frac{1 + K_P K_M}{T_M T_F}\right) p + \left(\frac{K_I K_M}{T_M T_F}\right) = \\ &= p^3 + 21p^2 + 72p + 68 \end{aligned} \quad (3.17)$$

Pokud spočteme póly polynomu $P(p)$, dostáváme $p_{1,2} = -2$ a $p_3 = -17$. Což odpovídá požadovanému umístění pólů, polohu pólu p_3 nelze ovlivnit.

Spočteme ještě parametry regulátoru K_I a K_P z (3.14-15):

$$\frac{1 + K_P K_M}{T_M T_F} = 72 \rightarrow K_P = 0.026 \quad (3.18)$$

$$\frac{K_I K_M}{T_M T_F} = 68 \rightarrow K_I = 0.034 \quad (3.19)$$

Proveďme ještě ověření správnosti výpočtu spočtením přenosu uzavřeného systému $F(p)$, který se skládá z PI regulátoru, systému a filtru ve zpětné vazbě.

Mějme následující přenosy:

$$\begin{aligned}
 F_R(p) &= K_P + \frac{K_I}{p} = \frac{K_P p + K_I}{p} = \frac{0.026p + 0.034}{p} \\
 F_M(p) &= \frac{1}{Jp + B} = \frac{\frac{1}{B}}{\frac{J}{B}p + 1} = \frac{K_{mech}}{T_{mech}p + 1} = \frac{100}{p + 1} \\
 F_F(p) &= \frac{1}{T_F p + 1} = \frac{1}{0.05p + 1}
 \end{aligned} \tag{3.20}$$

Nyní spočtěme přenos uzavřeného obvodu z přenosů (3.20):

$$\begin{aligned}
 F(p) &= \frac{F_R(p)F_M(p)}{1 + F_R(p)F_M(p)F_F(p)} = \frac{F_O(p)}{1 + F_O(p)F_F(p)} = \\
 &= \frac{\left(\frac{0.026p + 0.034}{p} * \frac{100}{p + 1}\right)}{1 + \frac{0.026p + 0.034}{p} * \frac{100}{p + 1} * \frac{1}{0.05p + 1}} = \frac{0.13p^2 + 2.77p + 3.4}{0.05p^3 + 1.05p^2 + 3.6p + 3.4}
 \end{aligned} \tag{2.21}$$

Nyní spočteme póly F(p) z (2.21) a dostaneme:

- $p_{1,2} = -2$
- $p_3 = -17$

Vidíme, že jsme póly $p_{1,2}$ odpovídají požadovaným pólům $c_{1,2}$, třetí pól nelze ovlivnit, jak již bylo řečeno.

Zvolme nyní požadované póly v -3 a -5.

Potom dostaneme charakteristický polynom (3.8):

$$P(p) = p^3 + 21p^2 + 119p + 195 \tag{3.22}$$

- $p_1 = -3$
- $p_2 = -5$
- $p_3 = -13$

Opět vidíme, že 2 póly odpovídají požadovanému umístění a třetí je umístěn v závislosti na poloze dvou zvolených.

3.1.1 Fyzikální interpretace pólů

(viz [6]) Je zřejmé, že póly nemůžeme přiřazovat libovolným způsobem. Máme určité požadavky na průběh přechodového děje, samozřejmě je stabilita regulačního obvodu, další požadavky budou zejména doba regulace a velikost maximálního překmitu.

Mějme systém druhého řádu:

$$F_P(p) = \frac{\omega_n^2}{p^2 + 2\xi\omega_n p + \omega_n^2} \quad (3.23)$$

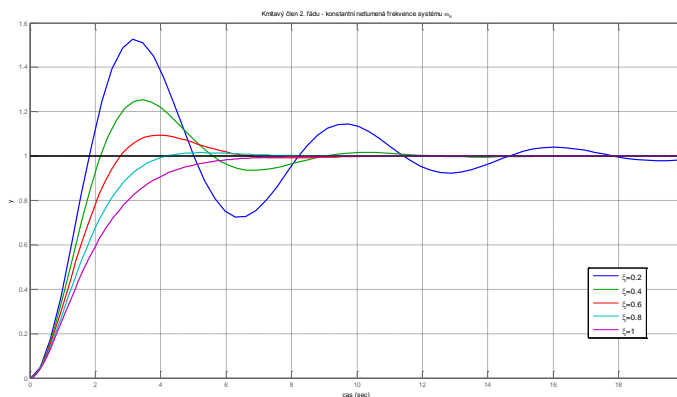
Který má póly p_{p1} a p_{p2} , kde jejich umístění je parametrizováno parametry ξ (relativní činitel tlumení) a ω_n (netlumená frekvence systému).

Spočtěme póly systému $F_P(p)$ (3.23):

$$p_{p1,2} = \omega_n(-\xi \pm j\sqrt{1 - \xi^2}) \quad (3.24)$$

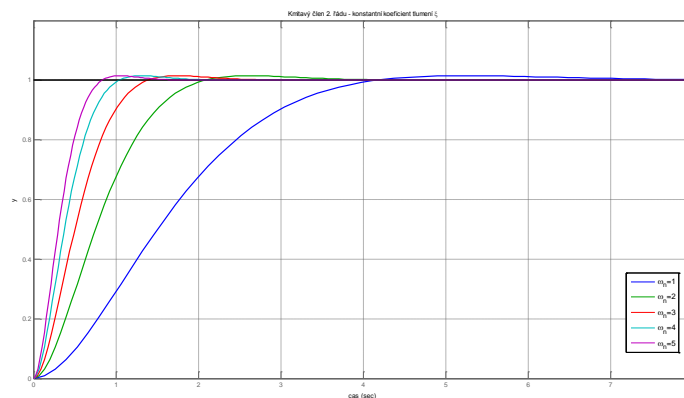
Pro stabilní kmitavý člen 2. řádu předpokládáme $0 \leq \xi < 1$, zápornému ξ , by odpovídal nestabilní člen a pro $\xi \geq 1$, můžeme rozložit přenos na dva sériově spojené členy prvního řádu, jednalo by se tedy o aperiodickou odezvu. Parametr $\omega_n > 0$, což je netlumená frekvence systému, ovlivňuje přímo rychlost přechodného děje.

Na následující přechodové charakteristice vidíme průběh přechodného děje pro různé hodnoty ξ a konstantní hodnotu $\omega_n = 1 \text{ rad/s}$.



Obrázek 30: Kmitavý člen 2. řádu - různé hodnoty ξ (konstantní ω_n)

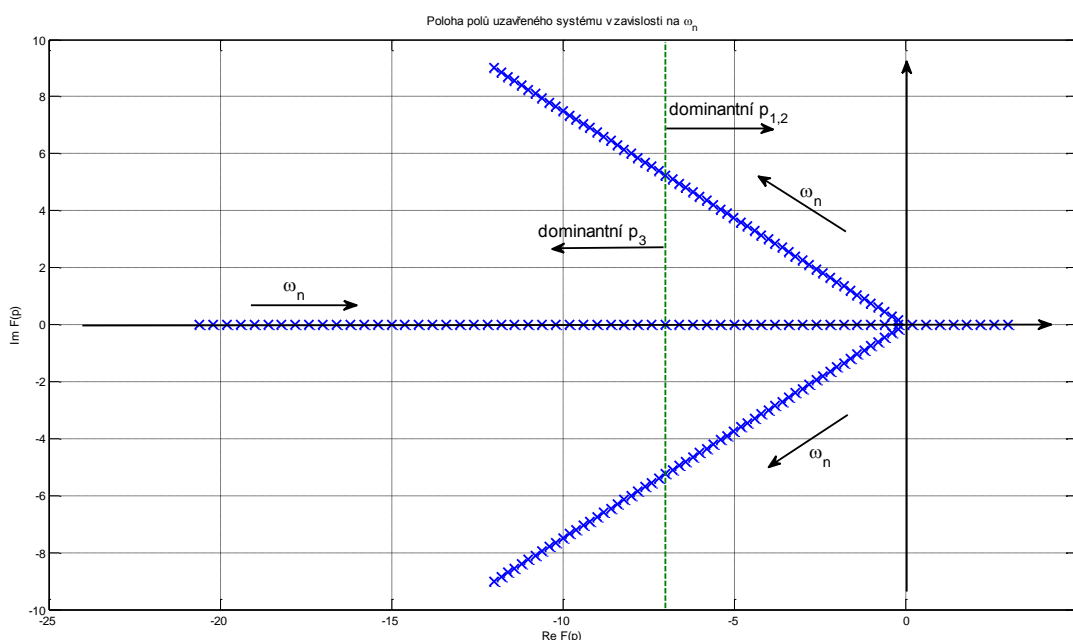
Nyní se ještě podíváme na průběhy přechodových charakteristik pro konstantní činitel tlumení $\xi = 0.8$ pro různé hodnoty ω_n .



Obrázek 31: Kmitavý člen 2. řádu - různé hodnoty ω_n (konstantní ξ)

Nyní zvolme konkrétní hodnoty ξ a ω_n . Požadujeme, aby přenos uzavřeného obvodu měl maximální překmit 5%, čemuž zhruba odpovídá $\xi = 0.8$ a dále přechodný děj odezněl co nejrychleji.

Nyní se podívejme, jakým způsobem závisí poloha pólů uzavřeného systému $F(p)$ při konstantním tlumení $\xi = 0.8$ při zvyšování ω_n . Parametr c_1 bude roven pólu p_{p1} a parametr c_2 bude roven pólu p_{p2} , kde hodnota pólů $p_{p1,2}$ bude závislá na ω_n , tedy $p_{p1,2}(\omega_n)$.



Obrázek 32: Poloha pólů uzavřeného systému v závislosti na ω_n

Z grafu (Obrázek 32) vidíme, že poloha neovlivnitelného pólů p_3 má pro některé hodnoty ω_n značný vliv na kvalitu regulačního pochodu. Jednak vidíme, že pro nějakou hodnotu omega, je systém již nestabilní, jelikož pól leží v pravé polorovině komplexní roviny. A dále pro nějakou hodnotu ω_{n_max} je již dominantním pólem, což nechceme. Požadujeme, aby dominantními póly byly právě ty dva zvolené.

Dominantní pól je takový pól, který má největší hodnotu své reálné části. My budeme požadovat, aby $Re(p_{1,2}) > Re(p_3)$. Spočtíme nyní maximální přípustnou hodnotu ω_{n_max} , pro kterou bude mít přechodný děj nejrychlejší odezvu a zůstane zachován požadovaný tvar odezvy uzavřeného systému.

Vydeme z rovnice (3.11), kde máme vyjádřenou polohu pólu c_3 :

$$Re(c_3) = Re\left(-\frac{T_M+T_F}{T_M T_F} - c_1 - c_2\right) < Re(c_{1,2}) \quad (3.25)$$

Dosaďme do (3.25) za c_1 a c_2 z (3.24), což je požadované umístění těchto pólů:

$$\begin{aligned}
 \operatorname{Re}\left(-\frac{T_M+T_F}{T_M T_F} - 2 * \left[\omega_n(-\xi \pm j\sqrt{1-\xi^2})\right]\right) &< \operatorname{Re}\left(\omega_n(-\xi \pm j\sqrt{1-\xi^2})\right) \\
 \left(-\frac{T_M+T_F}{T_M T_F} + 2\omega_n\xi\right) &< -\omega_n\xi \\
 3\omega_n\xi &< \frac{T_M+T_F}{T_M T_F} \\
 \omega_n &< \frac{1}{3\xi} \frac{T_M+T_F}{T_M T_F}
 \end{aligned} \tag{3.26}$$

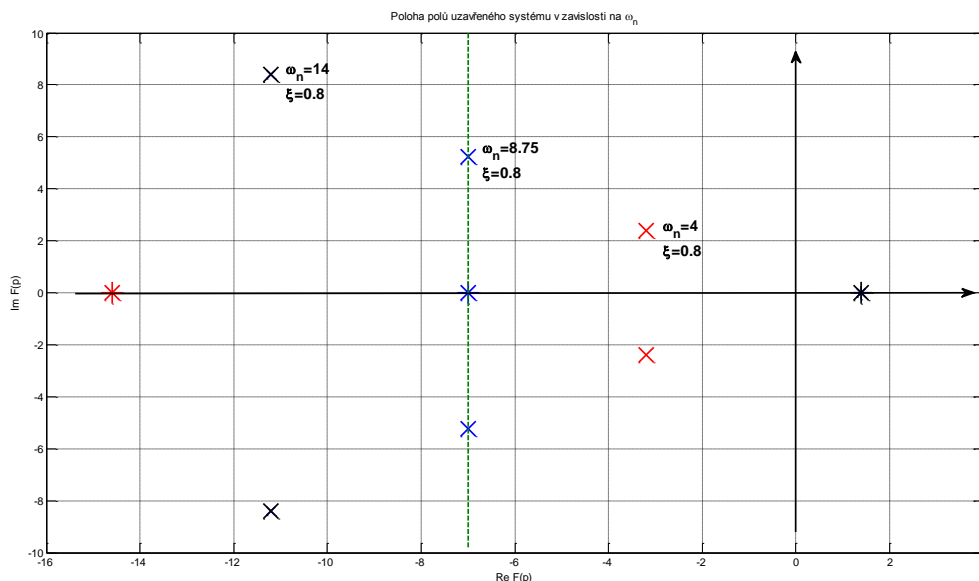
Přeznačme ω_n z (3.26) na ω_{n_max} :

$$\begin{aligned}
 \omega_{n_max} &< \frac{1}{3\xi} \frac{T_M+T_F}{T_M T_F} \\
 \omega_n &\in (0, \omega_{n_max}) \\
 \omega_n &\in \left(0, \frac{1}{3\xi} \frac{T_M+T_F}{T_M T_F}\right)
 \end{aligned} \tag{3.27}$$

Dosaďme do (3.27):

$$\begin{aligned}
 \omega_{n_max} &< \frac{1}{3\xi} \frac{T_M+T_F}{T_M T_F} = \frac{1}{3 * 0.8} * 21 = 8.75 \\
 \omega_n &\in (0, 8.75)
 \end{aligned} \tag{3.28}$$

Nyní vykresleme polohu pólů pro $\omega_n \in (4, 8.75, 14)$.

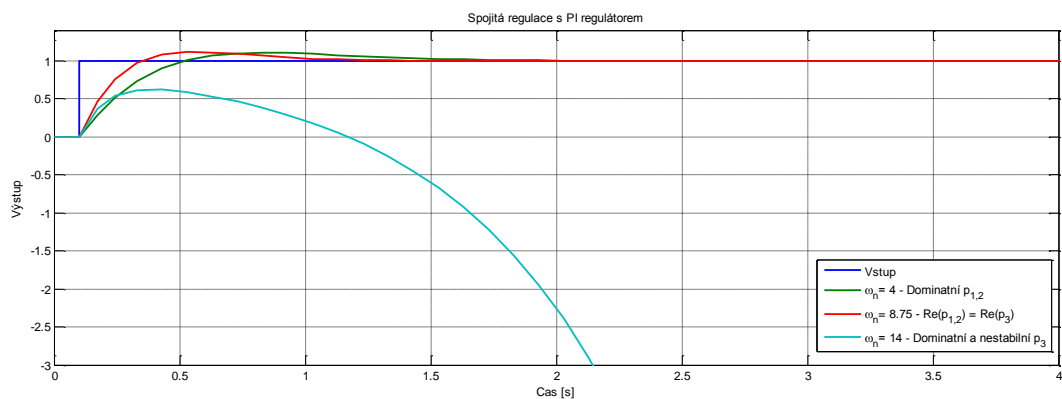


Obrázek 33: Poloha pólů uzavřeného systému pro různé hodnoty ω_n

Z (Obrázek 33) vidíme, že pro $\omega_n = 4$ jsou póly $p_{1,2}$ dominantní, pro $\omega_n = 14$ je dominantním nestabilním pólem p_3 a pro $\omega_n = 8.75$ není žádný z pólů dominantní, hodnoty jejich reálných částí se rovnají.

Nyní ještě provedme simulaci uzavřeného systému s navrženým PI regulátorem pro $\xi = 0.8$ a $\omega_n = 4$ a 14 . Spočtíme parametry PI regulátoru z (3.14 a 3.15).

- $\omega_n = 4 \rightarrow K_I=0,1168, K_P=0,04472$
- $\omega_n = 8.75 \rightarrow K_I=0,268, K_P=0,07728$
- $\omega_n = 14 \rightarrow K_I=-0.1372, K_P=0,07232$



Obrázek 34: Přechodová charakteristika uzavřeného systému

Z předchozí přechodové charakteristiky (Obrázek 34) je zřejmé, že pokud je dominantním pólem pól p_3 , zásadním způsobem nám ovlivní průběh přechodného děje, v našem případě dokonce vede na nestabilitu uzavřené smyčky. Proto je vždy nutné dodržet vztah (3.27) pro volbu ω_n .

3.1.2 Shrnutí návrhu

- Spočtíme přenos uzavřeného systému $F(p)$ s PI regulátorem a spojitým filtrem m -tého řádu.
- Upravme tento přenos, aby nejvyšší mocnina p byla rovna jedné.
- Zavedme póly c_{1-n} dle řádu uzavřeného systému $F(p)$ a spočtíme polynom $P(p)$.
- Dejme polynom $P(p)$ do rovnosti s charakteristickým polynomem systému $F(p)$.
- Řešme diofantickou rovnici pro neznámé K_P a K_I , kde předpokládáme znalost $c_{1,2}, c_{3-n}$ není známo.
- Vhodným způsobem zvolme hodnoty ξ a ω_n , spočtíme požadované umístění pólů $p_{p1,2}$.
- Dosaďme do $c_1=p_{p1}$ a $c_2=p_{p2}$, do vztahů pro výpočet K_P a K_I .
- Spočtíme přenos uzavřeného systému a zkontrolujeme správné umístění pólů.

3.2 Řízení s diskrétním regulátorem

V předchozím případě jsme probrali situaci, kdy nám filtr ve zpětné vazbě znemožní libovolným způsobem přiřadit póly uzavřeného systému pro spojitý případ. Provedme tuto analýzu pro diskrétní řízení, které se od spojitého řízení liší přidáním vzorkovače a tvarovače. Budeme uvažovat následující možné situace:

- Diskrétní PI regulátor a systém s tvarovačem 0. řádu
- Diskrétní PI regulátor, systém s tvarovačem 0. řádu a s diferencí ve zpětné vazbě
- Diskrétní PI regulátor, systém s tvarovačem 0. řádu a filtr ve zpětné vazbě s diferencí

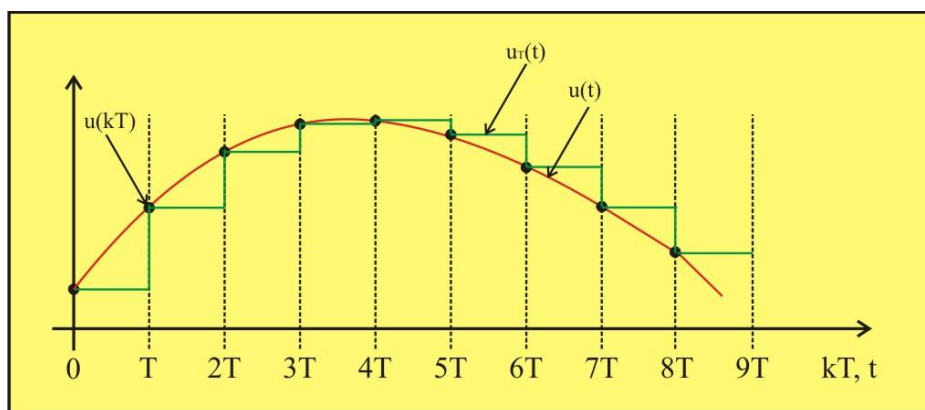
(viz [6]) Stručně si připomeňme základní vlastnosti diskrétních systémů. Nejprve uveďme vztah mezi rovinou pólů v p a z .

$$z = e^{pT} \quad (3.29)$$

Z čehož plynou následující důsledky:

- Všechny stabilní póly leží uvnitř jednotkové kružnice
- Imaginární osa odpovídá jednotkové kružnici
- Pól $z=1$ odpovídá $p=0$
- Kružnice se středem v počátku v rovině z , odpovídá svislým čarám v rovině p
- S rostoucí vzdáleností od imaginární osy směrem vlevo v rovině p , se zmenšuje poloměr v rovině z

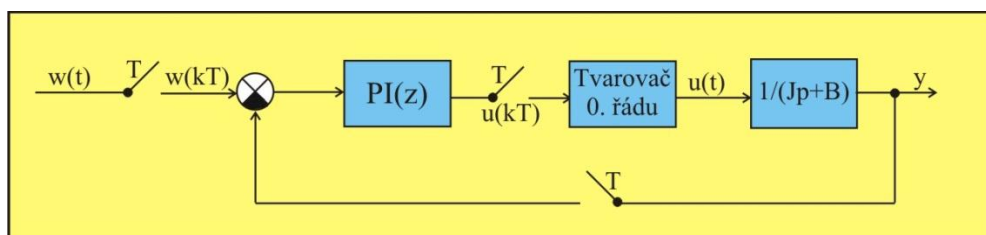
Ještě stručně vysvětleme princip tvarovače nultého řádu, který po dobu trvání periody vzorkování T , drží konstantní výstup. Princip je zřejmý nejlépe z následujícího obrázku.



Obrázek 35: Funkce tvarovače 0. Řádu

3.2.1 Diskrétní PI regulátor

Mějme situaci, kdy spojitý systém řídíme diskretním regulátorem, před systém je tedy umístěn tvarovač nultého řádu.



Obrázek 36: Spojitý systém s diskretním regulátorem

Nyní musíme spočítat diskretní přenos otevřeného a dále uzavřeného obvodu. K tomu budeme potřebovat následující diskretní přenosy.

Diskretní přenos PI regulátoru:

$$F_R(z) = K_P + \frac{K_I z}{z-1} = \frac{K_P(z-1) + K_I z}{z-1} \quad (3.30)$$

Přenos tvarovače 0. řádu

$$F_{TV}(p) = \frac{1 - e^{-pT}}{p} \quad (3.31)$$

Přenos mechanického obvodu (rychlostní smyčky) předpokládáme v následujícím tvaru:

$$F_M(p) = \frac{1}{Jp+B} = \frac{\frac{1}{B}}{Jp+1} = \frac{K_{mech}}{T_{mech}p+1} = \frac{K_M}{T_M p+1} \quad (3.32)$$

Přenosu (3.30) odpovídá následující diskretní přenos:

$$\begin{aligned} F_M(z) &= Z\{L^{-1}(F_{TV}(p)F_M(p))\} = Z\left\{L^{-1}\left(\frac{1 - e^{-pT}}{p} F_M(p)\right)\right\} = \\ &= \frac{z-1}{z} \cdot Z\left\{L^{-1}\left(\frac{F_M(p)}{p} \Big|_{t=kT}\right)\right\} = \\ &= \frac{z-1}{z} \cdot Z\left\{L^{-1}\left(\frac{\frac{K_M}{T_M p+1}}{p} \Big|_{t=kT}\right)\right\} = \frac{z-1}{z} \frac{K_M(1 - e^{-\frac{T}{T_M}})z}{(z-1)(z - e^{-\frac{T}{T_M}})} \end{aligned} \quad (3.33)$$

$$F_M(z) = K_M \frac{\left(1 - e^{-\frac{T}{T_M}}\right)}{\left(z - e^{-\frac{T}{T_M}}\right)} = \left[a = e^{-\frac{T}{T_M}} \right] \xrightarrow{\text{potom}} K_M \frac{(1-a)}{(z-a)} \quad (3.34)$$

Spočteme přenos uzavřeného obvodu $F(z)$, dostaneme:

$$\begin{aligned} F(z) &= \frac{F_R(z)F_M(z)}{1 + F_R(z)F_M(z)} = \\ &= \frac{(K_P z - K_P + K_I z) * K_M (-1 + a)}{-z^2 + za + z - a - K_M K_P z + K_M K_P a z + K_M K_P - K_M K_P a - K_M K_I z + K_M K_I a z} \\ &= \frac{(K_P z - K_P + K_I z) * K_M (-1 + a)}{z^2 + (-a - 1 + K_M K_P - K_M K_P a + K_M K_I - K_M K_I a) + (a - K_M K_P + K_M K_P a)} \end{aligned} \quad (3.35)$$

kde: $a = e^{-\frac{T}{T_M}}$

Mějme obecně nějaké dva póly d_1, d_2 , spočteme charakteristický polynom.

$$(z - d_1)(z - d_2) = z^2 - (d_1 + d_2)z + d_1 d_2 = D(z) \quad (3.36)$$

A nyní budeme řešit diafantickou rovnici:

$$\begin{aligned} z^2: 1 &= 1 \\ z^1: (-a - 1 + K_M K_P - K_M K_P a + K_M K_I - K_M K_I a) &= -(d_1 + d_2) \\ z^0: (a - K_M K_P + K_M K_P a) &= d_1 d_2 \end{aligned} \quad (3.37)$$

Jelikož je systém druhého řádu, můžeme libovolným způsobem umístit póly uzavřeného systému. Vyjádříme vztahy pro výpočet parametrů regulátoru K_I a K_P .

Nyní vyjádříme K_I a K_P z (3.37):

$$K_P = \frac{d_1 d_2 - a}{K_M a - K_M} \quad (3.38)$$

$$\text{kde: } a = e^{-\frac{T}{T_M}}$$

$$K_I = \frac{(-d_1 - d_2 + a + 1 - K_M K_P + K_M K_P a)}{K_M - K_M a} \quad (3.39)$$

Dosaďme do rovnice (3.39) hodnotu K_P z rovnice (3.38):

$$K_I = \frac{\left[-d_1 - d_2 + a + 1 - K_M \left(\frac{d_1 d_2 - a}{K_M a - K_M}\right) + K_M \left(\frac{d_1 d_2 - a}{K_M a - K_M}\right) a\right]}{K_M - K_M a} \quad (3.40)$$

$$kde: a = e^{-\frac{T}{T_M}}$$

Otestujme správnost odvozených vztahů, zvolme konkrétní parametry.

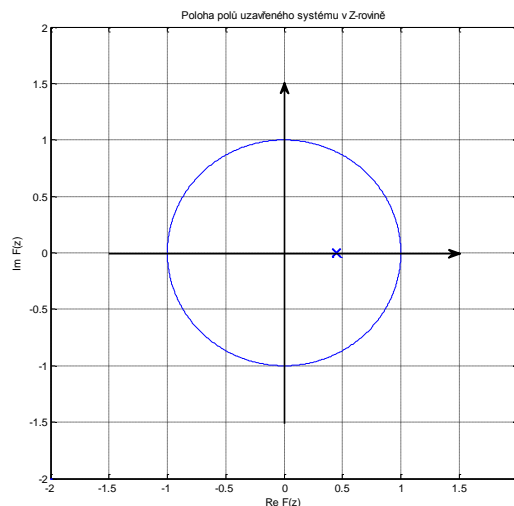
- $K_M = 100$
- $T = 1$
- $T_M = 1$
- $d_1 = 0.4493$ (v Z-rovině) čemuž odpovídá pól $p_{p1} = -0.8$ v P-rovině
- $d_2 = 0.4493$ (v Z-rovině) čemuž odpovídá pól $p_{p2} = -0.8$ v P-rovině
- $a = e^{-\frac{T}{T_M}} = 0.3679$

Spočtěme hodnoty K_I a K_P :

$$K_P = 0.0026$$

$$K_I = 0.0048$$

Spočtěme přenos uzavřeného systému s konkrétními hodnotami a dále póly tohoto systému.



Obrázek 37: Poloha pólů uzavřeného systému

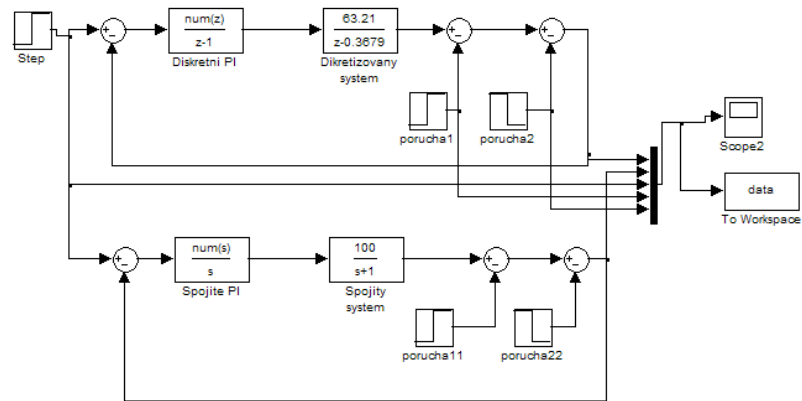
Z předchozího grafu (Obrázek 37) vidíme, že systém má oba póly v 0.4493, což souhlasí s požadovanou polohou pólů. Výpočet je tedy správný.

Nyní ještě vykresleme přechodovou charakteristiku uzavřeného diskrétního systému a porovnejme tuto přechodovou charakteristiku se spojitým případem. Navrhněme tedy PI regulátor pro požadované umístění pólů $p_{p1,2} = -0.8$, parametry získáme z řešení diofantické rovnice.

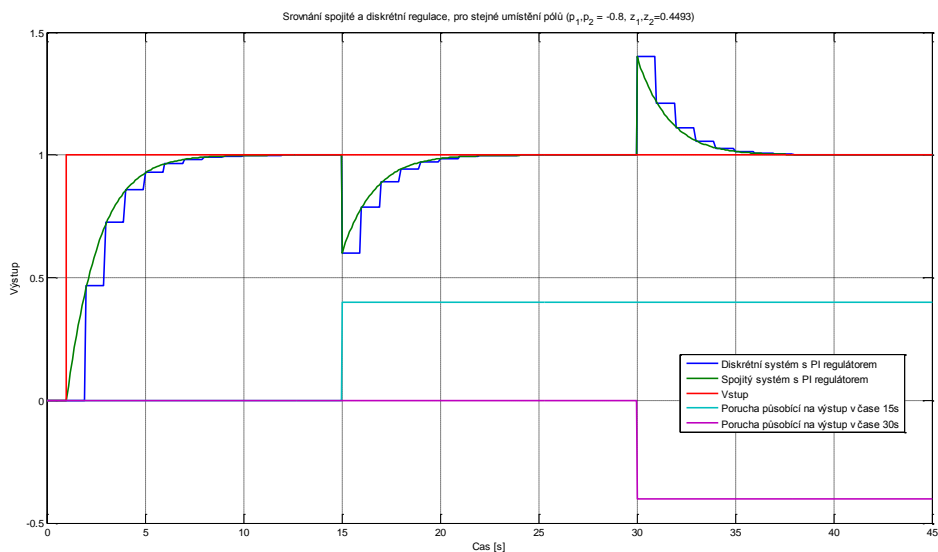
Dostaneme parametry pro spojité regulátor:

$$K_P = 0.006$$

$$K_I = 0.0064$$



Obrázek 38: Simulace diskretní a spojité regulace



Obrázek 39: Přechodová char. diskretního a spojitého řízení s PI regulátorem

Z předchozí přechodové charakteristiky (Obrázek 39) vidíme, že navržené diskretní řízení kopíruje spojitému řízení. Diskretní systém se ustálí za stejný čas jako spojité.

3.2.1.1 Dead-beat regulator (regulace do nuly za nejmenší počet kroků)

Jak již bylo řečeno, v tomto případě návrhu regulace můžeme PI regulátorem ovlivnit oba póly systému. Umístíme-li oba tyto póly do nuly, dostaneme systém nazývaný dead-beat. Tento systém se vyznačuje tím, že nejpozději za n -kroků je z každého počátečního stavu v klidu, tedy výstup i všechny stavy jsou nulové, toto platí i mezi okamžiky vzorkování. Pro spojité případ není možná takováto realizace řízení.

Systém typu dead-beat disponuje velice rychlou reakcí, v některých případech je to výhodné, zejména v systémech, kde nejsou šумы. Pro regulaci servopohonů tento způsob není vhodný, zejména kvůli velkým akčním zásahům.

3.2.1.2 Volba pólů

Jak již bylo řečeno, umístění obou pólů do nuly není vhodné, postupujme tedy obdobným způsobem jako pro spojitý případ volby těchto pólů. Pro úplnost tento postup uveďme.

Mějme opět systém druhého řádu:

$$F_P(p) = \frac{\omega_n^2}{p^2 + 2\xi\omega_n p + \omega_n^2} \quad (3.41)$$

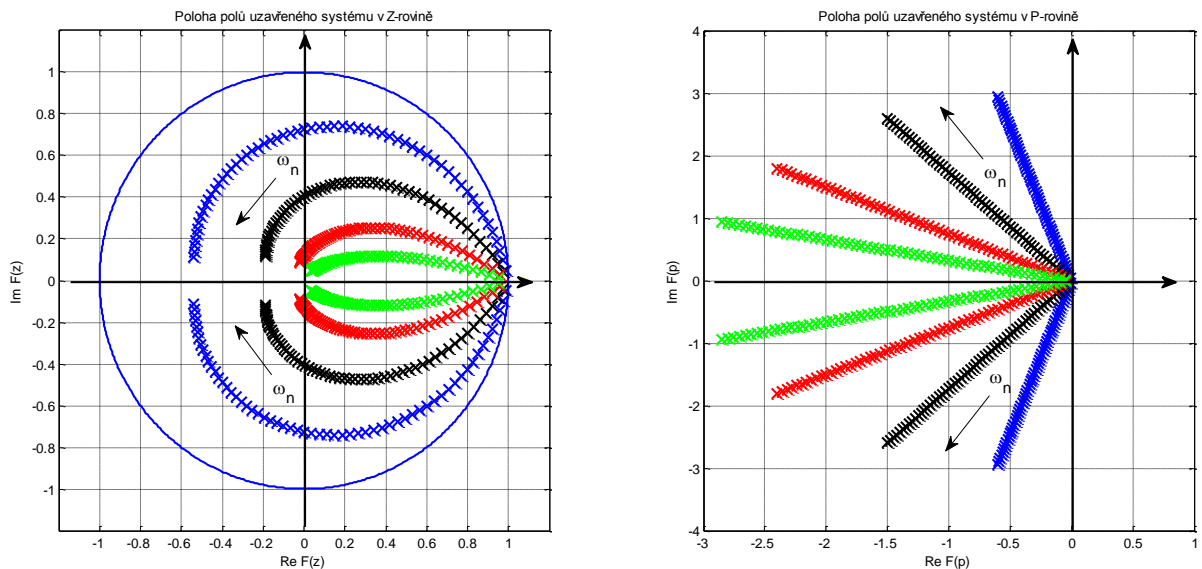
Který má póly p_{p1} a p_{p2} , kde jejich umístění je parametrizováno parametry ξ (relativní činitel tlumení) a ω_n (netlumená frekvence systému).

Póly systému $F_P(p)$ (3.41) jsou:

$$p_{p1,2} = \omega_n(-\xi \pm j\sqrt{1-\xi^2}) \quad (3.42)$$

Dosaďme tyto póly (3.42) do vztahu (3.29), dostaneme polohu pólů v Z-rovině:

$$z_{1,2} = e^{T\omega_n(-\xi \pm j\sqrt{1-\xi^2})} \quad (3.43)$$



Obrázek 40: Souvislost pólů v Z a v P pro různé ξ (0.2, 0.5, 0.8, 0.95) a různé $\omega_n > 0$

Dále zvolme $\xi = 0.8$ a ω_n . V tomto případě můžeme tedy ovlivnit polohou obou pólů, přesto nelze libovolně zvolit ω_n . Musíme pamatovat na periodou vzorkování, lépe řečeno musí být dodržena Nyquistova frekvence $\omega_n \in (0, \omega_{Nyquist})$, zvolme tedy libovolné ω_n z tohoto intervalu, dle našich požadavků. Dále dosadíme do přenosu (3.40), dostaneme polohu pólů v Z-rovině.

Opět provedme ověření správnosti uvedených vztahů.

Zvolme parametry:

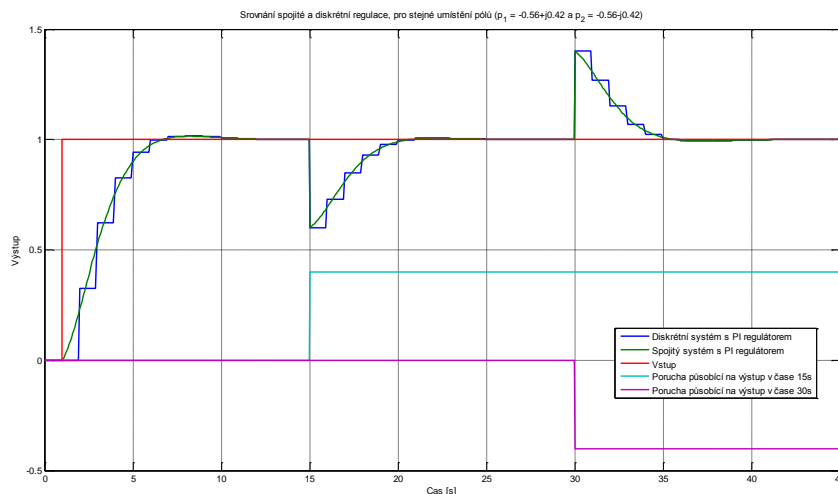
- $K_M = 100$
- $T = 1$
- $T_M = 1$
- $\xi = 0.8$
- $\omega_n = 0.7$
- $a = e^{-\frac{T}{T_M}} = 0.3679$

Z (3.42) spočítáme polohu pólů v P-rovině a z (3.43) spočítáme polohu pólů v Z-rovině.

$$p_{1,2} = -0.56 \pm j0.42$$

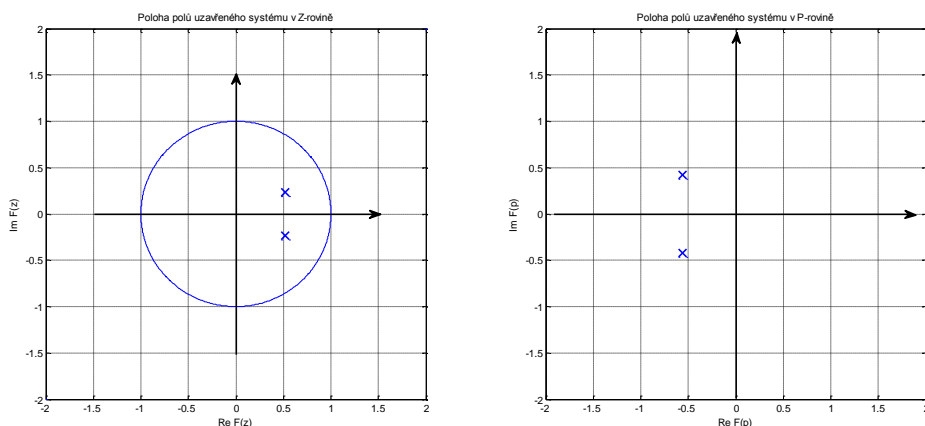
$$z_{1,2} = 0.5216 \pm j0.2329$$

Dále spočítáme parametry regulátoru pro spojitý a pro diskretní případ a provedme simulaci. Výsledný systém by měl být stabilní s překmitem kolem 5%.



Obrázek 41: Přejchodová char. diskretního a spojitého řízení s PI regulátorem

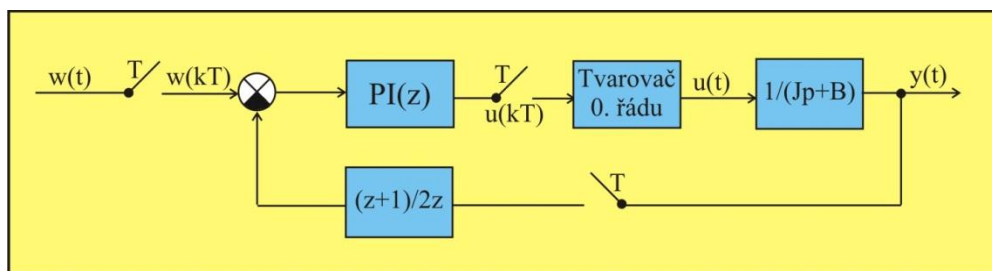
Z výše uvedeného grafu vidíme, že systém disponuje překmitem maximálně 5%, dále je zřejmé, že systém s diskretním řízením a tvarovačem 0. řádu má obdobný průběh jako systém se spojitým řízením.



Obrázek 42: Umístění pólů v Z-rovině a v P-rovině

3.2.2 Diskrétní PI regulátor s diferencí ve zpětné vazbě

Diferenci využíváme v případech, kdy používáme čidlo polohy (IRC) a rychlost počítáme jejím diferencováním, což je ekvivalentní zavedení průměru posledních dvou vzorků rychlosti (PPDVR).



Obrázek 43: Spojitý systém s diskretním regulátorem a PPDVR ve zpět. vazbě

Diskrétní přenos PI regulátoru:

$$F_R(z) = K_P + \frac{K_I z}{z-1} = \frac{K_P(z-1) + K_I z}{z-1} \quad (3.44)$$

Diskrétní přenos systému s tvarovačem 0. řádu:

$$F_M(z) = K_M \frac{\left(1 - e^{-\frac{T}{T_M}}\right)}{\left(z - e^{-\frac{T}{T_M}}\right)} = \left[a = e^{-\frac{T}{T_M}} \right] \text{potom} \quad K_M \frac{(1-a)}{(z-a)} \quad (3.45)$$

A dále mějme diskretní přenos průměru z dvou posledních vzorků:

$$F_D(z) = \frac{z+1}{2z} \quad (3.46)$$

Spočteme přenos uzavřeného obvodu $F(z)$, dostaneme:

$$\begin{aligned}
 F(z) &= \frac{F_R(z)F_M(z)}{1 + F_R(z)F_M(z)F_D(z)} = \\
 &= \frac{(K_P z - K_P + K_I z)(-K_M + K_M a)z}{z^3 - az^2 - z^2 + az + \frac{K_M K_P}{2} z^2 - \frac{K_M K_P a}{2} z^2 - \frac{K_M K_P}{2} + \frac{K_M K_P a}{2} + \frac{K_M K_I}{2} z^2 + \frac{K_M K_I}{2} z - \frac{K_M K_I a}{2} z^2 - \frac{K_M K_I a}{2} z} \\
 &= \frac{(K_P z - K_P + K_I z)(-K_M + K_M a)z}{z^3 + \left(-a - 1 + \frac{K_M K_P}{2} - \frac{K_M K_P a}{2} + \frac{K_M K_I}{2} - \frac{K_M K_I a}{2}\right)z^2 + \left(a + \frac{K_M K_I}{2} - \frac{K_M K_I a}{2}\right)z + \left(-\frac{K_M K_P}{2} + \frac{K_M K_P a}{2}\right)} \\
 &\quad \text{kde: } a = e^{-\frac{T}{T_M}}
 \end{aligned} \tag{3.47}$$

Mějme obecně nějaké tři póly d_1, d_2, d_3 spočteme charakteristický polynom.

$$\begin{aligned}
 (z - d_1)(z - d_2)(z - d_3) &= \\
 = z^3 + (-d_1 - d_2 - d_3)z^2 + (d_1 d_2 + d_1 d_3 + d_2 d_3)z - d_1 d_2 d_3 &= D(z)
 \end{aligned} \tag{3.48}$$

A nyní budeme opět řešit diafantickou rovnicí:

$$\begin{aligned}
 z^3: 1 &= 1 \\
 z^2: \left(-a - 1 + \frac{K_M K_P}{2} - \frac{K_M K_P a}{2} + \frac{K_M K_I}{2} - \frac{K_M K_I a}{2}\right) &= -d_1 - d_2 - d_3 \\
 z^1: \left(a + \frac{K_M K_I}{2} - \frac{K_M K_I a}{2}\right) &= d_1 d_2 + d_1 d_3 + d_2 d_3 \\
 z^0: \left(-\frac{K_M K_P}{2} + \frac{K_M K_P a}{2}\right) &= -d_1 d_2 d_3
 \end{aligned} \tag{3.49}$$

Opět jsme v situaci, kdy můžeme libovolně umístit dva póly, umístění třetího pólu bude závislé na umístění dvou zvolených a ostatních parametrech systému. Předpokládejme nyní tedy, že jsme zvolili póly d_1, d_2 . Vypočteme nyní vztahy pro neznámé parametry regulátoru K_I, K_P a dále polohu pólů d_3 .

Výpočet K_I :

$$K_I = \frac{2(d_1 d_2 a - d_1 a - d_2 a + a - d_1^2 d_2^2 + d_1^2 + d_2^2 + d_1 d_2 - d_1 - d_2)}{K_M(-1 + a)(1 + d_1 + d_1 d_2 + d_2)} \tag{3.50}$$

Výpočet K_P :

$$K_P = \frac{2d_1 d_2(2a + 1 - d_1 - d_2 - d_1 d_2)}{K_M(-d_1 d_2 + d_1 d_2 a - 1 + a + d_1 a - d_2 - d_1 + d_2 a)} \tag{3.51}$$

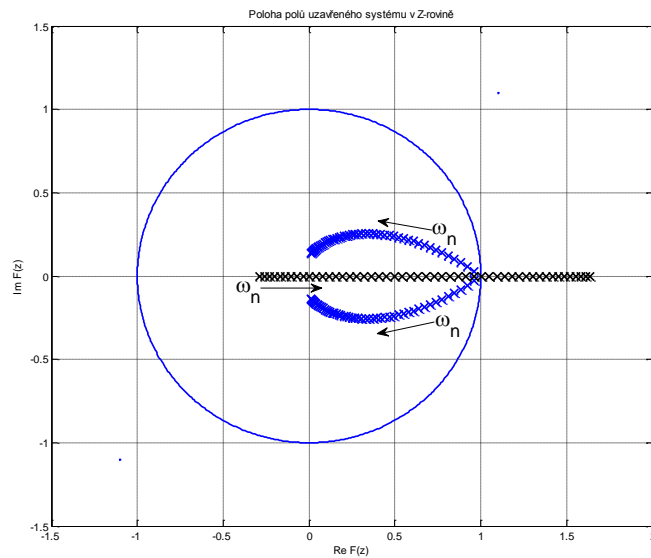
Výpočet d_3 :

$$d_3 = \frac{2a + 1 - d_1 - d_2 - d_1 d_2}{1 + d_1 + d_1 d_2 + d_2} \tag{3.52}$$

Zvolme parametry:

- $K_M = 100$
- $T = 1$
- $T_M = 1$
- $\xi = 0.8$
- $\omega_n = 0.05 - 2.5$
- $a = e^{-\frac{T}{T_M}} = 0.3679$

Spočtěme polohu požadovaných pólů, dále parametry regulátoru K_P , K_I . Pak spočtěme přenos uzavřeného systému a jeho póly. Polohu pólů zakresleme do komplexní roviny.



Obrázek 44: Poloha pólů v Z-rovině pro $\xi=0.8$ a různé $\omega_n=(0.05-2.5)$

Obdobně jako pro spojité případě, přiřazujeme dva póly, polohu třetího pólu nelze ovlivnit. Opět požadujeme, aby póly dva námi zvolené póly byly dominantní.

Musí tedy platit:

$$Re(d_3) < Re(d_{1,2}) \quad (3.53)$$

Po dosazení dostáváme:

$$Re\left(\frac{2a + 1 - d_1 - d_2 - d_1 d_2}{1 + d_1 + d_1 d_2 + d_2}\right) < Re\left(\omega_n(-\xi \pm j\sqrt{1 - \xi^2})\right)$$

$$\frac{2a + 1 + \omega_n \xi + \omega_n \xi - \omega_n^2 \xi^2}{1 - \omega_n \xi + \omega_n^2 \xi^2 - \omega_n \xi} < -\omega_n \xi \quad (3.54)$$

$$kde: a = e^{-\frac{T}{T_M}}$$

Stejným způsobem jako pro spojité případě bychom z rovnice (3.54) vyjádřili ω_n , což by byla maximální možná hodnota netlumená frekvence systému ω_{n_max} , pro kterou by byly dominantní póly $p_{1,2}$. Tato frekvence bude závislá pouze na zvoleném ξ , zvolené periodě vzorkování a časové konstantě T_M .

Nyní ještě provedme simulaci pro následující parametry:

- $K_M = 100$
- $T=1$
- $T_M = 1$
- $\xi = 0.8$
- $\omega_n = 0.8$
- $a = e^{-\frac{T}{T_M}} = 0.3679$

Spočteme parametry PI regulátoru z (3.50 a 3.51), které jsou následující:

$$\begin{aligned} K_I &= 0.0041 \\ K_P &= 0.0021 \end{aligned} \quad (3.55)$$

A dosadíme do přenosu (3.44) PI regulátoru:

$$F_R(z) = \frac{K_P(z-1) + K_I z}{z-1} = \frac{0.0062z - 0.0021}{z-1} \quad (3.56)$$

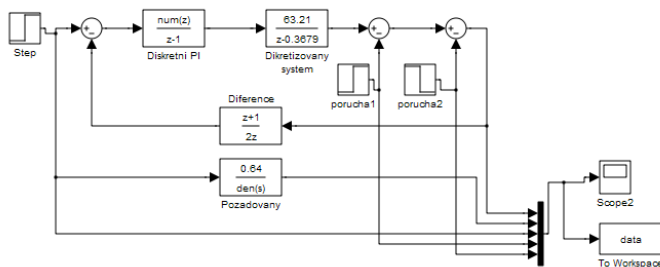
Dosadíme do diskretního přenosu systému (3.45):

$$F_M(z) = K_M \frac{(1-a)}{(z-a)} = \frac{63.21}{z-36.79} \quad (3.57)$$

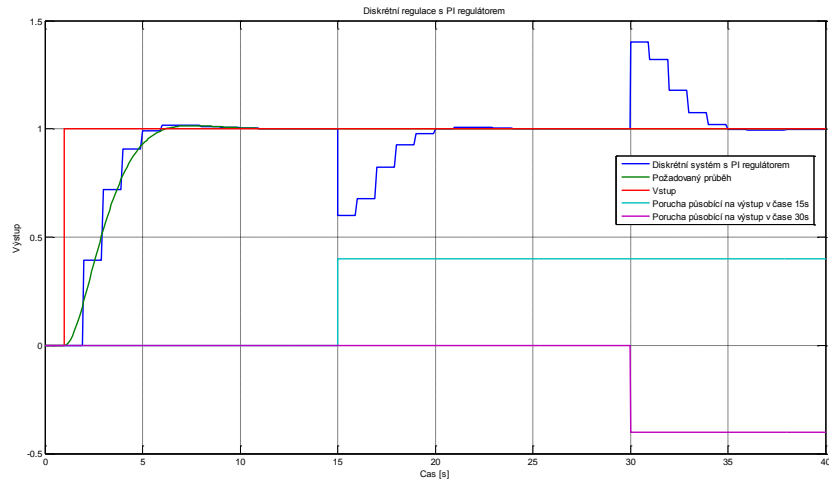
Požadovaný systém:

$$F_P(p) = \frac{\omega_n^2}{p^2 + 2\xi\omega_n p + \omega_n^2} = \frac{0.64}{p^2 + 1.28p + 0.64} \quad (3.58)$$

Provedme simulaci následujícího uzavřeného systému s použitím průměru z dvou posledních vzorků rychlosti ve zpětné vazbě a provedme porovnání s požadovaným systémem (3.58).



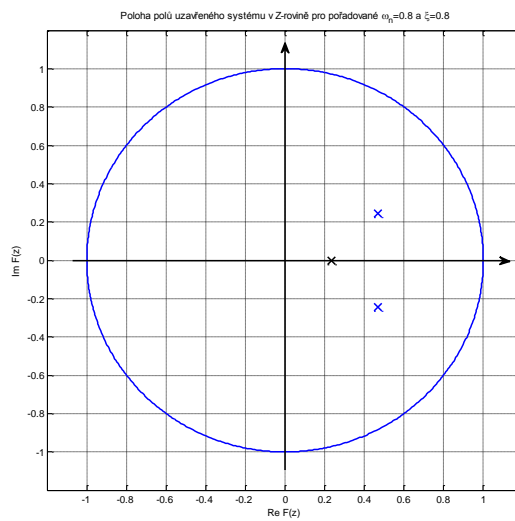
Obrázek 45: Simulace – diskretizovaný systém s PPDVR ve zpětné vazbě



Obrázek 46: Přechodová charakteristika s diskrétním PI

Z přechodové charakteristiky (Obrázek 46) vidíme, že systém s takto navrženým diskrétním řízením se chová přibližně požadovaným způsobem. Nepřesnost je způsobena nulami v čitateli přenosu uzavřeného systému $F(z)$, které jsou jiné než u požadovaného systému $F_p(p)$.

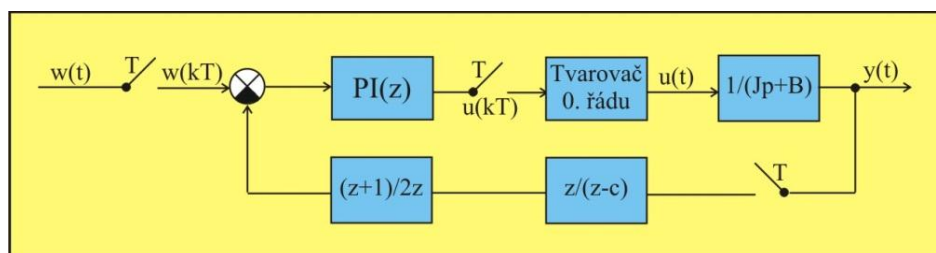
Ještě se podívejme na umístění pólů pro tento případ.



Obrázek 47: Poloha pólů pro požadované $\xi=0.8$ a $\omega_n=0.8$

3.2.3 Diskrétní PI regulátor a filtr ve zpětné vazbě s diferencí

Obdobně jako v předchozí kapitole použijeme namísto difference průměr posledních dvou vzorků rychlosti (PPDVR).



Obrázek 48: Diskrétní řízení s filtrem a PPDVZ ve zpětné vazbě

Mějme následující přenosy.

Diskrétní přenos PI regulátoru:

$$F_R(z) = K_P + \frac{K_I z}{z-1} = \frac{K_P(z-1) + K_I z}{z-1} \quad (3.59)$$

Diskrétní přenos systému s tvarovačem 0. řádu:

$$F_M(z) = K_M \frac{\left(1 - e^{-\frac{T}{T_M}}\right)}{\left(z - e^{-\frac{T}{T_M}}\right)} = \left[a = e^{-\frac{T}{T_M}} \right] \text{potom} \quad K_M \frac{(1-a)}{(z-a)} \quad (3.60)$$

Diskrétní přenos průměru z dvou posledních vzorků:

$$F_D(z) = \frac{z+1}{2z} \quad (3.61)$$

A dále mějme diskrétní přenos filtru ve zpětné vazbě:

$$F_F(z) = \frac{z}{z - e^{-\frac{T}{T_F}}} = \left[c = e^{-\frac{T}{T_F}} \right] \text{potom} \quad \frac{z}{z-c} \quad (3.62)$$

Spočteme přenos uzavřeného obvodu F(z), dostaneme:

$$\begin{aligned} F(z) &= \frac{F_R(z)F_M(z)}{1 + F_R(z)F_M(z)F_D(z)F_F(z)} = \\ &= \frac{2(K_P z - K_P + K_I z)K_M(-1+a)(-z+c)}{2z^3 - 2cz^2 - 2az^2 + 2acz - 2z^2 + 2cz + 2az - 2ac + K_M K_P z^2 - K_M K_P a z^2 - K_M K_P + K_M K_P a + K_M K_I z^2 + K_M K_I z - K_M K_I a z^2 - K_M K_I a z} \\ &= \frac{-2(K_P z - K_P + K_I z)K_M(-1+a)(-z+c)}{z^3 + (-c - a - 1 + \frac{K_M K_P}{2} - \frac{K_M K_P a}{2} + \frac{K_M K_I}{2} - \frac{K_M K_I a}{2})z^2 + (ac + c + a + \frac{K_M K_I}{2} - \frac{K_M K_I a}{2})z + (-ac - \frac{K_M K_P}{2} + \frac{K_M K_P a}{2})} \end{aligned} \quad (3.63)$$

kde: $a = e^{-\frac{T}{T_M}}, c = e^{-\frac{T}{T_F}}$

Mějme opět obecně nějaké tři póly d_1, d_2, d_3 spočtěme charakteristický polynom.

$$\begin{aligned} & (z - d_1)(z - d_2)(z - d_3) = \\ & = z^3 + (-d_1 - d_2 - d_3)z^2 + (d_1d_2 + d_1d_3 + d_2d_3)z - d_1d_2d_3 = D(z) \end{aligned} \quad (3.64)$$

A nyní budeme opět řešit diafantickou rovnici:

$$\begin{aligned} z^3: 1 &= 1 \\ z^2: \left(-c - a - 1 + \frac{K_M K_P}{2} - \frac{K_M K_P a}{2} + \frac{K_M K_I}{2} - \frac{K_M K_I a}{2} \right) &= -d_1 - d_2 - d_3 \\ z^1: \left(ac + c + a + \frac{K_M K_I}{2} - \frac{K_M K_I a}{2} \right) &= d_1 d_2 + d_1 d_3 + d_2 d_3 \\ z^0: \left(-ac - \frac{K_M K_P}{2} + \frac{K_M K_P a}{2} \right) &= -d_1 d_2 d_3 \end{aligned} \quad (3.65)$$

Nyní vyřešme diofantickou rovnici pro neznámé K_P, K_I a d_3 . Ostatní členy jsou známé hodnoty.

Výpočet K_I :

$$\frac{2(d_1 d_2 a - d_1 a - d_2 a + a + ac + d_1 d_2 ac - d_2 ac - d_1 ac + d_2^2 - d_1^2 d_2^2 + d_1^2 + d_1 d_2 - d_1 - d_2 + c + d_1 d_2 c - d_2 c - d_1 c)}{K_M(-1+a)(d_1+d_2+1+d_1 d_2)} \quad (3.66)$$

Výpočet K_P :

$$\frac{2(d_1 d_2 ac + 2 d_1 d_2 c + 2 d_1 d_2 a - d_1^2 d_2^2 - ac - d_2 ac - d_1 ac - d_1^2 d_2 - d_1 d_2^2 + d_1 d_2)}{K_M(-d_1+d_1 a-d_2+d_2 a-1+a+d_1 d_2 a-d_1 d_2)} \quad (3.67)$$

Výpočet d_3 :

$$d_3 = \frac{2a - 2ac - d_1 - d_2 + 1 - d_1 d_2 + 2c}{d_1 + d_2 + 1 + d_1 d_2} \quad (3.68)$$

Analogickým způsobem jako v předchozím případě lze z následující podmínky (3.69) určit maximální možnou hodnotu netlumené frekvence systému ω_{n_max} .

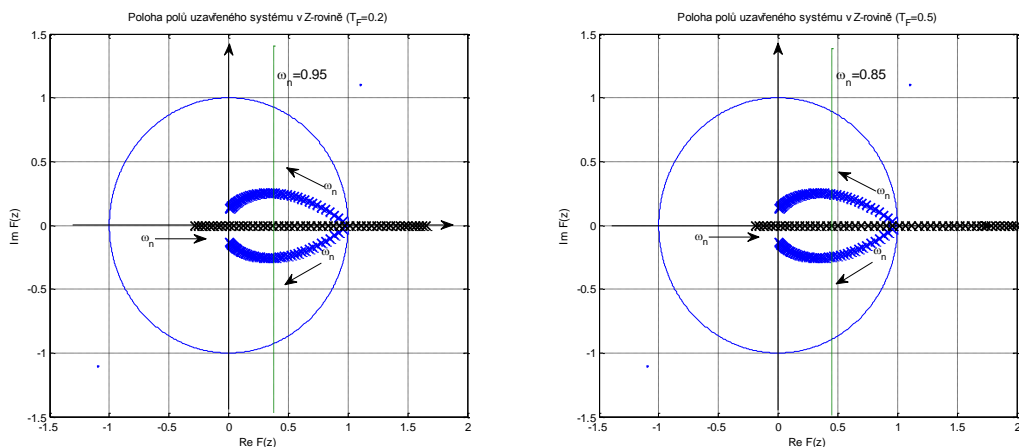
Musí tedy platit:

$$\begin{aligned} & Re(d_3) < Re(d_{1,2}) \\ & Re\left(\frac{2a - 2ac - d_1 - d_2 + 1 - d_1 d_2 + 2c}{d_1 + d_2 + 1 + d_1 d_2}\right) < Re\left(\omega_n(-\xi \pm j\sqrt{1 - \xi^2})\right) \\ & \left(\frac{2a - 2ac + 2\omega_n \xi + 1 - \omega_n^2 \xi^2 + 2c}{-2\omega_n \xi + 1 + \omega_n^2 \xi^2}\right) < (-\omega_n \xi) \\ & kde: a = e^{-\frac{T}{T_M}}, c = e^{-\frac{T}{T_F}} \end{aligned} \quad (3.69)$$

Ze vztahu (3.69) vidíme, že ω_{n_max} závisí na ξ , zvolené periodě vzorkování, časové konstantě T_M a T_F .

Zvolme parametry:

- $K_M = 100$
- $T = 1$
- $T_M = 1$
- $T_F = 0.2, 0.5$
- $\xi = 0.8$
- $\omega_n = 0.05 - 2.5$
- $a = e^{-\frac{T}{T_M}} = 0.3679$

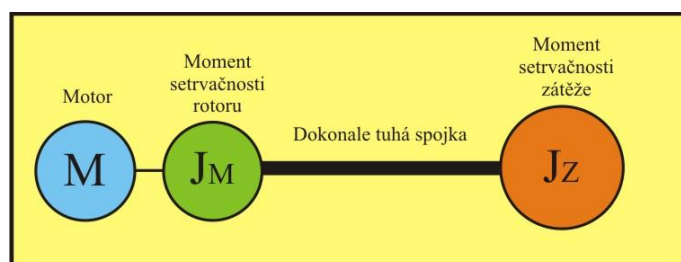


Obrázek 49: Poloha pólů v Z-rovině pro $\xi=0.8$ a různé $\omega_n=(0.05-2.5)$, $T_F=0.2$ a 0.5

Z polohy pólů uzavřeného systému $F(z)$ v Z-rovině (Obrázek 49) je zřejmá skutečnost, že s rostoucí časovou konstantou filtru ve zpětné vazbě se snižuje maximální možná hodnota netlumené frekvence systému ω_{n_max} . V praxi musíme hledat kompromis mezi T_F a ω_{n_max} .

3.3 Pružná zátěž

(viz [9]) V kapitole (2.5.2.2), jsme mechanickou část systému modelovali jako koncentrovanou setrvačnost J a s viskózním třením B . V tomto případě jsme předpokládali spojení motoru a zátěže tuhou spojkou (Obrázek 50), tedy poloha na hřídeli motoru a zátěži je stejná.



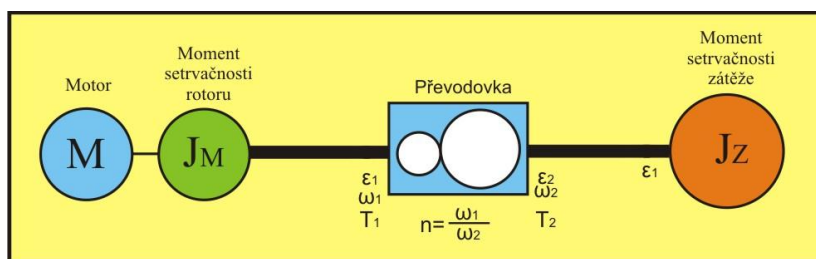
Obrázek 50: Tuhá spojka

Moment setrvačnosti odpovídá součtu momentu setrvačnosti zátěže J_Z a momentu setrvačnosti rotoru J_M .

Přenos mechanického systému:

$$F_M(p) = \frac{1}{(J_M + J_Z)p + B} = \frac{1}{Jp + B} \quad (3.70)$$

V případech použití kloubů, převodovek atd. platí též součet momentů.



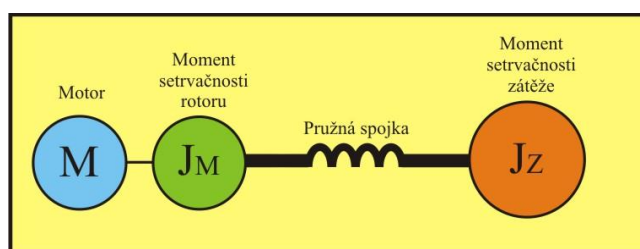
Obrázek 51: Tuhá spojka - převodovka

Výpočet momentu setrvačnosti:

$$J = J_M + \sum J_{EQ} \quad (3.71)$$

Kde J_{EQ} jsou ekvivalentní momenty setrvačnosti, přenosová funkce řízeného objektu zůstává stejná (3.70).

Mechanická struktura, klouby a spojky mají ve skutečnosti konečnou tuhost, což má zásadní vliv na kvalitu regulace. Pružná spojka nezajistí stejné postavení na hřídeli motoru a na zátěži. Dokonce i malá flexibilita způsobí rozdíl $\Delta\varphi_{mz}$ mezi polohou na hřídeli motoru a na zátěži. Tento rozdíl je úměrný aktuálnímu točivému momentu.



Obrázek 52: Pružná spojka

Výpočet $\Delta\varphi_{mz}$:

$$T = K(\varphi_Z - \varphi_M) \quad (3.72)$$

Konečná tuhost způsobuje vznik rezonancí. Oscilační kmitočet závisí na tuhosti spojky a klesá s nárůstem setrvačnosti jak na straně rotoru, tak i na straně zátěže. V mnoha případech frekvence mechanické rezonance dosahuje vysokých hodnot a je dostatečně utlumena. V takových případech můžeme vliv pružné spojky zanedbat

V případech, kdy rezonanční kmitočet je nižší a tlumení kmitů nedostatečné, dochází k narušení přechodové charakteristiky regulovaného obvodu a může vést k trvalým oscilacím či nestabilitě systému. V těchto případech je nutné nějakým způsobem tyto kmity utlumit.

V zásadě máme dvě možnosti:

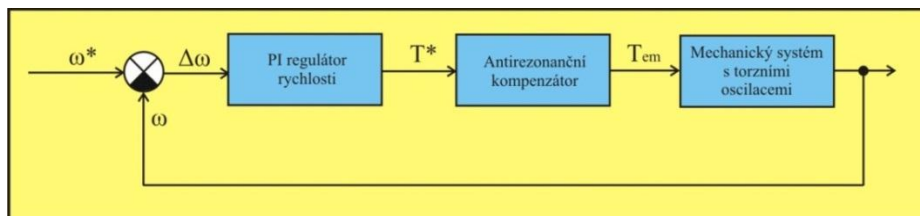
- Aktivní metody tlumení rezonancí
- Pasivní metody tlumení rezonancí

3.3.1 Aktivní metody tlumení rezonancí

Tyto metody vyžadují měření či rekonstrukci rychlosti a polohy na obou stranách elastické spojky, což vyžaduje vysoké vzorkovací frekvence. Častěji se používají pasivní metody.

3.3.2 Pasivní metody tlumení rezonancí

V případě použití pasivních metod pro tlumení rezonancí, mohou být účinky rezonančních módů sníženy nebo eliminovány. Referenční hodnota točivého momentu T^* získaná od regulátoru rychlosti je přivedena na vstup sériového antirezonačního kompenzátoru. Kompenzátor funguje jako filtr, potlačující určité složky frekvence a poskytuje nový točivý moment T_{em} . Navržený kompenzátor musí zajistit, aby dodávaný moment T_{em} do systému, neobsahoval žádné frekvenční složky v okolí rezonančních frekvencí. Tyto filtry jsou, známe jako Notch filtry.



Obrázek 53: Pasivní potlačení torzních rezonancí

3.4 Shrnutí

V této kapitole byly řešeny základní omezení kaskádní regulace. Bylo ukázáno, že dodatečná, velmi často nemodelovaná dynamika má zásadní vliv na kvalitu regulačního pochodu. Mohou nastat případy, kdy navržený uzavřený systém se chová ne zcela požadovaným způsobem či je dokonce nestabilní. Vždy musíme na tuto dodatečnou dynamiku pamatovat a počítat s ní při návrhu řízení.

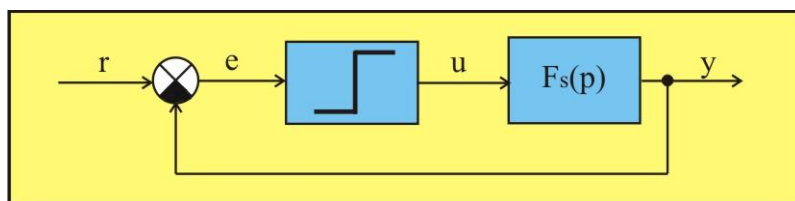
Než začneme provádět návrh řízení, je vhodné prozkoumat základní omezení. V extrémních případech může dojít k situaci, že pro daný systém nemůžeme docílit definovaných požadavků. Po té složitě, zbytečně a neefektivně navrhujeme řízení s nulovým výsledkem. Nějaká fundamentální analýza nějakých omezení většinou zabere zlomek času, než samotný návrh a implementace řízení. Díky této analýze odhalíme nemožné požadavky, které musíme vhodným způsobem modifikovat a teprve po té, můžeme přejít k návrhu řízení.

4 REGULÁTORY S KLOUZAVÝM REŽIMEM

(viz [7]) Řízení v klouzavém režimu patří mezi nelineární algoritmy řízení, algoritmus využívá vysoké frekvence přepínání vstupu, aby bylo dosaženo požadovaných výsledků. Řízení navrhujeme tak, aby odezva systému vždy směřovala k přepínací nadploše. Jelikož elementární klouzavý regulátor disponuje pouze výstupem s dvěma extrémními hodnotami, výsledná trajektorie tuto nadplochu nesleduje přímo, ale neustále se pohybuje v jejím blízkém okolí, velmi často říkáme, že klouže.

Podmínkou pro přepnutí je přepínací funkce, ta musí být navržena tak, aby relativní řád systému byl roven vždy jedné. Chceme-li dosáhnout klouzavého režimu pro systémy, které mají relativní řád větší než jedna, potom je nutné zařadit do zpětné vazby derivační filtr, který zařídí požadovaný relativní řád jedna.

Vysoké kmitání regulátoru umožňuje velmi dobré potlačení případných chyb, což je silnou stránkou řízení v klouzavém režimu. Použití těchto regulátorů pro mechanické systémy nemusí být vždy vhodné, jelikož může dojít k vybuzení vlastní dynamiky systému na vysokých frekvencích, tím se zvyšuje opotřebení různých součástí, což je nežádoucím efektem. Můžeme též požadovat ustálení na konstantní hodnotě. V těchto případech je nutné použít nějaký ze spojitých regulátorů, velmi často s integrační složkou.



Obrázek 54: Řízení s reléovou zpětnou vazbou

Regulace pracuje dle následujícího předpisu:

$$u = -\text{sgn}(e)$$

$$\text{sgn}(e) = 1 \text{ pro } e > 0 \quad (4.1)$$

$$\text{sgn}(e) = -1 \text{ pro } e < 0$$

$$\text{sgn}(e) \in [-1, 1] \text{ pro } e = 0$$

Klady řízení v klouzavém režimu:

- Snadný návrh regulátoru
- Velice jednoduchá realizace regulátoru
- Robustní řízení (změny parametrů systému)

4.1 Klouzavý režim pro obecné systémy

Nyní otestujme klouzavý režim pro několik obecných systémů, zaměřme se na systém 1. řádu (přenos proudové smyčky či rychlostní smyčku u motoru) a dále na systém 2. řádu.

4.1.1 Systém 1. řádu

Předpokládejme systém v následujícím tvaru:

$$F_S(p) = \frac{K_S}{Tp + 1}$$
$$K_S > 0$$
$$T > 0$$
(4.2)

Stavová reprezentace systému (4.2):

$$[\dot{x}] = \left[-\frac{1}{T} \right] x + \left[\frac{K_S}{T} \right] u$$
$$y = x$$
(4.3)

Jelikož se jedná o systém prvního řádu, který má vždy relativní řád roven jedné, použijeme jako přepínací funkci regulační odchylku e .

Regulační odchylka systému:

$$e = y - w$$
(4.4)

Řízení bude realizováno pomocí relé, s následujícím tvarem řízení:

$$u = -K * \text{sign}(e)$$
$$K > 0$$
(4.5)

Aby existoval klouzavý režim, je nutností, aby derivace Ljapunovy funkce nabývala záporné hodnoty v blízkosti přepínací plochy.

Zvolme následující Ljapunovu funkci a spočtěme její derivaci:

$$V = \frac{1}{2} e^2$$
$$\dot{V} = e\dot{e}$$
(4.6)

Jiným způsobem řečeno, pokud je regulační odchylka kladná, musí být její derivace záporná.

Pro $e > 0$ musí platit:

$$-\frac{1}{T}x + \frac{K_S}{T}u < 0 \quad (4.7)$$

Dosaďme za řízení (4.5):

$$-\frac{1}{T}x - \frac{K_S}{T}K * \text{sign}(e) < 0 \quad (4.8)$$

Pro kladné e je kladné i jeho signum, potom dostaneme:

$$K > -\frac{x}{K_S} \quad (4.9)$$

Obdobně pro $e < 0$:

$$K > \frac{x}{K_S} \quad (4.10)$$

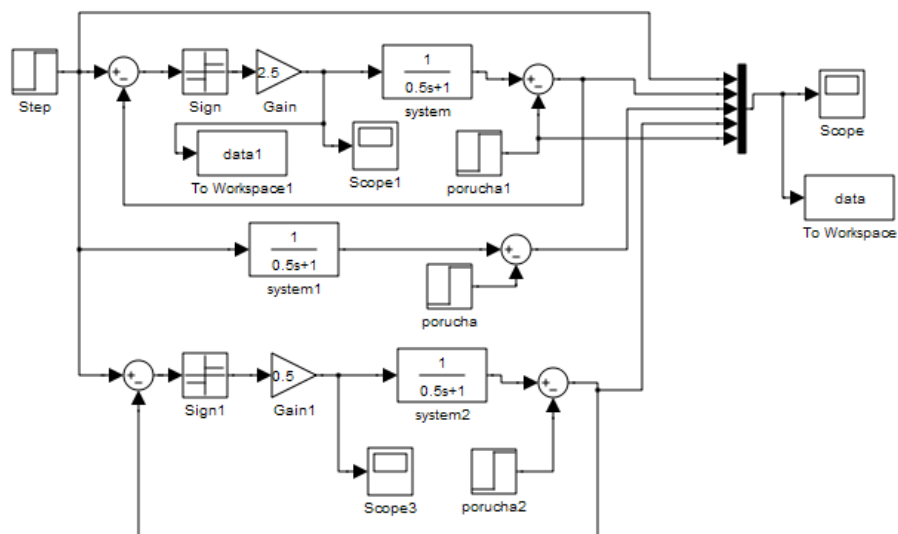
Potom pro nejmenší kladné K musí platit:

$$K > \left| \frac{x}{K_S} \right| \quad (4.11)$$

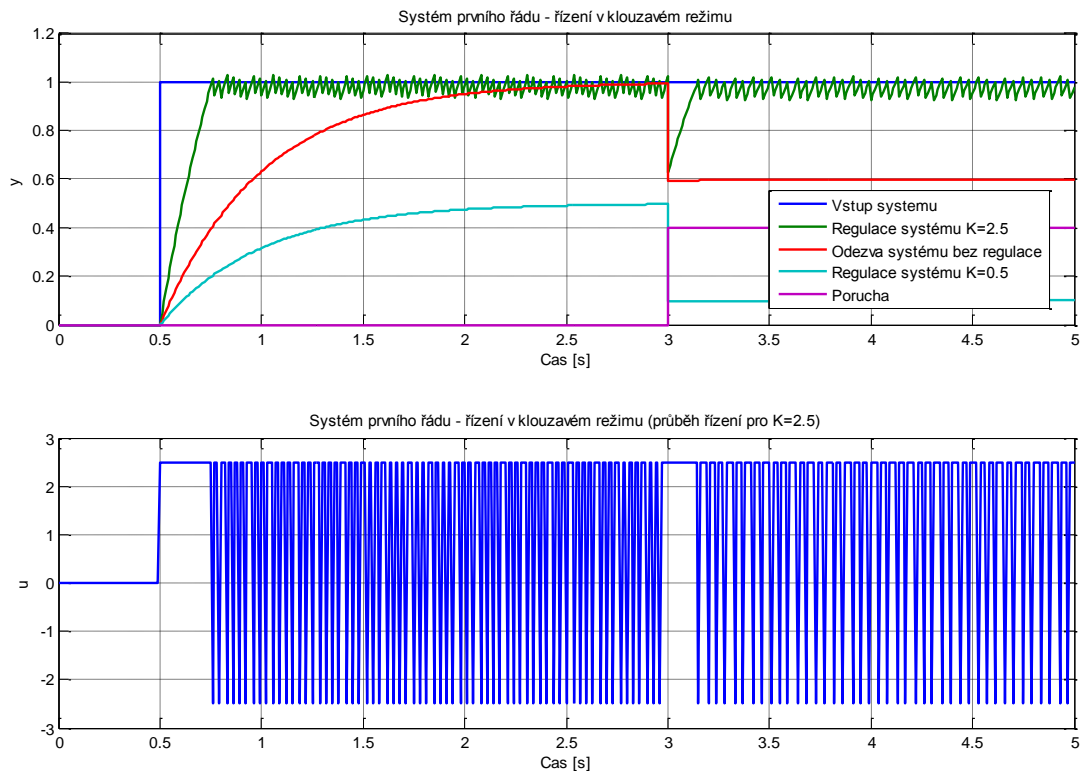
Proveďme simulaci pro následující systém:

$$F_S(p) = \frac{K_S}{Tp + 1} = \frac{1}{0.5p + 1} \quad (4.12)$$

Požadovaná výstupní hodnota bude jednička, zvolme $K=2.5$ pro které je splněna podmínka (4.11) a $K=0.5$, pro které není splněna podmínka (4.11).



Obrázek 55: Řízení v kluzavém režimu pro systém prvního řádu



Obrázek 56: Systém prvního řádu – řízení v klouzávěm režimu

Z předchozího grafu (Obrázek 56) vidíme, že pro špatně zvolené K nenastane klouzávěm režim a tedy regulace nefunguje správným způsobem.

4.1.2 Systém 2. řádu

Předpokládejme systém například v následujícím tvaru:

$$F_S(p) = \frac{b_0}{a_2 p^2 + a_1 p + a_0} \quad (4.13)$$

Stavová reprezentace systému (4.13):

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{a_0}{a_2} & -\frac{a_1}{a_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{b_0}{a_2} \end{bmatrix} u \quad (4.14)$$

$$y = [1 \quad 0] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

Jako přepínací funkci v tomto případě zvolíme:

$$s = \lambda x_1 + x_2 \quad (4.15)$$

Řízení bude realizováno pomocí relé, s následujícím tvarem řízení:

$$u = -K * \text{sign}(s) \quad (4.16)$$

$$K > 0$$

Nyní musíme zjistit přípustnou hodnotu K, opět studiem Ljapunovy funkce.

Pro $s > 0$:

$$\dot{s} < 0$$

$$\dot{s} = \lambda \dot{x}_1 + \dot{x}_2$$

$$\lambda x_2 - \frac{a_0}{a_2} x_1 - \frac{a_1}{a_2} x_2 + \frac{b_0}{a_2} u < 0$$

$$\lambda x_2 - \frac{a_0}{a_2} x_1 - \frac{a_1}{a_2} x_2 - \frac{b_0}{a_2} K * \text{sign}(s) < 0 \quad (4.17)$$

$$\lambda x_2 - \frac{a_0}{a_2} x_1 - \frac{a_1}{a_2} x_2 - \frac{b_0}{a_2} K < 0$$

$$K > \left(\frac{\lambda a_2 - a_1}{b_0} \right) x_2 - \frac{a_0}{b_0} x_1$$

Stejný postup zopakujeme p $s < 0$ a dostaneme výsledný vztah pro hodnotu K:

Pro $s > 0$:

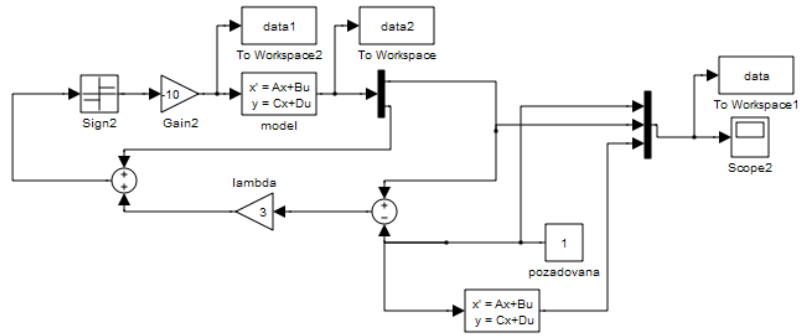
$$K > \left| \left(\frac{\lambda a_2 - a_1}{b_0} \right) x_2 - \frac{a_0}{b_0} x_1 \right| \quad (4.18)$$

Zvolme následující systém:

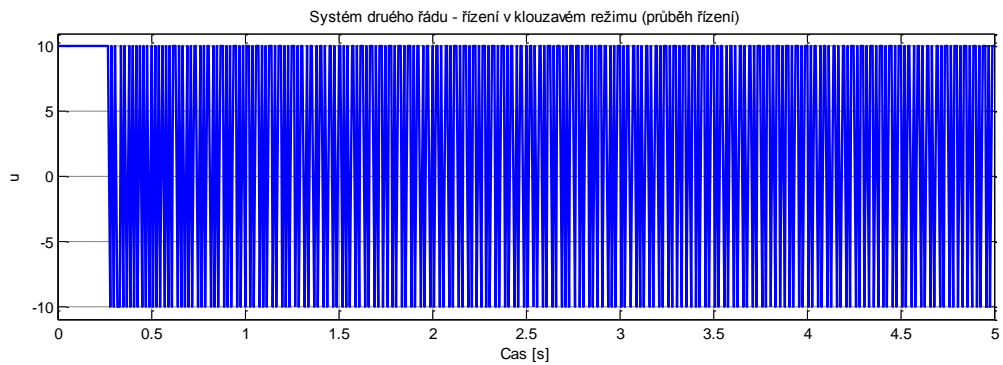
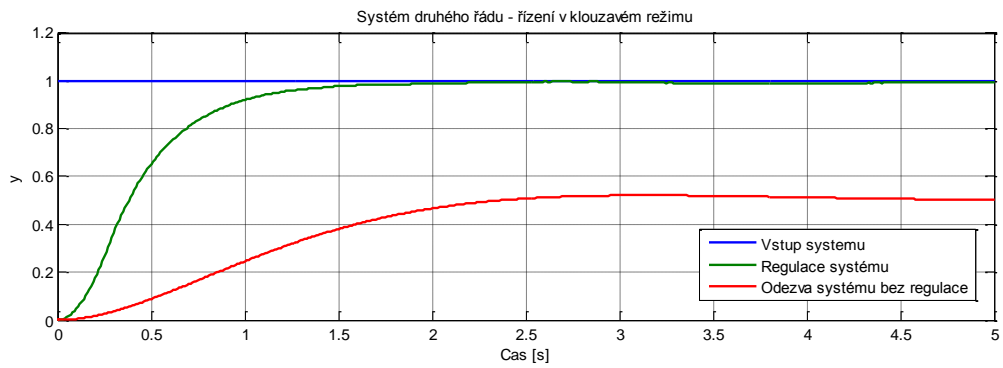
$$b_0, a_2, = 1, a_1, a_2 = 2$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u \quad (4.19)$$

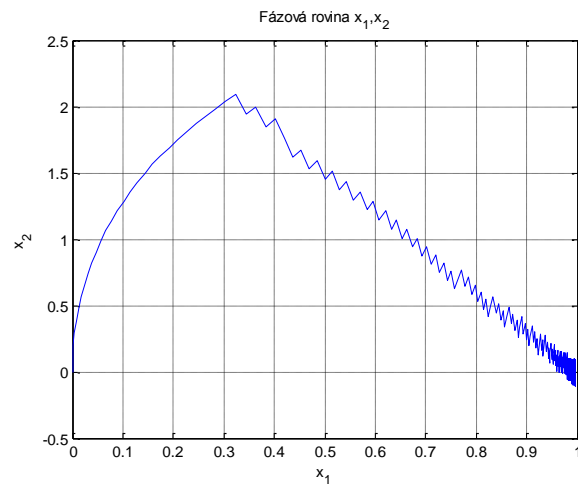
$$y = [1 \quad 0] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$



Obrázek 57: Řízení v klouzávěm režimu pro systém druhého řádu



Obrázek 58: Systém druhého řádu – řízení v klouzávěm režimu



Obrázek 59: Fázová rovina pro systém druhého řádu

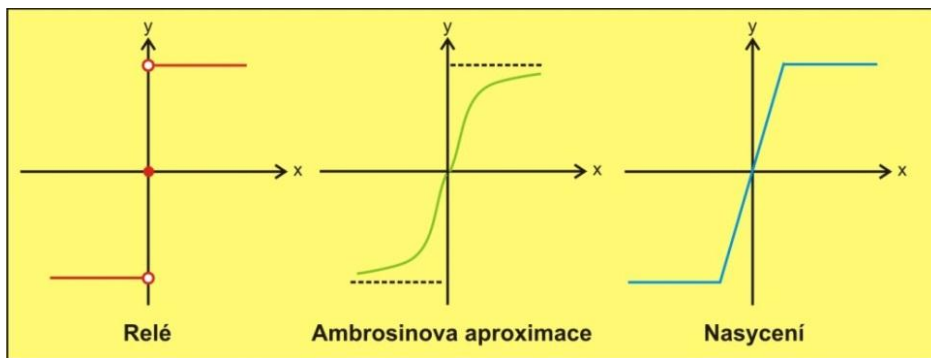
4.2 Nespojitosť regulace

Pro mnoho systémů je teoreticky nekonečně rychlé přepínání vstupu nevhodné či dokonce nemožné, jako řešení se nabízí použití spojitěho regulátoru s klouzavým režimem.

Vezměme spojitě řízení v následujícím tvaru:

$$u = e_{eq} + u_c \quad (4.20)$$

Kde u_{eq} reprezentuje ekvivalentní řízení a u_c nahrazuje funkci signum nějakou spojitou funkcí.



Obrázek 60: Aproximace relé

Ambrosinova aproximace:

$$y = \frac{x}{x + \delta} \quad (4.21)$$

Nasycení:

$$y = cx \quad (4.22)$$

Pro hodnoty $\delta \rightarrow 0$, případně $c \rightarrow \infty$ se blíží reléové charakteristice. Pokud použijeme aproximaci, omezíme tím kmitání akční veličiny. Trajektorie systému se bude pohybovat v oblasti spínacího rozhraní místo, aby se pohybovala přímo po spínací oblasti. S rostoucí strmostí aproximace se zmenšuje šířka oblasti, ve které se pohybuje stav systému. Velká strmost aproximace může vyvolat kmitání, malá strmost způsobuje snížení robustnosti.

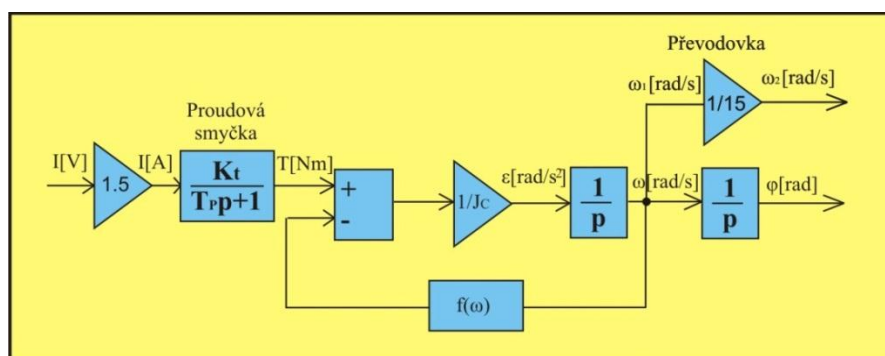
4.3 Aplikace řízení v klouzavém režimu na reálný pohon

(viz [4]) Nyní provedeme návrh řízení v klouzavém režimu pro model laboratorní pohonu, tento model byl sestaven v mé bakalářské práci [4].

Parametry motoru:

- maximální napětí: 24 [V~]
- maximální rychlost: 9350 [rpm]
- účinnost motoru: 82 [%]
- příkon: 60 [W]
- jmenovitý proud: 2,66 [A]
- momentová konstanta 24,3 [mNm/A]
- moment setrvačnosti rotoru: 21,9 [g.cm²]
- provozní teplota: -40...+100 [°C]
- max. teplota vinutí: +155 [°C]
- váha motoru: 275 [g]

Na hřídel motoru je připojena zátěž přes převodovku s převodovým poměrem 15 (převod do pomala), takže otáčky na zátěži budou 15x menší než otáčky na hřídeli motoru. K řízení je použito PLC WinCON, které budeme konfigurovat (programovat) pomocí řídicího programu REX, kde jsou již vytvořena knihovna bloků pro regulaci. Tento model je dále vybaven inkrementálním snímačem rychlosti/polohy. Perioda vzorkování $T_{vz}=0.005s$.



Obrázek 61: Model reálného motoru

Modelu odpovídá následující přenos:

$$F_S(p) = F_I(p) \cdot F_M(p) = \frac{K_t}{T_p p + 1} \cdot \frac{1}{J_c p + B}$$

$$F_S(p) = \frac{0.0243}{0.0001p + 1} \cdot \frac{1}{0.000021232 p + 0.00000545} =$$

$$= \frac{4459}{(0.0001p + 1) \cdot (3.896p + 1)}$$
(4.23)

Z předchozího přenosu (4.23) vidíme, že časová konstanta proudové smyčky je mnohem menší, než časová konstanta mechanické smyčky ($T_P \ll T_M$). Přenos proudové smyčky můžeme nahradit pouze zesílením K_t .

Výsledný přenos laboratorního motoru:

$$F_S(p) = K_t \cdot F_M(p) = K_t \cdot \frac{1}{J_C p + B} = \frac{0.0243}{0.000021232 p + 0.00000545} \quad (4.24)$$

$$F_S(p) = K_t \cdot F_M(p) = K_t \cdot \frac{K_M}{T_M p + 1} = \frac{K}{T_M p + 1} = \frac{4459}{3.896 p + 1}$$

Jelikož požadujeme jako výstup polohu:

$$F_S(p) = K_t \cdot F_M(p) = \frac{K_t}{J_C p + B} \frac{1}{p} = \frac{0.0243}{0.000021232 p^2 + 0.00000545 p} \quad (4.25)$$

Přenosu (4.25) odpovídá následující stavová reprezentace:

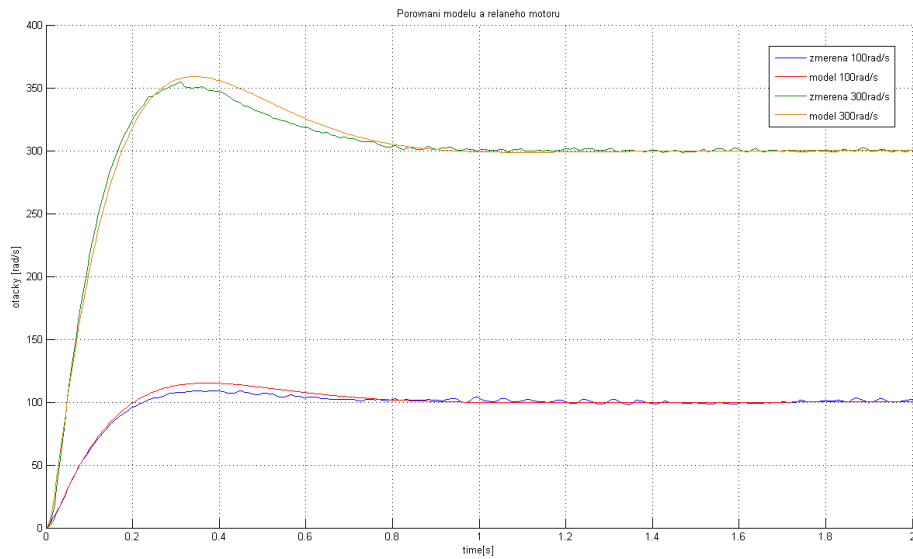
$$\begin{bmatrix} \dot{\varphi} \\ \dot{\omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{B}{J} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi \\ \omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{K_t}{J} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i^* \\ T_l \end{bmatrix} \quad (4.26)$$

$$y = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi \\ \omega \end{bmatrix}$$

Kde T_l je chyba

Pro úplnost doplníme, způsob získání neznámých parametrů. Parametry R , L a K_t byly zjištěny z katalogového listu (uvedeného na konci dokumentu v přílohách). Moment setrvačnosti se sestává z momentu setrvačnosti rotoru a momentu setrvačnosti zátěže přepočteného před převodovku. Moment setrvačnosti rotoru byl opět zjištěn z katalogu a moment setrvačnosti zátěže byl spočten a přepočten před převodovku ($J_C = J_M + J_Z$). Hodnota viskózního tření B , byla zjištěna jako směrnice přímky, ze změřené momentové charakteristiky.

Pokud provedeme srovnání přechodových charakteristik modelu a reálného pohonu, zjistíme, že model je velice přesný. Vzhledem k této skutečnosti můžeme navržené parametry pro regulátory otestovat na modelu a po té je aplikovat na reálný pohon. Je zřejmé, že tyto navržené parametry nemusí být vhodné, jelikož není možné namodelovat všechna omezení, jako například vůle v převodovce, konečnou tuhost hřídele atd.



Obrázek 62: Srovnání přechodových char. modelu a reálného pohonu

4.3.1 Návrh řízení

4.3.1.1 Klasické klouzavé řízení

Jako přepínací funkci zvolíme:

$$s = \lambda x_1 + x_2 = \lambda \varphi + \omega \quad (4.27)$$

Jelikož požadujeme sledování nějaké referenční trajektorie, funkci (4.27) ještě upravíme:

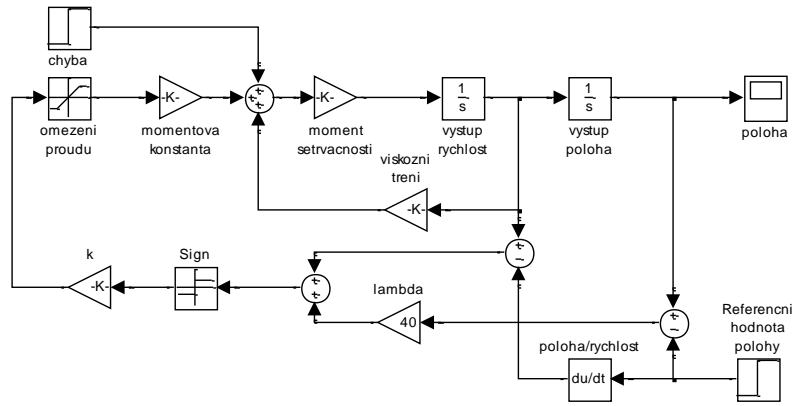
$$s = \lambda(\varphi - \varphi_{ref}) + (\omega - \omega_{ref}) \quad (4.28)$$

Řízení bude předpokládat ve tvaru:

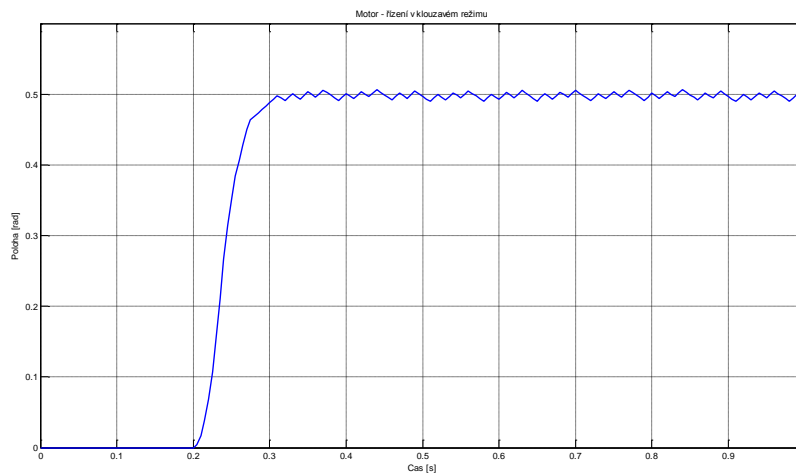
$$u = -k \cdot \text{sgn}(s) \quad (4.29)$$

Kde „k“ musí splňovat podmínku:

$$k > \left| +\frac{\lambda J}{K_t}(\omega - \omega_{ref}) - \frac{B}{K_t}\omega + \frac{T_l}{K_t} - \frac{J}{K_t}\dot{\omega}_{ref} \right| \quad (4.30)$$



Obrázek 63: Simulační schéma řízení v kluzavém režimu



Obrázek 64: Řízení pohonu v kluzavém režimu

4.3.1.2 Spojité řízení (ekvivalentní řízení)

Nyní navrhne řízení, kde nespojitou funkci signum nahradíme spojitým regulátorem s ekvivalentním řízením.

Vezměme spojitě řízení v následujícím tvaru:

$$u = e_{eq} + u_c \quad (4.31)$$

Ekvivalentní řízení spočteme z podmínky $\dot{s} = 0$:

$$s = \lambda(\varphi - \varphi_{ref}) + (\omega - \omega_{ref}) \quad (4.32)$$

$$\dot{s} = \lambda(\dot{\varphi} - \dot{\varphi}_{ref}) + (\dot{\omega} - \dot{\omega}_{ref}) = 0$$

Dosadíme za $\dot{\varphi} = \omega$ a $\dot{\omega} = -\frac{B}{J}\omega + \frac{K_t}{J}u + \frac{T_l}{J}$:

$$\lambda\omega - \lambda\dot{\varphi}_{ref} - \frac{B}{J}\omega + \frac{K_t}{J}u + \frac{T_l}{J} - \dot{\omega}_{ref} = 0 \quad (4.33)$$

Dále dosadíme za $\dot{\varphi}_{ref} = \omega_{ref}$: a vyjádříme u:

$$u_{eq} = -\frac{\lambda J}{K_t}(\omega - \omega_{ref}) + \frac{B}{K_t}\omega - \frac{T_l}{K_t} + \frac{J}{K_t}\dot{\omega}_{ref} \quad (4.34)$$

Řízení u_c předpokládáme ve tvaru:

$$u_c = -k * \text{sat}\left(\frac{S}{a}\right) \quad (4.35)$$

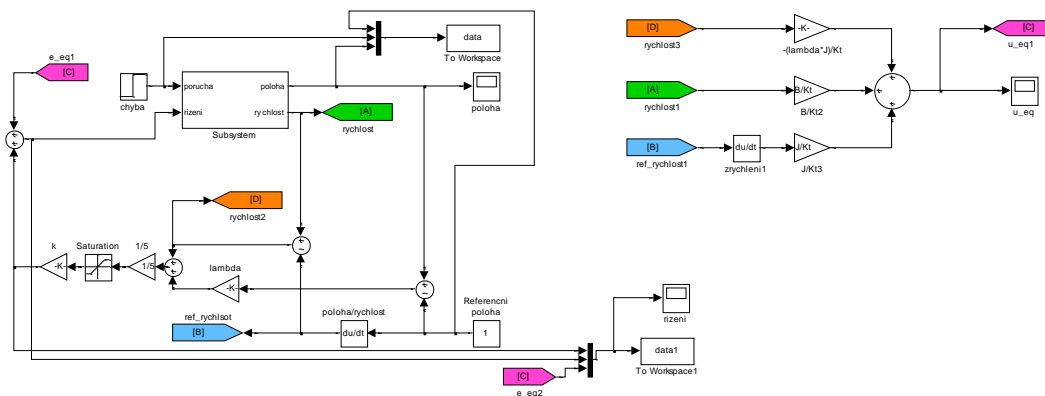
Výsledné řízení:

$$u = \left(-\frac{\lambda J}{K_t}(\omega - \omega_{ref}) + \frac{B}{K_t}\omega - \frac{T_l}{K_t} + \frac{J}{K_t}\dot{\omega}_{ref}\right) + \left(-k * \text{sat}\left(\frac{S}{a}\right)\right) \quad (4.36)$$

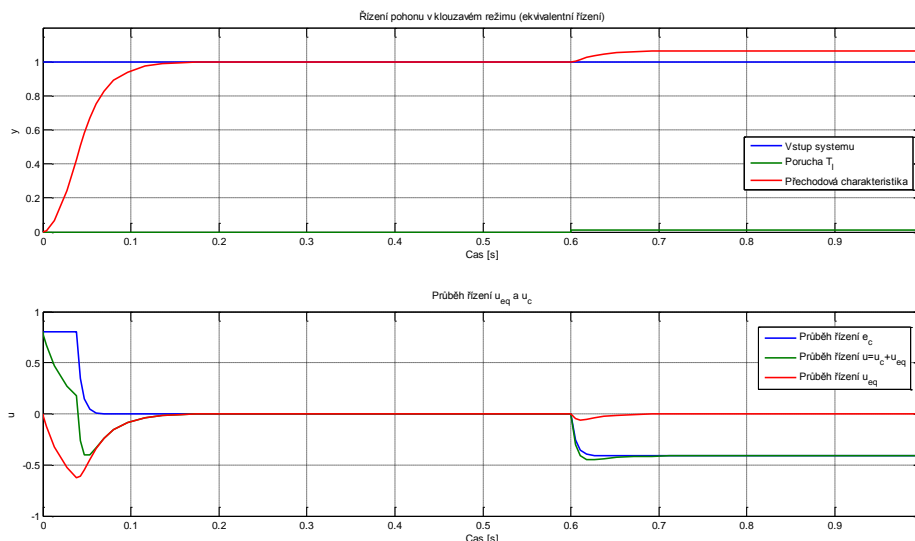
Velmi často neznáme přesnou hodnotu poruchy T_l vstupující do systému. V těchto případech položíme $T_l=0$.

Výsledné řízení bez znalosti poruchy T_l :

$$u = \left(-\frac{\lambda J}{K_t}(\omega - \omega_{ref}) + \frac{B}{K_t}\omega + \frac{J}{K_t}\dot{\omega}_{ref}\right) + \left(-k * \text{sat}\left(\frac{S}{a}\right)\right) \quad (4.37)$$



Obrázek 65: Simulace řízení v kluzavém režimu - spojité řízení



Obrázek 66: Řízení v klouzavém režimu - spojité řízení

Z předchozí přechodové charakteristiky (Obrázek 66) vidíme zásadní omezení spojitého řízení. Pokud neznáme přesně hodnotu poruchy T_1 , což znamená, že tuto poruchu nezahrneme do návrhu řízení, nedovede nám regulátor odregulovat případnou poruchu působící na systém. Systém má tedy v ustáleném stavu nenulovou regulační odchylku, velikost této odchylky je závislá na parametru „ k “, pokud tento parametr zvyšujeme, velikost regulační odchylky klesá. Tento zásadní nedostatek odstraňuje následující řízení a to lineární klouzavé řízení.

4.3.1.3 Lineární klouzavé řízení

Při návrhu lineárního řízení vyjdeme ze spojitého řízení, kde použijeme vypočtené u_{eq} .

Řízení předpokládáme v následujícím tvaru:

$$u = e_{eq} + u_c + u_i \quad (4.38)$$

Řízení u_c zvolme následovně:

$$u_c = -K_P \frac{J}{K_t} s \quad (4.39)$$

Řízení u_c reprezentuje spojitou část řízení.

Řízení u_i zvolme následovně:

$$u_i = -K_I \frac{J}{K_t} \int s \, ds \quad (4.40)$$

Řízení u_i je integrací přepínací plochy, což umožňuje potlačení všech poruch působících na systém.

Dosadíme do řízení (4.38) u_{eq} z (4.34) a u_c, u_i (3.39-40):

$$u = \left(-\frac{\lambda J}{K_t}(\omega - \omega_{ref}) + \frac{B}{K_t}\omega + \frac{J}{K_t}\omega_{ref} \right) + \left(-K_p \frac{J}{K_t} s \right) + \left(-K_I \frac{J}{K_t} \int s ds \right) \quad (4.41)$$

Nyní vyvstává otázka, jakým způsobem volit neznámé parametry K_P a K_I . Vydeme ze vztahu pro přepínací funkci.

Přepínací funkce:

$$\begin{aligned} s &= \lambda(\varphi - \varphi_{ref}) + (\omega - \omega_{ref}) \\ \dot{s} &= \lambda(\dot{\varphi} - \dot{\varphi}_{ref}) + (\dot{\omega} - \dot{\omega}_{ref}) \end{aligned} \quad (4.42)$$

$$\text{platí: } \dot{\omega} = \omega \rightarrow \lambda(\omega - \omega_{ref}) + (\dot{\omega} - \dot{\omega}_{ref}) = \lambda\omega - \lambda\omega_{ref} + \dot{\omega} - \dot{\omega}_{ref}$$

Nyní dosadíme za $\dot{\omega}$ do (4.42):

$$\dot{\omega} = -\frac{B}{J}\omega + \frac{Kt}{J}u + \frac{T_L}{J} \quad (4.43)$$

$$\dot{s} = \lambda\omega - \lambda\omega_{ref} - \frac{B}{J}\omega + \frac{Kt}{J}u + \frac{T_L}{J} - \dot{\omega}_{ref}$$

A dále dosadíme za řízení u z (4.41):

$$u = \left(-\frac{\lambda J}{K_t}(\omega - \omega_{ref}) + \frac{B}{K_t}\omega + \frac{J}{K_t}\omega_{ref} \right) + \left(-K_p \frac{J}{K_t} s \right) + \left(-K_I \frac{J}{K_t} \int s ds \right) \quad (4.44)$$

$$\dot{s} = \lambda\omega - \lambda\omega_{ref} - \frac{B}{J}\omega + \frac{Kt}{J} \left[\left(-\frac{\lambda J}{K_t}(\omega - \omega_{ref}) + \frac{B}{K_t}\omega + \frac{J}{K_t}\omega_{ref} \right) + \left(-K_p \frac{J}{K_t} s \right) + \left(-K_I \frac{J}{K_t} \int s ds \right) \right] + \frac{T_L}{J} - \dot{\omega}_{ref}$$

Upravme (4.44):

$$\dot{s} = -K_p s - K_I \int s + d \quad (4.45)$$

$$\text{kde: } d = \frac{T_L}{J} \text{ což představuje poruchu}$$

$$\ddot{s} = -K_p \dot{s} - K_I + \dot{d}$$

Z (4.45) dostaneme následující přenos:

$$\frac{s(p)}{d(p)} = \frac{p}{p^2 + K_p p + K_I} \quad (4.46)$$

$$S(p) = p^2 + K_p p + K_I$$

Z vypočteného přenosu (4.46) spočteme neznámé parametry K_I a K_P .

Póly systému budeme volit obdobným způsobem jako ve třetí kapitole (3.2.1.2).

Mějme systém druhého řádu:

$$F_P(p) = \frac{\omega_n^2}{p^2 + 2\xi\omega_n p + \omega_n^2} \quad (4.47)$$

Póly systému $F_P(p)$:

$$p_{1pož}, p_{2pož} = \omega_n(-\xi \pm j\sqrt{1-\xi^2})$$

Umístění pólů systému $F_P(p)$ je parametrizováno parametry ξ (relativní činitel tlumení) a ω_n (netlumená frekvence systému). Tyto dva parametry vhodným způsobem popisují uzavřenou smyčku, jelikož přímo ovlivňují tvar přechodného děje při regulaci, kde ξ udává tvar přechodného děje a ω_n udává rychlost přechodného děje.

Určeme charakteristický polynom systému $F_P(p)$:

$$C(p) = p^2 + 2\xi\omega_n p + \omega_n^2 \quad (4.48)$$

Nyní provedeme porovnání polynomů $S(p)$ a $C(p)$, sestavíme diofantickou rovnici ajejmž řešením budou neznámé parametry regulátoru K_I a K_P .

Porovnejme tedy polynomy $S(p)$ a $C(p)$:

$$S(p) = C(p) \quad (4.49)$$

$$p^2 + K_P p + K_I = p^2 + 2\xi\omega_n p + \omega_n^2$$

Dále sestavme diofantickou rovnici:

$$p^2: 1 = 1$$

$$p^1: K_P = 2\xi\omega_n \quad (4.50)$$

$$p^0: K_I = \omega_n^2$$

(viz [9]) Tímto postupem můžeme libovolně přiřadit dva póly uzavřené smyčky samozřejmě při respektování všech omezení, které se vyskytují ve skutečném regulačním obvodu, což velmi často bývá dodatečná dynamika ve smyčce například zpětno-uzavírací filtr typu dolní propust, diskretizace řízení a zvolená perioda vzorkování atd.

Obecně požadujeme:

$$\omega_n \approx \frac{1}{10} \omega_{Nyquist} \quad (4.51)$$

Dosaďme do $\omega_{Nyquist}$:

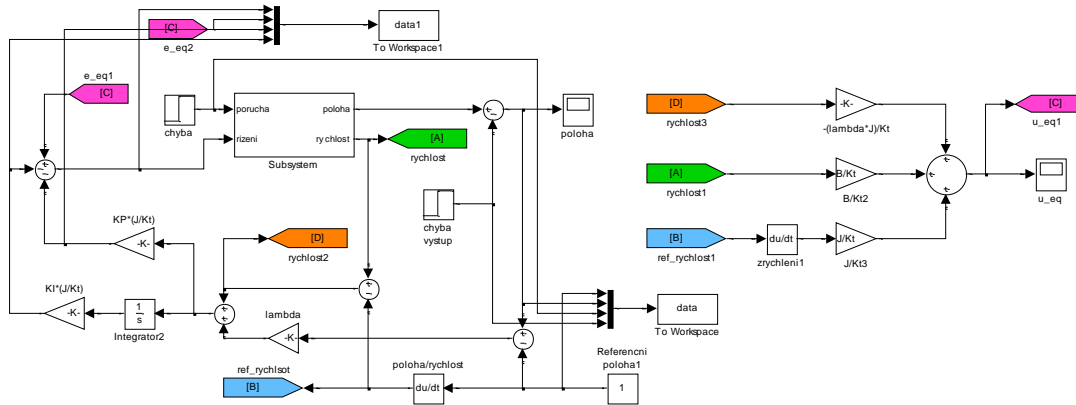
$$\omega_n \approx \frac{1}{10} \left(\frac{1}{2} \frac{2\pi}{T_{vz}} \right) \approx \frac{1}{10} \left(\frac{1}{2} * \frac{2\pi}{0.005} \right) \approx 60 \quad (4.52)$$

Zvolme relativní činitel tlumení $\xi = 0.8$, což jak již bylo dříve řečeno, odpovídá překmitu maximálně 5%.

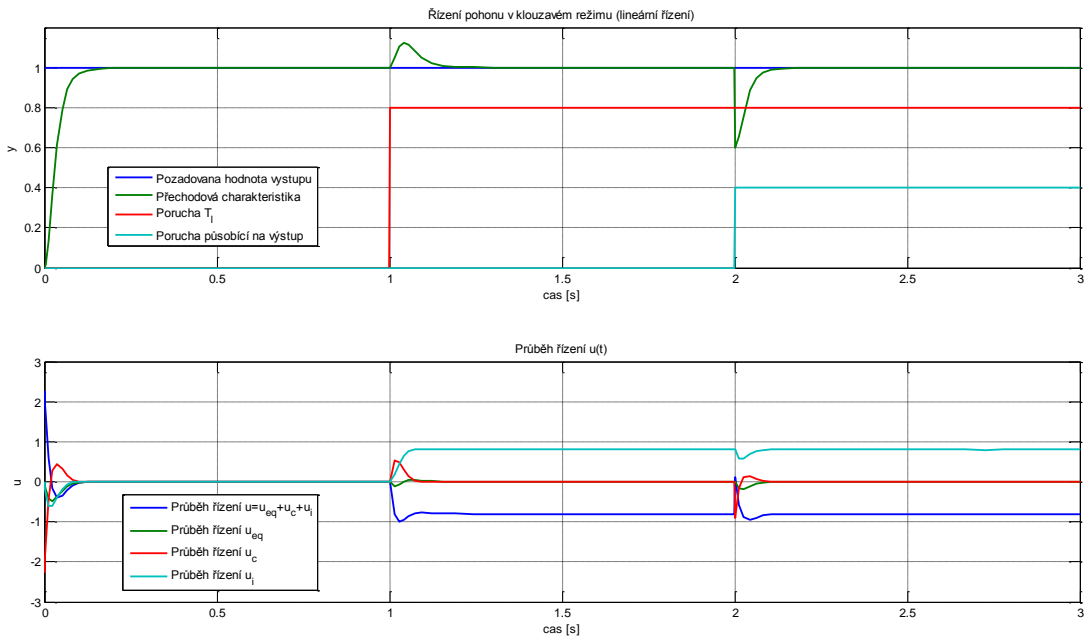
Dosažením do diofantické rovnice získáme:

$$K_P = 2\xi\omega_n = 2 * 0.8 * 60 = 96$$

$$K_I = \omega_n^2 = 60^2 = 3600 \quad (4.53)$$



Obrázek 67: Simulační schéma lineární klouzavé řízení

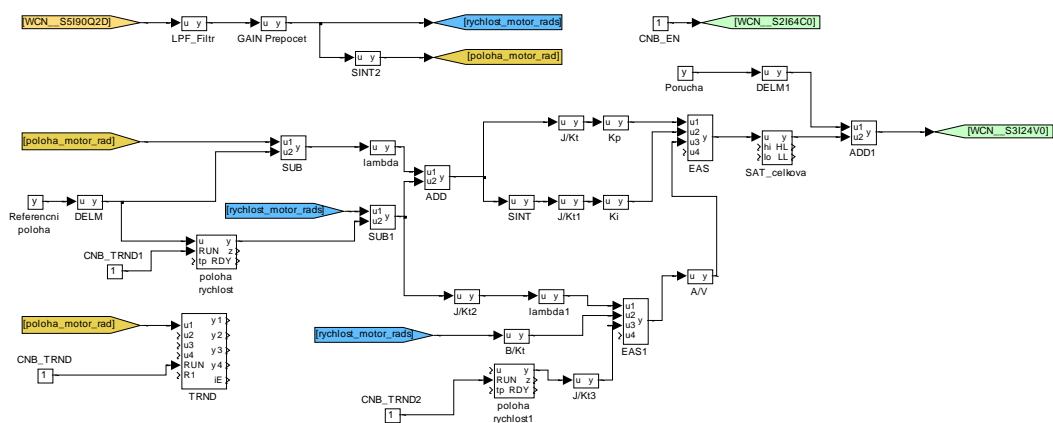


Obrázek 68: Lineární klouzavé řízení

Z výše uvedené přechodové charakteristiky (Obrázek 68) vidíme, že lineární klouzavé řízení odreguluje libovolnou konstantní poruchu působící na systém, pro tento případ platí v ustáleném stavu $e(t) = y(t) - y_{\text{požadovane}} = 0$. Nyní otestujeme lineární klouzavé řízení na reálném laboratorním pohonu.

4.3.2 Testování řízení na reálném pohonu

Jak již bylo řečeno, na reálném pohonu otestujeme lineární klouzavé řízení. Regulační schéma sestavíme v prostředí REX, regulační schéma bude obdobné jako schéma ze Simulinku, pouze model systému nahradíme vstupy a výstupy reálného pohonu.



Obrázek 69: Řídicí systém reálného pohonu v REX - lineární řízení

Parametry otestované na modelu nelze aplikovat na reálný pohon, značné problémy způsobuje vůle v převodovce, vznikají nepříjemné vibrace. Proto bylo nutné parametry modifikovat.

$$K_p = 19.2$$

$$K_I = 144$$

$$\lambda = 6$$

Dosažené výsledky regulace laboratorního pohonu jsou uvedeny v kapitole (Srovnání jednotlivých metod řízení) na straně (90).

5 REGULÁTOR S ESTIMÁTOREM ZÁTĚŽNÉHO MOMENTU

(viz [8]) V praxi se často setkáváme s problematikou, kdy neznáme přesně hodnoty některých veličin, nutných k sestavení kvalitního modelu, který slouží pro návrh parametrů regulátoru. Další problém způsobují poruchy, působící na model.

Mezi neznámé veličiny velmi často patří zejména:

- Přesný moment setrvačnosti zátěže, někdy i rotoru
- Hodnotu viskózního tření

Základní ideou regulace s estimátorem zátěžného momentu je vytvoření tzv. nominálního modelu, kde vystupuje pouze přesně známá hodnota momentu setrvačnosti rotoru, zátěže či kombinace obojího. Ostatní neznámé veličiny a poruchy jsou odhadnuty a vhodným způsobem kompenzovány. Regulaci navrhujeme pro tento nominální model s vykompenzovanými poruchami.

Tuto metodu budeme opět testovat na modelu reálného pohonu, který byl uvedený v kapitole (0). V závěru této kapitoly provedeme též testování na reálném pohonu.

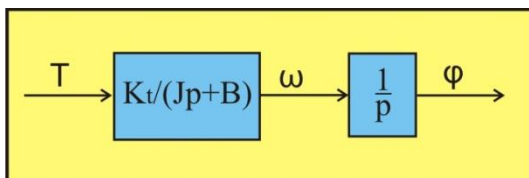
Opět předpokládáme, že proudová smyčka je mnohem rychlejší než mechanická smyčka, tudíž proudovou část zanedbáme. Návrh regulace budeme pro následující model.

Přenos mechanického obvodu (rychlostní smyčky) předpokládáme v následujícím tvaru:

$$F_M(p) = \frac{K_t}{Jp + B} = \frac{0.0243}{0.000021232 p + 0.00000545} \quad (5.1)$$

Pokud budeme brát jako výstup polohu, musíme modifikovat přenos (5.1)

$$F_M(p) = \frac{K_t}{Jp^2 + Bp} = \frac{0.0243}{0.000021232 p^2 + 0.00000545p} \quad (5.2)$$



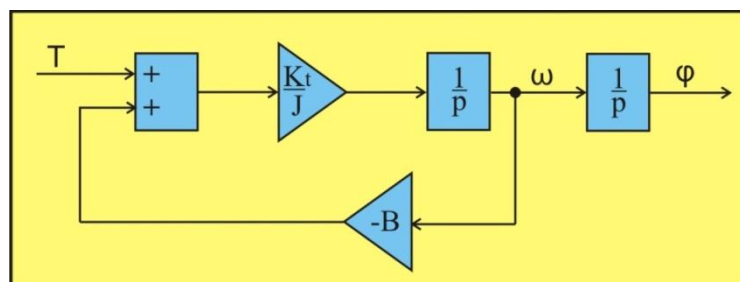
Obrázek 70: Model systému

Přenosu (5.2) odpovídá následující stavový model:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{B}{J} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{K_t}{J} \end{bmatrix} T \quad (5.3)$$

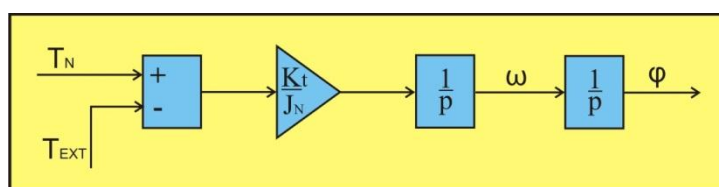
$$y = [1 \quad 0] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

Kde $x_1 = \varphi$ a $x_2 = \omega$



Obrázek 71: Stavový model systému

Modely (Obrázek 70 a Obrázek 71) jsou ekvivalentní. Model (Obrázek 71) modifikujeme, budeme předpokládat, že neznáme hodnotu viskózního tření, což se u praktických úloh často vyskytuje, dále budeme předpokládat, že známe nějakou nominální hodnotu momentu setrvačnosti. Nový model bude vypadat následujícím způsobem.



Obrázek 72: Nominální model systému

D externího momentu T_{EXT} můžeme zavést všechny externí poruchy.

Externí poruchy působící na model:

$$T_{EXT} = T_l - b\omega + T_F + \frac{1}{\Delta J} \varepsilon \quad (5.4)$$

Tato chyba se velmi často popisuje polynomem n-tého řádu, pro nultý řád:

$$\begin{aligned} T_{EXT} &= k_0 \\ \dot{T}_{EXT} &= 0 \end{aligned} \quad (5.5)$$

Nominálnímu modelu odpovídá následující stavový popis:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{K_t}{J_n} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{K_t}{J_n} \\ 0 \end{bmatrix} T_N$$

$$y = [1 \quad 0 \quad 0] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$
(5.6)

Kde $x_1 = \varphi$, $x_2 = \omega$ a $x_3 = T_{\text{EXT}}$

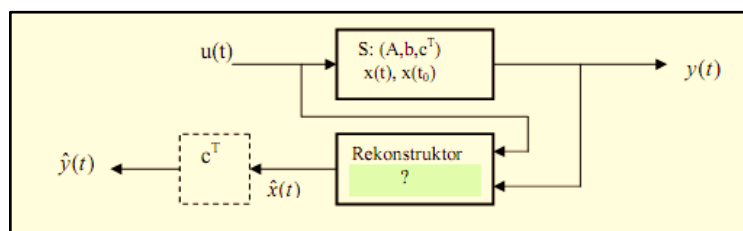
S parametry $K_t=0.0243$ a $J_N=0.000021232$

Nyní se nacházíme v situaci, kdy potřebujeme odhadnout neznámý stav x_3 a dále navrhnout řízení. Pro odhad stavu se převážně používá identický či redukovaný rekonstruktor stavu.

5.1 Rekonstruktor stavu

(viz [6]) Rekonstruktor stavu je dynamický člen, používáme ho zpravidla tam, kde není možné měřit všechny stavové veličiny a je nutnost určit tyto neznámé stavové veličiny na základě znalosti modelu systému a možnosti měření vstupních a výstupních veličin na reálném systému.

Základní struktura rekonstruktoru je uvedena na následujícím obrázku.



Obrázek 73: Struktura rekonstruktoru stavu viz[6]

Mějme systém popsán následovně:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + bu(t) \\ y(t) &= c^T x(t) \end{aligned}$$
(5.7)

Dále mějme rekonstruktor, který je popsán:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}(t) &= (A - kc^T)\hat{x}(t) + bu(t) + ky(t) \\ y(t) &= c^T \hat{x}(t) \end{aligned}$$
(5.8)

Z předchozí struktury (5.8) vyplývá, že rekonstruktor je paralelním modelem systému, který je řízený inovační vazbou. Inovační vazbu získáme z rozdílu měřené hodnoty $y(t)$ a rekonstruovaného výstupu $\hat{y}(t)$, kterou násobíme ziskovou maticí rekonstruktoru k .

Základní požadavek na rekonstruktor je, aby rekonstruovaný stav konvergoval ke skutečnému stavu, což lze matematicky zapsat pomocí chyby rekonstrukce.

Definujme chybu rekonstrukce:

$$\varepsilon(t) = \hat{x}(t) - x(t) \quad (5.9)$$

Kde $\hat{x}(t)$ je odhad stavu a $x(t)$ je skutečný stav

Požadujeme:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} \hat{x}(t) - \lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = 0 \quad (5.10)$$

Pokud zvolíme $\dim \hat{x}(t) = \dim x(t) = n$, potom hovoříme o úplném rekonstruktoru stavu. V případě $\dim \hat{x}(t) < \dim x(t)$, hovoříme o redukovaném rekonstruktoru stavu. Řád rekonstruktoru můžeme snížit o počet lineárně nezávislých výstupů systému.

5.1.1 Návrh úplného rekonstruktoru

Mějme následující stavový popis systému (matice A, B, C):

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{K_t}{J_n} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{K_t}{J_n} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad c^T = [1 \quad 0 \quad 0] \quad (5.11)$$

Určíme matici dynamiky rekonstruktoru z (5.8)

$$A - kc^T = \begin{bmatrix} -k_1 & 1 & 0 \\ -k_2 & 0 & \frac{K_t}{J_n} \\ -k_3 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad k = \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \\ k_3 \end{bmatrix} \quad (5.12)$$

Dále určíme:

$$\det(pI - A + kc^T) = \begin{vmatrix} p + k_1 & -1 & 0 \\ k_2 & p & -\frac{K_t}{J_n} \\ k_3 & 0 & p \end{vmatrix} = p^3 + k_1 p^2 + k_2 p + \frac{k_3 K_t}{J_n} = P(p) \quad (5.13)$$

Nyní musíme vhodným způsobem zvolit póly rekonstruktoru, základním požadavkem je stabilita, tedy všechny póly musí ležet v levé polorovině komplexní roviny. Dále požadujeme, aby rekonstruovaný stav nekmital, budeme tedy volit póly na záporné reálné ose.

Musíme splnit ještě jednu důležitou podmínku a to, abychom měli póly rekonstruktoru ve srovnání více vlevo než póly systému.

Což vyjadřuje následující podmínka:

$$\max Re(p_{1rek.}, p_{2rek.}, p_{3rek.}) R \ll \min Re(p_{1reg-sys.}, p_{2reg-sys.}, p_{3reg-sys.}) \quad (5.14)$$

Zvolme tedy póly rekonstruktoru $c_{1,2,3}$:

$$\begin{aligned} (p - c_1)(p - c_2)(p - c_3) &= \\ = p^3 - (c_1 + c_2 + c_3)p^2 + (c_1c_2 + c_1c_3 + c_2c_3)p - c_1c_2c_3 &= C(p) \end{aligned} \quad (5.15)$$

Dejme do rovnice $C(p)=P(p)$:

$$\begin{aligned} C(p) &= P(p) \\ p^3 - (c_1 + c_2 + c_3)p^2 + (c_1c_2 + c_1c_3 + c_2c_3)p - c_1c_2c_3 &= p^3 + k_1p^2 + k_2p + \frac{k_3K_t}{J_N} \end{aligned} \quad (5.16)$$

Sestavme diofantickou rovnici:

$$\begin{aligned} p^3: 1 &= 1 \\ p^2: \mathbf{k_1} &= -(c_1 + c_2 + c_3) \\ p^1: \mathbf{k_2} &= c_1c_2 + c_1c_3 + c_2c_3 \\ p^0: \frac{k_3K_t}{J_N} &= -c_1c_2c_3 \rightarrow \mathbf{k_3} = \frac{[(-c_1c_2c_3)J_N]}{K_t} \end{aligned} \quad (5.17)$$

Zvolme polohu pólů v -60.

$$\begin{aligned} p^2: \mathbf{k_1} &= -(c_1 + c_2 + c_3) = \mathbf{120} \\ p^1: \mathbf{k_2} &= c_1c_2 + c_1c_3 + c_2c_3 = \mathbf{10800} \\ p^0: \frac{k_3K_t}{J_N} &= -c_1c_2c_3 \rightarrow \mathbf{k_3} = \frac{[(-c_1c_2c_3)J_N]}{K_t} = \mathbf{188.73} \end{aligned} \quad (5.18)$$

Funkci rekonstruktoru ověříme na konci této kapitoly, po té až navrhne řízení.

5.1.2 Redukovaný rekonstruktor stavu

[11] Jelikož z měřeného výstupu systému získáme informaci o stavu systému, není nutností navrhovat úplný rekonstruktor stavu. Řád rekonstruktoru můžeme obecně snížit o počet nezávisle měřených výstupů systému.

Opět mějme následující stavový popis systému (matice A, B, C):

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{K_t}{J_n} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{K_t}{J_n} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad c^T = [1 \quad 0 \quad 0] \quad (5.19)$$

Měřitelná složka vektoru stavu je x_1 .

Mějme měřený vektor:

$$y = [x_1] \quad (5.20)$$

Neměřitelný vektor:

$$n = \begin{bmatrix} x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \quad (5.21)$$

Stavová reprezentace vyjádřená pomocí měřitelného a neměřitelného vektoru:

$$\begin{bmatrix} \dot{y} \\ \dot{n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix} u \quad (5.22)$$

$$A_{11} = 0, A_{12} = [1 \quad 0], A_{21} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, A_{22} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{K_t}{J_n} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, B_1 = 0, B_2 = \begin{bmatrix} \frac{K_t}{J_n} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Rozepsáním do dvou rovnic:

$$\begin{aligned} \dot{y} &= A_{11}y + A_{12}n + B_1u \\ \dot{n} &= A_{21}y + A_{22}n + B_2u \end{aligned} \quad (5.23)$$

Skutečný vektor n neznáme, k dispozici máme jeho odhad:

$$\varepsilon = \dot{y} - A_{11}y - A_{12}\hat{n} - B_1u \quad (5.24)$$

V rovnici (5.23) nahradíme vektor n jeho odhadem:

$$\dot{\hat{n}} = A_{21}y + A_{22}\hat{n} + B_2u + K\varepsilon \quad (5.25)$$

Dosadíme z (5.24) do (5.25):

$$\dot{\hat{n}} = A_{21}y + A_{22}\hat{n} + B_2u + K(\dot{y} - A_{11}y - A_{12}\hat{n} - B_1u) \quad (5.26)$$

Maticе dynamiky rekonstruktoru tedy bude:

$$\tilde{A} = A_{22} - KA_{12} = \begin{bmatrix} -k_1 & \frac{K_t}{J_n} \\ -k_2 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.27)$$

Matici zisků K určíme řešením diofantické rovnice:

$$\det(pI - A) = p^2 + k_1p + k_2 \frac{K_t}{J_n} = (p - c_1)(p - c_2) = p^2 + 2\xi\omega_n p + \omega_n^2 \quad (5.28)$$

$c_{1,2}$ je požadované umístění pólů

Vektor \hat{y} se těžko realizuje, zavedme transformaci:

$$\hat{z} = \hat{n} - Ky \rightarrow \hat{n} = \hat{z} + Ky \quad (5.29)$$

Dosazením do (5.26) vyloučíme \hat{y} :

$$\hat{n} = A_{21}y + A_{22}\hat{n} + B_2u + K(-A_{11}y - A_{12}\hat{n} - B_1u) \quad (5.30)$$

Dosaďme do (5.30) matici A:

$$\begin{bmatrix} \frac{d\hat{z}_2}{dt} \\ \frac{d\hat{z}_3}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{K_t}{J} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x}_2 \\ \hat{x}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{K_t}{J} \\ 0 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \end{bmatrix} \left\{ -[1 \quad 0] \begin{bmatrix} \hat{x}_2 \\ \hat{x}_3 \end{bmatrix} \right\} \quad (5.31)$$

Upravme přenos (5.31):

$$\frac{d\hat{z}_2}{dt} = \frac{K_t}{J} \hat{x}_3 + \frac{K_t}{J} u - k_1 \hat{x}_2 \quad (5.32)$$

$$\frac{d\hat{z}_3}{dt} = -k_2 \hat{x}_2$$

A dosaďme do (5.29):

$$\begin{bmatrix} \hat{x}_2 \\ \hat{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{z}_2 \\ \hat{z}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \end{bmatrix} y \quad (5.33)$$

Abychom dodrželi vzorkovací teorém, požadujeme $\omega_n = 60$ a dále chceme přechodný děj bez překmitu, zvolme relativní činitel tlumení $\xi = 1$.

Nyní ještě spočtème zisky K z (5.28) řešením diofantické rovnice:

$$p^2 + k_1p + k_2 \frac{K_t}{J_n} = p^2 + 120p + 3600 \quad (5.34)$$

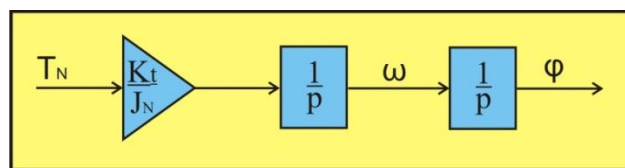
$$\mathbf{k_1 = 120}$$

$$k_2 = 3600 \frac{J_n}{K_t} = 3.1455$$

Funkci rekonstruktoru ověříme na konci této kapitoly, poté až navrhne řízení a provedeme srovnání s úplným rekonstruktorem stavu.

5.2 Návrh řízení

Řízení budeme navrhovat pro následující model (Obrázek 74), kde předpokládáme vykompenzování všech poruch působících na systém, v modelu vystupuje pouze nominální hodnota momentu setrvačnosti.



Obrázek 74: Řízený systém

Systém má dva póly $p_{1,2}=0$.

Nyní následuje volba vhodného regulátoru z elementárních typů (P, PI, PD či PID). Požadujeme ovlivnění polohy obou pólů, stabilitu a nulovou regulační odchylku v ustáleném stavu.

Je zřejmé, že P regulátorem neovlivníme oba póly systému, takže P regulátor není vhodný. Další možností je volba PI, PD či PID regulátoru, jelikož systém sám o sobě obsahuje integrační složku, zvolíme regulátor bez integrační složky, zvolme tedy PD regulátor, kterým můžeme ovlivnit polohu obou pólů systému.

Mějme přenos PD regulátoru:

$$F_R(p) = K_P + K_D p \quad (5.35)$$

A přenos řízeného systému:

$$F_S(p) = \frac{K_t}{J_N p^2} \quad (5.36)$$

Přenos uzavřeného systému s PD regulátorem:

$$F(p) = \frac{F_R(p)F_S(p)}{1+F_R(p)F_S(p)} = \frac{\frac{K_t}{J_N p^2} (K_P + K_D p)}{1 + \frac{K_t}{J_N p^2} (K_P + K_D p)} = \frac{K_t (K_P + K_D p)}{J_N p^2 + K_D p + K_P} \quad (5.37)$$

Určeme charakteristický polynom systému:

$$P(p) = J_N p^2 + K_t K_D p + K_t K_P = p^2 + \frac{K_t K_D}{J_N} p + \frac{K_t K_P}{J_N} \quad (5.38)$$

Póly systému budeme volit stejným způsobem jako ve čtvrté kapitole kapitole (4.3.1.3).

Mějme systém druhého řádu:

$$F_P(p) = \frac{\omega_n^2}{p^2 + 2\xi\omega_n p + \omega_n^2} \quad (5.39)$$

Póly systému $F_P(p)$:

$$p_{1\text{pož},2\text{pož}} = \omega_n(-\xi \pm j\sqrt{1-\xi^2})$$

Určeme charakteristický polynom systému $F_P(p)$:

$$C(p) = p^2 + 2\xi\omega_n p + \omega_n^2 \quad (5.40)$$

Nyní provedeme porovnání polynomů $P(p)$ a $C(p)$, sestavíme diofantickou rovnici a jejímiž řešeními budou neznámé parametry regulátoru K_D a K_P .

Porovnejme tedy polynomy $P(p)$ a $C(p)$:

$$P(p) = C(p) \quad (5.41)$$

$$p^2 + \frac{K_t K_D}{J_N} p + \frac{K_t K_P}{J_N} = p^2 + 2\xi\omega_n p + \omega_n^2$$

Dále sestavme diofantickou rovnici:

$$p^2: 1 = 1$$

$$p^1: \frac{K_t K_D}{J_N} = 2\xi\omega_n \rightarrow K_D = \frac{(2J_N \xi \omega_n)}{K_t} \quad (5.42)$$

$$p^0: \frac{K_t K_P}{J_N} = \omega_n^2 \rightarrow K_P = \frac{(J_N \omega_n^2)}{K_t}$$

Nyní musíme zvolit frekvenci vlastních kmitů ω_n . Požadujeme, aby dynamika rekonstruktoru byla rychlejší než dynamika vlastního systému. Zvolme tedy $\omega_n = 40$.

Dosaďme do (5.42):

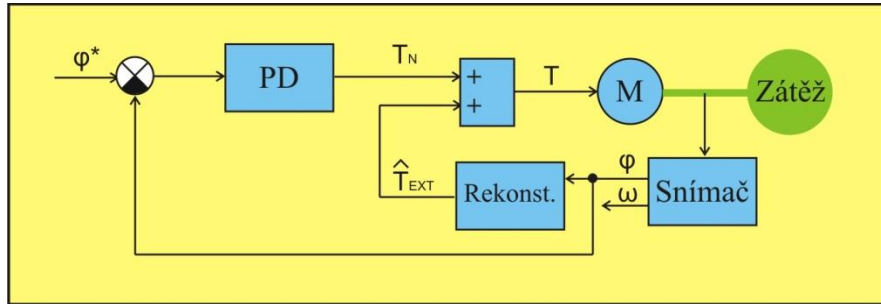
$$K_D = \frac{(2 * 0.000021232 * 0.8 * 40)}{0.00243} = 0.559$$

$$K_P = \frac{(0.000021232 * 40^2)}{0.0243} = 1.398 \quad (5.43)$$

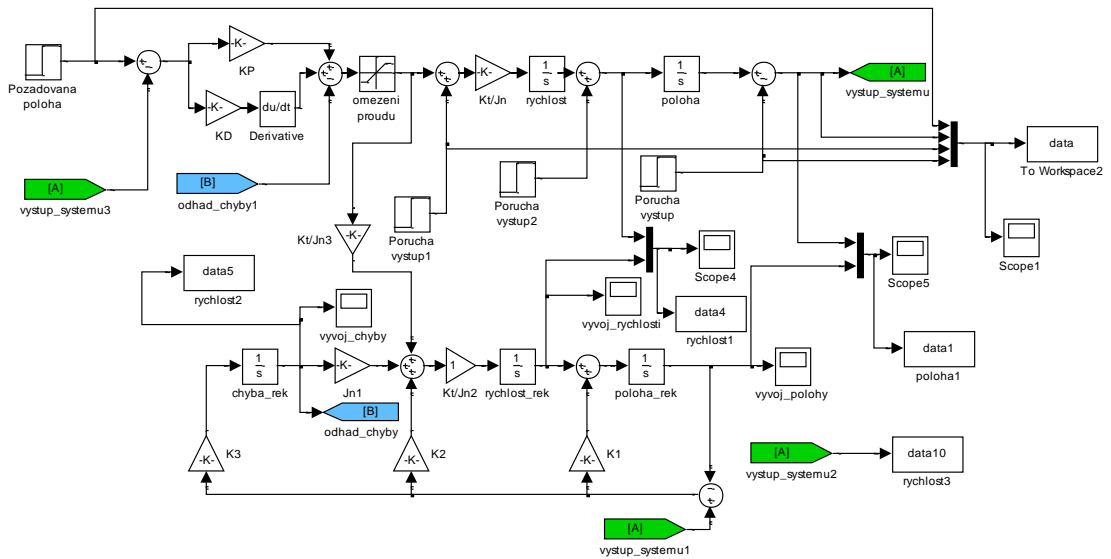
Nyní ještě poznamenejme, tvar výsledného řízení (kompenzační řízení):

$$T = \hat{T}_{EXT} + T_N \quad (5.44)$$

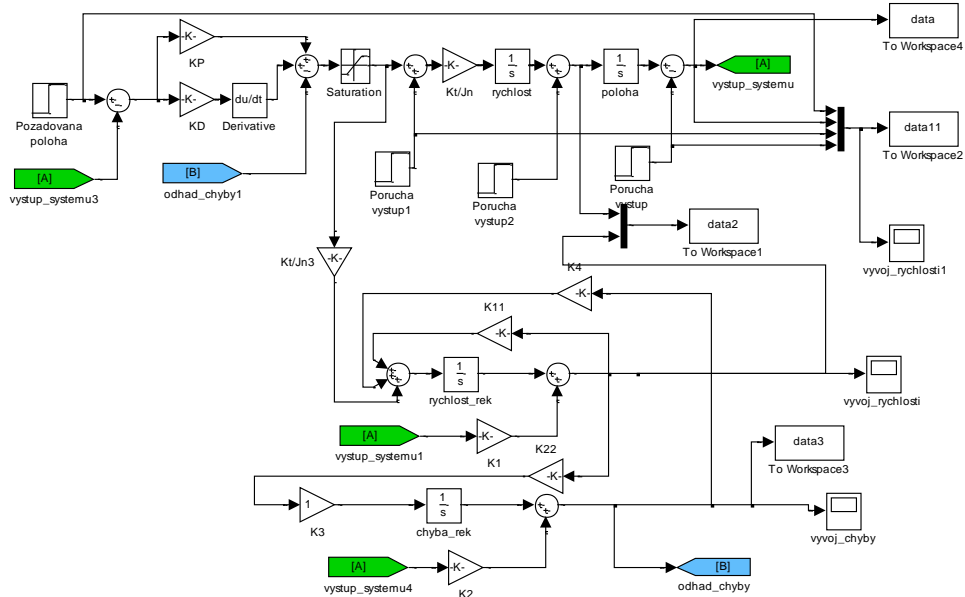
Výsledné regulační schéma se bude tedy skládat z PD regulátoru, rekonstruktoru stavu a motoru, který má na výstupu polohu.



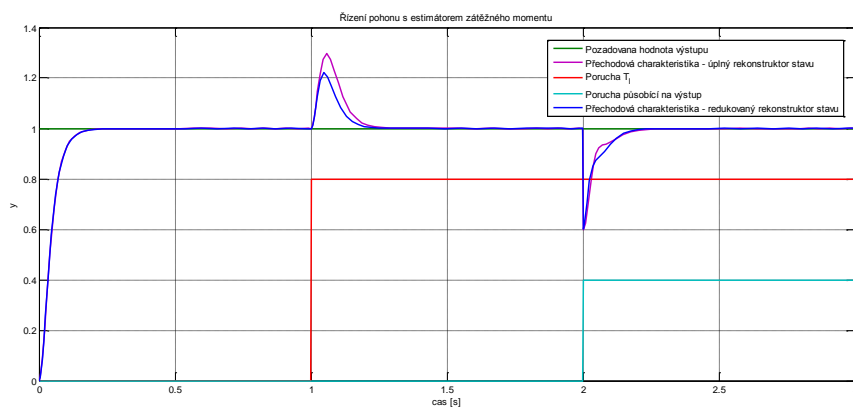
Obrázek 75: Struktura řízení s estimátorem zátěžného momentu



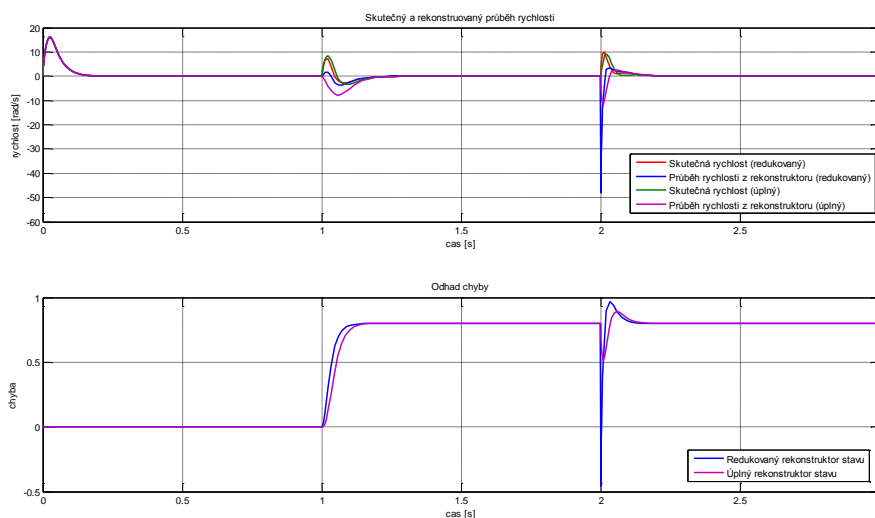
Obrázek 76: Simulace řízení s estimátorem zátěžného momentu (úplný rek. stavu)



Obrázek 77: Simulace řízení s estimátorem zátěžného momentu (redukovaný rek. stavu)



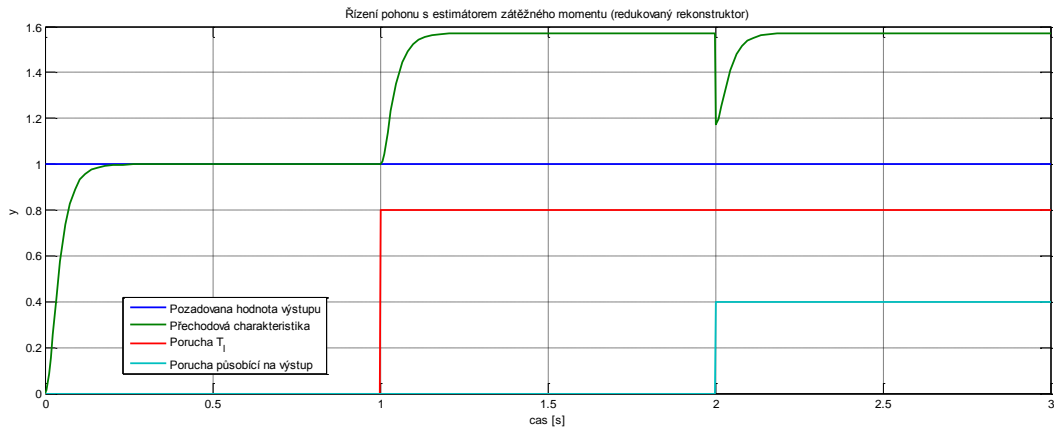
Obrázek 78: Přechodová charakteristika - řízení s estimátorem zátěžného momentu



Obrázek 79: Odhad rychlosti a chyby

Z přechodové charakteristiky (Obrázek 78) pro uzavřený systém je zřejmé, že návrh redukovaného rekonstruktoru stavu má zásadní vliv na rychlost odregulování poruchy, vidíme, že porucha je mnohem více potlačena, než u řízení s úplným rekonstruktorem stavu. Závěr vyplývá i z odhadu vývoje chyby (Obrázek 79), kde je jednoznačně patrné, že odhad chyby nabývá správné hodnoty rychleji při použití redukovaného rekonstruktoru stavu.

Nyní se podívejme na situaci, jak by vypadala odezva systému bez zavedení odhadu externího řízení T_{EXT} .



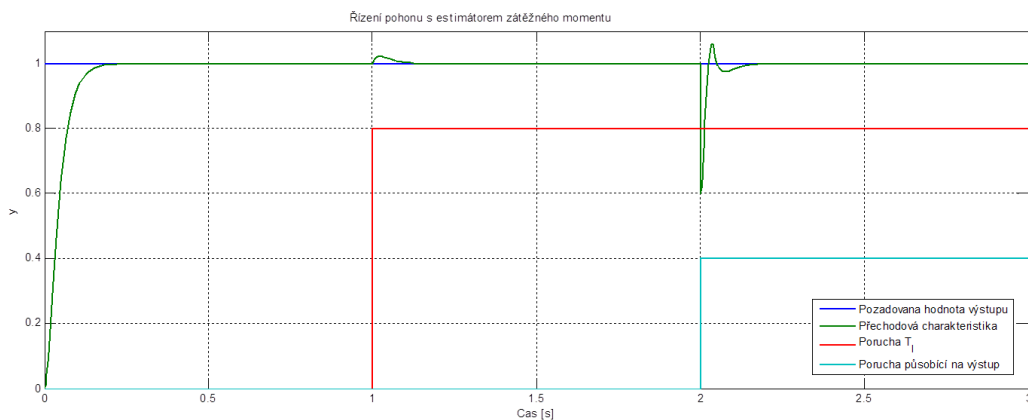
Obrázek 80: Přechodová charakteristika – bez odhadu externí chyby

Pokud nezavedeme do řízeného systému odhad externího řízení, systém nedovede odregulovat poruchy působící na systém a má tedy trvalou regulační odchylku, což je nežádoucím efektem.

Nyní ještě zkusme zrychlit póly redukovaného rekonstruktoru, zvolme $\omega_n = 400$, z (5.34) dostaneme:

$$k_1 = 800$$

$$k_2 = 139.8$$

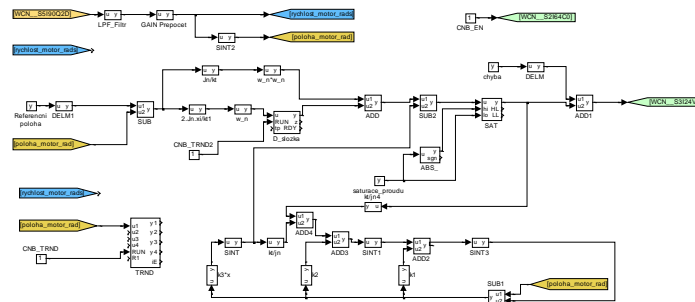


Obrázek 81: Přechodová charakteristika - zrychlený rekonstruktor

Pokud zrychlujeme dynamiku rekonstruktoru stavu, zvyšujeme tím robustnost systému. V tomto případě je dynamika rekonstruktoru stavu 10x rychlejší, než dynamika systému a již v této situaci dosahujeme výborných výsledků. Bohužel takto rychlý rekonstruktor nemůžeme implementovat na laboratorní pohon, jelikož by byl porušen vzorkovací teorém.

5.2.1 Testování řízení na reálném pohonu

Řízení navrhne pro laboratorní pohon uvedený v (0). Regulační schéma opět sestavíme v řídicím systému REX.

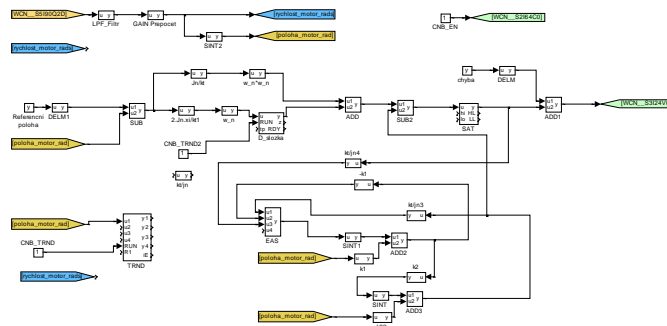


Obrázek 82: Řídicí systém reálného pohonu v REX – úplný rekonstruktor

Parametry otestované na modelu nelze aplikovat na reálný pohon, značné problémy způsobuje vůle v převodovce, vznikají nepříjemné vibrace. Proto bylo nutné parametry modifikovat, parametry pro rekonstruktor stavu byly ponechány stejné jako v případě testování na modelu motoru uvedené výše.

$$K_p = 0.0360$$

$$K_D = 0.088$$



Obrázek 83: Řídicí systém reálného pohonu v REX – redukovaný rekonstruktor

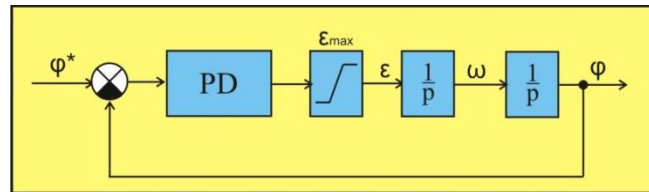
$$K_p = 0.0157$$

$$K_D = 0.007$$

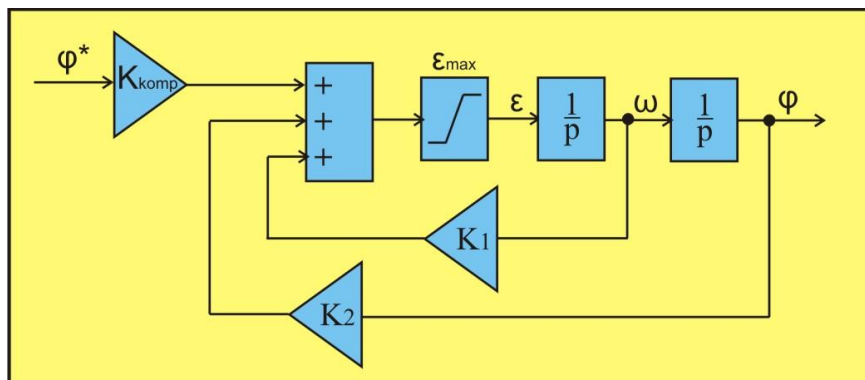
Dosažené výsledky jsou uvedeny v kapitole (Srovnání jednotlivých metod řízení) na straně (90).

5.2.2 Implementace regulátoru

Přímá implementace navrženého PD regulátoru není vhodná, jelikož přímo derivujeme referenční polohu, což často bývají skoky. Vypočtený PD regulátor můžeme přepočítat na ekvivalentní stavový regulátor (pro nominální systém se dvěma integrátory).

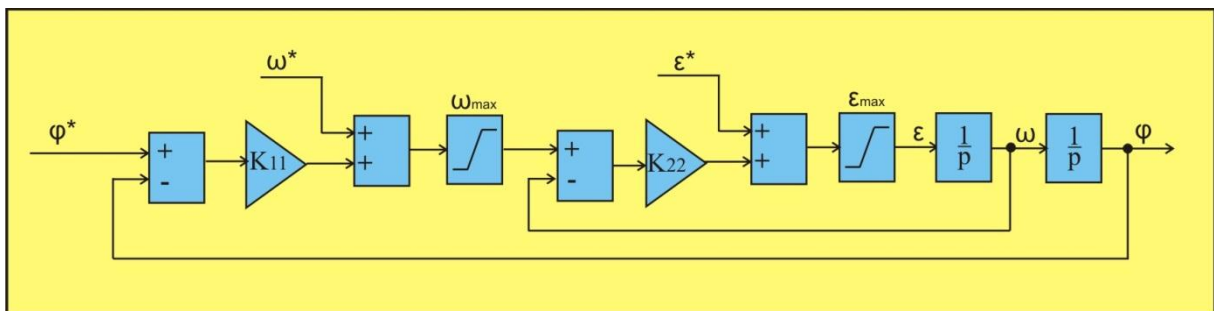


Obrázek 84: Přímá implementace PD regulátoru



Obrázek 85: Ekvivalentní stavový regulátor

Ještě vhodnějším způsobem je přepočítat navržený PD regulátor na ekvivalentní strukturu, kaskádu dvou P regulátorů (Obrázek 86), kde navíc můžeme omezit maximální otáčky.



Obrázek 86: Ekvivalentní struktura - kaskáda dvou P regulátorů

Namísto derivování referenční polohy přivádíme do vnitřní rychlostní smyčky požadovanou rychlost z generátoru a skutečnou z motoru.

V případě, že nemáme žádný generátor trajektorie a pouze měníme skokově hodnotu polohy, pak by referenční hodnota rychlosti byla nulová a celé schéma by bylo podobné tomu, jako kdybychom zavedli derivační složku PD regulátoru jen od výstupu systému.

6 SROVNÁNÍ JEDNOTLIVÝCH METOD ŘÍZENÍ

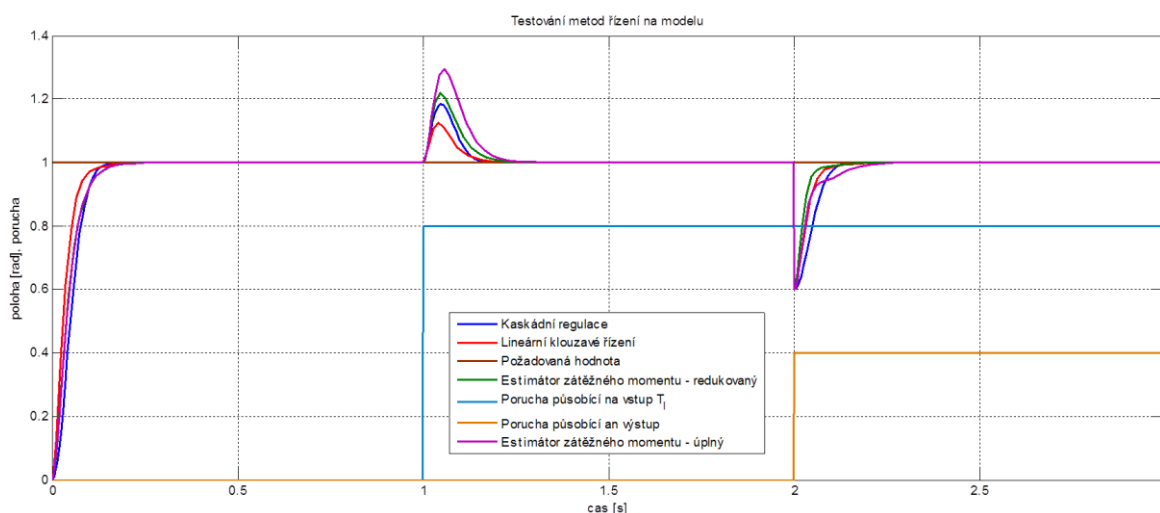
Nyní provedem srovnání jednotlivých metod řízení. Pro úplnost uvedeme parametry kaskádní regulace, která jak již bylo uvedeno byla navržena v [4].

Parametr	KP	KI	b	KP
	Regulace rychlosti			Reg. polohy
Model	0.0837	3.1455	0.3	18.5
Reálný pohon	0.012	0.133	0.2	4

Tabulka 1: Parametry regulátoru pro kaskádní regulaci

6.1 Testování na modelu

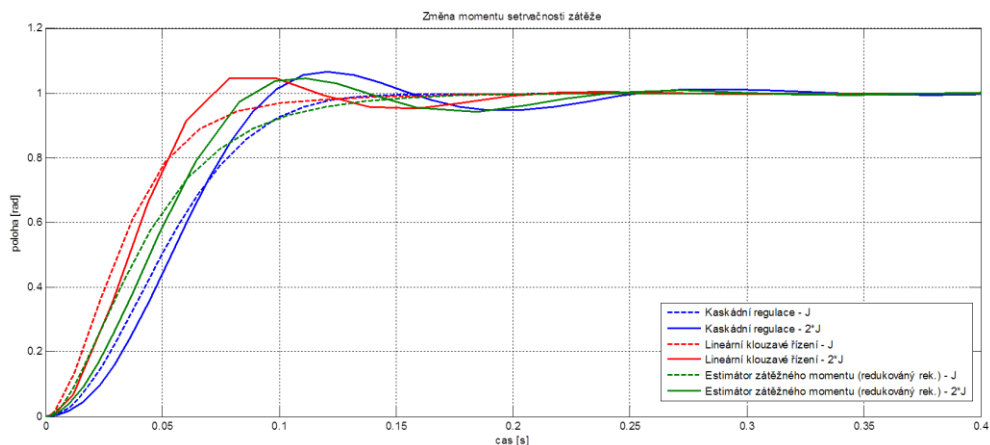
Nyní srovnáme výsledky řízení dosažených v předchozích kapitolách lineární klouzávé řízení, řízení s estimátorem zátěžného momentu a kaskádní regulaci navrženou v [4].



Obrázek 87: Srovnání jednotlivých metod řízení na modelu

Navržené metody dosahují velmi podobné rychlosti přechodného děje. Pokud srovnáme metody z hlediska odregulování poruchy (na vstupu a výstupu systému), naprosto nejlepších výsledků dosáhlo lineární klouzávé řízení, poté kaskádní regulace, estimátor zátěžného momentu s redukováným rekonstruktorem stavu. Nejhoršími výsledky disponuje řízení s estimátorem zátěžného momentu s úplným rekonstruktorem stavu.

Nyní ještě provedme otestování jednotlivých metod na robustnost vůči změně dynamiky pracovního mechanismu připojeného k pohonu. Změňme v modelu moment setrvačnosti zátěže na dvojnásobnou hodnotu. Výsledný moment tedy bude $J = J_{\text{motoru}} + 2 * J_{\text{zátěže}}$.

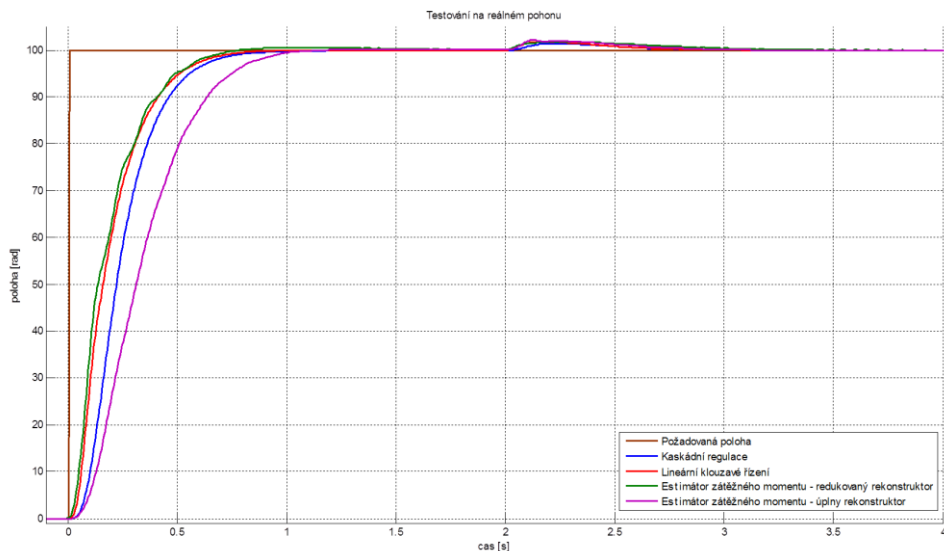


Obrázek 88: Změna momentu setrvačnosti zátěže

Z uvedené přechodové charakteristiky vidíme, opět výborný výsledek lineárního klouzavého řízení, který potlačí nejrychleji poruchu v podobě změny ΔJ . Druhého nejlepšího výsledku dosáhla metoda řízení s estimátorem zátěžného momentu v realizaci s redukováným rekonstruktorem stavu a s nepatrně horším výsledkem na posledním místě skončila kaskádní regulace.

Pro řízení tohoto konkrétního pohonu je nejvhodnější lineární klouzavé řízení.

6.2 Testování na reálném pohonu



Obrázek 89: Srovnání jednotlivých metod řízení reálného pohonu

Poruchu nejlépe potlačí lineární klouzavé řízení a kaskádní regulace se stejným výsledkem, druhého nejlepšího výsledku dosáhla metoda řízení s estimátorem zátěžného momentu s redukováným rekonstruktorem stavu, nejhorších výsledku pro odregulování poruchy dosáhla metoda řízení s estimátorem zátěžného momentu s úplným rekonstruktorem stavu. Opět se potvrzuje, že redukce řádu rekostruktoru výrazně ovlivní dynamiku výsledného systému v kladném smyslu.

Pokud srovnáme metody z hlediska rychlosti přechodného děje, nejlepších výsledků dosáhla metoda lineárního klouzavého řízení a metoda řízení s estimátorem zátěžného momentu s redukováním rekonstruktorem stavu.

Pokud provedeme komplexní srovnání jednotlivých metod, pro daný laboratorní pohon by bylo nevhodnější zvolit metodu lineárního klouzavého řízení.

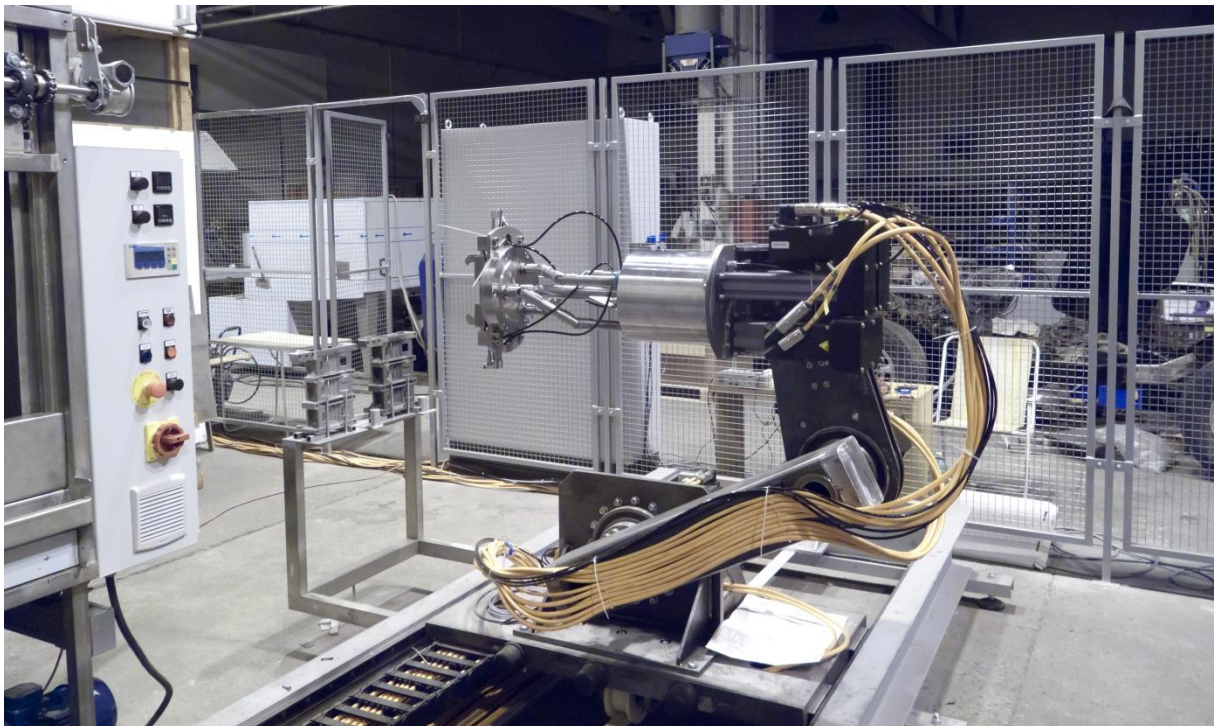
Dosažené výsledky se téměř shodují s dosaženými výsledky na modelu, kde byla shodně zvolena nejvhodnější metoda řízení a to lineární klouzavé řízení.

Závěrem poznamenejme, pokud můžeme udělat u metody řízení s estimátorem zátěžného momentu rekonstruktor stavu s výrazně rychlejší dynamikou než je dynamika samotného systému, dosahuje tato metoda řízení velmi dobrých výsledků, jak již bylo ukázáno v závěru páté kapitoly.

7 ŘÍZENÍ VÍCEOSÉHO ROBOTICKÉHO MANIPULÁTORU

(viz [9]) Metody testované v předchozích kapitolách (Regulátory s klouzavým režimem a Regulátor s estimátorem zátěžného momentu) nyní otestujeme na modelu víceosého robotického manipulátoru.

Testování bude prováděno na modelu univerzálního robotického manipulátoru AGEBOT, který byl vyvinutý v rámci výzkumného projektu MPO. Jedná se o univerzální průmyslový robot se sedmi stupni volnosti pro specifické aplikace s požadavkem na práci v chemicky agresivním prostředí.

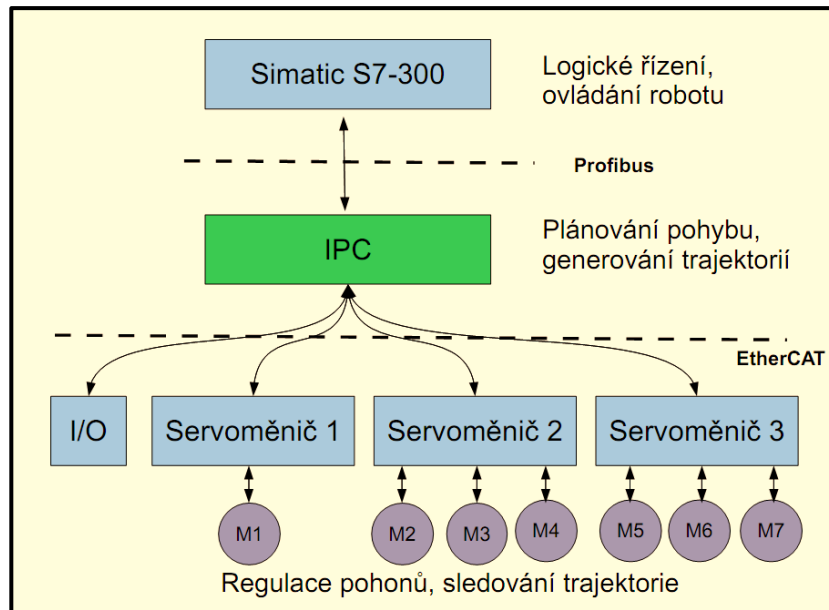


Obrázek 90: Prototypový manipulátor AGEBOT (viz [9])

Řídicí systém byl z důvodu logického členění vykonávaných funkcí a dále optimalizace chodu celého stroje rozdělen do hierarchické struktury se třemi vrstvami.

3 hierarchické vrstvy:

1. vrstva řízení technologie – představuje systém pro řízení technologie a ovládání robotického manipulátoru
2. vrstva generování trajektorie – systém řídí pohyb robotického manipulátoru na základě příkazu obdržaných od nadřazeného systému řízení technologie či lidské obsluhy pracující s operátorským rozhraním
3. vrstva řízení pohybu – zajišťuje vykonávání pohybů pro jednotlivé pohony stroje naplánovaných a vypočtených v interpolátoru



Obrázek 91: Struktura řídicího systému (viz [9])

7.1 Simulační model

Kompletní simulační dynamický model robotického manipulátoru (Obrázek 116) byl vytvořen v prostředí SimMechanics systému Matlab dle virtuálního modelu z CAD systému Inventor vyvinutého konstrukční kanceláří firmy EuroTec. Elementární parametry, které určující dynamiku celé soustavy, jsou: rozměry všech ramen, jejich hmotnosti, polohy těžiště a matice setrvačnosti jednotlivých komponent. Model umožňuje simulovat pohyb robotického manipulátoru ve čtyřech základních režimech.

- Režim inverzní dynamiky
- Režim dopředné dynamiky
- Režim inverzní kinematiky
- Režim dopředné kinematiky

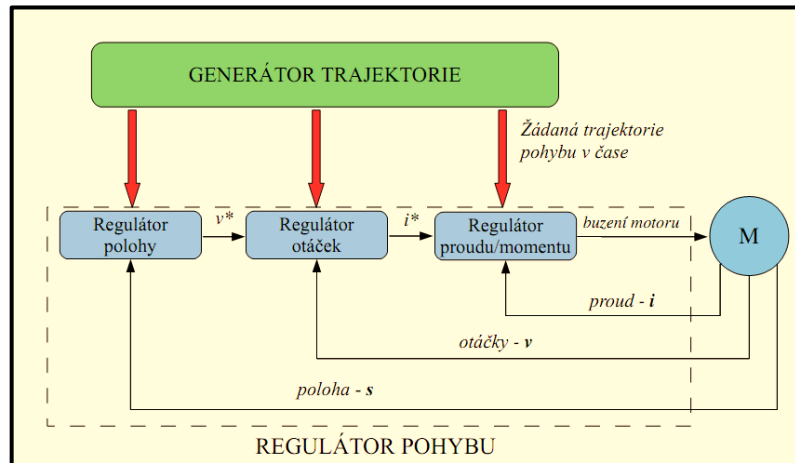
Nebudeme zde uvádět popis jednotlivých režimů, komplexní popise je uveden v [9].

Robot je naprogramován pro následující sekvenci pohybů:

- Uchopení předmětu ze země
- Zvednutí předmětu
- Přejezd po podélné dráze
- Založením do 1.5 m vzdáleného mycího boxu
- A vytažení

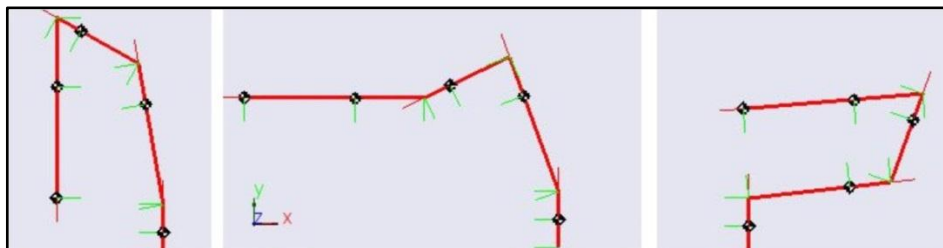
7.2 Návrh řízení

Jak již bylo uvedeno, řízení pohybu je navrženo ve třetí hierarchické vrstvě. Pro řízení jednotlivých servopohonů na reálném robotickém manipulátoru byla zvolena kaskádní struktura řízení se třemi zpětnovazebními smyčkami pro řízení proudu, rychlosti a polohy ve spojení s lineárními regulátory typu PID.



Obrázek 92: Kaskádní struktura pro polohovou regulaci servopohonu (viz [9])

V modelu je řešena pouze sériová část robotického manipulátoru – vozík a ramena 1-3, pro vozík a každé rameno je zvlášť navržena regulační smyčka, budeme tedy navrhovat čtyři regulační smyčky. V modelu nám působí porucha ΔJ , která se mění v závislosti na poloze jednotlivých ramen.



Obrázek 93: Simulace řízení robotického manipulátoru

My nyní otestujeme pro řízení jednotlivých servopohonů lineární klouzávé řízení a řízení s estimátorem zátěžného momentu.

Mějme následující sadu parametrů a omezení:

- J_z ekvivalentní (pro vozík), průměrný (pro rameno) moment setrvačnosti
- kt momentová konstanta motoru
- T_{max1} maximální trvalý moment
- n převodový poměr
- ω_n netlumená frekvence systému
- ξ relativní činitel tlumení
- J Redukovaný moment setrvačnosti ($J=J_z/n^2$)

Parametr	Vozík	Rameno 1	Rameno 2	Rameno 3
Jz	0,848	125	60	26
kt	1	1	1	1
Tmax	30	1700	1000	500
n	10	100	100	100
wn	60	60	60	60
ksi	0,8	0,8	0,8	0,8
J	0,00848	0,0125	0,006	0,0026

Tabulka 2: Parametry a omezení pro návrh řízení

Perioda vzorkování je v tomto případě $T_{vz}=0.001s$. Pokud bychom dosadili do (4.52) dostali bychom $\omega_{n_max} = 300$. Pro konkrétní realizaci řízení robotického manipulátoru byla zvolena nižší hodnota netlumené frekvence systému a to jak již bylo uvedeno $\omega_n = 60$. My tedy provedeme testování pro stejnou hodnotu, aby porovnání bylo korektní.

7.2.1 Lineární klouzavé řízení

Předpokládejme model systému v následujícím tvaru:

$$F_{S_rychlost}(p) = \frac{K_t}{Jp} \quad (7.1)$$

Kde K_t je momentová konstanta motoru a J je průměrná hodnota setrvačnosti zátěže přepočtené před převodovku na stranu motoru.

Jelikož požadujeme jako výstup polohu:

$$F_{S_poloha}(p) = F_{S_rychlost}(p) \frac{1}{p} = \frac{K_t}{Jp^2} \quad (7.2)$$

Přenosu (7.2) odpovídá následující stavová reprezentace:

$$\begin{bmatrix} \dot{\varphi} \\ \dot{\omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi \\ \omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{K_t}{J} \end{bmatrix} u \quad (7.3)$$

$$y = [1 \quad 0] \begin{bmatrix} \varphi \\ \omega \end{bmatrix}$$

Jak již bylo řečeno, návrh řízení provedeme pro jednotlivá ramena a pro vozík, přistupme nyní k návrhu řízení.

Nyní provedme návrh lineárního klouzavého řízení, stejným způsobem jako v kapitole (4.3.1.3).

Jako přepínací funkci zvolíme:

$$s = \lambda(\varphi - \varphi_{ref}) + (\omega - \omega_{ref}) \quad (7.4)$$

Řízení předpokládejme v následujícím tvaru:

$$u = e_{eq} + u_c + u_i \quad (7.5)$$

Řízení u_c zvolme následovně:

$$u_c = -K_P \frac{J}{K_t} s \quad (7.6)$$

Řízení u_i zvolme následovně:

$$u_i = -K_I \frac{J}{K_t} \frac{1}{p} s \quad (7.7)$$

Ekvivalentní řízení spočteme z podmínky $\dot{s} = 0$:

$$s = \lambda(\varphi - \varphi_{ref}) + (\omega - \omega_{ref}) \quad (7.8)$$

$$\dot{s} = \lambda(\dot{\varphi} - \dot{\varphi}_{ref}) + (\dot{\omega} - \dot{\omega}_{ref}) = 0$$

Dosadíme za $\dot{\varphi} = \omega$ a $\dot{\omega} = \frac{K_t}{J} u$:

$$\lambda\omega - \lambda\dot{\varphi}_{ref} - \frac{1}{J}\omega + \frac{K_t}{J}u - \dot{\omega}_{ref} = 0 \quad (7.9)$$

Dále dosadíme za $\dot{\varphi}_{ref} = \dot{\omega}_{ref}$: a vyjádříme u :

$$u_{eq} = -\frac{\lambda J}{K_t}(\omega - \omega_{ref}) + \frac{J}{K_t}\dot{\omega}_{ref} \quad (7.10)$$

Dosadíme do řízení (7.5) u_{eq} z (7.10) a u_c, u_i (7.6-7):

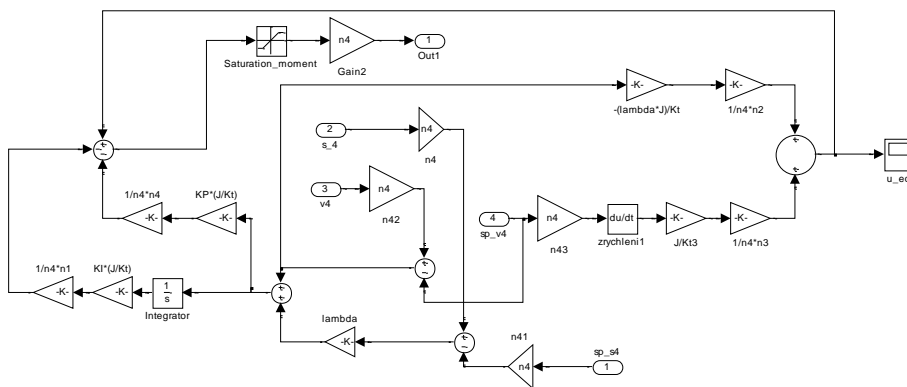
$$u = \left(-\frac{\lambda J}{K_t}(\omega - \omega_{ref}) + \frac{J}{K_t}\dot{\omega}_{ref}\right) - \left(K_P \frac{J}{K_t} s\right) - \left(K_I \frac{J}{K_t} \frac{1}{p} s\right) \quad (7.11)$$

Z rovnice (4.50) spočteme parametry regulátoru:

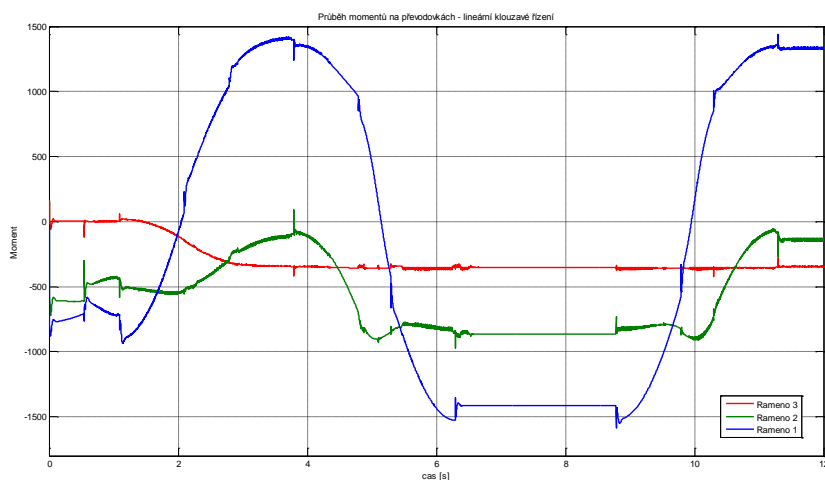
$$K_P = 2\xi\omega_n = 2 * 0.8 * 60 = \mathbf{96} \quad (7.12)$$

$$K_I = \omega_n^2 = 60^2 = \mathbf{3600}$$

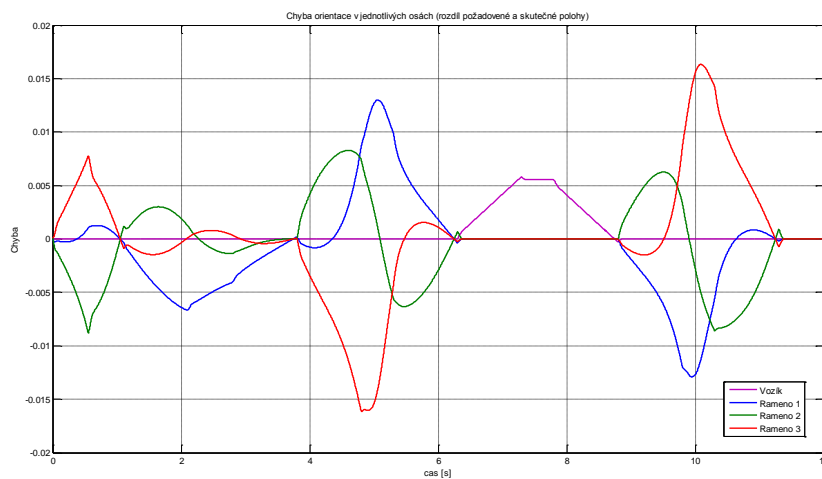
Zákon řízení bude pro všechna ramena a vozík stejný, pouze musíme respektovat rozdílné parametry a omezení. V modelu je měřena rychlost a poloha na zátěži, musíme tedy tyto hodnoty násobit převodovým poměrem, stejně tak i hodnoty referenční trajektorie a referenční rychlosti.



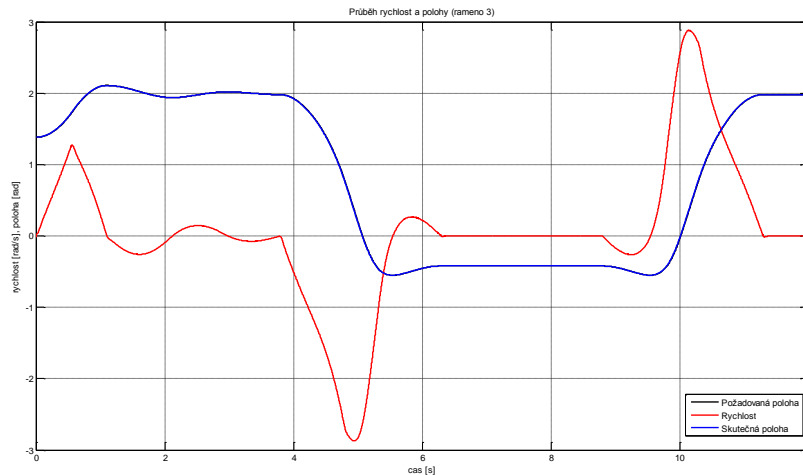
Obrázek 94: Regulace polohy ramene 3 - lineární řízení



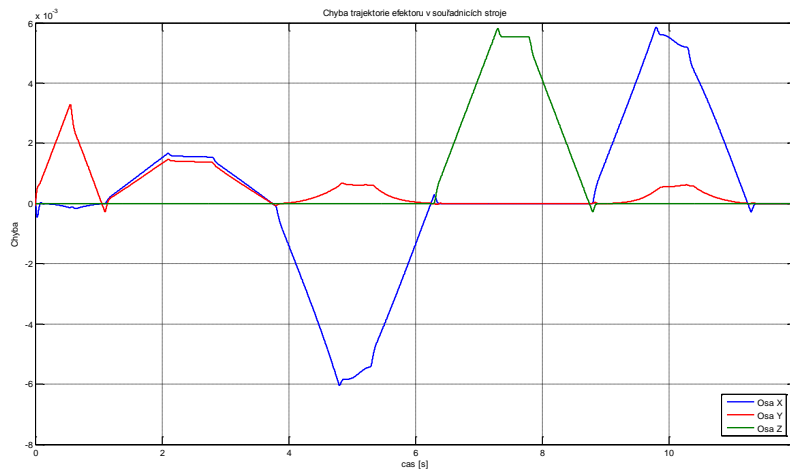
Obrázek 95: Průběh momentů na převodovkách - lineární klouzávé řízení



Obrázek 96: Chyba orientace v jednotlivých osách (rozdíl pož. a skut. polohy)



Obrázek 97: Průběh rychlosti a polohy



Obrázek 98: Chyba trajektorie efektoru v souřadnicích stroje

Zhodnocení dosažených výsledků je uvedeno v závěru kapitoly (7.3).

7.2.2 Řízení s estimátorem zátěžného momentu – úplný rek. stavu

Návrh provedeme stejným způsobem jako v kapitole (5). Na rozdíl od předchozího případu musíme spočítat parametry regulátory i rekonstruktoru pro všechna ramena a vozík zvlášť. Dynamika rekonstruktoru musí být rychlejší než dynamika systému, póly rekonstruktoru zvolme tedy $p_R = -300$ a netlumenou frekvenci systému zvolme $\omega_n = 60$. Čímž bude splněna podmínka uvedená v předchozí větě.

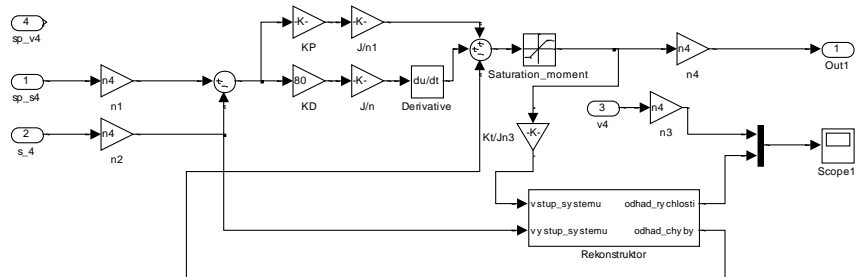
Parametry regulátoru spočteme z rovnice (5.14):

$$K_D = \frac{(2J\xi\omega_n)}{K_t}$$

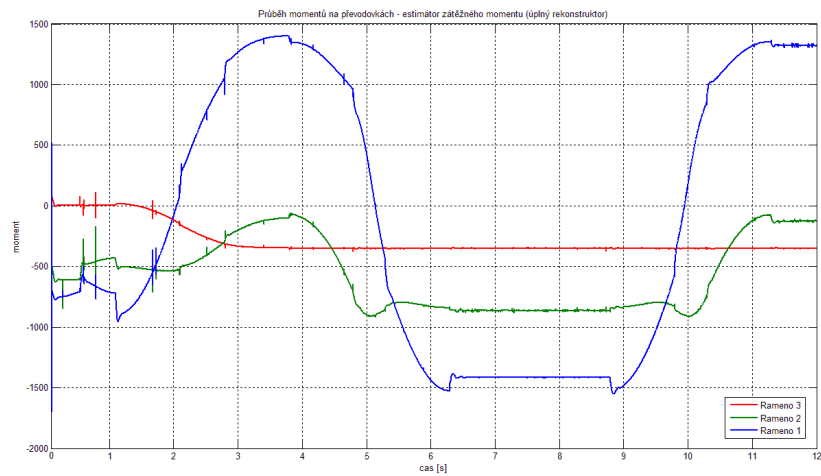
$$K_P = \frac{(J\omega_n^2)}{K_t}$$

Parametr	Vozík	Rameno 1	Rameno 2	Rameno 3
wn	60	60	60	60
KD	0,81	1,20	0,58	0,25
KP	30,53	45,00	21,60	9,36

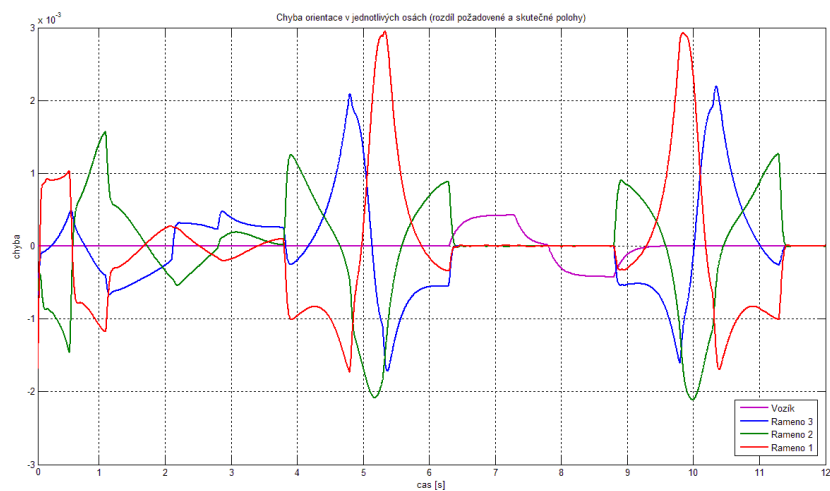
Tabulka 3: Parametry pro regulátory robotického manipulátoru – estimátor



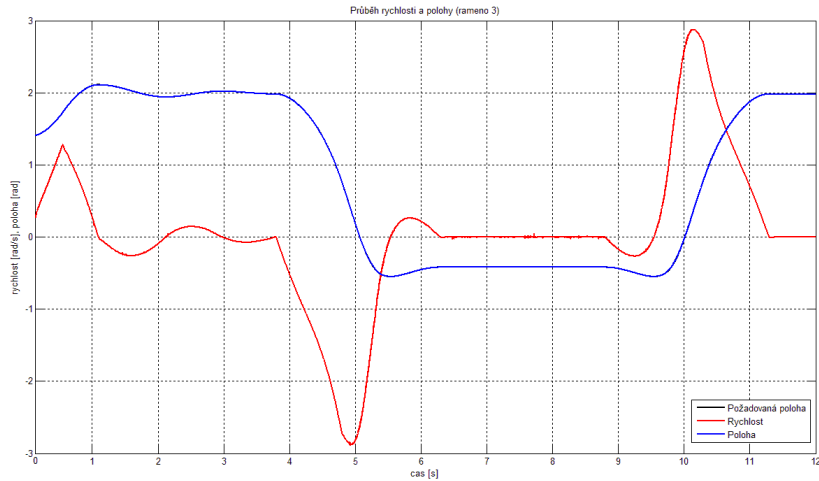
Obrázek 99: Regulace polohy ramene 3 - estimátor zátěžného momentu



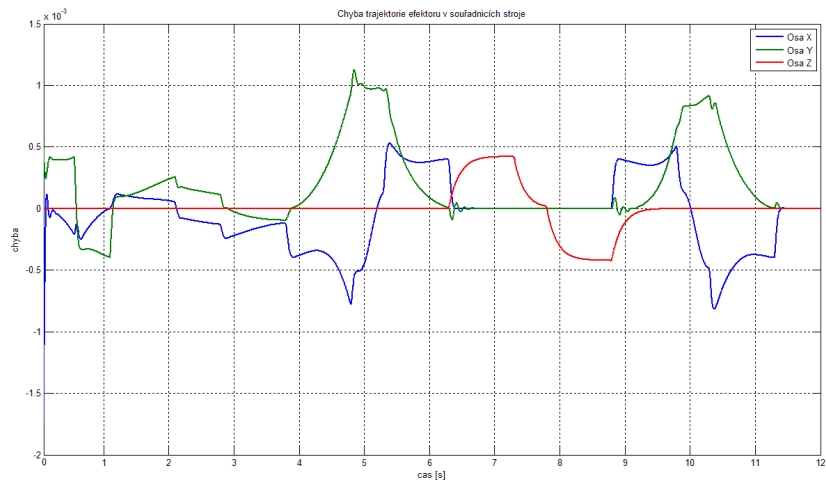
Obrázek 100: Průběh momentů na převodovkách - estimátor



Obrázek 101: Chyba orientace v jednotlivých osách (rozdíl pož. a skut. polohy)



Obrázek 102: Průběh rychlosti a polohy (rameno 3)



Obrázek 103: Chyba trajektorie efektoru v souřadnicích stroje

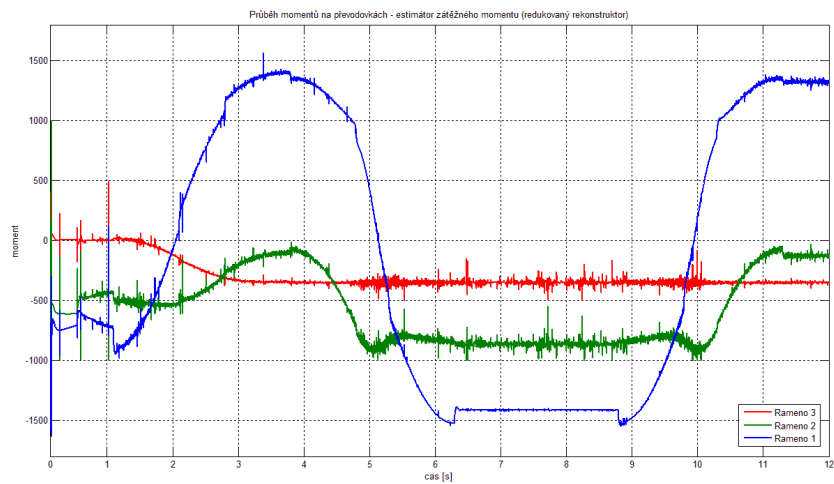
7.2.3 Řízení s estimátorem zátěžného momentu – redukováný rek. stavu

Ponechme stejné parametry regulátoru jako pro úplný rekonstruktor stavu a stejné schéma řízení, pouze nahradíme úplný rekonstruktor redukováným rekonstruktor stavu.

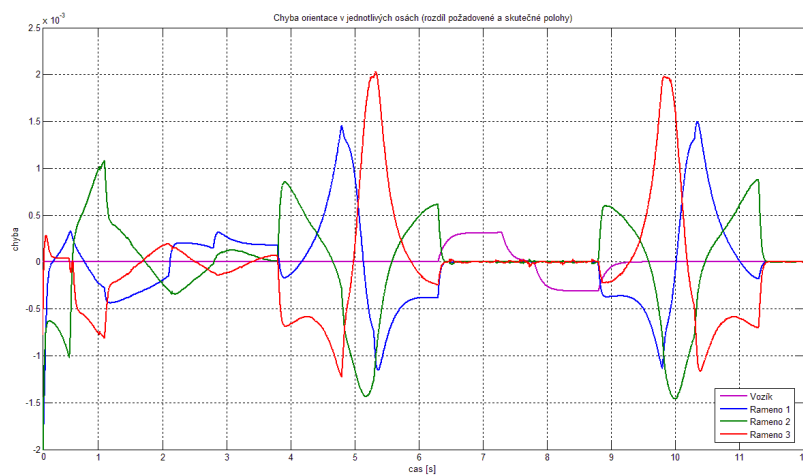
Abychom dodrželi vzorkovací teorém, požadujeme $\omega_{n_rekonstruktoru} = 300$ a dále chceme přechodný děj bez překmitu, zvolme relativní činitel tlumení $\xi = 1$.

Nyní ještě spočítáme zisky K z (5.28) řešením diofantické rovnice:

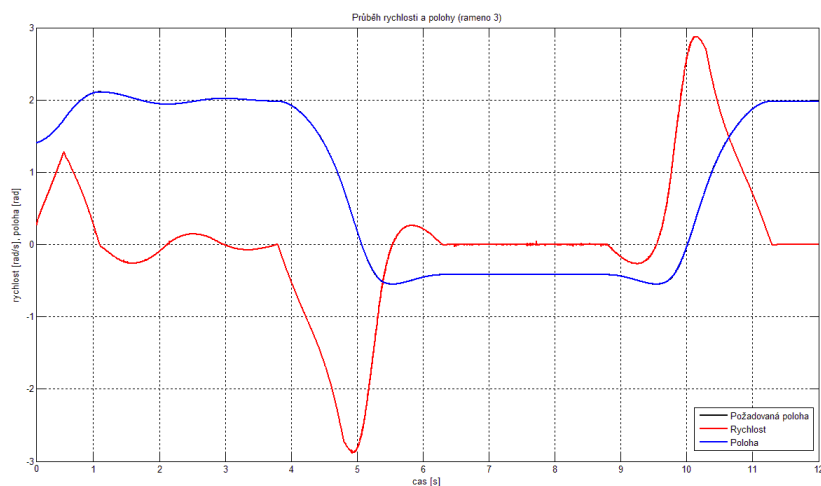
$$p^2 + k_1 p + k_2 \frac{K_t}{J_n} = p_2 + 300p + 90000 \quad (7.13)$$



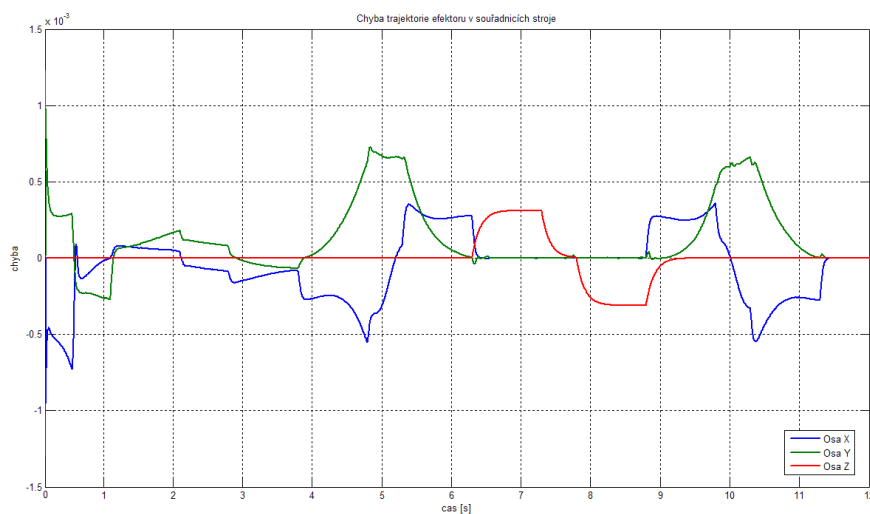
Obrázek 104: Průběh momentů na převodkách - estimátor



Obrázek 105: Chyba orientace v jednotlivých osách (rozdíl pož. a skut. polohy)



Obrázek 106: Průběh rychlosti a polohy (rameno 3)



Obrázek 107: Chyba trajektorie efektoru v souřadnicích stroje

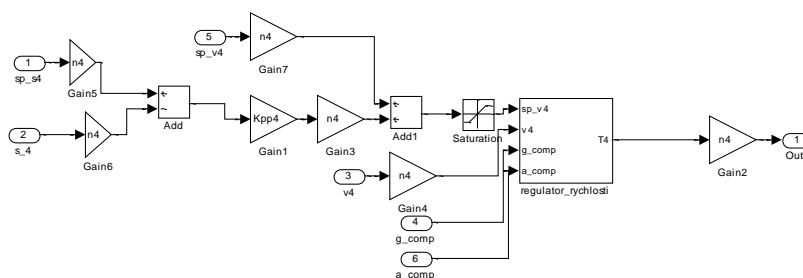
Zhodnocení dosažených výsledků je uvedeno v závěru kapitoly (7.3).

7.2.4 Kaskádní regulace

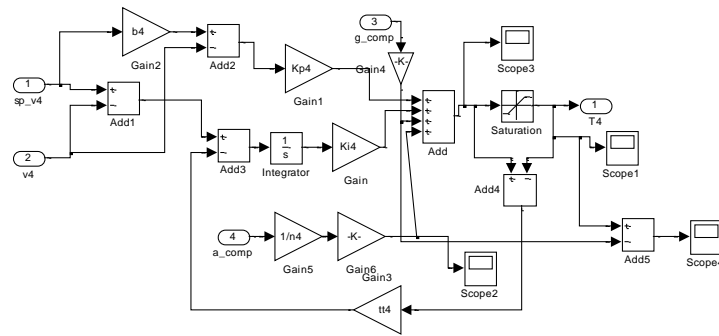
Návrh kaskádní regulace nebudeme popisovat, bylo již navrženo v [9], kde je tento návrh podrobně popsán.

Parametr	Vozík	Rameno 1	Rameno 2	Rameno 3
KP (rychlost)	0,407	0,600	0,288	0,125
KI (rychlost)	7,632	11,250	5,400	2,340
b (rychlost)	0,500	0,500	0,500	0,500
KP (poloha)	9,000	0,090	0,090	0,090

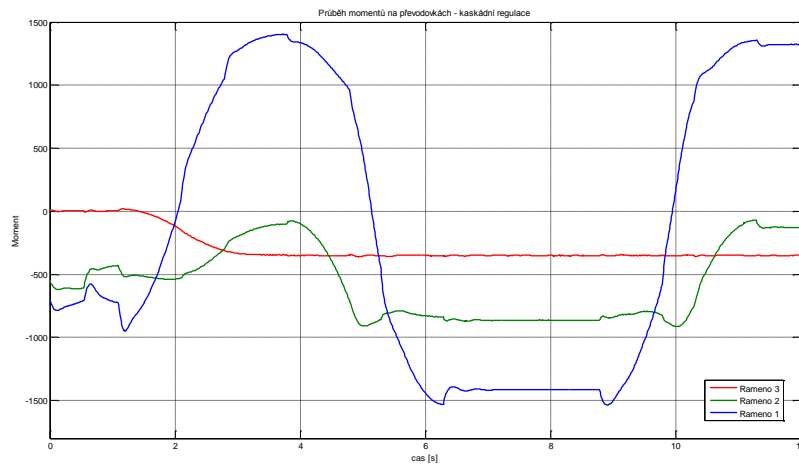
Tabulka 4: Parametry pro regulátory robotického manipulátoru – kaskáda



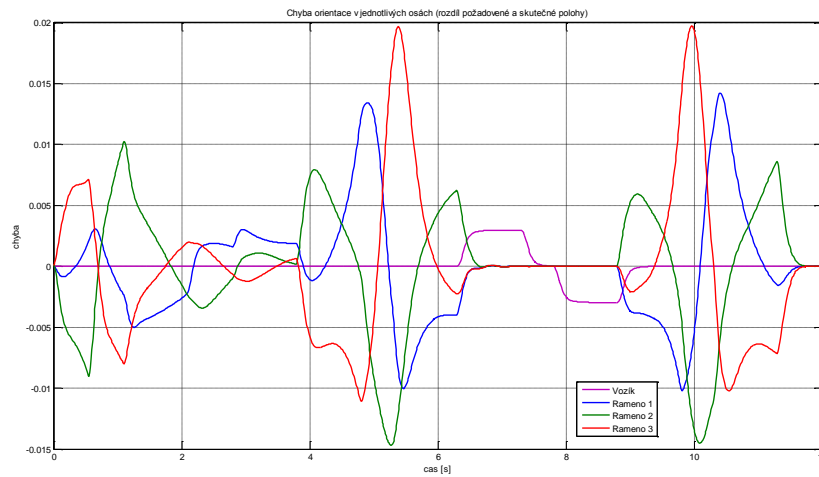
Obrázek 108: Kaskádní regulace polohy



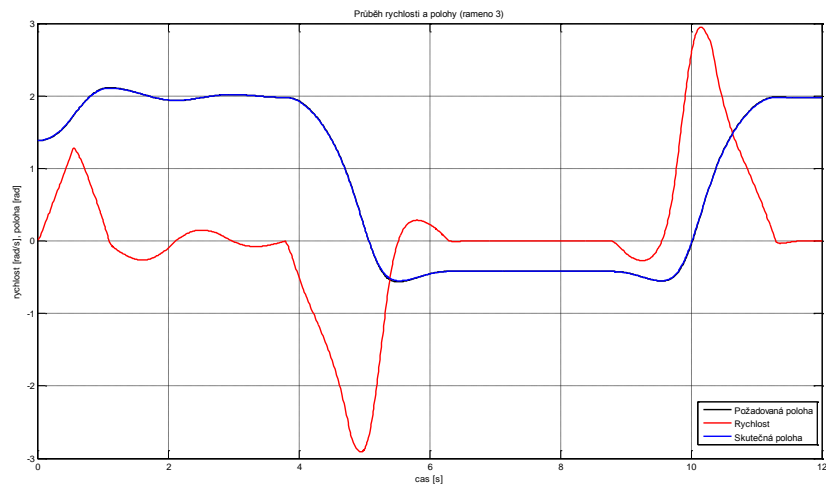
Obrázek 109: Detailní zapojení regulátoru rychlosti



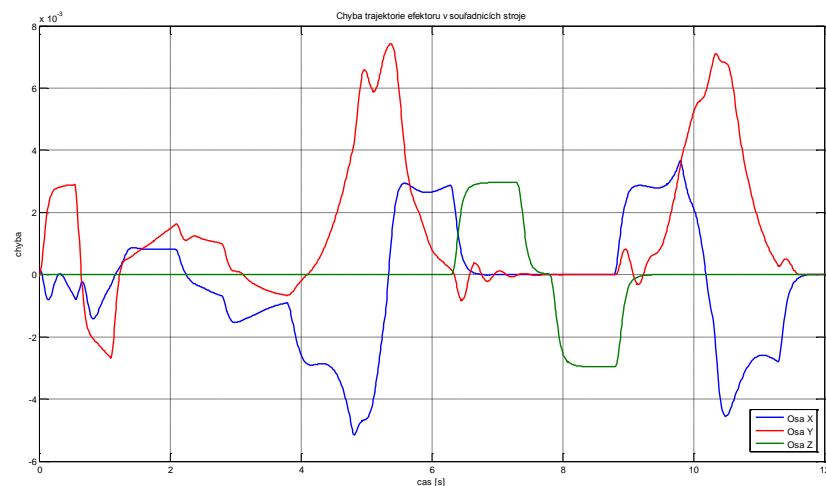
Obrázek 110: Průběh momentů na převodovkách - kaskádní regulace



Obrázek 111: Chyba orientace v jednotlivých osách (rozdíl pož. a skut. polohy)



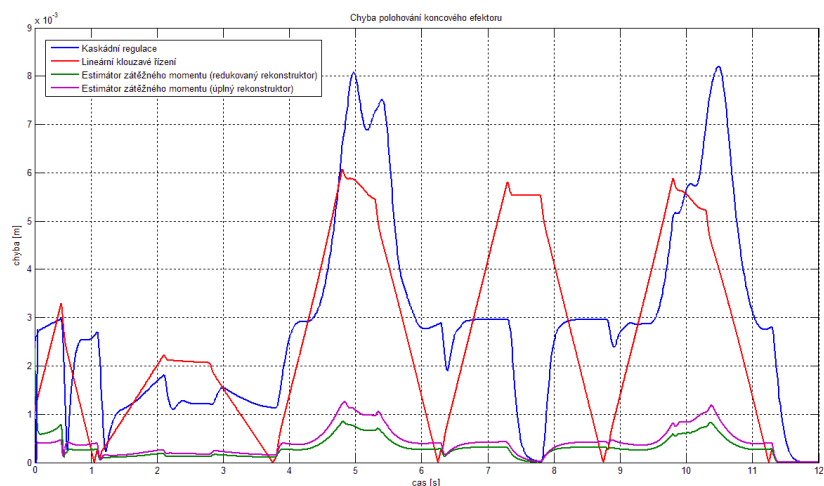
Obrázek 112: Průběh rychlosti a polohy (rameno 3)



Obrázek 113: Chyba trajektorie efektoru v souřadnicích stroje

7.3 Srovnání

Porovnání jednotlivých metod nejlépe provedeme z grafu (Obrázek 114) polohování koncového efektoru a dále z tabulky (Tabulka 2), kde je zaznamenán integrál z absolutní hodnoty rozdílu skutečné a požadované polohy v rameni. Srovnávat graficky chybu trajektorie efektoru v souřadnicích stroje či chybu orientace v jednotlivých osách by bylo velmi nepřehledné. Proto byl zaveden výše uvedený integrál chyby.



Obrázek 114: Chyba polohování koncového efektoru

Metoda	Rameno 1	Rameno 2	Rameno 3	Pořadí
Kaskádní regulace	0.03609	0.04208	0.04513	4.
Lineární klouzavé řízení	0.03222	0.03210	0.03526	3.
Eshimátor zátěžného momentu - redukovaný	0.003621	0.004319	0.004313	1.
Eshimátor zátěžného momentu - úplný	0.005103	0.005764	0.006181	2.

Tabulka 5: Integrál chyby v rameni

Z výše uvedeného grafu (Obrázek 114) vidíme, že nejmenší chybou řízení s estimátorem zátěžného momentu s redukovaným rekonstruktorem stavu (dále jen EZMsRRS) a s nepatrně horšími výsledky s úplným rekonstruktorem stavu (dále jen EZMsÚRS). Dále se umístilo lineární klouzavé řízení. Nejhorších výsledků dosáhla kaskádní struktura řízení.

Z tabulky (Tabulka 5) vidíme stejné závěry a to, že řízení s EZMsRRS dosahuje nejlepších výsledků, po té velmi dobrých výsledků dosáhla metoda řízení s EZMsÚRS. O řád horších výsledků dosáhla metoda lineárního klouzavého řízení a za ní v těsné blízkosti kaskádní struktura řízení.

Proveďme ještě srovnání maximální hodnoty rozdílu požadované a skutečné polohy pro jednotlivá ramena a vozík. Budeme tedy určovat maxima z grafů (Obrázek 96, Obrázek 101, Obrázek 105 a Obrázek 111)

Metoda	Vozík	Rameno 1	Rameno 2	Rameno 3
Kaskádní regulace	0.003	0.013	0.0145	0.0195
Lineární klouzavé řízení	0.0051	0.0125	0.008	0.017
Eshimátor zátěžného momentu - redukovaný	0.00035	0.0015	0.002	0.0021
Eshimátor zátěžného momentu - úplný	0.004	0.0021	0.0022	0.00295
První nejlepší výsledek	Estimátor (red.)	Estimátor (red.)	Estimátor (red.)	Estimátor (red.)
Druhý nejlepší výsledek	Estimátor (úplný)	Estimátor (úplný)	Estimátor (úplný)	Estimátor (úplný)
Třetí nejlepší výsledek	Kaskáda	Lineární kl.	Lineární kl.	Lineární kl.
Nejhorší nejlepší výsledek	Lineární kl.	Kaskáda	Kaskáda	Kaskáda

Tabulka 6: Maximální odchylka od požadované polohy

Z předchozí tabulky (Tabulka 6) vidíme, že minimální odchylky od požadované polohy pro regulaci polohy vozíku a jednotlivých ramen dosahuje řízení s EZMsRRS. Tento pohled analýzy návrhu by se použil například, pokud bychom byli omezeni prostorem, v případě velké odchylky by rameno robotického manipulátoru narazilo.

Nejlepší výsledků dosáhlo řízení s estimátorem zátěžného momentu s redukováním rekonstruktoru stavu, jelikož jsme mohli udělat výrazně rychlejší dynamiku rekonstruktoru stavu, než byla dynamika samotného systému.

Logicky vystává otázka, proč tato metoda nebyla aplikována na řízení reálného robotického manipulátoru. Prvním z faktorů byla skutečnost, že ve frekvenčních měničích byly přímo implementovány regulátory proudů, rychlostí a poloh. Dále byly vyřešeny různé ochrany, zejména řízení brzdy, což je velice složitá problematika a my bychom museli řešit i tuto problematiku. Z komplexního hlediska tedy byla zvolena kaskádní struktura řízení, i když z hlediska regulace nedosáhla nejlepších výsledků. Dosažené výsledky, ale byly dostatečné pro danou problematiku.

8 ZÁVĚR

Cílem této práce bylo popsat základní druhy elektrických pohonů, zejména jejich řízení. Dále pak provedení analýzy fundamentálních omezení kaskádní regulace. Dalším z cílů bylo provést srovnání pokročilých metod řízení mechatronických systémů s klasickou kaskádní strukturou řízení.

V první kapitole byly popsány základní druhy elektrických pohonů, jejich konstrukce, možnosti řízení a srovnání těchto elektrických pohonů. Nejčastěji užívanými pohony jsou dnes střídavé pohony, zejména asynchronní a synchronní motory s permanentními magnety, jelikož mají mnohem lepší vlastnosti než dříve používané stejnosměrné motory. Nespornou výhodou je absence komutátoru, z čehož plynou značné výhody, zejména bezobslužnost a vysoká životnost. Pro řízení střídavých pohonů se v současnosti již výhradně používají frekvenční měniče, případně v kombinaci s převodovkami.

V dalším oddílu byla stručně popsána kaskádní struktura řízení stejnosměrných pohonů, zejména návrh regulátorů jednotlivých smyček a to proudové, rychlostní a polohové smyčky. Dále byla provedena analýza možnosti implementace těchto algoritmů na střídavé pohony. Bylo ukázáno, že rychlostní a polohovou smyčku lze řešit stejným způsobem jako u stejnosměrných pohonů. Proudová smyčka je sice odlišná, jelikož frekvenční měniče mají velmi často zabudovaný regulátor proudu přímo od výrobce, není nutno tuto smyčku řešit.

V další kapitole byly prozkoumány fundamentálních omezení kaskádní regulace. Při spojitě realizaci řízení a použitím filtru typu dolní propusti ve zpětné vazbě, nemůžeme libovolným způsobem přiřadit póly uzavřené smyčky. Při realizaci diskrétního řízení můžeme libovolným způsobem umístit póly uzavřené smyčky. V tomto případě je nejrychlejším řízením dead-beat se všemi póly v nule, které nelze ve většině praktických realizací použít, zejména z důvodu vysokých akčních zásahů. Dále byl zkoumán vliv diskrétního filtru ve zpětné vazbě, difference a jejich kombinace při použití diskrétního řízení. Bylo zjištěno, že opět nemůžeme přiřadit póly uzavřené smyčky libovolným způsobem. V závěru kapitoly byla nastíněna problematika pružné spojky, která opět snižuje šířku pásma regulace.

V dalších kapitolách byly řešeny pokročilé techniky řízení pohybu v mechatronických systémech a to řízení v klouzavém režimu a řízení s estimátorem zátěžného momentu. Pozornost byla věnována především lineárnímu klouzavému řízení, které je jednou ze sofistikovanějších metod řízení v klouzavém režimu. U metody řízení s estimátorem zátěžného momentu byl zvolen pro odhad chyby rekonstruktor stavu. Provedený byl návrh jak úplného tak i redukovaného rekonstruktoru stavu. Bylo zjištěno, že redukce řádu rekonstruktoru stavu má zásadní vliv na dynamiku celého uzavřeného systému. S redukovaným rekonstruktorem stavu bylo dosaženo znatelně lepších výsledků, než s úplným rekonstruktorem stavu.

Obě tyto metody byly řádně otestovány na modelu laboratorního pohonu a též na reálném laboratorním pohonu a porovnány s běžně užívanou kaskádní strukturou řízení. Provedena byla řada experimentů, zejména byl testován vliv působení poruchy na uzavřený

systém. V komplexním měřítku nejlepších výsledků dosáhla metoda lineárního klouzavého řízení. O druhé a třetí místo se dělí kaskádní regulace s estimátorem zátěžného momentu. V případě poruchy, kdy se mění dynamika pracovního mechanismu připojeného k pohonu, dosáhla lepších výsledků metoda řízení s estimátorem zátěžného momentu. V případě poruchy působící na vstup či výstup systému, což je změna momentu či polohy, dosáhla lepších výsledků kaskádní struktura řízení. Výsledky získané z reálné aplikace se shodovaly s výsledky získaných při simulaci. Navržené a simulačně otestované parametry pro regulátory, musely být modifikovány v případě implementace na reálný pohon, zejména z důvodu vůle v převodovce.

Zakončením celé práce bylo otestovat výše uvedené strategie řízení na modelu víceosého robotického manipulátoru AGEBOT. Model byl vytvořen v prostředí SimMechanics systému Matlab dle virtuálního modelu z CAD systému Inventor. Tvorba tohoto rozsáhlého a složitého modelu nebyla součástí této práce. Návrh řízení byl proveden pro jednotlivá ramena 1-3 a pro vozík. Bylo provedeno srovnání jednotlivých metod řízení, měřítkem pro srovnání byla zejména odchylka od požadované polohy a integrál celkové chyby. Nejlepších výsledků dosáhla metoda řízení s estimátorem zátěžného momentu s redukováným rekonstruktorem stavu a s nepatrně horšími výsledky s úplným rekonstruktorem stavu. Na třetím místě se umístilo řízení v klouzavém režimu respektive její modifikace a to lineární klouzavé řízení. Nejhorších výsledků dosáhla kaskádní struktura řízení. V tomto případě byla dynamika rekonstruktoru výrazně rychlejší než dynamika samotného systému, na rozdíl od řízení laboratorního pohonu, kde dynamika rekonstruktoru byla pouze dvakrát rychlejší. Proto tato metoda dosáhla nejlepších výsledků.

Pokud tedy můžeme udělat rekonstruktor stavu s výrazně rychlejší dynamikou než je dynamika samotného systému, dosahuje tato metoda řízení s estimátorem zátěžného momentu nejlepší výsledků, v některých případech jsou výsledky výrazně lepší.

Problematikou technik řízení pohybu v mechatronických systémech, bych se však nadále rád zabýval během doktorského studia.

9 LITERATURA

- [1] <http://educon.zcu.cz/view.php?cislomodulu=2006041406>, Obecná teorie o elektrických pohonech, EDUCON – Výukový systém ZČU – FEL/KEV
- [2] PAVLÁK, M., *Elektrotechnika I*, skripta vysoké učení technické v Brně – fakulta strojní, Praha, 1976
- [3] http://www.vues.cz/doc/CZ_SERVO-UVOD_020905.PDF?docid=104, servomotory firmy Vues Brno s.r.o., stránky výrobce
- [4] KREJČÍ, A., *Regulace servopohonů v mechatronických systémech*, Bakalářská práce, Plzeň, Plzeň 2010
- [5] GOUBEJ, M., *Řízení stejnosměrných elektronicky komutovaných motorů regulátorem s klouzavým režimem*, Diplomová práce, Plzeň, Plzeň 2008
- [6] MELICHAR, J., *Lineární systémy 1,2*, skripta katedra kybernetiky – fakulta aplikovaných věd – ZČU Plzeň, Plzeň, 2010
- [7] KOUKAL, M., *Regulátory s klouzavým režimem pro řízení pohybu elektromechanických soustav*, Bakalářská práce, Plzeň, Plzeň 2011
- [8] OHNISHI, K., SHIBATA, K., MURAKAMI, T., *Motion Control for advanced Mechatronics*, Invited Paper, 1996
- [9] GOUBEJ, M., *Řídicí systém robotického manipulátoru AGEBOT*, Technická zpráva k projektu MPO FR-TI1/174, Plzeň, Plzeň 2011
- [10] VUKOSAVIC, S., M., *Digital Control of Electrical Drives*, The University of Belgrade, Belgrade, 2007
- [11] GOUBEJ, M., *Řízení s klouzavým režimem*, Bakalářská práce, Plzeň, Plzeň 2006
- [12] SCHLEGEL, M., ČECH, M., *Návrh regulátoru přes internet: www.PIDlab.com*, časopis Automa 2/2004

10 SEZNAM OBRÁZKŮ

Obrázek 1: Struktura elektrického pohonu	14
Obrázek 2: Stejnsměrné napětí	14
Obrázek 3: Třífázové střídavé napětí.....	15
Obrázek 4: Dvoucestně usměrněné střídavé napětí s vyhlazovacím kondenzátorem	15
Obrázek 5: PWM modulace příklad 1	16
Obrázek 6: PWM modulace příklad 1	16
Obrázek 7: Blokové schéma frekvenčního měniče	18
Obrázek 8: Motor s převodovkou.....	19
Obrázek 9: Závislost otáček na počtu pólových dvojic.....	19
Obrázek 10: Principiální schéma pohonu se střídavým servomotorem (viz [3])	20
Obrázek 11: Momentová charakteristika střídavého servomotoru (viz [3]).....	21
Obrázek 12: Jednoduchý regulační obvod.....	22
Obrázek 13: Kaskádní regulace	22
Obrázek 14: Kaskádní regulace – proud.....	24
Obrázek 15: Simulace - proudová smyčka	25
Obrázek 16: Proudová smyčka bez regulátoru a s PI regulátorem.....	25
Obrázek 17: Kaskádní regulace – rychlost	27
Obrázek 18: Simulace - Rychlostní smyčka.....	27
Obrázek 19: Rychlostní smyčka s PI regulátorem	27
Obrázek 20: Kaskádní regulace – poloha	28
Obrázek 21: Simulace - Polohová smyčka	28
Obrázek 22: Polohová smyčka s P regulátorem	29
Obrázek 23: Použití saturace - špatné řešení	29
Obrázek 24: Použití saturace - správné řešení.....	30
Obrázek 25: Tvarování přechodové charakteristiky.....	30
Obrázek 26: Odezva na působící poruchu	30
Obrázek 27: Vektorové řízení (viz [5])	32
Obrázek 28: Zpětnovazební řízení s filtrem ve zpětné vazbě.....	33
Obrázek 29: Zpětnovazební řízení rychlosti motoru s filtrem ve zpětné vazbě	33
Obrázek 30: Kmitavý člen 2. řádu - různé hodnoty ξ (konstantní ω_n)	38
Obrázek 31: Kmitavý člen 2. řádu - různé hodnoty ω_n (konstantní ξ)	38
Obrázek 32: Poloha pólů uzavřeného systému v závislosti na ω_n	39
Obrázek 33: Poloha pólů uzavřeného systému pro různé hodnoty ω_n	40
Obrázek 34: Přechodová charakteristika uzavřeného systému.....	41
Obrázek 35: Funkce tvarovače 0. Řádu.....	42
Obrázek 36: Spojitý systém s diskretním regulátorem.....	43
Obrázek 37: Poloha pólů uzavřeného systému.....	45
Obrázek 38: Simulace diskretní a spojitě regulace.....	46
Obrázek 39: Přechodová char. diskretního a spojitěho řízení s PI regulátorem.....	46
Obrázek 40: Souvislost pólů v Z a v P pro různé ξ (0.2, 0.5, 0.8, 0.95) a různé $\omega_n > 0$	47
Obrázek 41: Přechodová char. diskretního a spojitěho řízení s PI regulátorem.....	48

Obrázek 42: Umístění pólů v Z-rovině a v P-rovině	49
Obrázek 43: Spojitý systém s diskretním regulátorem a PPDVR ve zpět. vazbě	49
Obrázek 44: Poloha pólů v Z-rovině pro $\xi=0.8$ a různé $\omega_n=(0.05-2.5)$	51
Obrázek 45: Simulace – diskretizovaný systém s PPDVR ve zpětné vazbě	52
Obrázek 46: Přechodová charakteristika s diskretním PI	53
Obrázek 47: Poloha pólů pro požadované $\xi=0.8$ a $\omega_n=0.8$	53
Obrázek 48: Diskretní řízení s filtrem a PPDVZ ve zpětné vazbě	54
Obrázek 49: Poloha pólů v Z-rovině pro $\xi=0.8$ a různé $\omega_n=(0.05-2.5)$, $T_F=0.2$ a 0.5	56
Obrázek 50: Tuhá spojka	56
Obrázek 51: Tuhá spojka - převodovka	57
Obrázek 52: Pružná spojka	57
Obrázek 53: Pasivní potlačení torzních rezonancí	58
Obrázek 54: Řízení s reléovou zpětnou vazbou	59
Obrázek 55: Řízení v klouzavém režimu pro systém prvního řádu	61
Obrázek 56: Systém prvního řádu – řízení v klouzavém režimu	62
Obrázek 57: Řízení v klouzavém režimu pro systém druhého řádu	64
Obrázek 58: Systém druhého řádu – řízení v klouzavém režimu	64
Obrázek 59: Fázová rovina pro systém druhého řádu	64
Obrázek 60: Aproximace relé	65
Obrázek 61: Model reálného motoru	66
Obrázek 62: Srovnání přechodových char. modelu a reálného pohonu	68
Obrázek 63: Simulační schéma řízení v klouzavém režimu	69
Obrázek 64: Řízení pohonu v klouzavém režimu	69
Obrázek 65: Simulace řízení v klouzavém režimu - spojitě řízení	70
Obrázek 66: Řízení v klouzavém režimu - spojitě řízení	71
Obrázek 67: Simulační schéma lineární klouzavé řízení	74
Obrázek 68: Lineární klouzavé řízení	74
Obrázek 69: Řídicí systém reálného pohonu v REX - lineární řízení	75
Obrázek 70: Model systému	76
Obrázek 71: Stavový model systému	77
Obrázek 72: Nominální model systému	77
Obrázek 73: Struktura rekonstruktoru stavu viz[6]	78
Obrázek 74: Řízený systém	83
Obrázek 75: Struktura řízení s estimátorem zátěžného momentu	85
Obrázek 76: Simulace řízení s estimátorem zátěžného momentu (úplný rek. stavu)	85
Obrázek 77: Simulace řízení s estimátorem zátěžného momentu (redukovaný rek. stavu)	86
Obrázek 78: Přechodová charakteristika - řízení s estimátorem zátěžného momentu	86
Obrázek 79: Odhad rychlosti a chyby	86
Obrázek 80: Přechodová charakteristika – bez odhadu externí chyby	87
Obrázek 81: Přechodová charakteristika - zrychlený rekonstruktor	87
Obrázek 82: Řídicí systém reálného pohonu v REX – úplný rekonstruktor	88
Obrázek 83: Řídicí systém reálného pohonu v REX – redukovaný rekonstruktor	88
Obrázek 84: Přímá implementace PD regulátoru	89
Obrázek 85: Ekvivalentní stavový regulátor	89

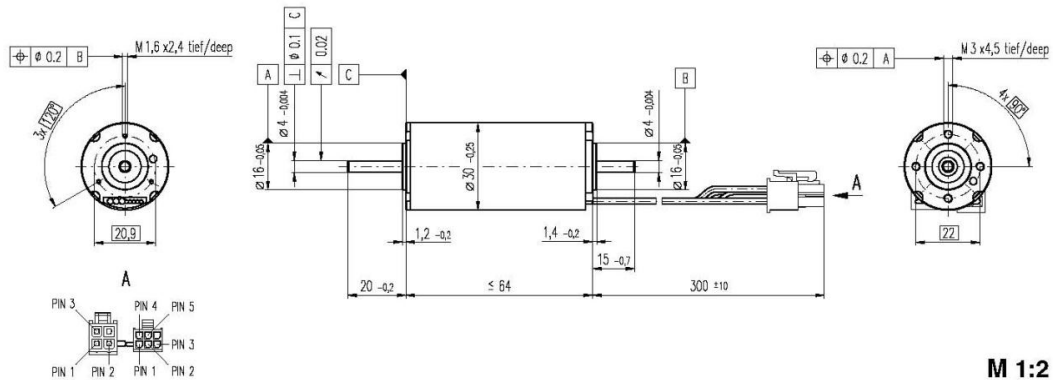
Obrázek 86: Ekvivalentní struktura - kaskáda dvou P regulátorů	89
Obrázek 87: Srovnání jednotlivých metod řízení na modelu	90
Obrázek 88: Změna momentu setrvačnosti zátěže	91
Obrázek 89: Srovnání jednotlivých metod řízení reálného pohonu	91
Obrázek 90: Prototypový manipulátor AGEBOT (viz [9])	93
Obrázek 91: Struktura řídicího systému (viz [9])	94
Obrázek 92: Kaskádní struktura pro polohovou regulaci servopohonu (viz [9])	95
Obrázek 93: Simulace řízení robotického manipulátoru	95
Obrázek 94: Regulace polohy ramene 3 - lineární řízení	98
Obrázek 95: Průběh momentů na převodovkách - lineární klouzavé řízení.....	98
Obrázek 96: Chyba orientace v jednotlivých osách (rozdíl pož. a skut. polohy)	98
Obrázek 97: Průběh rychlosti a polohy	99
Obrázek 98: Chyba trajektorie efektoru v souřadnicích stroje	99
Obrázek 99: Regulace polohy ramene 3 - estimátor zátěžného momentu	100
Obrázek 100: Průběh momentů na převodovkách - estimátor	100
Obrázek 101: Chyba orientace v jednotlivých osách (rozdíl pož. a skut. polohy)	100
Obrázek 102: Průběh rychlosti a polohy (rameno 3).....	101
Obrázek 103: Chyba trajektorie efektoru v souřadnicích stroje	101
Obrázek 104: Průběh momentů na převodovkách - estimátor	102
Obrázek 105: Chyba orientace v jednotlivých osách (rozdíl pož. a skut. polohy)	102
Obrázek 106: Průběh rychlosti a polohy (rameno 3).....	102
Obrázek 107: Chyba trajektorie efektoru v souřadnicích stroje	103
Obrázek 108: Kaskádní regulace polohy	103
Obrázek 109: Detailní zapojení regulátoru rychlosti.....	104
Obrázek 110: Průběh momentů na převodovkách - kaskádní regulace.....	104
Obrázek 111: Chyba orientace v jednotlivých osách (rozdíl pož. a skut. polohy)	104
Obrázek 112: Průběh rychlosti a polohy (rameno 3).....	105
Obrázek 113: Chyba trajektorie efektoru v souřadnicích stroje	105
Obrázek 114: Chyba polohování koncového efektoru	106
Obrázek 115: Kompletní parametry laboratorního motoru firmy Maxon (typ 272763	115
Obrázek 116: Model robotického manipulátoru s navrženou kaskádní regulací	116

11 SEZNAM TABULEK

Tabulka 1: Parametry regulátoru pro kaskádní regulaci.....	90
Tabulka 2: Parametry a omezení pro návrh řízení.....	96
Tabulka 3: Parametry pro regulátory robotického manipulátoru – estimátor	100
Tabulka 4: Parametry pro regulátory robotického manipulátoru – kaskáda	103
Tabulka 5: Integrál chyby v rameni.....	106
Tabulka 6: Maximální odchylka od požadované polohy.....	106

12 PŘÍLOHY

EC-max 30 Ø30 mm, brushless, 60 Watt



- Stock program
- Standard program
- Special program (on request)

Order Number

272762 **272763** 272764 272765

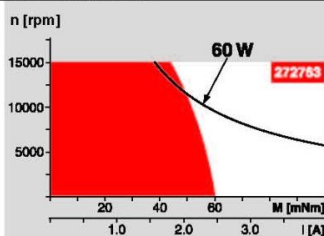
Motor Data

Values at nominal voltage						
1	Nominal voltage	V	12.0	24.0	36.0	48.0
2	No load speed	rpm	7990	9350	9500	9360
3	No load current	mA	268	170	116	85.1
4	Nominal speed	rpm	6630	8040	8260	8120
5	Nominal torque (max. continuous torque)	mNm	62.4	61.3	64.7	65.3
6	Nominal current (max. continuous current)	A	4.61	2.66	1.90	1.41
7	Stall torque	mNm	381	458	522	519
8	Starling current	A	26.8	18.8	14.5	10.7
9	Max. efficiency	%	81	82	83	83
Characteristics						
10	Terminal resistance phase to phase	Ω	0.447	1.27	2.48	4.49
11	Terminal inductance phase to phase	mH	0.0490	0.143	0.312	0.573
12	Torque constant	mNm / A	14.2	24.3	35.9	48.6
13	Speed constant	rpm / V	672	393	266	197
14	Speed / torque gradient	rpm / mNm	21.2	20.6	18.4	18.2
15	Mechanical time constant	ms	4.86	4.73	4.21	4.17
16	Rotor inertia	gcm ²	21.9	21.9	21.9	21.9

Specifications

Thermal data		
17	Thermal resistance housing-ambient	7.4 K / W
18	Thermal resistance winding-housing	0.5 K / W
19	Thermal time constant winding	2.69 s
20	Thermal time constant motor	1000 s
21	Ambient temperature	-40 ... +100°C
22	Max. permissible winding temperature	+155°C
Mechanical data (preloaded ball bearings)		
23	Max permissible speed	15000 rpm
24	Axial play at axial load < 6.0 N	0 mm
	> 6.0 N	0.14 mm
25	Radial play	preloaded
26	Max. axial load (dynamic)	5.5 N
27	Max. force for press fits (static) (static, shaft supported)	1300 N
28	Max. radial loading, 5 mm from flange	25 N
Other specifications		
29	Number of pole pairs	1
30	Number of phases	3
31	Weight of motor	275 g

Operating Range



Comments

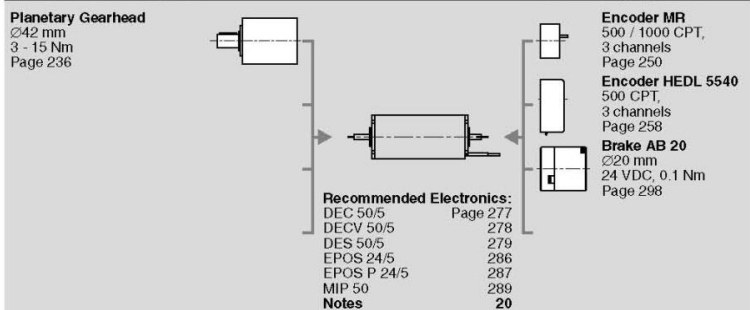
- Continuous operation**
In observation of above listed thermal resistance (lines 17 and 18) the maximum permissible winding temperature will be reached during continuous operation at 25°C ambient. = Thermal limit.
- Short term operation**
The motor may be briefly overloaded (recurring).
- Assigned power rating**

Values listed in the table are nominal.

- Connection Motor** (Cable AWG 20)
 red Motor winding 1 Pin 1
 black Motor winding 2 Pin 2
 white Motor winding 3 Pin 3
 N.C. Pin 4
- Connector Article number**
 Molex 39-01-2040
- Connection Sensors** (Cable AWG 26)
 yellow Hall sensor 1 Pin 1
 brown Hall sensor 2 Pin 2
 grey Hall sensor 3 Pin 3
 blue GND Pin 4
 green V_{Hall} 4.5 ... 24 VDC Pin 5
 N.C. Pin 6
- Connector Article number**
 Molex 430-25-0600
 Wiring diagram for Hall sensors see page 26

maxon Modular System

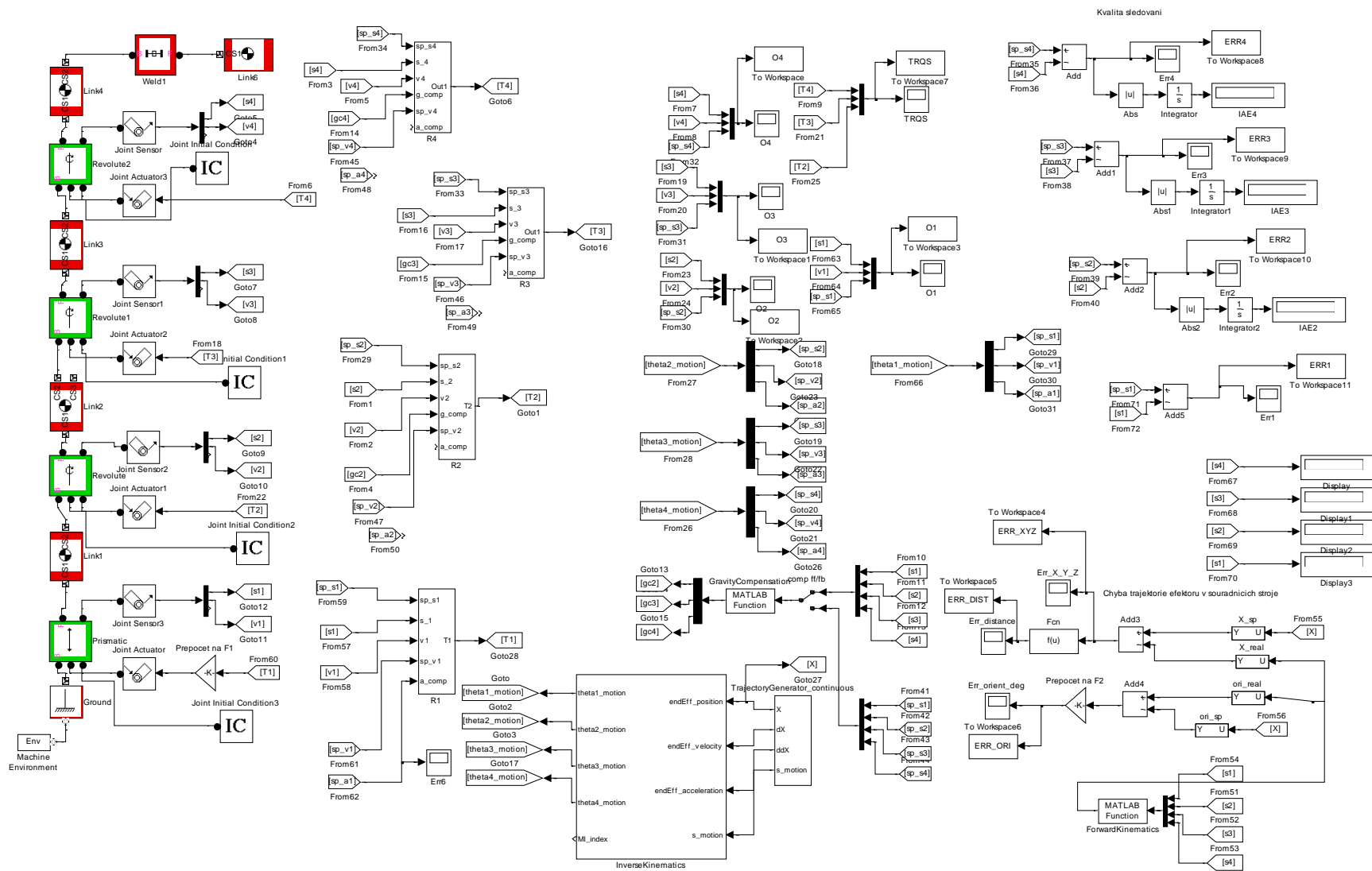
Overview on page 16 - 21



May 2007 edition / subject to change

maxon EC motor 177

Obrázek 115: Kompletní parametry laboratorního motoru firmy Maxon (typ 272763)



Obrázek 116: Model robotického manipulátoru s navrženou kaskádní regulací