ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI

FAKULTA ELEKTROTECHNICKÁ

KATEDRA TECHNOLOGIÍ A MĚŘENÍ

DIPLOMOVÁ PRÁCE

Vlnové procesy na vedení

Ondřej Stuchl **2012**

ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI
Fakulta elektrotechnická
Akademický rok: **2011/2012**

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení:	**Ondřej STUCHL**
Osobní číslo:	**E10N0057P**
Studijní program:	**N2612 Elektrotechnika a informatika**
Studijní obor:	**Komerční elektrotechnika**
Název tématu:	**Vlnové procesy na vedení**
Zadávající katedra:	**Katedra technologií a měření**

Zásady pro vypracování:

1. Teorie homogenního vedení - analýza v časové oblasti.
2. Vytvoření SW pro prezentaci šíření rázových vln na dvou propojených vedeních.
3. Příprava prezentace pro výuku.

Rozsah grafických prací:	**dle doporučení vedoucího**
Rozsah pracovní zprávy:	**30 - 40 stran**
Forma zpracování diplomové práce:	**tištěná/elektronická**
Seznam odborné literatury:	

Student si vhodnou literaturu vyhledá v dostupných pramenech podle doporučení vedoucího práce

Vedoucí diplomové práce:	**Prof. Ing. Zdeňka Benešová, CSc.** Katedra teoretické elektrotechniky
Datum zadání diplomové práce:	**17. října 2011**
Termín odevzdání diplomové práce:	**11. května 2012**

Doc. Ing. Jiří Hammerbauer, Ph.D.
děkan

L.S.

Doc. Ing. Vlastimil Skočil, CSc.
vedoucí katedry

V Plzni dne 17. října 2011

Anotace

Diplomová práce pojednává o vlnových procesech na přenosovém vedení. V práci je vysvětlen problém dlouhého vedení, které je modelováno jako obvod s rozprostřenými parametry. Tento problém je vysvětlen na jednofázovém homogenním vedení.

Dále se v práci zabývám numerickým řešením telegrafních rovnic, které jsou soustavou parciálních diferenciálních rovnic hyperbolického typu. Pro toto numerické řešení je zpracován program v programu MATLAB, kterým je možno tento problém simulovat.

V práci jsem též připravil prezentaci pomocí MS PowerPoint, která může posloužit při vyučování k lepšímu pochopení daného problému.

Klíčová slova

homogenní vedení, obvod s rozprostřenými parametry, telegrafní rovnice, numerické řešení, Wendroffova diferenční formule, Matlab, simulace

Abstract

The master thesis deals with wave processes on transmission line. The work explains the problem of long line which is modeled as a circuit with distributed parameters. This problem is explained on the homogenous single-phase line.

Furthermore I am focusing on the numerical solution of telegraph equations which is a set of partial differential equations of hyperbolic type. For the numerical solution I created own program in MATLAB which can simulate this problem.

I also prepare a presentation using MS PowerPoint which can be used in teaching to better understanding the problem.

Key words

homogeneous line, the circuit with distributed parameters, telegraph equation, numerical solutions Wendroff's differential formula, MATLAB, simulation

Prohlášení

Předkládám tímto k posouzení a obhajobě diplomovou práci, zpracovanou na závěr studia na Fakultě elektrotechnické Západočeské univerzity v Plzni.

Prohlašuji, že jsem tuto diplomovou práci vypracoval samostatně, s použitím odborné literatury a pramenů uvedených v seznamu, který je součástí této diplomové práce.

Dále prohlašuji, že veškerý software, použitý při řešení této diplomové práce, je legální.

V Plzni dne 11.5.2012 Ondřej Stuchl

……..

Poděkování

Na tomto místě bych chtěl poděkovat . prof. Ing. Zdeňce Benešové, CSc za její cenné rady a připomínky, které mi posloužily k vypracování této diplomové práce. Dále bych chtěl poděkovat rodičům, za jejich podporu během celého studia a přítelkyni Alici Tampové za psychickou podporu během tvorby této diplomové práce.

Obsah

Úvod ... **9**

Seznam symbolů a zkratek ... **10**

1 Teorie homogenního vedení ... **11**

1.1 Obvod s rozprostřenými parametry ... 11

1.2. Telegrafní rovnice ... 12
1.2.1 Odvození telegrafních rovnic ... 13

1.3 Jednofázové homogenní vedení v harmonickém ustáleném stavu ... 14
1.3.1 Analýza v komplexní rovině ... 14
1.3.2 Časová oblast ... 15
1.3.3 Spojení dvou homogenních vedení ... 17

1.4 Vedení ideální a nezkreslující ... 22
1.4.1 Ideální vedení ... 22
1.4.2 Nezkreslující vedení ... 23

2 Vytoření SW pro prezentaci šíření rázových vln na dvou propojených vedení ... **25**

2.1 Základní pojmy ... 25
2.1.1 Rázová vlna ... 26

2.2 Matematický model vedení ... 27

2.3 Numerické řešení ... 27
2.3.1 Metoda sítí ... 27
2.3.2 Wendroffova diferenční formule ... 28
2.2.3 Numerické řešení telegrafních rovnic ... 29
2.3.4 Numerický model vedení ... 31
2.3.5 Numerický model propojení dvou vedení ... 34
2.3.6 Numerické model dvou propojených vedení ... 36

2.3 Vytvoření SW pro simulaci jevů na vedení ... 37
2.3.1 Hlavní skript ... 37
2.3.2 Podpůrné skripty ... 38

3 Příprava prezentace pro výuku ... **39**

3.1. Struktura prezentace ... 39
3.1.1 Úvod do problému ... 40
3.1.2 Jednofázové homogenní vedení v ustáleném stavu ... 40
3.1.3 Propojení dvou homogenních vedení ... 41
3.1.4 Nezkreslující a bezeztrátové vedení ... 42
3.1.5 Rázové jevy ... 42
3.1.6 Matematické řešení rázových jevů na vedení ... 42
3.1.7 Ilustrativní příklady ... 43

Závěr ... **44**

Literatura ... **45**

Seznam příloh ... **46**

ÚVOD

Diplomová práce se zabývá tématem vlnových procesů na vedení. Pro tuto problematiku je třeba vedení modelovat jako obvod s rozprostřenými parametry.

V první části práce je prostudováno jednofázové homogenní vedení, modelované právě jako obvod s rozprostřenými parametry. Jsou zde odvozeny na elementu vedení telegrafní rovnice, které tvoří soustavu parciálních diferenciálních rovnic hyperbolického typu a popisují proudové a napěťové poměry na tomto vedení. Dále je provedena analýza v komplexní rovině s následným přechodem do časové oblasti. V této části práce je též řešeno propojení dvou homogenních vedení.

V druhé části je řešen algoritmus pro simulaci dané problematiky. Jelikož je velmi složité řešit tyto problémy analyticky, používá se řešení numerické. Problém vytvoření numerického modelu je v práci vysvětlen a jsou zde popsány algoritmy, pomocí kterých byl problém řešen. Konkrétně metoda sítí s využitím Wendroffovy diferenční formule. Program, který umožňuje simulaci zmíněných problému, jsem vytvořil pomocí programu MATLAB. Program umožňuje simulaci proudových a napěťových poměrů na vedení pro vedení s volitelnými parametry.

Ve třetí části jsem se zabýval vytvořením prezentace, která by popisovala danou problematiku dlouhého vedení, k čemuž jsem použil program MS PowerPoint. Tato prezentace je určena pro snadnější a názornější výuku daného problému.

SEZNAM SYMBOLŮ A ZKRATEK

R	elektrický odpor
L	indukčnost
C	kapacita
G	svod
$\mathbf{Z_0}$	vlnová impedance
f	frekvence
c	rychlost světla
λ	délka vlny
l	délka vedení
u	časově proměnný průběh napětí
i	časově proměnný průběh proudu
U	komplexní napětí
I	komplexní proud
γ	konstanta přenosu
α	fázová konstanta
β	konstanta útlumu
v	fázová rychlost
r	činitel odrazu
s	činitel prostupu
ω	kruhová frekvence
N	počet elementů vedení
k	pořadí elementu
Δx	prostorový krok
N_T	počet časových hladin
l	časová hladina
Δt	časový krok

MATLAB	Matrix laboratory

1 TEORIE HOMOGENNÍHO VEDENÍ

Homogenní vedení, je takové vedení, které má po celou svoji délku konstantní parametry.

1.1 Obvod s rozprostřenými parametry

„U některých elektrických soustav nemůžeme s dostatečnou přesností oddělit elektrickou a magnetickou energii a soustředit je do prostorově malých částí obvodu: do kondenzátorů a cívek. U těchto soustav se pak projevuje konečná rychlost šíření elektromagnetického pole. Bude tedy třeba počítat s geometrickým uspořádáním soustavy; napětí a proudy v jejích jednotlivých částech jsou nejen funkcí času, ale též geometrických souřadnic.“ [2][1]

Obvod, jímž je soustava vedení nahrazována, zobecníme tím, tak že jednotlivé prvky obvodu nebudou soustředěné, nýbrž budou spojitě rozložené v prostoru. Obecně tyto parametry mohou být více rozměrné (např.: dvojrozměrné u tenkovrstvých obvodů, trojrozměrné u vlnovodů).

V této práci se budu zabývat dlouhým vedení, tedy geometricky jednorozměrným obvodem.

Rozhodnutí, zda je danou soustavu třeba modelovat jako odvod s rozprostřenými parametry, nebo zda se může modelovat jako obvod se soustředěnými parametry, závisí na poměru délky vedení a délky vlny. Jsou-li geometrické rozměry vedení nezanedbatelné v porovnání s délkou vlny, je třeba modelovat vedení jako obvod s rozprostřenými parametry.

Délka vlny závisí na frekvenci, kterou se má daný signál. Z toho vyplývá, že stejné vedení může být pro jeden signál modelováno jako odvod se soustředěnými parametry, zatímco pro jiný signál bude naopak potřeba toto vedení modelovat jako obvod s rozprostřenými parametry.

[1] [2] Str. 89

Příklad:

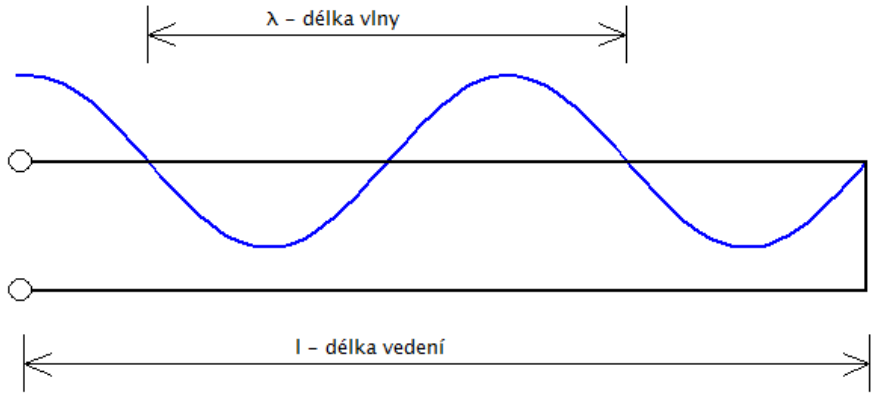
Mám homogenní vedení o délce o 100m.

a) Po tomto vedení se šíří signál o frekvenci 50 Hz.

Délka vlny tohoto signálu je $\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8}{50} = 6 \cdot 10^6$m, což znamená, že je podstatně delší než délka vedení, tudíž toto vedení můžeme modelovat jako obvod se soustředěnými parametry.

b) Po tomto vedení se bude šířit signál, jehož frekvence bude 1 MHz.

Délka vlny signálu je $\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8}{10^6} = 300$m, což znamená, že délka vedení oproti délce vlny již není zanedbatelná, tudíž pro tento signál bude potřeba modelovat dané vedení jako obvod s rozloženými parametry



Obr. 1.1: Dlouhé vedení

1.2. Telegrafní rovnice

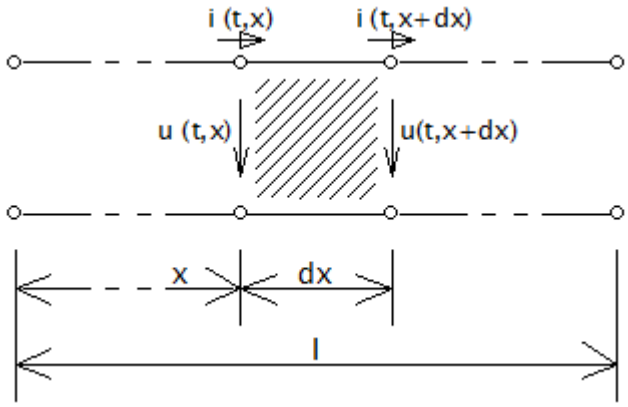
Jednofázové homogenní vedení si lze představit jako vedení, které je tvořené dvojicí rovnoběžných vodičů. Toto vedení je charakterizováno parametry, které jsou vztaženy na jednotku délky tohoto vedení.

- Odporem R [Ω/m], který reprezentuje odpor jednotlivých vodičů, které vedení tvoří
- Indukčností L [H/m], která představuje indukčnost smyčky tvořené dvojicí vodičů

- Kapacitou C [F/m] mezi vodiči vedení
- Svodem G [S/m] mezi vodiči vedení

1.2.1 Odvození telegrafních rovnic

Ve vzdálenosti *x* od počátku vedení, si vymezím elementární dvojbran

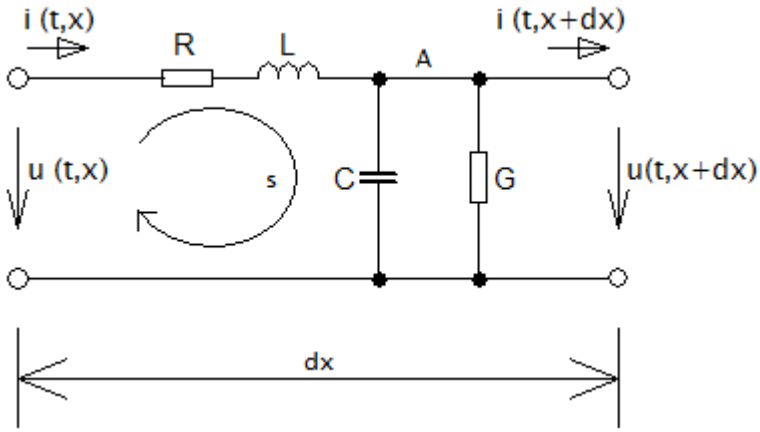


Obr. 1.2: Vymezení elementárního dvojbranu

Výstupní veličiny si vyjádřím tak, aby obsahovaly stejné nezávislé proměnné jako veličiny vstupní:

$$u(t,x+dx) \doteq u(t,x) + \frac{\partial u(t,x)}{\partial x}$$

$$i(t,x+dx) \doteq i(t,x) + \frac{\partial i(t,x)}{\partial x}$$



Obr. 1.3: Elementární dvojbran

Na smyčku s a uzel A aplikuji Kirchhoffovy zákony:

$$-u(t,x) + R \cdot i(t,x) + L \cdot \frac{\partial i(x,t)}{\partial t} + u(t,x) + \frac{\partial u(t,x)}{dx} = 0$$

$$-i(t,x) + i(t,x) + \frac{\partial i(t,x)}{dx} + G \cdot u(t,x) + C \cdot \frac{\partial u(x,t)}{\partial t} = 0$$

Po úpravě těchto rovnic dostanu:

$$-\frac{\partial u(t,x)}{dx} = R \cdot i(t,x) + L \cdot \frac{\partial i(x,t)}{\partial t} \tag{1.1}$$

$$-\frac{\partial i(t,x)}{dx} = G \cdot u(t,x) + C \cdot \frac{\partial u(x,t)}{\partial t} \tag{1.2}$$

Rovnice (1.1) a (1.2) se nazývají telegrafní rovnice. Ty tvoří soustavu parciálních diferenciálních rovnic 1. řádu hyperbolického typu. Řešením těchto rovnic je proud $i = i(t,x)$ a napětí $u = u(t,x)$, v kterémkoliv místě vedení *x* a v jakémkoliv časovém okamžiku *t*.

1.3 Jednofázové homogenní vedení v harmonickém ustáleném stavu

1.3.1 Analýza v komplexní rovině

Je-li vedení v harmonickém ustáleném stavu, můžeme provést symbolicko-komplexní zobrazení. Zobrazím si tedy tímto způsobem napětí a proud.

$$u(t,x) \leftrightarrow \boldsymbol{U}(x) \cdot e^{j\omega t} \qquad\qquad i(t,x) \leftrightarrow \boldsymbol{I}(x) \cdot e^{j\omega t}$$

U a I jsou tedy funkcemi jen nezávislé proměnné *x*. Rovnice (1.1) a (1.2) lze poté přepsat do tvaru:

$$-\frac{d\boldsymbol{U}(x)}{dx} = (R + j\omega L) \cdot \boldsymbol{I}(x) \tag{1.3}$$

$$-\frac{d\boldsymbol{I}(x)}{dx} = (G + j\omega C) \cdot \boldsymbol{U}(x) \tag{1.4}$$

Řešením těchto rovnic je:

$$\boldsymbol{U}(x) = \boldsymbol{A} \cdot e^{\gamma x} + \boldsymbol{B} \cdot e^{-\gamma x} \tag{1.5}$$

$$\boldsymbol{I}(x) = -\frac{\boldsymbol{A}}{\boldsymbol{Z_0}} \cdot e^{\gamma x} + \frac{\boldsymbol{A}}{\boldsymbol{Z_0}} \cdot e^{-\gamma x} \tag{1.6}$$

kde

$$\boldsymbol{A} = A \cdot e^{j\varphi_1}$$

$$\boldsymbol{B} = B \cdot e^{j\varphi_2}$$

jsou integračními konstantami

konstanta

$$\gamma = \sqrt{(R + j\omega L) \cdot (G + j\omega C)} \tag{1.7}$$

se nazývá konstantou šíření

a konstanta

$$\boldsymbol{Z}_0 = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}} \tag{1.8}$$

je vlnovou impedancí.

Komplexní konstanta γ má svoji reálnou a imaginární část:

$$\gamma = \beta + j\alpha \tag{1.9}$$

Reálná část β je konstantou tlumení. Imaginární část α je konstantou fáze.

1.3.2 Časová oblast

Rovnice (1.5) pro efektivní hodnotu napětí v libovolném místě *x* vedení odpovídá komplexoru:

$$\mathbf{U}(x) \cdot e^{j\omega t} = \boldsymbol{A} \cdot e^{\gamma x} \cdot e^{j\omega t} + \boldsymbol{B} \cdot e^{-\gamma x} \cdot e^{j\omega t}$$

$$\mathbf{U}(x) \cdot e^{j\omega t} = A \cdot e^{j\varphi_1} \cdot e^{j\alpha x} \cdot e^{\beta x} \cdot e^{j\omega t} + B \cdot e^{j\varphi_2} \cdot e^{-j\alpha x} \cdot e^{-\beta x} \cdot e^{j\omega t}$$

$$\mathbf{U}(x) \cdot e^{j\omega t} = A \cdot e^{\beta x} \cdot e^{j(\omega t + \alpha x + \varphi_1)} + B \cdot e^{-\beta x} \cdot e^{j(\omega t - \alpha x + \varphi_1)}$$

Po přechodu zpět do časové oblasti dostanu

$$u(t,x) = \sqrt{2} \cdot A \cdot e^{\beta x} \cdot \sin(\omega t + \alpha x + \varphi_1) + \sqrt{2} \cdot B \cdot e^{-\beta x} \cdot \sin(\omega t - \alpha x + \varphi_1) \tag{1.10}$$

Nejprve budu uvažovat druhý člen rovnice:

S rostoucím časem se zvyšuje člen ωt a s rostoucí vzdáleností se zvyšuje člen αx, člen φ_2 je konstantní. Pokud je argument *sinu* konstantní, jedná se o místa s konstantní fází, mohu si tedy vyjádřit:

$$\omega t - \alpha x + \varphi_2 = konst$$

$$x = \frac{1}{\alpha} \cdot (\omega t + \varphi_2 - konst)$$

Odtud dostanu fázovou rychlost druhého členu

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{\omega}{\alpha} \tag{1.11}$$

Obdobně si vyjádřím fázovou rychlost prvního členu

$$v = -\frac{\omega}{\alpha} \tag{1.12}$$

Porovnáním rovnic (1.11) a (1.12) vyplývá, že fázové rychlosti mají stejnou hodnotu, pouze se liší směrem. Poté si druhý člen rovnice (1.10) mohu vyložit jako interpretaci vlny šířící se vkladném směru osy *x*. Tuto vlnu si označím jako vlnu hlavní $u_h(t,x)$. Naopak první člen této rovnice si mohu představit, jako vlnu, která se šíří v opačném směru. Tuto vlnu si označím jako vlnu odraženou $u_o(t,x)$.

$$u(t,x) = u_h(t,x) + u_o(t,x)$$

Stejně tak si mohu představit i proudovou vlnu.

$$i(t,x) = i_h(t,x) + i_o(t,x)$$

Je důležité upozornit, že tato interpretace je pouze fiktivní, ve skutečnosti je na vedení jen napětí $u(t,x)$ a proud $i(t,x)$.

Fázová rychlost vyjádřená v rovnicích (1.11) a (1.12) je důležitý parametr pro přenos signálu. Obecně signál neobsahuje pouze jednu frekvenci, ale spektrum frekvencí, a pokud se každá frekvence šíří jinou rychlostí, dochází ke zkreslení přenášeného signálu.

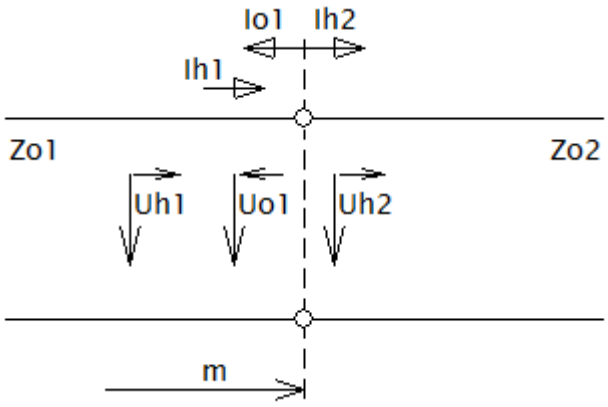
Z rovnic (1.11) a (1.12) je vidět, že fázová rychlost vlny je závislá na konstantě α, proto se tato konstanta nazývá konstantou fáze.

Z rovnice (1.10) vyplývá, že na konstantě β závisí naopak amplituda, respektive jak moc je vlna tlumena, proto se tato konstanta nazývá konstantou tlumení. Tato závislost je exponenciální, tudíž se amplituda vlny s rostoucí vzdáleností od zdroje exponenciálně snižuje.

1.3.3 Spojení dvou homogenních vedení

Je samozřejmostí, že existuje více než jeden druh vedení, kde každé vedení, má jiné parametry a tudíž i jiné vlastnosti. Dále je jasné, že je třeba tyto vedení propojovat. Problémem, který je spjat právě s touto problematikou, se budu zabývat v této části.

Jsou-li dvě vedení o různých vlnových impedancích Z_{01} a Z_{02} propojené ve vzdálenosti *m* od začátku vedení a na toto rozhraní dopadne vlna proudu a napětí z části tato vlna prostoupí do druhého vedení a z části se tato vlna odrazí zpět.



Obr. 1.4: Spojení dvou homogenních vedení

Pro jednotlivé proudy a napětí na rozhraní dvou homogenních vedení podle obrázku 1.4 platí následující vztahy:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{U}_{o1}(m) &= \boldsymbol{r} \cdot \boldsymbol{U}_{h1}(m) \\ \boldsymbol{U}_{h2}(m) &= \boldsymbol{s}_1 \cdot \boldsymbol{U}_{h1}(m) \end{aligned} \tag{1.13}$$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{I}_{o1}(m) &= \boldsymbol{r} \cdot \boldsymbol{I}_{h1}(m) \\ \boldsymbol{I}_{h2}(m) &= \boldsymbol{s}_2 \cdot \boldsymbol{I}_{h1}(m) \end{aligned} \tag{1.14}$$

kde $\boldsymbol{r}$ je činitelem odrazu, $\boldsymbol{s_1}$ je činitel prostupu napěťové vlny a $\boldsymbol{s_2}$ je činitel prostupu proudové vlny. Vycházím-li ze vztahů na rozhraní dvou vedení podle obrázku 1.4, které podle Kirchhoffových zákonů říkají, že :

$$\boldsymbol{U}_{h1}(m) + \boldsymbol{U}_{o1}(m) - \boldsymbol{U}_{h2}(m) = 0$$

$$\boldsymbol{I}_{h1}(m) - \boldsymbol{I}_{o1}(m) - \boldsymbol{I}_{h2}(m) = 0$$

a ze vztahu mezi napětím a proudem jednotlivých vln:

$$\boldsymbol{I}_{h1} = \frac{\boldsymbol{U}_{h1}}{\boldsymbol{Z}_{01}} \qquad \boldsymbol{I}_{o1} = \frac{\boldsymbol{U}_{o1}}{\boldsymbol{Z}_{01}} \qquad \boldsymbol{I}_{h2} = \frac{\boldsymbol{U}_{h2}}{\boldsymbol{Z}_{01}}$$

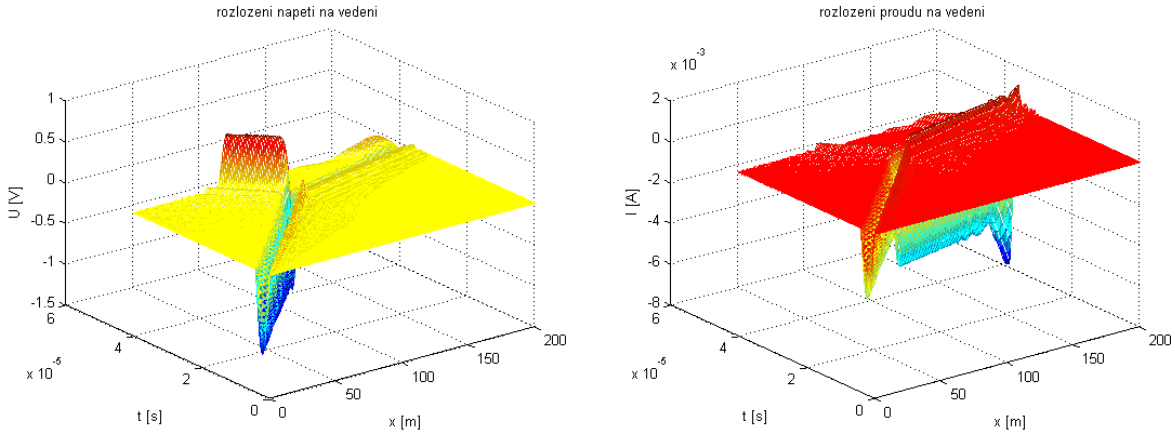
mohu jednotlivé činitele vyjádřit jako

$$\boldsymbol{r} = \frac{\boldsymbol{Z}_{02} - \boldsymbol{Z}_{01}}{\boldsymbol{Z}_{02} + \boldsymbol{Z}_{01}} \tag{1.15}$$

$$\boldsymbol{s}_1 = \frac{2 \cdot \boldsymbol{Z}_{02}}{\boldsymbol{Z}_{02} + \boldsymbol{Z}_{01}} \tag{1.16}$$

$$\boldsymbol{s}_2 = \frac{2 \cdot \boldsymbol{Z}_{01}}{\boldsymbol{Z}_{02} + \boldsymbol{Z}_{01}} \tag{1.17}$$

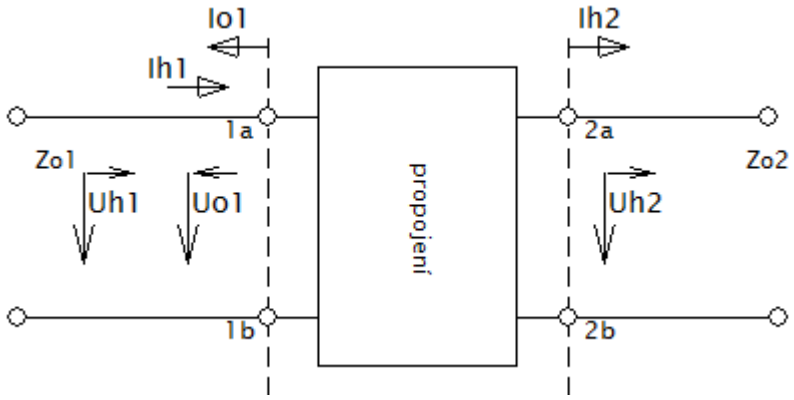
Na obrázku 1.5 je jasně vidět k čemu na rozhraní dvou vedení dochází. Část vlny prošla do druhého vedení a část se odrazila zpět do prvního vedení. Na obrázku je pro lepší názornost sledován pouze jeden puls, nikoli harmonický stav.



Obr. 1.5: Vlnové poměry na rozhraní dvou vedení

Z rovnic (11.5), (1.16) a (1.17) vyplývá, jsou-li vlnové impedance, závisející podle rovnice (1.8) na parametrech jednotlivých vedení, u obou vedení stejné, nedojde k odrazu a napěťová i proudová vlna celá prostoupí do druhého vedení. Nicméně toto tvrzení lze zobecnit.

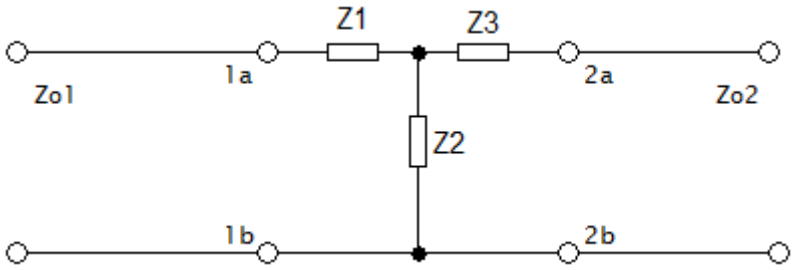
Budou-li impedance na propojovacích svorkách stejné z obou stran, k odrazu nedojde. Díky tomuto zobecnění, je možné propojení vedení přizpůsobit pomocí dvojbranu, který na svých vstupních a výstupních svorkách zajistí podmínky bezodrazovosti.



Obr. 1.6: Propojení dvou homogenních vedení

Je-li propojovací dvojbran správně navržen, bude $\boldsymbol{U}_{o1}(m) = 0$, $\boldsymbol{I}_{o1}(m) = 0$ a $\boldsymbol{U}_{h2}(m) = \boldsymbol{U}_{h1}(m)$, $\boldsymbol{I}_{h2}(m) = \boldsymbol{I}_{h1}(m)$, uvažuji pro zjednodušení, že propojovací dvojbran je nulové délky.

Jako příklad uvedu propojení T-článkem podle obrázku 1.7.



Obr. 1.7: Přizpůsobovací dvojbran – T-článek

Jak již bylo zmíněno, k odrazu nedojde, bude-li na propojovacích svorkách stejná impedance z obou stran, jak zleva, tak zprava. To samozřejmě musí platit jak pro vstupní pár svorek dvojbranu 1a-1b, tak i pro výstupní pár 2a-2b. Na obrázku 1.8 je zobrazen přestup napěťové a proudové vlny z jednoho vedení na druhé pomocí přizpůsobovacího dvojbranu.

- Pro svorky 1a-ab platí:

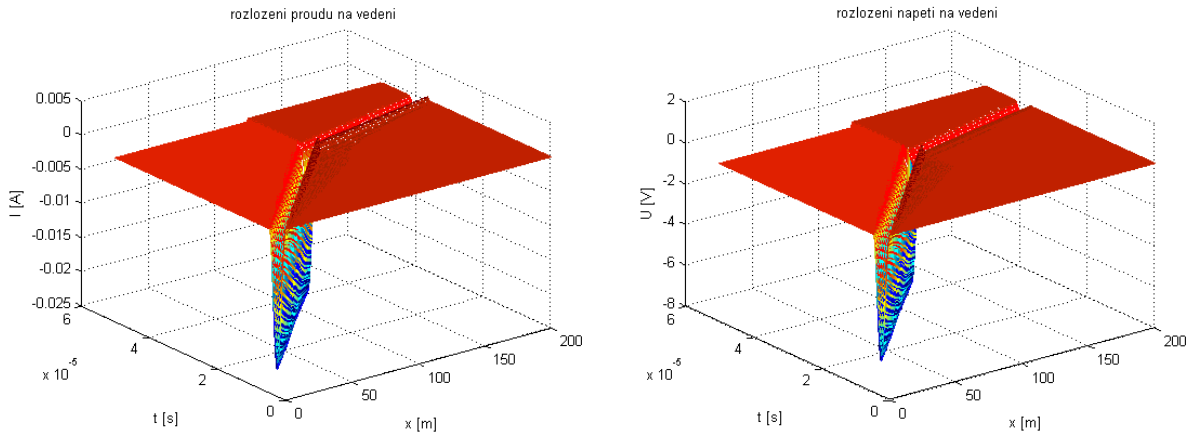
  Impedance měřená zleva: $\boldsymbol{Z_{L1} = Z_{01}}$

  Impedance měřená zprava: $\boldsymbol{Z_{p1} = Z_1 + [\, Z_2 \parallel (Z_3 + Z_{02})\,]}$

- Pro svorky 2a-2b platí

  Impedance měřená zleva: $\boldsymbol{Z_{L2} = Z_3 + [\, Z_2 \parallel (Z_1 + Z_{01})\,]}$

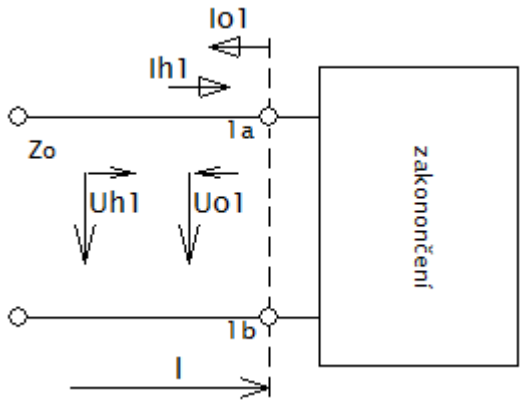
  Impedance měřená zprava: $\boldsymbol{Z_{P2} = Z_{02}}$



Obr. 1.8: Vedení přizpůsobené vhodným dvojbranem

Ty samé podmínky platí samozřejmě i na konci vedení, které si lze též představit jako spojení dvou vedení. Na konec vedení o délce *l*, je připojena libovolná zátěž. Opět,

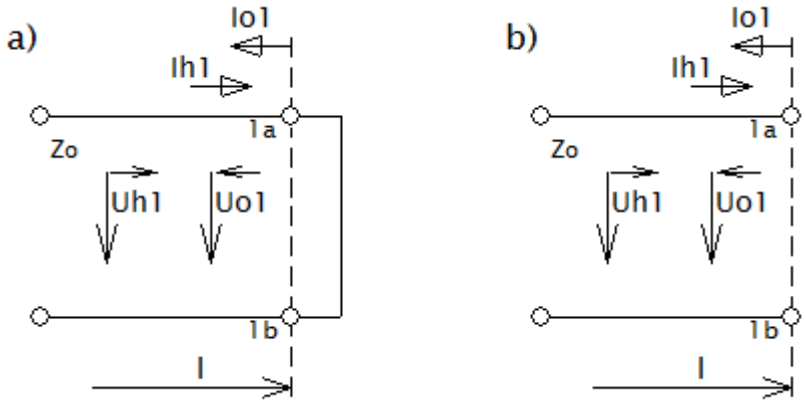
zde platí: Je-li impedance vedení různá od impedance, kterou je vedení zatíženo, dochází zde k odrazům. Naopak, je-li impedance na konci vedení shodná s impedancí vedení, k odrazům na konci vedení nedojde. To znamená, že veškeré energie, která byla vedením přenesena, je spotřebovávána v zátěži. Tudíž je proud $\boldsymbol{I}_{o1}$ a napětí $\boldsymbol{U}_{o1}$ podle obrázku 1.9 nulové.



Obr. 1.9: Ukončení vedení

1.3.3.1 Vedení nakrátko a naprázdno

Mezi mezní případy zatížení, patří stav naprázdno a nakrátko.



Obr. 1.10: Zakončení vedení a) nakrátko, b) naprázdno

Stav nakrátko představuje vedení, jehož svorky jsou na konci zkratovány. Z Ohmova zákona poté jasně vyplývá, že napětí na konci bude nulové.

Stav naprázdno naopak představuje vedení, které není zatíženo žádnou zátěží. Proud na konci vedení tedy určitě bude nulový.

1.4 Vedení ideální a nezkreslující

V tomto odstavci sed budu zabývat ideálním vedením, též nazývaným jako bezeztrátové vedení. Dále se také zmíním i vedení nezkreslujícím.

1.4.1 Ideální vedení

Za ideální považujeme takové vedení, jehož parametry R a G jsou rovny nule. V reálném světě tomu ovšem tak nikdy není, nicméně hodnoty těchto parametrů mohou být velmi nízké. Ovšem tento model velice zjednodušuje některé výpočty. Z rovnic (1.7) a (1.9) plyne, že konstanta šíření bude mít jen imaginární složku

$$\alpha = \omega \cdot \sqrt{L \cdot C} \tag{1.18}$$

reálná část β bude rovna nule.

Tyto zjištění ve vztahu k rovnici (1.10) nám říkají, že se napěťová a proudá vlna budou šířit netlumeně, budou mít po celé délce vedení konstantní amplitudu. Proto se tomuto typu vedení říká též vedení bezeztrátové.

Fázová rychlost vlny z rovnice (1.11) přejde do tvaru

$$v = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}} \tag{1.19}$$

zde je vidět, že fázová rychlost již není závislá na frekvenci daného signálu. Tudíž se celé spektrum daného signálu šíří stejnou rychlostí.

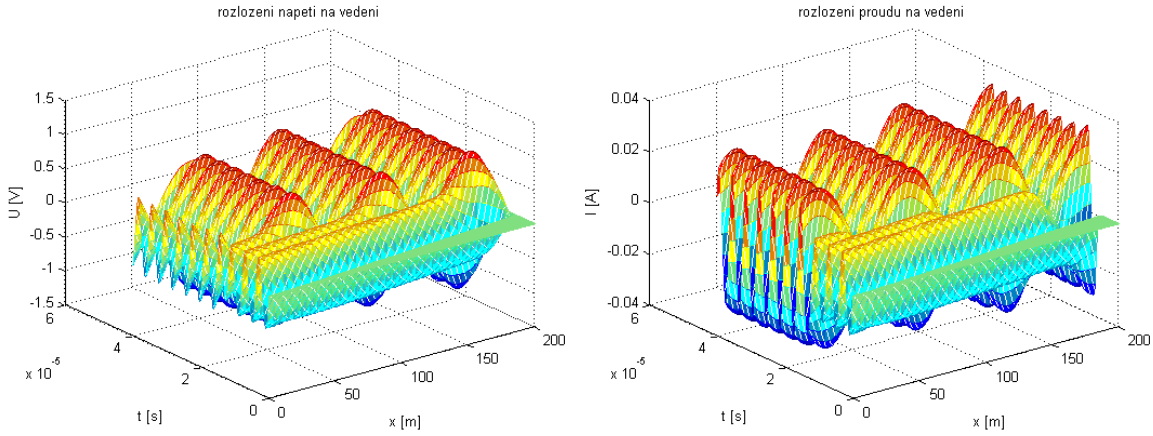
Vlnová impedance takovéhoto vedení je poté ryze reálnou hodnotou nezávislou na přenášené frekvenci

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} \tag{1.20}$$

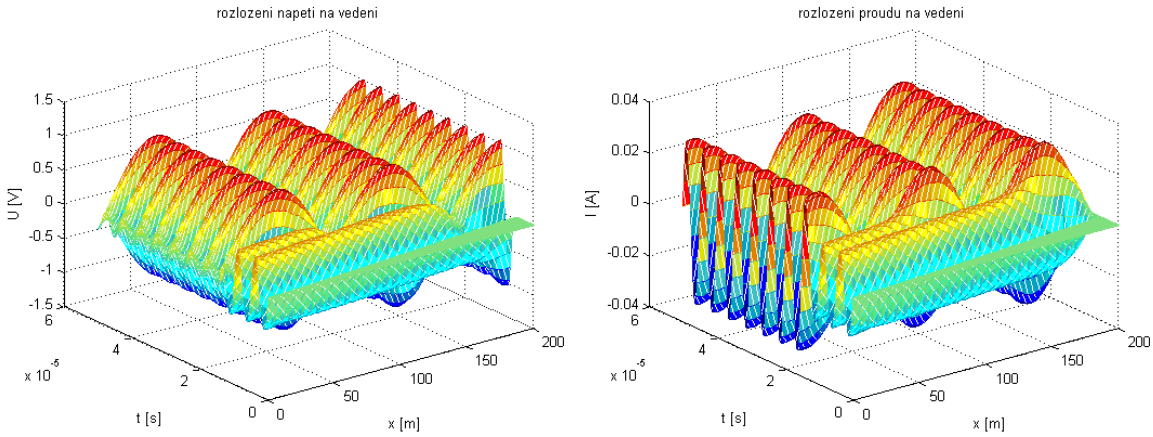
1.4.1.1 Stojaté vlnění

Je-li ideální vedení zakončené naprázdno nebo nakrátko dochází na něm ke stojatému vlnění.

Vlna proudu, je oproti vlně napětí posunuta geometricky o $\lambda/4$ a časově o $\pi/2$. Je-li vlna proudu a napětí časově posunuta o $\pi/2$ je zřejmé, že vedením přenesený činný výkon je nulový. Podrobněji tento problém vysvětlen např. v [3].



Obr. 1.11: Stojaté vlnění – vedení nakrátko



Obr. 1.12: Stojaté vlnění – vedení naprázdno

1.4.2 Nezkreslující vedení

Jak již bylo uvedeno, konstanta šíření, respektive její složky – konstanta tlumení a konstanta fáze – jsou funkcemi frekvence. A jelikož, jak jsem zmínil výše, obecný signál neobsahuje pouze jednu frekvenci, ale určité frekvenční spektrum, přičemž každá frekvenční složka může mít jinou amplitudu, dochází k tomu, že každá frekvenční složka je jinak tlumena a je přenášena jinou rychlostí.

Cílem nezkreslujícího vedení je tedy dosáhnou toho, aby konstanta tlumení β a fázová rychlost nebyly závislé na frekvenci. Podle odvození v publikaci [3] jsou tyto parametry nezávislé na frekvenci pokud:

$$\frac{L}{R} = \frac{C}{G} \tag{1.21}$$

Při splnění této podmínky je

$$\beta = \sqrt{R \cdot G}$$

$$v = \frac{\omega}{\omega\sqrt{L \cdot C}} = \frac{1}{L \cdot C}$$

Vlnová impedance je v tomto případě, stejně jako tomu je u ideálního vedení, ryze reálna hodnota nezávislá na frekvenci

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} = \sqrt{\frac{R}{G}}$$

2 VYTOŘENÍ SW PRO PREZENTACI ŠÍŘENÍ RÁZOVÝCH VLN NA DVOU PROPOJENÝCH VEDENÍ

Ve všech soustavách, kterými je přenášena elektrické energie, dochází k přechodovým jevům. Tyto přechodové jevy mají za následek zvýšení napětí či proudu v soustavě oproti provozním hodnotám.

Při zvýšení hodnot proudu či napětí dochází v soustavě k většímu namáhání izolace. Tento jev může mít za následek poškození této izolace, v horším případě může dojít až ke zničení daného zařízení, nebo přístroje. V důsledku přerušení vedení, tedy přenosu energie, muže dojít k dalším škodám zaviněným právě přerušením dodávky elektrické energie.

2.1 Základní pojmy

Přepětí - jakékoliv závislé zvýšení napětí mezi fází a zemí, nebo mezi fázemi, nad odpovídající hodnotu.

Jmenovitý činitel přepětí - poměr amplitudy přepětí a amplitudy nejvyššího napětí dané sítě

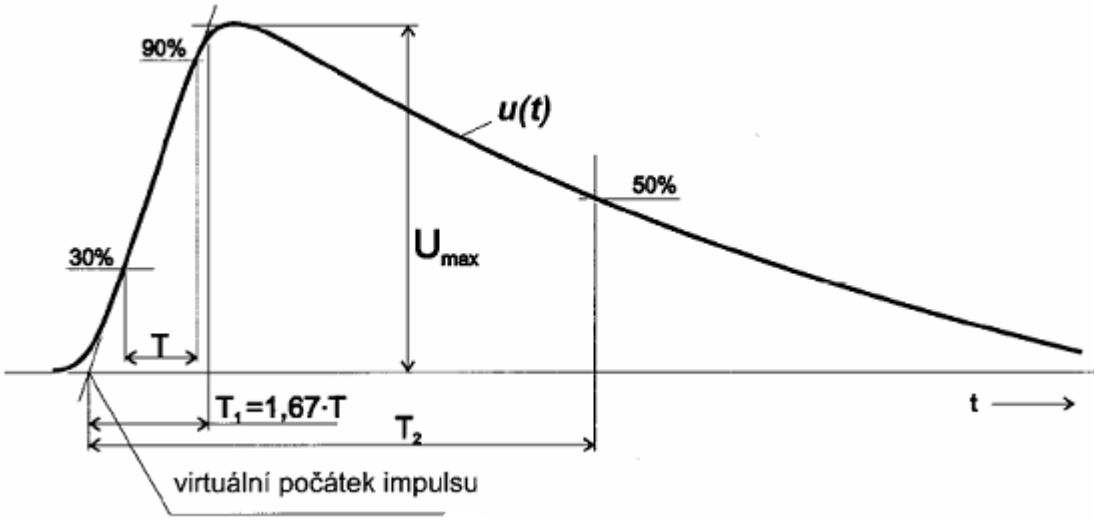
Dělení přepětí

a) podle vzniku přepětí
   - vnitřní přepětí (provozní)
     - přepětí při spínacích operací
     - přepětí při poruchových stavech
   - vnější přepětí (atmosférická) – tato přepětí bývají jednosměrná a trvají velmi krátkou dobu

b) podle doby trvání
   - trvalé přepětí
   - dočasné přepětí

2.1.1 Rázová vlna

Rázové vlny jsou charakterizovány svoji polaritou, amplitudou (vrcholovou hodnotou), a časovým průběhem.



Obr. 2.1: Rázová vlna napětí (převzato z [4])

Parametry rázové vlny

- Vrcholová hodnota	- maximální hodnota (amplituda) napětí, které sledovaný průběh dosáhne
- Čelo impulsu	- část impulsu před tím, než dosáhne své amplitudy
- Doba čela T_1	- 1,67 násobek časového intervalu T, ve kterém vzroste hodnota napětí z 30% vrcholové hodnoty pulsu na hodnotu 90% vrcholové hodnoty pulsu
Virtuální počátek vlny	- okamžik předbíhající o $0{,}3 \cdot T_1$ okamžik, v němž hodnota napětí dosáhne hodnoty 30% vrcholové hodnoty
- Týl impulsu	- část impulsu, po té co dosáhne své vrcholové hodnoty
- Doba půltýlu	- doba mezi virtuálním počátkem vlny a okamžikem, kdy hodnota napětí impulsu klesne na polovinu vrcholové hodnoty

2.2 Matematický model vedení

Matematickým modelem vedení jsou telegrafní rovnice (1.1) a (1.2). Ty tvoří soustavu parciálních diferenciálních rovnic 1. řádu hyperbolického typu a popisují vedení v libovolném místě. Jsou spojitým modelem vedení.

Řešení této soustavy je analyticky velmi složité a řešení se nalezne zpravidla jen pro velmi jednoduché průběhy. Vzhledem k tomu, že rázové procesy do této kategorie nepatří, využívá se při řešení takových to problémů řešení semianalytické (mezi tyto metody patří například Fourierova tr, nebo Lapaceova Tr.), nebo řešení numerické. Případně se dá využit vhodné aproximační metody, například náhradou vedení s rozprostřenými parametry kaskádním spojením konečným počtem elementárních dvojbranů se soustředěnými parametry.

Aby byl matematický model kompletní, je třeba telegrafní rovnice doplnit o okrajové podmínky, které reprezentují poměry na začátku a na konci vedení.

Aby bylo nalezeno jednoznačné řešení této soustavy diferenciálních rovnic, je dále třeba formulovat i počáteční podmínky. Obecně budu vycházet z nulových počátečních podmínek, tudíž v čase $t=0$ bude na vedení po celé jeho délce nulový proud a nulové napětí.

2.3 Numerické řešení

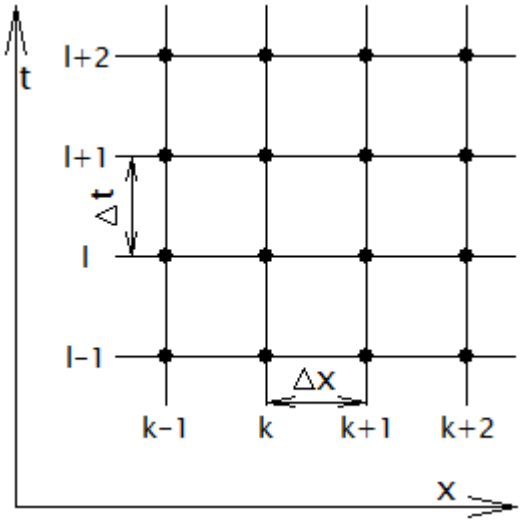
Vzhledem k rostoucímu výkonu a vývoji výpočetní techniky se numerické metody při řešení podobných problémů dostávají stále více do popředí

MATLAB, ani jiné výpočetní programy neobsahují možnosti pro řešení soustavy rovnic daného typu. Z tohoto důvodu jsem si musel vytvořit vlastní model. V této části se budu zabývat právě tímto mým návrhem modelu pro numerické řešení.

2.3.1 Metoda sítí

Princip této metody spočívá v náhradě derivací diferenčními podíly. V tomto případě se čas, po který je daný jev zkoumán, rozdělí na N_T dílčích časových okamžiků

s krokem Δt a prostor, v našem případě jednorozměrný ve směru *x*, ve kterém se jev odehrává na N elementárních úseků s krokem Δx.



Obr. 2.2: Princip metody sítí

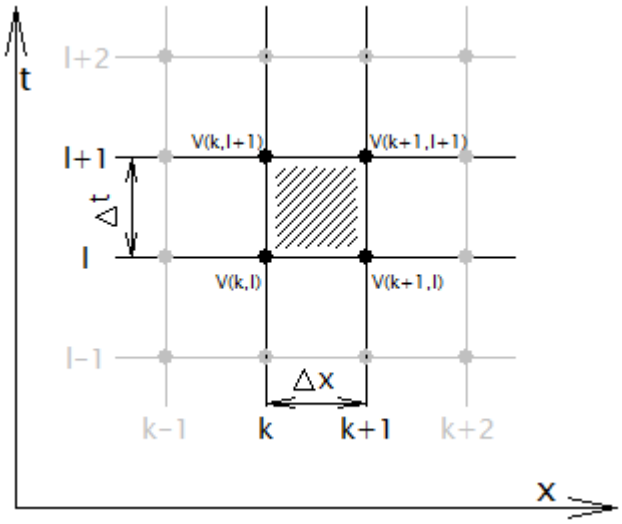
Je jasné, že řešení již nebude spojité, tak jak ho popisuje soustava telegrafních rovnic (1.1) a (1.2), ale bude diskrétní. Budeme tedy znát hodnoty jednotlivých veličin pouze v jednotlivých uzlech dané diskretizační sítě.

2.3.2 Wendroffova diferenční formule

K numerickému řešení soustavy telegrafních rovnic jsem použil metodu konečných diferencí FDTF (Final Difference in Time Domain) s využitím implicitní Wendroffovy diferenční formule.

Implicitní metody řeší stav v následujícím časovém okamžiku, z hodnot, které jsou řešením, jak aktuálního stavu, tak i stavu následujícího. Na rozdíl od explicitních metod, které řeší stav v následujícím časovém okamžiku pouze z hodnot v aktuálním čase.

Výhodou implicitních metod je jejich stabilita.



Obr. 2.3: Schéma Wendroffovy diferenční formule

Wenroffova diferenční formule aproximuje časovou derivaci v daném bodě diskretizovaného časoprostoru jako průměr diferenčních časových podílů v dané diskrétní vzdálenosti *k* a ve vzdálenosti *k+1*. Prostorovou derivaci v tomto bodě aproximuje jako průměr prostorových diferenčních podílů v daném časovém okamžiku *l* a v následujícím okamžiku *l+1*.

$$\left.\frac{\partial v(t,x)}{\partial t}\right|_{l,k} \cong \frac{1}{2}\left(\frac{V_{k+1}^{l+1}-V_{k+1}^{l}}{\Delta t}+\frac{V_{k}^{l+1}-V_{k}^{l}}{\Delta t}\right)$$
$$\left.\frac{\partial v(t,x)}{\partial x}\right|_{l,k} \cong \frac{1}{2}\left(\frac{V_{k+1}^{l+1}-V_{k}^{l+1}}{\Delta x}+\frac{V_{k+1}^{l}-V_{k}^{l}}{\Delta x}\right) \qquad (2.1)$$

2.2.3 Numerické řešení telegrafních rovnic

Nejprve jsem si zdiskretizoval časoprostor, ve kterém daný jev zkoumám.

a) prostorová diskretizace

vedení má délku *l*, tu si rozdělím na *N* elementů s rovnoměrným krokem, který je roven:

$$\Delta x = \frac{l}{N}$$

b) časová diskretizace

čas *t*, po který je jev zkoumám, si rozdělím na N_T časových okamžiků s krokem

$$\Delta t = \frac{t}{N_T}$$

Na telegrafní rovnice (1.1) a (1.2), které představují spojitý model vedení, aplikuji s použitím zmíněného dělení výše popsanou Wendroffovu diferenční formuli. Dostanu následující soustavu rovnic.

$$-\frac{1}{2}\left(\frac{U_{k+1}^{l+1}-U_k^{l+1}}{\Delta x}+\frac{U_{k+1}^{l}-U_k^{l}}{\Delta x}\right) = \frac{L}{2}\left(\frac{I_{k+1}^{l+1}-I_{k+1}^{l}}{\Delta t}+\frac{I_k^{l+1}-I_k^{l}}{\Delta t}\right)+\frac{R}{4}\left(I_{k+1}^{l+1}+I_{k+1}^{l}+I_k^{l+1}+I_k^{l}\right) \tag{2.2}$$

$$-\frac{1}{2}\left(\frac{I_{k+1}^{l+1}-I_k^{l+1}}{\Delta x}+\frac{I_{k+1}^{l}-I_k^{l}}{\Delta x}\right) = \frac{C}{2}\left(\frac{U_{k+1}^{l+1}-U_{k+1}^{l}}{\Delta t}+\frac{U_k^{l+1}-U_k^{l}}{\Delta t}\right)+\frac{G}{4}\left(U_{k+1}^{l+1}+U_{k+1}^{l}+U_k^{l+1}+U_k^{l}\right) \tag{2.3}$$

přičemž $k = 1, 2, \dots, N_X$

$l = 1, 2, \dots, N_T$

Soustavu rovnic (2.2) a (2.3) si mohu zapsat v maticovém tvaru jako:

$$\boldsymbol{A'} * \boldsymbol{v'^{l+1}} = \boldsymbol{B'} * \boldsymbol{v'^{l}} \tag{2.4}$$

kde vektor $\boldsymbol{v'}$ obsahuje diskrétní hodnoty napětí a proudů v jednotlivých vzdálenostech *k* a *l* pak označuje časovou hladinu. Matice $\boldsymbol{A'}$ a $\boldsymbol{B'}$ obsahují koeficienty, které získáme z daných rovnic.

Získáme tedy soustavu $2 \cdot N$ rovnic, ale pro $2 \cdot (N+1)$ závisle proměnných.

$$\begin{bmatrix} -1 & 1 & -\frac{R\cdot\Delta x}{2}+\frac{L\cdot\Delta X}{\Delta t} & -\frac{R\cdot\Delta x}{2}+\frac{L\cdot\Delta X}{\Delta t} \\ \frac{G\cdot\Delta x}{2}+\frac{C\cdot\Delta x}{\Delta t} & \frac{G\cdot\Delta x}{2}+\frac{C\cdot\Delta x}{\Delta t} & -1 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} U_k^{l+1} \\ U_{k+1}^{l+1} \\ I_k^{l+1} \\ I_{k+1}^{l} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -1 & 1 & \frac{R\cdot\Delta x}{2}+\frac{L\cdot\Delta X}{\Delta t} & \frac{R\cdot\Delta x}{2}+\frac{L\cdot\Delta X}{\Delta t} \\ -\frac{G\cdot\Delta x}{2}+\frac{C\cdot\Delta x}{\Delta t} & -\frac{G\cdot\Delta x}{2}+\frac{C\cdot\Delta x}{\Delta t} & -1 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} U_k^{l} \\ U_{k+1}^{l} \\ I_k^{l} \\ I_{k+1}^{l} \end{bmatrix} \tag{2.5}$$

Takto vypadá soustava rovnic (2.2) a (2.3) zapsaná ve tvaru rovnice (2.4)

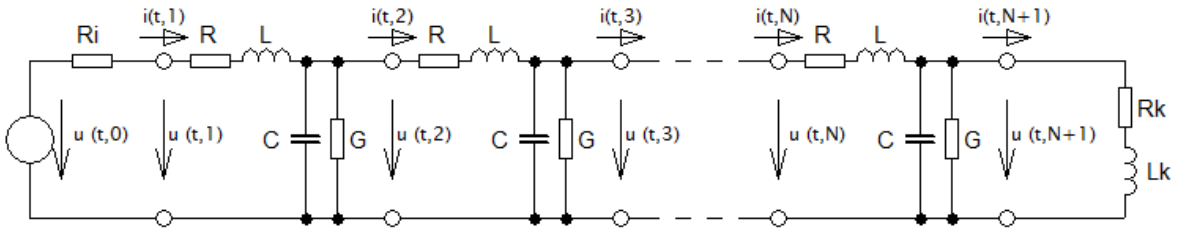
2.3.4 Numerický model vedení

Aby byl numerický model kompletní, je třeba doplnit řešení telegrafních rovnic o okrajové podmínky. Vztahy reprezentující chovaní soustavy na jejím začátku a konci. Po doplnění těchto vztahů přejde rovnice (2.4) do tvaru

$$\boldsymbol{A} * \boldsymbol{v^{l+1}} = \boldsymbol{B} * \boldsymbol{v^{l}} + \boldsymbol{d} \tag{2.6}$$

kde vektor ***d*** reprezentuje zdroje.

Jako příklad pro řešení okrajových podmínek uvedu řešení, kdy na začátek vedení je připojen zdroj, jež je reprezentován časovým průběhem $u(t)$ a svým vnitřním odporem R_i. Vedení bude zakončeno sériovou kombinací odporu R_k a indukčnosti L_k.



Obr. 2.4: Schéma homogenního vedení s okrajovými podmínkami

Okrajová podmínka na začátku vedení je spojitě vyjádřitelná pomocí Kirchhoffova zákona jako:

$$u(t,0) = R_i \cdot i(t,1) + u(t,1)$$

Nyní tuto rovnici zdiskretizuji podle již výše použitých zákonitostí:

$$\frac{\left(U_o^{l+1} + U_0^l\right)}{2} = \frac{R \cdot \left(I_1^{l+1} + I_1^l\right)}{2} + \frac{\left(U_1^{l+1} + U_1^l\right)}{2}$$

a upravím do tvaru podle rovnice (2.6)

$$[1 \quad R_i] * \begin{bmatrix} U_1^{l+1} \\ I_1^{l+1} \end{bmatrix} = [1 \quad R_i] * \begin{bmatrix} U_1^l \\ I_1^l \end{bmatrix} + [U_0^{l+1} + U_0^l]$$

Okrajová podmínka na konci vedení je spojitě vyjádřitelná jako:

$$u(t,N+1) = R_k \cdot i(t,N+1) + L \cdot \frac{\partial i(t,N+1)}{\partial t}$$

po diskretizaci

$$\frac{1}{2}\left(U_{N+1}^{l+1} + U_{N+1}^l\right) = \frac{R_k}{2}\left(I_{N+1}^{l+1} + I_{N+1}^l\right) + L_k\left(\frac{I_{N+1}^{l+1} - I_{N+1}^l}{\Delta t}\right)$$

a po úpravě

$$\left[1 \quad -R_k - \frac{2 \cdot L_k}{\Delta t}\right] * \begin{bmatrix} U_{N+1}^{l+1} \\ I_{N+1}^{l+1} \end{bmatrix} = \left[1 \quad R_k - \frac{2 \cdot L_k}{\Delta t}\right] * \begin{bmatrix} U_{N+1}^l \\ I_{N+1}^l \end{bmatrix} + [0]$$

Po doplnění těchto dvou okrajových podmínek do soustavy rovnic (2.4) dostanu úplný model vedení, který obsahuje $2 \cdot (N+1)$ pro $2 \cdot (N+1)$ závisle proměnných.

2.3.4.1 Ilustativní příklad

Nyní uvedu příklad pro sestavení soustavy rovnic pro řešení proudových a napěťových poměrů na vedení podle obrázku 2.4 pro $N = 2$.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & R_1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & -\frac{R\cdot\Delta x}{2}+\frac{L\cdot\Delta X}{\Delta t} & -\frac{R\cdot\Delta x}{2}+\frac{L\cdot\Delta X}{\Delta t} & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & -\frac{R\cdot\Delta x}{2}+\frac{L\cdot\Delta X}{\Delta t} & -\frac{R\cdot\Delta x}{2}+\frac{L\cdot\Delta X}{\Delta t} \\ \frac{G\cdot\Delta x}{2}+\frac{C\cdot\Delta x}{\Delta t} & \frac{G\cdot\Delta x}{2}+\frac{C\cdot\Delta x}{\Delta t} & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{G\cdot\Delta x}{2}+\frac{C\cdot\Delta x}{\Delta t} & \frac{G\cdot\Delta x}{2}+\frac{C\cdot\Delta x}{\Delta t} & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -R_k-\frac{2\cdot L_k}{\Delta t} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} U_1^{l+1} \\ U_2^{l+1} \\ U_3^{l+1} \\ I_1^{l+1} \\ I_2^{l+1} \\ I_3^{l+1} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & R_1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & \frac{R\cdot\Delta x}{2}+\frac{L\cdot\Delta X}{\Delta t} & \frac{R\cdot\Delta x}{2}+\frac{L\cdot\Delta X}{\Delta t} & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & \frac{R\cdot\Delta x}{2}+\frac{L\cdot\Delta X}{\Delta t} & \frac{R\cdot\Delta x}{2}+\frac{L\cdot\Delta X}{\Delta t} \\ -\frac{G\cdot\Delta x}{2}+\frac{C\cdot\Delta x}{\Delta t} & -\frac{G\cdot\Delta x}{2}+\frac{C\cdot\Delta x}{\Delta t} & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{G\cdot\Delta x}{2}+\frac{C\cdot\Delta x}{\Delta t} & -\frac{G\cdot\Delta x}{2}+\frac{C\cdot\Delta x}{\Delta t} & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -R_k-\frac{2\cdot L_k}{\Delta t} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} U_1^l \\ U_2^l \\ U_3^l \\ I_1^l \\ I_2^l \\ I_3^l \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} U_0^{l+1}+U_0^l \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Matici ***A*** si mohu představit jako matici, která je vytvořena následovně

Tab. 2.1: Sestavení matice ***A*** pro homogenní vedení

Okrajové podmínky na začátku vedení	
$\boldsymbol{A'_{11}}$	$\boldsymbol{A'_{12}}$
$\boldsymbol{A'_{21}}$	$\boldsymbol{A'_{22}}$
Okrajové podmínky na konci vedení	

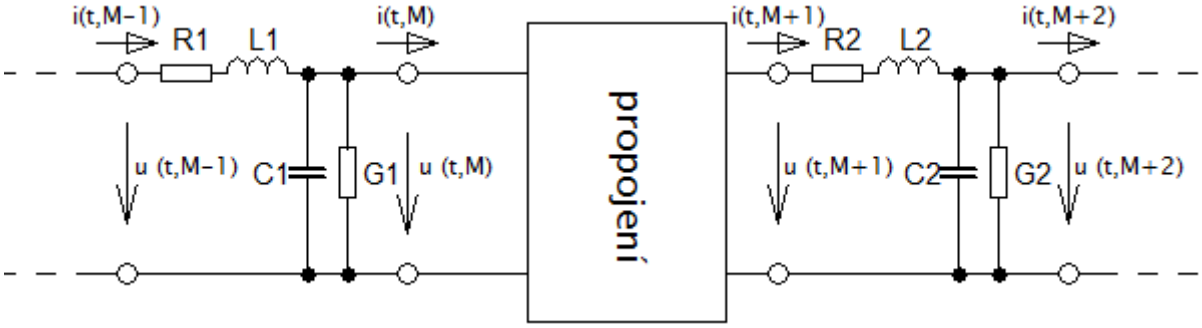
Submatice $\boldsymbol{A'_{11}}$, $\boldsymbol{A'_{12}}$, $\boldsymbol{A'_{21}}$ a $\boldsymbol{A'_{22}}$ obsahují členy vycházející z rovnic (2.4) a (2.5) a jsou rozměru N x $(N+1)$ – v mém případě tedy 2 x 3. Matici ***B*** si mohu představit obdobným způsobem.

Tento způsob je zde uveden pro budoucí účely, kde se budu zabývat modelem představujícím dvě propojená vedení.

2.3.5 Numerický model propojení dvou vedení

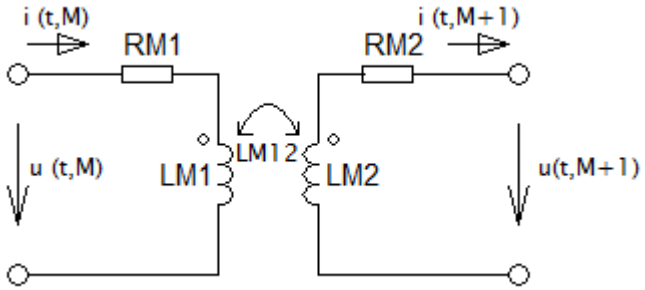
Jak bylo uvedeno v první kapitole, je potřeba propojovat jednotlivá vedení. Na tomto propojení dochází k již popsaným jevům, kdy se vlna šířící po vedení v tomto místě odráží a prostupuje. Aby bylo možné tyto stavy vizualizovat, je nutné pro propojení těchto vedení opět vytvořit numerický model.

K propojení dvou vedení dochází v relaci s obrázkem 2.5 v diskrétní vzdálenosti *M* od začátku vedení. Proto si musím nadefinovat vztahy mezi napětími a proudy na začátku a na konci propojovacího dvojbranu.



Obr. 2.5: Propojení dvou vedení

Jako příklad propojení mi poslouží transformátor podle obrázku 2.6. Vyjádřím si tedy poměry mezi jednotlivými proudy a napětími.



Obr. 2.6: Propojení transformátorem

$$R_{M1} \cdot i(t,M) + L_{M1}\frac{\partial i(t,M)}{\partial t} - L_{M12}\frac{\partial i(t,M+1)}{\partial t} - u(t,M) = 0$$

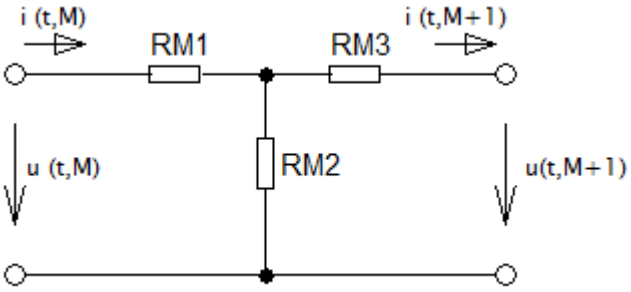
$$R_{M2} \cdot i(t,M+1) + L_{M2}\frac{\partial i(t,M+1)}{\partial t} - L_{M12}\frac{\partial i(t,M)}{\partial t} + u(t,M) = 0$$

rovnice pro spojitý časový průběh zdiskretizuji a upravím, tím dostanu:

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & R_{M1}+\frac{2\cdot L_{M1}}{\Delta t} & -\frac{2\cdot L_{M12}}{\Delta t} \\ 0 & 1 & -\frac{2\cdot L_{M12}}{\Delta t} & R_1+\frac{2\cdot L_1}{\Delta t} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} U_M^{l+1} \\ U_{M+1}^{l+1} \\ I_M^{l+1} \\ I_{M+1}^{l} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -1 & 0 & -R_{M1}+\frac{2\cdot L_{M1}}{\Delta t} & -\frac{2\cdot L_{M12}}{\Delta t} \\ 0 & 1 & -\frac{2\cdot L_{M12}}{\Delta t} & -R_{M1}+\frac{2\cdot L_{M1}}{\Delta t} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} U_M^{l} \\ U_{M+1}^{l} \\ I_M^{l} \\ I_{M+1}^{l} \end{bmatrix}$$

Jako další příklad propojení uvedu odporový T-článek podle obrázku 2.7. Tento model uvedu z důvodu toho, že případnou volbou různých hodnot jednotlivých odporů, mohu přejít například na Γ-článek, či pouze propojení přímé apod. Nevýhodou těchto odporových článků je ovšem úbytek napětí, který vzniká průtokem proudu jeho podélnými odpory a úbytek proudu, který se ztrácí přes příčný odpor.



Obr. 2.7: Propojení T-článkem

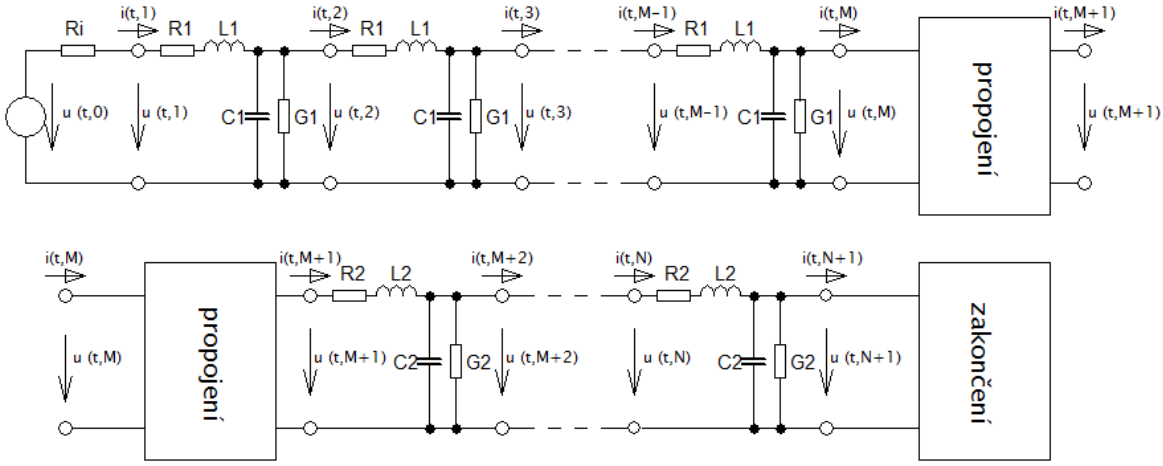
Zde uvedu rovnou už upravený výsledek

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & -R_{M1} & -R_{M3} \\ \frac{1}{-R_{M2}} & 0 & 1+\frac{R_{M1}}{R_{M2}} & -1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} U_M^{l+1} \\ U_{M+1}^{l+1} \\ I_M^{l+1} \\ I_{M+1}^{l} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -1 & 1 & R_{M1} & R_{M3} \\ \frac{1}{R_{M2}} & 0 & -1-\frac{R_{M1}}{R_{M2}} & +1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} U_M^{l} \\ U_{M+1}^{l} \\ I_M^{l} \\ I_{M+1}^{l} \end{bmatrix}$$

2.3.6 Numerické model dvou propojených vedení

Numerický model takového vedení, které je zobrazeno na obrázku 2.8, bude obsahovat, jak model numerického řešení telegrafních rovnic pro první vedení, jehož parametry jsou R_1, L_1, C_1, G_1, numerický model řešení telegrafních rovnic druhého vedení s parametry R_2, L_2, C_2, G_2, numerický model řešení okrajových podmínek, tedy jak okrajové podmínky na začátku prvního vedení a na konci druhého vedení, tak numerický model řešení vztahů na propojení těchto dvou vedení ve vzdálenosti *M* a *M+1*.



Obr. 2.8: Schéma vedení dvou propojených vedení s okrajovými podmínkami

Stále vycházím z rovnice (2.6), která je uvedena ve tvaru

$$\boldsymbol{A} * \boldsymbol{v}^{l+1} = \boldsymbol{B} * \boldsymbol{v}^{l} + \boldsymbol{d}$$

Matici $\boldsymbol{A}$ nyní sestavím ve spojitosti s tabulkou 2.1 následujícím způsobem:

Tab 2.2: sestavení matice A pro propojené vedení

Okrajové podmínky na začátku prvního vedení			
$\boldsymbol{A'1_{11}}$	$\boldsymbol{0}$	$\boldsymbol{A'1_{12}}$	$\boldsymbol{0}$
Okrajové podmínky na konci prvního vedení (svorky M)			
$\boldsymbol{0}$	$\boldsymbol{A'2_{11}}$	$\boldsymbol{0}$	$\boldsymbol{A'2_{12}}$
$\boldsymbol{A'1_{21}}$	$\boldsymbol{0}$	$\boldsymbol{A'1_{22}}$	$\boldsymbol{0}$
Okrajové podmínky na začátku druhého vedení (svorky M+1)			
$\boldsymbol{0}$	$\boldsymbol{A'2_{21}}$	$\boldsymbol{0}$	$\boldsymbol{A'2_{22}}$
Okrajové podmínky na konci druhého vedení			

Submatice $\boldsymbol{A'1_{11}}$, $\boldsymbol{A'1_{12}}$, $\boldsymbol{A'1_{21}}$ a $\boldsymbol{A'1_{22}}$ jsou submatice podle rovnice (2.4) sestavené z parametrů prvního vedení. Tyto submatice jsou rozměru $(M-1)$ x (M). Submatice $\boldsymbol{A'2_{11}}$, $\boldsymbol{A'2_{12}}$, $\boldsymbol{A'2_{21}}$ a $\boldsymbol{A'2_{22}}$ jsou sestavené stejným způsobem z parametrů druhého vedení. Tyto submatice jsou rozměru $(N-M)$ x $(\mathrm{N}-\mathrm{M}+1)$. Nuly představují submatice, jež obsahují nuly, nulové matice.

Obdobným způsobem vytvořím i matici $\boldsymbol{B}$.

2.3 Vytvoření SW pro simulaci jevů na vedení

Pro simulaci daného problému jsem vytvořil vlastní program za pomoci programu MALTAB. Tento program jsem si vybral pro jeho velmi jednoduché a intuitivní ovládání. Není zde potřeba například inicializovat proměnné apod.. Má také velmi dobrou nápovědu, tudíž řešení jakýchkoliv problému je zde snadné.

Program se skládá z několika skriptů – m-file[2].

V základním skriptu si uživatel zadá v korespondenci se schématem, které bylo použito pro řešení daného problému (obrázek 2.8), jednotlivé parametry vedení. V dalších, podpůrných, skriptech jsou potom sestavovány jednotlivé matice podle rovnice (2.6), jsou v nich řešeny okrajové podmínky na začátku a na konci vedení a také modely propojení jednotlivých vedení.

2.3.1 Hlavní skript

V tomto skriptu si zadává uživatel parametry jednotlivých vedení R_1 L_1 G_1 C_1 a R_2 L_2 G_2 C_2. Navolí si vnitřní odpor zdroje a zatěžovací odpor. Samozřejmostí je volba délky vedení, místa propojení a času, po který daný jev budeme zkoumat.

Uživatel si také může zvolit, jak chce danou délku a daný čas dělit – jak přesné chce mít výsledky. Musím upozornit, že čím přesnější chce uživatel výsledky, tedy čím je počet jednotlivých elementů a počet jednotlivých časových okamžiků vyšší, tím se

[2] Funkční soubor programu MATLAB s příponou .m, ve kterém je naprogramována funkce programu.

prodlužuje i čas, který program potřebuje pro daný výpočet a zobrazení jednotlivých výsledků.

V tomto m-filu jsou počítány jednotlivé hodnoty napětí a proudů v daných bodech diskrétní časoprostorové sítě.

Tento skript volá jednotlivé další podpůrné skripty.

2.3.2 Podpůrné skripty

Tyto podpůrné skripty bych rozdělil do čtyř kategorií.

a) skript pro sestavení matice: *sestavmatici.m*

   v tomto skriptu jsou sestaveny matice ***A*** a ***B*** podle rovnice (2.6). Tyto matice jsou primárně sestaveny pro vedeni zakončené odporem.

b) skripty pro řešení propojení: *propojX.m*

   tyto skipty obsahují úpravu matic ***A*** a ***B*** pro různé druhy propojení. Program nabízí možnosti propojení „natvrdo“, přímé propojení, propojení přes odpor, odporový T-článek, propojení indukčnost, kapacitorem a propojení transformátorem.

c) skripty pro řešení zakončení vedení *konecX.m*

   jak jsem zmínil v bodě a) v základu je naprogramováno zakončení odporem. Volba zakončení vedení, však může být i jiná. V základní nabídce programu je možno vedení zatížit buď zmíněným odporem, nebo cívkou s vnitřním odporem, či sérioparalelní kombinací (R-L) || C.

d) skripty pro řešení napájecího napětí *zdrojX.m*

   program nabízí simulaci pro různý průběh napájecího napětí. Průběh napájecího napětí je řešen v těchto skriptech.

Ve skriptech b) a c) si může uživatel libovolně volit jednotlivé hodnoty daných parametrů, podle zobrazeného schématu.

3 PŘÍPRAVA PREZENTACE PRO VÝUKU

Pro přípravu prezentace, která by měla sloužit, jako výukový prostředek jsem zvolil program MS PowerPoint. Tento program jsem si vybral pro jeho jednoduché, srozumitelné a velmi intuitivní ovládání. Tyto jeho vlastnosti mi velice ulehčili samotnou tvorbu dané prezentace. Mohl jsem zde využít různých animací, či časování jednotlivých akcí, což prezentaci činí zajímavější a tím pomáhá udržet posluchačovu pozornost.

Připravená prezentace by měla posloužit především studentům teoretické elektrotechniky k jednoduššímu a jasnějšímu pochopení dané problematiky. V souvislosti s vytvořeným programem, který umožňuje simulovat danou popisovanou problematiku, bych tuto prezentaci doporučoval pro počítačová cvičení, kde si studenti mohou dané popisované vlastnosti rovnou sami vyzkoušet. Tak uvidí jak chování napětí a proudu na vedení závisí na jeho jednotlivých parametrech, co se děje na propojení dvou vedení s různými parametry. Je vhodné si také vyzkoušet možnosti přizpůsobení, kdy klasické dvojbrany tvořené pouze odpory sice vedení přizpůsobí, ale dojde jak k proudové tak k napěťové ztrátě. Tyto ztráty naopak nezpůsobuje ideální transformátor, na druhou stranu však způsobuje fázový posun.

3.1. Struktura prezentace

Prezentace je strukturovaná do pěti základních bloků. V první části je nastíněn problém dlouhého vedení, proč a kdy je třeba obvod modelovat jako obvod s rozloženými parametry. V druhém bloku jsou vysvětleny zkoumané jevy na jednofázovém homogenním vedení v ustáleném harmonickém stavu. Dále je řešen problém propojování dvou vedení rozlišných parametrů. V druhé části je řešen problém přechodových jevů, které se na vedení mohou vyskytovat. Také je zde naznačen numerický způsob řešení takovýchto rychlých jevů. Na závěr prezentace je pak uvedeno několik ilustrativních příkladů.

Před začátkem samotné prezentace je vhodné vyčlenit si část tabule, která bude určena pro zápis důležitých rovnic. Toto je důležité, protože k některým rovnicím je

opakovaně odkazováno a jsou dále používány. Tyto důležité rovnice jsou v prezentaci očíslovány.

3.1.1 Úvod do problému

Začátkem je vysvětlen pojem obvod s rozloženými parametry. Je uvedeno, že rychlost šíření, kterou se elektromagnetické pole pohybuje má konečnou hodnotu, a proto je napětí i proud funkcí nejen času, ale i prostorových souřadnic; $u = u(t, x)$ a $i = i(t; x)$, a proto nelze modelovat některé soustavy ideálními prvky se soustředěnými parametry. V obecném měřítku může být napětí a proud samozřejmě funkcí všech tří prostorových souřadnic. V našem případě jde ovšem jen o problém geometricky jednorozměrný.

Rozhodnutí o použití daného modelu závisí na poměru délky vlny a délky vedení. V tento moment je dobré prezentaci pozastavit a se studenty spočítat několik vzorových příkladů, ze kterých vyplyne, že pro různé frekvence, se obvod může modelovat různě. Jednou z možností může být příklad, který je uveden v kapitole 1.1.

Dále se posluchači dozví, že jednofázové homogenní vedení, které si můžeme představit například jako dvojici rovnoběžných vodičů, je reprezentováno čtyřmi parametry; odporem R, indukčností L, kapacitou C a svodem G. K těmto zobrazeným informacím je důležité uvést, co tyty jednotlivé parametry představují. Odpor představuje odpor jednotlivých vodičů. Je závislý na materiálu, ze kterého je vyrobeny a na jeho rozměrech. Indukčnost představuje indukčnost smyčky, kterou daná dvojice vodičů tvoří. Mezi vodiči je kapacita a svod způsobený nedokonalou izolací. Všechny tyto parametry jsou vztaženy na jednotku délky.

Základní element vedení je popsán na dalších slidech. Je zobrazeno jeho vymezení a vztah mezi napětími a proudy na jeho začátku a jeho konci.

Dále jsou uvedeny telegrafní rovnice, které se dají z uvedeného schématu snadno odvodit.

3.1.2 Jednofázové homogenní vedení v ustáleném stavu

Je-li vedení v harmonickém ustáleném stavu lze aplikovat symbolicko-komplexní metodu (SKM).

Jsou zde uvedeny telegrafní rovnice ve tvaru po aplikaci SKM a jejich řešení. V návaznosti na dané řešení jsou zde vysvětleny konstanta šíření a vlnová impedance.

Po přechodu od SKM zpět do časové oblasti je zde uveden časový průběh napětí $u(t,x)$. Je odvozena fázová rychlost vlny a v návaznosti na odvození fázové rychlosti je vysvětleno, proč si můžeme vlnu, která se šíří po vedení, představit jako vlnu, které je superpozicí dvou vln, které se šíří stejně rychle, ale opačnými směry.

Při odvození fázové rychlosti je dobré zmínit její závislost na imaginární složce konstanty šíření α. A že proto je konstanta α nazývána konstantou fáze. Daná vlna napětí se šíří s klesající amplitudou, jejíž útlum je závislí naopak na reálné složce konstanty šíření β a ta je proto nazývána konstantou tlumení.

3.1.3 Propojení dvou homogenních vedení

V této části je popisován problém týkající se propojování dvou homogenních vedení. Je zde zobrazeno, jak se vlna, která dopadá na rozhraní dvou vedení, odráží z části zpět a z části že prostupuje do druhého vedení.

Je zobrazeno místo spojení dvou vedení v dané vzdálenosti s popisem pomocí rovnic pro proudy a napětí, která se v tomto místě vyskytují. Jsou zde vysvětleny pojmy činitel odrazu a činitel prostupu napěťové a proudové vlny. Je dobré nechat studenty odvodit si jednotlivé činitele, aby věděli jak se k nim dospělo. Poté je předveden ilustrativní příklad, kdy je zobrazeno rozložení proudu a napětí v závislosti na čase a vzdálenosti.

Kdy a za jakých podmínek vlna projde celá do druhého vedení, aniž by se odrazila, je popsáno na dalším screenu. Při této části doporučuji se studenty spočítat konkrétní dvojbran, kterým by šlo takové propojení realizovat. Dobrým příkladem může být přechod z dvojlinky, jejíž impedance je 70 Ω, na koaxiální kabel, ten má charakteristickou impedanci rovnu 300 Ω, pomocí Γ článku. Opět je uveden ilustrativní příklad. Na tomto příkladu je vidět, že při propojení pomocí dvojbranu tvořeného odpory dochází k poklesu napětí.

Zakončení vedení je prakticky také propojení dvou vedení s odlišnými parametry. Proto na jeho konci může též docházet k odrazům. Opět je zobrazeno několik ilustrativních příkladů. Nejprve je uvedeno zakončení na krátko, přičemž z grafů je vidět, že na konci vedení je nulové napětí a maximální hodnota proudu. Poté je zobrazen průběh napětí a

proudu na vedení, jež je zakončeno naprázdno. Na další obrazovce je zobrazeno vedení, které je zakončené zátěží se stejnou impedancí, jako je impedance vedení. Pokud je ideální vedení napájeno harmonickým zdrojem a je zakončeno nakrátko nebo naprázdno, dochází na něm ke stojatému vlnění. Průběh stojatého vlnění je zobrazen na dalším slidu. K tomuto problému je dobré říci, že pokud je vedenízakončeno naprázdno, nebo na krátko, je proud a napětí vůči sobě posunuto geometricky o $\pi/4$ a časově $\pi/2$ tudíž není přenášen žádný činný výkon.

3.1.4 Nezkreslující a bezeztrátové vedení

Dále je zde okrajově zmíněno vedení nezkreslující a podmínka, kdy jej lze považovat za nezkreslující. K tomuto je dobré zmínit, k čemu jsou taková vedení dobrá a jak se dosahuje splnění takovýchto podmínek. Například pupinací sdělovacího vedení.

Vedení, jejichž odpor R a svod G se blíží nule, se dají považovat za bezeztrátová. Tedy konstanta tlumení β je poté rovna nule a z rovnice pro průběh napětí poté vyplývá, že vlna se šíří netlumeně. Proto je takové vedení nazýváno bezeztrátové. Na dalších obrázcích je poté vidět, kdy se vlna šíří tlumeně a netlumeně.

3.1.5 Rázové jevy

Na vedení dochází k přechodovým jevům, tyto jevy se vyskytují nahodile a působí jednorázově, proto se nazývají rázovými jevy.

Je zde uvedeno, co je přepětí. Dále se posluchači seznámí s tím, proč je důležité se těmito jevy zabývat. Dále je uvedeno stručné dělení přepětí. Poté je zobrazena a popsána rázová vlna a jsou uvedeny její nejdůležitější parametry.

3.1.6 Matematické řešení rázových jevů na vedení

Vzhledem k tomu, že popsané jevy nemají harmonický průběh a navíc nejsou ustálené nelze již tytz problémy řešit symbolicko-komplexní metodou. Je tedy nutné využít k řešení k řešení jiné metody.

3.1.6.1 Numerické řešení

Numerická řešení se do popředí dostávají díky stále se zvyšujícímu výkonu výpočetní techniky.

Je zde nastíněna dvoudimenzionální metoda sítí. Princip této metody spočívá v diskretizaci časoprostoru, kde hodnoty jednotlivých veličin jsou zkoumány jen v daných diskrétních vzdálenostech a konkrétních časových okamžicích.

K numerickému řešení je poté použita Wendroffova implicitní diferenční formule, které nahrazuje derivaci derivačními podíly. Řešení telegrafních rovnic pomocí této formule je zde naznačeno.

3.1.7 Ilustrativní příklady

Nejprve je zde zobrazeno, diskrétní schéma, které bylo použito pro řešení daného problému. Poté je zde uvedeno několik ilustrativních příkladů pro vedení s různými parametry a pro různé typy propojení dvou vedení.

V této části je pak studentům k dispozici vytvořený program v MATLABu, na kterém si mohou simulovat různé stavy daného problému.

ZÁVĚR

Závěrem bych chtěl zhodnotit svoji diplomovou práci a splnění jednotlivých bodů zadání.

V první části jsem se zabýval problémem dlouhého vedení, kde jsem vedení modeloval jako obvod s rozprostřenými parametry. Vysvětlil jsem vymezení elementárního dvojbranu vedení, který jsem použil pro odvození telegrafních rovnic. Telegrafní rovnice jsou soustavou parciálních diferenciálních rovnic hyperbolického typu a popisují proudové a napěťová poměry na vedení. Tato soustava rovnic představuje spojitý model vedení. Provedl jsem rozbor řešení telegrafních rovnic pro jednofázové homogenní vedení v harmonickém ustáleném stavu. Analýzu jsem provedl v komplexní rovině a následně i v časové oblasti. Zabýval jsem se spojením dvou homogenních vedení a možnostmi jak na propojovacích svorkách zajistit podmínky bezodrazovosti. Zmínil jsem se o ideálním a bezeztrátovém vedení.

V druhé části jsem se zabýval vytvořením programu pro simulaci šíření vln na vedení. Pro tento účel jsem si vybral program MATLAB. Provedl jsem numerické řešení telegrafních rovnic, na které jsem aplikoval Wendroffovu implicitní diferenční formuli, jejíž princip jsem vysvětlil. Vytvořil jsem numerický model dvou propojených vedení. V programu MATLAB jsem poté naprogramoval skript, který daný problém simuluje. Vytvořený program umožnuje volit různé možnosti zatížení vedení a různou volbu propojení dvou vedení.

V poslední části jsem poté navrhl prezentaci pro výuku. V této prezentaci je popsán problém, kterým jsem se v této mé práci zabýval.

Doufám, že má práce dá někomu, kdo má zájem o danou problematiku, alespoň základní přehled a že někomu pomůže v jejím pochopení.

LITERATURA

[1] KOTLAN, Václav. *Rázové jevy na přenosovém vedení*. Plzeň, 2008. Disertační práce. Západočeská univerzita, Fakulta elektrotechnická

[2] MAYER, Daniel. *Vybrané partie ze silnoproudé elektrotechniky*. 1. vyd. Plzeň: Západočeská univerzita, 2002. 250 s. ISBN 80-7082-925-7

[3] MAYER, Daniel. *Úvod do teorie elektrických obvodů; Daniel Mayer*. 1. vyd. Praha: SNTL, 1978. 688 s.

[4] SMÍLEK, Jiří. *Atmosférická a spínací přepětí*. Skripta. Dostupná z http://www.jsmilek.cz/skripta%20pdf/prepeti%20skripta.pdf 15. 3. 2012

[5] VITÁSEK, Emil. *Numerické metody*. 1. vyd. Praha: SNTL, 1987. 512 s. Technický průvodce; sv. 67

[6] DEREŽICKIJ, Miroslav. *Elektrická přepětí v sítích elektrizační soustavy*. Plzeň, 2007. Diplomová práce. Západočeská univerzita. Fakulta elektrotechnická

[7] BÜLLOW, Jiří. *MATLAB: sbírka jednoduchých příkladů pro řešení elektronických a fyzikálních úloh*. 1. vyd. V Plzni: Západočeská univerzita, 2007. 75 s. ISBN 978-80-7043-534-2

[8] PEROUTKA, Zdeněk. *Přepěťové jevy v obvodech s rozprostřenými parametry*. Plzeň, 2000. Diplomová práce. Západočeská univerzita. Fakulta elektrotechnická

SEZNAM PŘÍLOH

1. CD obsahující
    - 1.a) text diplomové práce
    - 1.b) prezentaci pro výuku vytvořenou v programu PowerPoint
    - 1.c) program navržený v MATLABu pro simulaci vlnových procesů na vedení