

ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI
FAKULTA STROJNÍ

Studijní program: B2301 Strojní inženýrství
Studijní zaměření: Stavba energetických strojů a zařízení

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

Vliv vibrací na přestup tepla v mezikruhovém kanálu

Autor: **Pavel JANOUŠKOVEC**

Vedoucí práce: **prof. Ing. J. LINHART, CSc.**

Akademický rok 2011/2012

ORIGINÁLNÍ ZADÁNÍ

ANOTAČNÍ LIST BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

AUTOR	Příjmení: Janouškovec	Jméno: Pavel
STUDIJNÍ OBOR	B2301 "Stavba energetických strojů a zařízení"	
VEDOUcí PRÁCE	Příjmení: prof. Ing. Linhart, CSc.	Jméno: Jiří
PRACOVIŠTĚ	ZČU-FST-KKE	
DRUH PRÁCE	DIPLOMOVÁ	BAKALÁŘSKÁ
NÁZEV PRÁCE	Vliv vibrací na přestup tepla v mezikruhovém kanálu	

FAKULTA	STROJNÍ	KATEDRA	KKE	ROK ODEVZDÁNÍ	2012
----------------	---------	----------------	-----	----------------------	------

POČET STRAN (A4 a ekvivalentů A4)

CELKEM	76	TEXTOVÁ ČÁST	76	GRAFICKÁ ČÁST	7
---------------	----	---------------------	----	----------------------	---

STRUČNÝ POPIS	Bakalářská práce se zabývá problematikou vibrací. Teoretické výsledky práce budou sloužit jako podklady k následnému experimentu na modelu palivového článku. Cílem výpočtu je zjištění vlivu vibrace na proudění vzduchu v mezikruhovém kanálu, což nepřímo ovlivní velikost součinitele přestupu tepla. Závěrem práce je navrhnout konstrukční uspořádání zařízení pro nové podmínky a provést numerický výpočet proudění v CFD programu ANSYS Fluent 14.0.
KLÍČOVÁ SLOVA	Vibrace, vlastní frekvence, harmonické buzení, součinitel přestupu tepla α , CFD, ANSYS Fluent 13.0, Siemens NX 7.5, ANSYS Workbench 14.0, QuickField 5.9, Metoda konečných prvků, MKP, palivový článek.

SUMMARY OF BACHALOR SHEET

AUTHOR	Surname: Janouškovec	Name: Pavel
FIELD OF STUDY	B2301 "Design of Power Machines and Equipment"	
SUPERVISOR	Surname: prof. Ing. Linhart, CSc.	Name: Jiří
INSTITUTION	ZČU-FST-KKE	
TYPE OF WORK	DIPLOMA	BACHALOR
TITLE OF THE WORK	Vibration influences of heating bar in annular canal	

FACULTY	MECHANICAL ENGINEERING	DEPARTMENT	POWER SYSTEM ENGINEERING	SUBMITTED IN	2012
----------------	---------------------------	-------------------	--------------------------------	-------------------------	------

NUMBER OF PAGES (A4 oreq. A4)

TOTALLY	76	TEXT PART	76	GRAPHICAL PART	7
----------------	----	------------------	----	---------------------------	---

BRIEF DESCRIPTION	A bachelor sheet is based on vibration problematic. The theoretic results will be experimentally checked on the model of fuel cell. A Purpose of these calculations will be find vibration influences on airflow in annular canal. The vibration frequency will act indirectly on coefficient α . My goal is redesign device and calculate a numeric model of convection with help of CFD software ANSYS Fluent 13.0.
KEY WORDS	Vibration, inherent frequency, harmonic loads, coefficient α , CFD, ANSYS Fluent 13.0, Siemens NX 7.5, ANSYS 14.0, Quickfield 5.9, finite element analysis, FEA, fuel cell

Prohlášení o autorství

Předkládám tímto k posouzení a obhajobě bakalářskou práci. Zpracovanou k závěru studia na Fakultě strojní Západočeské univerzity v Plzni. Prohlašuji, že jsem tuto bakalářskou práci vypracoval samostatně, s použitím odborné literatury a pramenů uvedených v seznamu, který je součástí této bakalářské práce.

V Plzni dne:

.....
podpis autora

Autorská práva

Podle Zákona o právu autorském č. 35/1965 Sb. (175/1996 Sb. ČR) § 17 a Zákona o vysokých školách č. 111/1998 Sb. je využití a společenské uplatnění výsledku bakalářské práce, včetně uvedených vědeckých a výrobně-technických poznatků nebo jakékoliv nakládání s nimi, možné pouze na základě autorské smlouvy za souhlasu autora a Fakulty strojní Západočeské Univerzity v Plzni.

Poděkování

Děkuji vedoucímu práce prof. Ing. Jiřímu Linhartovi, CSc. za zajímavé téma bakalářské práce a pomoc s řešením. Také bych chtěl poděkovat zejména konzultantu Ing. Petru Kovaříkovi, PhD. za pomoc v oblasti numerického řešení konvekce. A dále také těm, kteří v práci nejsou uvedeni. Přesněji: doc. Ing. B. Ulrych, CSc.; Ing. M. Byrtus, PhD.; Ing. P. Janda; Ing. M. Hajžman, PhD.. Bez kterých bych si neporadil s mechanickou a elektrostatickou částí bakalářské práce.

Pavel Janouškovec

Obsah:

1. Úvod	12
2. Popis zařízení	13
2.1 Princip zařízení.....	13
2.2 Popis palivového článku.....	15
2.3 Vitošinského rovnice	15
3. Mechanické kmitání	17
3.1 Obecné pojmy	17
3.2 Vlastní frekvence	19
3.2.1 Vlastní frekvence netlumené soustavy.....	19
3.2.2 Kmitání tlumené soustavy.....	20
3.3 Diskretizace soustavy s více stupni volnosti.....	22
3.3.1 Deformační analýza MKP	23
3.3.2 Pohybová rovnice pro kmitání s více stupni volnosti	24
4. Základy elektromagnetismu	26
4.1 Základní pojmy	26
4.2 Maxwellovy rovnice	26
4.2.1 Integrální tvar.....	26
4.2.2 Diferenciální tvar	27
4.3 Stacionární magnetické pole	28
4.3.1 Magnetický potenciál	28
4.3.2 Vektorový potenciál.....	28
4.4 Magnetické vlastnosti látek.....	29
4.4.1 Feromagnetika	29
4.5 Okrajové podmínky v elektromagnetických polích.....	31
4.5.1 Okrajové úlohy v elektromagnetickém poli	31
4.6 Síly v elektromagnetickém poli.....	32
4.6.1 Lorentzova síla.....	32
4.6.2 Maxwellova síla	32

5. Určení vlastní frekvence a budící síly	33
5.1 Modální analýza.....	33
5.1.1 Základní definice.....	33
5.1.2 Fyzikální model.....	33
5.1.3 Okrajové podmínky.....	37
5.1.4 Nastavení simulace.....	38
5.1.5 Výsledky	38
5.1.5 Vyhodnocení	40
5.2 Porovnání s ohybovým kmitáním nosníků	41
5.3 Harmonická odezva	43
5.3.1 Statický výpočet síly.....	43
5.3.2 Definice problémů.....	47
5.3.3 Fyzikální model.....	47
5.3.4 Nastavení simulace.....	49
5.3.5 Výsledky	49
5.3.6 Vyhodnocení	52
6. Konstrukce experimentálního zařízení.....	52
6.1 Materiálové vlastnosti	54
6.1.1 Permeabilita obalové trubky Phönix mat	54
6.2 Formulace problému.....	54
6.2.1 Obecný matematický problém.....	55
6.2.2 Síly v magnetickém poli	56
6.2.3 Diferenciální rovnice magnetického potenciálu.....	57
6.2.4 Zjednodušený model	58
6.3 Výsledky	60
6.4 Vyhodnocení.....	65
6.5 Konstrukční uspořádání	65
6.6 Montáž	67

7. Numerický výpočet proudění a sdílení tepla při vibracích.....	68
7.1 Konvekce	68
7.2 Příprava modelu	69
7.2.1 Síť.....	69
7.2.2 Vstup a výstup do mezidruhového kanálu.....	69
7.2.3 Nastavení příhřevu	71
7.3 Výpočet součinitele přestupu tepla bez kmitání	72
7.4 Výpočet součinitele přestupu tepla při kmitání	73
8. Zhodnocení a zobecnění vlivu kmitání na konvekci	74
9. Závěr	75

Seznam použitých veličin a zkratk:

Značka	Název	Jednotka
q	Výchylka kmitání	[m]
k	Tuhost kmitající soustavy	[N/m]
b	Tlumení kmitající soustavy	[%]
m	Hmotnost	[kg]
t	Čas	[s]
F	Síla	[N]
f	Frekvence	[Hz]
Ω	Úhlová frekvence	[rad/s]
φ	Fázový posuv	[°]
u	Virtuální posuv	[m]
ε	Deformace	
σ	Napětí	[Pa]
D	Matice tuhosti	
ν	Poissonovo číslo	
G	Modul pružnosti ve smyku	[MPa]
E	Youngův modul	[MPa]
ρ	Hustota materiálu	[kg/m ³]
I	Elektrický proud	[A]
R	Elektrický odpor	[Ω]
U	Napětí	[V]
Q	Elektrický náboj	[C]
B	Magnetická indukce	[T]
H	Intenzita magnetického pole	[A/m]
E	Intenzita elektrického pole	[A/m]
D	Elektrická indukce	[C/m ²]
J	Proudová hustota	[A/m ²]
A	Vektorový magnetický potenciál	[Wb/m]
φ_m	Magnetický potenciál	[V]
J_z	Kvadratický moment průřezu	[m ⁴]
Φ	Magnetický tok	[Wb]
μ	Permeabilita	[H/m]
α	Součinitel přestupu tepla	[W · m ⁻² · K ⁻¹]
q	Měrný tepelný tok	[W/m ²]
T	Teplota	[K]
λ	Součinitel tepelné vodivosti	[W · m ⁻¹ · K ⁻¹]
c_p	Měrná tepelná kapacita	[J · kg ⁻¹ · K ⁻¹]
Q	Hmotnostní průtok	[kg/s]

Seznam obrázků:

- Obr.1** - Schéma zařízení
- Obr.2** - Tvar Vitošinského konfuzoru
- Obr.3** – výchylka při nadkritickém tlumení a při podkritickém tlumení
- Obr.4** - Spojité kontinuum
- Obr.5** – Diskretizace kontinua na prvky
- Obr.6** - Znázornění magnetizační křivky
- Obr.7** – Vznik hysterezní smyčky
- Obr.8** – Lorentzova síla na tenkém vodiči
- Obr.9** - Náhled na síť trubky v průřezu
- Obr.10** - Napojení sítě mezi držákem a trubkou
- Obr.11** - Napojení sítě mezi držákem a vnitřními přepážkami
- Obr.12** – Uložení palivového článku, včetně reakcí
- Obr.13** – První vlastní tvar
- Obr.14** – První vlastní tvar s nedeformovaným modelem
- Obr.15** – Druhý vlastní tvar
- Obr.16** – Druhý vlastní tvar s nedeformovaným modelem
- Obr.17** – Průběh posouvajících sil a ohybových momentů
- Obr.18** - Náhled na síť trubky v průřezu
- Obr.19** – Detail sítě vnitřních přepážek
- Obr.20** – Přejít mezi držákem a přepážkami
- Obr.21** – Křivka frekvenční odezvy $F = 1,171 \text{ N}$
- Obr.22** – Kontura deformace při síle $F = 1,171 \text{ N}$
- Obr.23** – Kontura deformace při síle $F = 0,825 \text{ N}$
- Obr.24** – Křivka frekvenční odezvy pro $F = 0,825 \text{ N}$
- Obr.25** - Fázový posuv
- Obr.26** – Průběh magnetické síly
- Obr.27** – Průběh Lorentzovy síly
- Obr.28** – Znázornění magnetické indukce a silových účinků trubky
- Obr.29** - Skládání vektorů sil do výslednice
- Obr.30** – Řez cívkou
- Obr.31** – Definiční oblast
- Obr.32** – Pole magnetické indukce pro variantu 1
- Obr.33** – Pole magnetické indukce pro variantu 2
- Obr.34** – Pole magnetické indukce pro variantu 3
- Obr.35** – Konstrukční uspořádání s ocelovým jhem
- Obr.36** – Konstrukční uspořádání s ocelovým jhem (detail)
- Obr.37** – Konstrukční uspořádání uzavřeného jádra
- Obr.38** – Konstrukční uspořádání uzavřeného jádra (řez)
- Obr.39** – Reálný průřez kanálu
- Obr.40** – Průřez pro 2D model s neznámou referenční hloubkou
- Obr.41** – Stanovení vstupní rychlosti a hmotnostního toku

Seznam tabulek:

Tab.1: Příklad nemagnetických látek

Tab. 2: Výsledky modální analýzy s vybranými vl. Frekvencemi

Seznam grafů:

Graf.1: Závislost výchylky na síle při vlastní frekvenci

Graf.2: Ocel 12 040

Graf.3: Jádro z magnetu Koerock 420

Seznam příloh:

Příloha 1 : Náhled experimentálního zařízení

Příloha 2 : Detail palivového článku

Příloha 3 : Vitošinského funkce

Příloha 4 : User Defined Function (UDF)

Příloha 5 : Stacionární výpočet proudění

Příloha 6 : Nestacionární výpočet proudění přikmitání

Příloha 7 : Sestava a výrobní výkres zařízení

1. Úvod

Bakalářská práce se zabývá úpravou experimentálního zařízení, které zpodobňuje palivový článek jaderného reaktoru. Nejdůležitější částí modelu je topná tyč (viz. TT v obr.1). Právě ona v zařízení působí jako náhrada palivového článku.

Teplo není vytvořeno štěpením jaderného paliva, ale je produkováno elektrickým odporovým ohřevem. Zařízení je proto opatřeno termočlánky, které nám udávají hodnoty potřebné pro teplotní bilanci na povrchu tyče a v mezní vrstvě proudícího vzduchu. Z bilanci je následně určena velikost součinitele přestupu tepla α .

Pro potřeby nového experimentu bude tyč upravena k tomu, aby bylo možno pomocí nízké harmonické budící síly vyvolat kmitání s frekvencí odpovídající vlastní frekvenci tyče a docílit tak rezonance.

Od experimentu se očekává, že se součinitel α zvýší vlivem přenosu vibrace na tok vzduchu.

Cílem bakalářské práce je určit vlastní frekvenci tyče, optimální budící sílu a její polohu pomocí softwarů, řešící úlohy s konečně prvkovými modely. S těmito znalostmi se poté navrhne konstrukční řešení s buzením pomocí elektromagnetického pole vytvořeného cívkou se střídavým proudem a měděným vinutím.

Závěrečným krokem je výpočet proudění pomocí CFD programu ANSYS Fluent 14.0. Výsledkem bude zobrazení rychlosti proudění v místě distančního kroužku, který simuluje distanční mřížku v jaderném reaktoru. Dále také rozložení teploty, tlaku a velikost součinitele přestupu tepla po délce topné trubky.

V bakalářské práci jsou řešeny tři varianty. Varianta s odporovým ohřevem tyče a distančním kroužkem, varianta s odporovým ohřevem tyče bez distančního kroužku a varianta s odporovým ohřevem tyče kmitající na vlastní frekvenci s prvním vlastním tvarem kmitu, včetně distančního kroužku. Ve výpočtech jsou zohledněny dvě rychlosti proudění v kanálu 16 m/s a 30 m/s. Při vstupní intenzitě turbulence 1% resp. 3%.

2. Popis zařízení

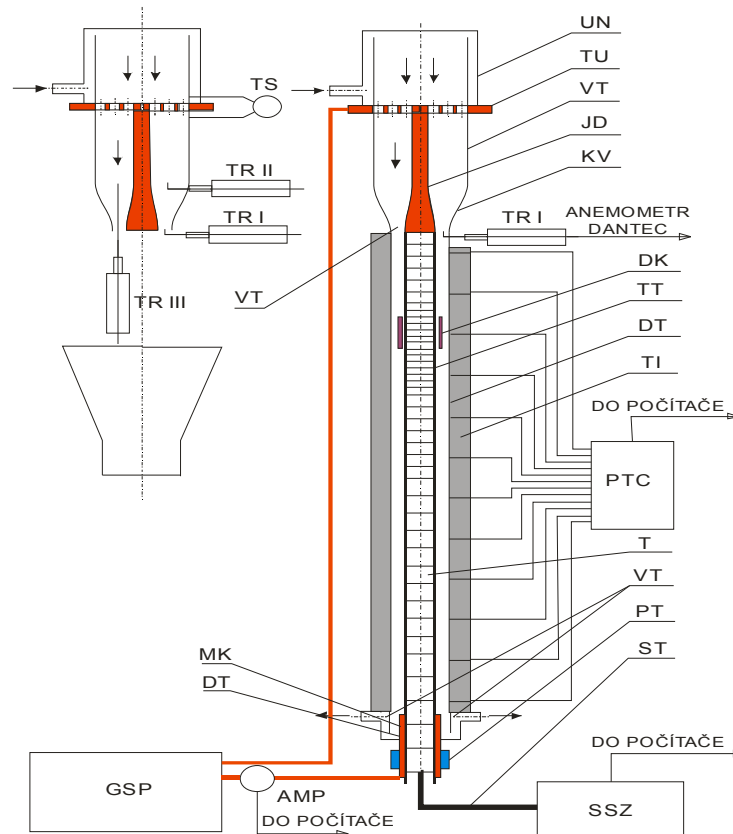
2.1 Princip zařízení

Do zařízení je hadicí kruhového průřezu přiváděn stlačený vzduch pomocí kompresoru ROOTS o výkonu 160 kW. Po výstupu z hadice vzduch proudí nucenou konvekcí do uklidňovací nádoby, která slouží k zamezení turbulencí vzniklých v hadici. Z nádoby proud postupuje turbulizátorem.

Turbulizátor je deska o tloušťce 26 mm, která je zúžena v průměru 153 mm na šířku 10 mm. V tomto průřezu je vyvrtáno celkem 36 otvorů o průměru 13,4 mm. Otvory jsou umístěny vždy po 12 na třech soustředných kružnicích. Materiálem součásti je měď, protože navíc slouží i k vedení elektrického proudu. Vzduch po průtoku turbulizátorem nabere vysokou turbulenci, která je usměrněna a rovnoměrně rozložena ve vyrovnávací nádobě. Za vyrovnávací nádobou s turbulizátorem je umístěn konfuzor, který zmenšuje průměr vyrovnávací nádoby na průměr mezikruhového kanálu.

Konfuzor je tvarovaný dle Vitošinského rovnice a slouží ke změně axiální i radiální rychlosti proudu. Na počátku dojde ke zvýšení radiální složky turbulence a na konci opět ke snížení. Axiální složka se snižuje v celé délce. Na konci konfuzoru je umístěn termočlánek, jenž měří teplotu ve vstupním průřezu mezikruhového kanálu. Pracovní část zařízení je tvořena topnou tyčí o vnějším průměru 29,9 mm a obalové trubky o vnitřním průměru 52 mm. Tyč je uchycena k turbulizátoru pomocí šroubového spoje a převádí proud z turbulizátoru do pracovní části kde dochází k ohřevu proudícího vzduchu pomocí ohmického odporu topné tyče.

Všechny informace, jako tlakové signály a hodnoty z termočláneků, jsou vedeny přes zesilovače do počítače. Schéma zařízení je znázorněno na (obr.1). Ve vzdálenosti 1689 mm od uchycení topné tyče je umístěna měděná kleština, kterou prochází elektrický proud ven ze zařízení. Tato kleština je umístěna v masivním měděném kusu, který je vybaven topnou spirálou a diferenciálním termočlánekem. Diferenciální termočlánek zjišťuje teplotu proudícího vzduchu na konci kanálu. Pokud je hodnota odlišná od teploty okolí, značí tepelný tok koncem trubky. Pro zamezení tohoto toku je měděný kus opatřen topnou spirálou, která se sepne a vytvoří tepelný tok proudící proti unikajícímu proudu. Ten je vlivem opačného proudění zastaven.[3]



Obr.1 - Schéma zařízení [3]

Legenda obrázku:

UN	Uklidňovací nádoba
VT	Vyrovnávací trubice
KV	Konfuzor Vitošinského
TT	Topná tyč
TI	Tepelná izolace
VT	Vstupní, výstupní termočlánek
TS	Tlakový snímač
ST	Svazek termočláneků
TRI, TRII, TRIII,	Traverzéry
SSZ	Studené spoje termočláneků a zesilovače
MK	Měděná koncovka s kleštinou
TU	Turbulizátor
JD	Měděné jádro
DK	Distanční kroužek
DT	Duralová trubice
T	Teplý konec termočláneků
DT	Diferenciální termočlánek
PT	Přídavné topení
AMP	Ampérmetr
PTC	Přepínač tlakových cest
GSP	Generátor stejnosměrného proudu

2.2 Popis palivového článku

Článek je přichycen pomocí měděného držáku na desce turbulizátoru. Držák je válcového průřezu ϕ 18 mm a po délce 300 mm začíná být tvarovaný podle Vitošinského vzorce (2.3.1.) na konečný průměr 29,9. Držák slouží navíc jako jádro konfuzoru.

Na držáku je pomocí tlakového spoje s přesahem, připevněna trubka z austenitické oceli Phönix mat o složení 17,5 Cr a 10,5 Ni. Její vnější průměr je roven hodnotě 29,9 mm a tloušťka stěny je 1 mm. Uvnitř této trubky je umístěno 36 přepážek rozdělující vnitřek trubky na samostatné komůrky. Navzájem od sebe vzdáleny pomocí roztečných trubiček, které jsou z duralu AlZn6Mg2Cu. Rozteče se v průběhu trubky mění. V počáteční části a na konci jsou od sebe přepážky vzdáleny o větší hodnotu než uprostřed, kde je jejich umístění hustější vlivem většího teplotního spádu v okolí distančního kroužku, který simuluje distanční mřížku jaderného reaktoru.

Distanční kroužek má vnitřní průměr 33 mm a tloušťku stěny 0,2 mm. K vnější trubce je připevněn pomocí šesti gumových klínek. Klínky jsou na každé straně kroužku po třech a umístěny s roztečí 120 °.

Přepážky nemají přesný průměr jako vnitřní průměr trubky a jsou navíc po délce trubky stupňovány. Důvodem je axiální nárůst teploty a tím větší roztažnost více zahřátých přepážek. Uvnitř komůrek se nachází termočlánky Fe-Ko. Počet termočlánků je 33. Vodiče od termočlánků vedou skrz otvory v přepážkách.

Počet těchto otvorů se mění s počtem termočlánků, takže přepážka v dolním konci tyče má v sobě až 33 otvorů o přibližném průměru 2 mm. Svazek drátů je poté vyveden ven z tyče a napojen do počítače. Na konci topné trubky je pomocí nýtů připevněná ocelová objímka, na kterou je uchycen pojišťovací šroub. Tento šroub zabraňuje soustavě přepážek ve vypadnutí z trubky.

2.3 Vitošinského rovnice

Upravené vztahy (2.3.1) a (2.3.2) popisují velikost vnitřního průměru konfuzoru R a vnější průměr vloženého jádra r v závislosti na vzdálenosti x od určitého bodu. Jádrem je míněn držák palivového článku.

$$r = r_1 \cdot \sqrt{2 - \frac{1}{1 - \frac{r_1^2 - r_2^2}{2r_1^2 - r_2^2} \cdot \frac{[1 - (x/l)^2]^2}{[1 + \frac{1}{3}(x/l)^2]^3}}} \quad (2.3.1)$$

$$R = \sqrt{\frac{R_1^2}{1 - \left[1 - \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2\right] \cdot \frac{[1 - (x/l)^2]^2}{\left[1 + \frac{1}{3}(x/l)^2\right]^3}}} \quad (2.3.2)$$

Kde:

r_1 - větší poloměr jádra (15 mm)

x - axiální vzdálenost od počátku dýzy

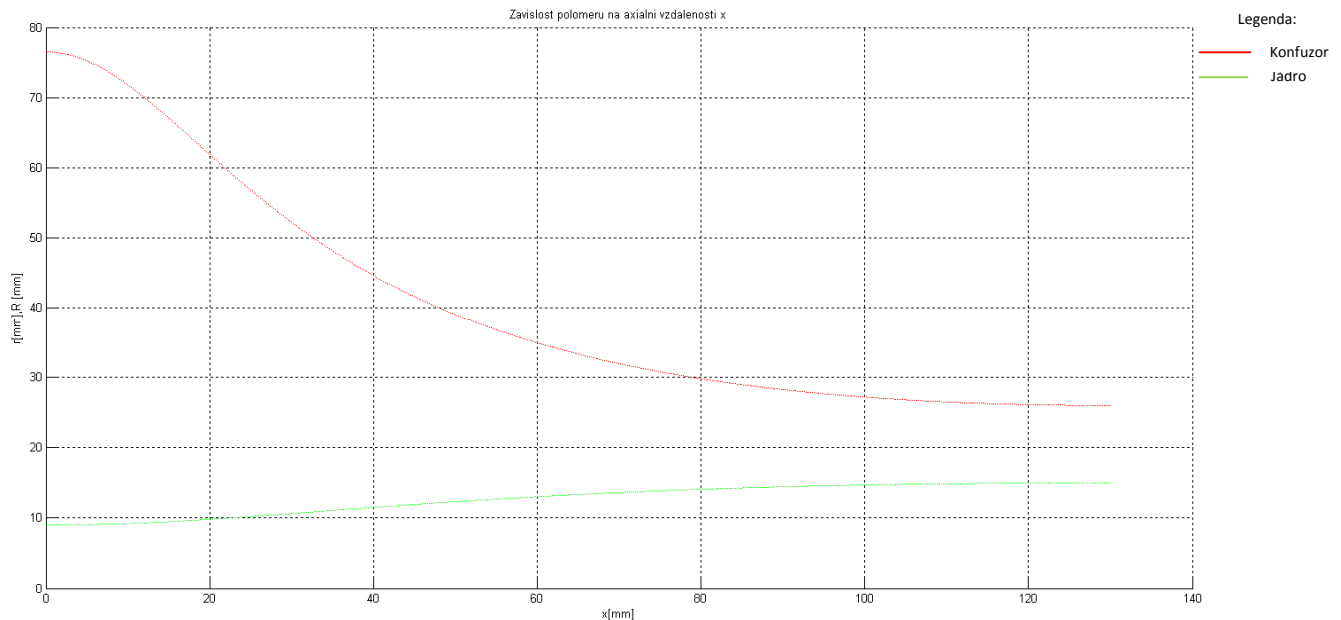
r_2 - menší poloměr jádra (9 mm)

l - celková délka konfuzoru (130 mm)

R_1 - menší poloměr konfuzoru (26 mm)

R_2 - větší poloměr konfuzoru (76,5 mm)

Pro stanovení hodnot rovnice byl sestaven jednoduchý program v softwaru Matlab 7, který je uveden v příloze bakalářské práce a na přílohovém CD. Obrázek (obr.2) znázorňuje výslednou podobu konfuzoru v závislosti na vzdálenosti x . Hodnoty byly použity pro vykreslení modelu proudění v systému Gambit 2.4.6.



obr.2 - Tvar Vitošinského konfuzoru

3. Mechanické kmitání

3.1 Obecné pojmy

Kmitavé soustavy jsou rozděleny do čtyř základních skupin:

- a) dle počtu stupňů volnosti
- b) dle typu diferenciálních rovnic
- c) dle vzniku kmitání a charakteru pohybu

a) Stupně volnosti

Hledisko stupňů volnosti je definováno jako počet nezávisle proměnných souřadnic v prostoru či rovině. V případě topné tyče bude soustava řešena v prostoru.

$$n = d - r = 6 - r \quad (3.1.1)$$

Počet stupňů volnosti určujeme podle dimenze úlohy d a počtu reakcí v podporách r . Dimenze prostorových úloh je 6. Vyjadřuje počet posuvů a rotací v prostoru. Před určením stupňů volnosti je nutné vybrat výpočtový model, se soustřednými parametry (těleso tuhé), či model s rozloženými parametry (těleso poddajné). Těleso tuhé je popsáno jako těleso, jehož budící frekvence je řádově nižší než spektrum vlastních frekvencí. Má určitý počet stupňů volnosti (nejčastěji $n = 1$). Naopak těleso poddajné má nekonečně mnoho stupňů volnosti [5].

Úloha s poddajnými tělesy je však řešitelná pouze v případě jednoduchých součástí. Pro praktické řešení se využívá diskretizace na metodu konečných prvků.

b) Typ diferenciálních rovnic

Rovnice dělíme na invariantně lineární (3.1.2) resp. nelineární (3.1.3). Lineární vztahy platí pro menší výchylky a nižší rychlosti. Proto jsou ve většině případů používány nelineární rovnice. Energie kmitání Q je vyjádřena součtem deformace q s rychlostí kmitání \dot{q} . Kmitání ovlivňují konstanty k a b , které zastupují tuhost a tlumení soustavy.

$$Q = k \cdot q - b \cdot \dot{q} \quad (3.1.2)$$

$$Q = Q(q, \dot{q}, t) \quad (3.1.3)$$

Pokud nastane případ, že hodnoty k a b , nejsou konstantní v čase. Řešíme soustavu parametrických rovnic s parametry $k(t)$ a $b(t)$ proměnnými v čase.

Pro lineární (3.1.4) a (3.1.5) pro nelineární.

$$Q = k(t) \cdot q - b(t) \cdot \dot{q} \quad (3.1.4)$$

$$Q = F(q, \dot{q})f(t) \quad (3.1.5)$$

c) Vznik kmitání a charakter pohybu

Kmitání se rozlišuje na dva základní případy. Kmitání volné, které je vyvoláno bez působení vnějších budících sil. Volné kmity jsou nejčastěji vyvolány vychýlením tělesa z rovnovážné polohy nebo uvedením do pohybu z rovnovážné polohy. Okrajové podmínky jsou:

$$\text{a) } q(0) = q_0 \quad \text{pro případ vychýlení} \quad (3.1.6) \\ \dot{q}(0) = 0$$

$$\text{b) } q(0) = 0 \quad \text{pro jednorázové uvedení do pohybu} \quad (3.1.7) \\ \dot{q}(0) = \dot{q}_0$$

Kmitání vynucené vzniká působením budících veličin. Buzení je dosaženo silovým nebo kinematickým buzením. Buzení je v čase stochastické nebo deterministické. Na uvedení topné tyče do pohybu bude aplikováno buzení deterministické, harmonické podle funkce času (3.1.8).

$$F(t) = F_0 \cdot \cos(\omega t + \varphi) \quad [N] \quad (3.1.8)$$

Ve vztahu (3.1.8) se vyskytují veličiny jako F_0 , což je síla ke způsobení výchylky kmitání, a kosinová složka charakterizující tvar harmonického kmitání o úhlové frekvenci ω s počáteční fází kmitu φ v čase $t = 0$. Hodnota úhlové frekvence je definována vztahem:

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f \quad [\text{rad}] \quad (3.1.9)$$

Jako časová definice se u harmonického kmitání dále zavádí perioda:

$$T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega} \quad [s] \quad (3.1.10)$$

Podle druhu pohybu rozlišujeme kmitání torzní, podélné, příčné, ohybové, krouživé a kombinované.[5]

3.2 Vlastní frekvence

3.2.1 Vlastní frekvence netlumené soustavy

Frekvence volného kmitání soustavy se nazývá vlastní. Je tedy definovaná jako frekvence soustavy bez působení budících sil. Proto platí vztah:

$$F(t) = 0 \quad (3.2.1)$$

$$b = 0 \quad (3.2.2)$$

Pro odvození pohybové rovnice se užívá Lagrangeovy rovnice pro nelineární průběh kmitání. Jejimi úpravami vznikne rovnice (3.2.3) využívající potenciální sílu odvozenou z parciální derivace potenciální energie E_P . Dalším členem je disipační (tlumící) síla vyjádřená pomocí Rayleighovy tlumící funkce $R(\dot{q})$. E_K značí kinetickou energii.[5]

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_K}{\partial \dot{q}} \right) + \frac{\partial E_P}{\partial q} + \frac{\partial R(\dot{q})}{\partial \dot{q}} = F(t) \quad (3.2.3)$$

Při využití (3.2.1) platí:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_K}{\partial \dot{q}} \right) + \frac{\partial E_P}{\partial q} + \frac{\partial R(\dot{q})}{\partial \dot{q}} = 0 \quad (3.2.4)$$

Rovnici (3.2.4) lze aplikovat pro volně kmitající lineární soustavy. Nadefinujeme si kinetickou, potenciální a disipační (tlumící) energii lineárního řešení.

$$E_k = E_{k0} + a \cdot \dot{q} + \frac{1}{2} \cdot m \cdot \dot{q}^2$$

$$E_P = E_{P0} + \frac{1}{2} \cdot k \cdot q^2$$

$$R = R_0 + \frac{1}{2} \cdot b \cdot \dot{q}^2$$

Rovnice dosadíme zpět do vztahu (3.2.3) a derivujeme. Konstanty (E_{k0}, E_{P0}, R_0) v poloze $q = 0$ vymizí. Získáme proto základní tvar pohybové rovnice.

$$m \cdot \ddot{q}(t) + b \cdot \dot{q}(t) + k \cdot q(t) = F(t)$$

První člen vztahu je setrvačné zrychlení tělesa, druhý člen tlumící síla a poslední člen je síla od tuhosti. Bez tlumení a budící síly vznikne jednoduchý vztah pro netlumené volné kmitání.

$$m \cdot \ddot{q}(t) + k \cdot q(t) = 0 \quad (3.2.5)$$

Předpokládáme řešení výchylky ve tvaru $q = q_0 e^{i\Omega t}$.

$$-m \cdot \Omega^2 \cdot q_0 e^{i\Omega t} + k \cdot q_0 e^{i\Omega t} = 0 \quad / \cdot (q_0 e^{i\Omega t})^{-1}$$

$$-m \cdot \Omega^2 + k = 0$$

Vlastní frekvence lineární netlumené soustavy:

$$\Omega^2 = \frac{k}{m} \Rightarrow \Omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (3.2.6)$$

3.2.2 Kmitání tlumené soustavy

Pro tento případ platí opět pohybová rovnice s nulovým buzením, avšak s nenulovou tlumící složkou $b \cdot \dot{q}(t) \neq 0$.

$$m \cdot \ddot{q}(t) + b \cdot \dot{q}(t) + k \cdot q(t) = 0 \quad (3.2.7)$$

Rovnici podělíme hmotností a zavedeme parametr poměrného tlumení b_p vyjádřeného pomocí kritického tlumení b_k . Poměrné tlumení a netlumenou vlastní frekvenci poté dosadíme zpět do pohybové rovnice, kterou zapíšeme jako charakteristickou rovnici (3.2.10).

$$\ddot{q}(t) + \frac{b}{m} \cdot \dot{q}(t) + \frac{k}{m} \cdot q(t) = 0$$

$$\frac{k}{m} = \Omega^2 \quad (3.2.8)$$

$$b_p = \frac{b}{b_k} = \frac{b}{2m\Omega} = \frac{b}{2m\sqrt{\frac{k}{m}}} = \frac{b}{2\sqrt{km}} \Rightarrow \frac{b}{m} = 2 \cdot b_p \cdot \Omega$$

$$\ddot{q}(t) + 2 \cdot b_p \cdot \Omega \cdot \dot{q}(t) + \Omega^2 \cdot q(t) = 0 \quad (3.2.9)$$

$$\lambda^2 + 2 \cdot b_p \cdot \Omega \cdot \lambda + \Omega^2 = 0 \quad (3.2.10)$$

Řešení rovnice (3.2.9) předpokládáme ve tvaru $q(t) = C_1 \lambda_1 t + C_2 \lambda_2 t$. Z okrajových podmínek pro výchylku q v čase $t = 0$ lze určit integrační konstanty C_1 a C_2 .

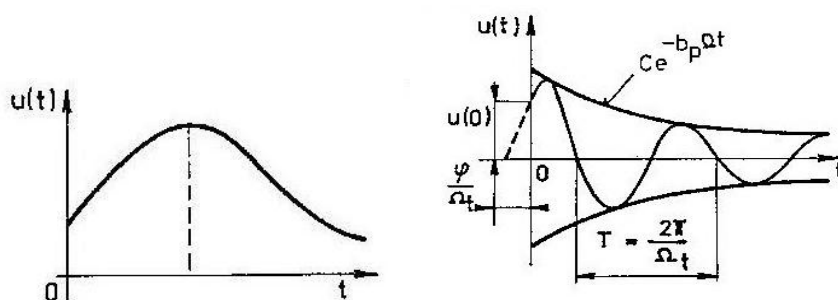
Nyní Je nutné rozhodnout, pro jaké poměrné tlumení b_p bude rovnice platit:

1) **Podkritické** $b_p < 1$, které mají kořeny charakteristické rovnice v komplexně sdruženém tvaru.(Obr.3).

2) **Kritické** $b_p = 1$ charakterizované dvojnásobným kořenem, ve kterém se nevyskytuje netlumená vlastní frekvence. Pro kritické tlumení, platí $\Omega_t = \Omega$.

3) **Nadkritické** $b_p > 1$ s různými reálnými kořeny (Obr.3)

$$\lambda_{1,2} = -b_p \Omega \pm \Omega_t$$



Obr.3 – výchylka při nadkritickém tlumení a při podkritickém tlumení [7]

Pro zjištění vl. frekvence použijí nadkritické tlumení. Z něhož vyplývá rovnice vlastní frekvence tlumené soustavy.

$$\Omega_t = \Omega \cdot \sqrt{1 - b_p^2}$$

Určování velikosti poměrného útlumu b_p se provádí pomocí záznamu volných kmitů (zázněj). Nejprve se experimentálně zjistí logaritmický poměr mezi hodnotami dvou výchylek, s tím že druhá hodnota výchylky je zvětšena o periodu kmitání $T_t = 2\pi/\Omega_t$. V rovnicích níže jsou popsány výchylky v čase t_n a t_{n+1} . Logaritmický poměr mezi výchylkami se nazývá logaritmický dekrement (3.2.11) a dekrementu lze dopočítat hodnotu poměrného tlumení (3.2.12).

$$t_n \rightarrow q_{0,n} = C e^{-b_p \cdot \Omega \cdot t_n}$$

$$t_{n+1} \rightarrow q_{0,n+1} = C e^{-b_p \cdot \Omega \cdot (t_n + 2\pi/\Omega_t)}$$

$$\theta = \ln \frac{q_{0,n}}{q_{0,n+1}} = \frac{2\pi b_p}{\sqrt{1 - b_p^2}} \quad (3.2.11)$$

$$\theta = 2\pi b_p \Rightarrow b_p = \frac{1}{2\pi k} \ln \frac{q_{0,n}}{q_{0,n+k}} \quad (3.2.12)$$

3.3 Diskretizace soustav s více stupni volnost

Pro výpočtové soustavy s více stupni volnosti je zavedena metoda konečných prvků, kdy spojitému kontinuu (Obr.4) přiřadíme konečný počet prvků s uzlovými body a úlohu převedeme na lineární či nelineární řešení. Pro funkčnost lineární úlohy musí platit tyto podmínky:

- Materiál tělesa je homogenní a izotropní s platností Hookeova zákona. Homogenita materiálu znamená, že je těleso tvořené jednotnou fází, čímž odpadají problémy s přechodovými změnami vlastností mezi jednotlivými fázemi. Izotropie definuje, že pro všechny body tělesa platí stejné mechanicko-fyzikální vlastnosti.
- Platí Cauchyho teorie malých posunutí a přetvoření. Jde tedy o úlohu s rozloženými prameny, kde malé posunutí a přetvoření udržují spojitost diferencionálních rovnic.
- Přepočítání napětí na nedeformovanou geometrii před počátkem zatěžování. Určovat totiž deformaci geometrie v každém časovém kroku je prakticky nerealizovatelné a nelze nikterak zobecnit. Proto se zavádí pojem smluvní napětí.
- Okrajové podmínky musí být stacionární a předem definované.

Při nesplnění podmínek dochází k řešení nelineární úlohy. Pokud totiž není materiál zatěžován v rozmezí Hookeova zákona, je nutné popsat jeho průběh deformace na zatížení pomocí tahového diagramu. Důležitým aspektem je také časová a teplotní stálost mechanických vlastností materiálu, která opět může úlohu převést na nelineární.

Problém rovněž nastane při řešení úloh s více tělesy v soustavě. Dochází totiž k nutnosti definovat nelineární kontaktní úlohu, ve které se okrajové podmínky mění v závislosti na čase.

Z hlediska stupňů volnosti se úloha po diskretizaci na prvky zjednoduší do realizovatelného řešení s konečným počtem stupňů volnosti, který odpovídá počtu posuvů v jednotlivých uzlech. Hlavním principem metody je zjišťování posuvu uzlů pomocí odhadnutých tvarových polynomů [6]. MKP řeší dva případy. Deformační a silovou analýzu. Výhodnější varianta pro frekvenční modální analýzu a harmonickou odezvu je deformační úloha.

Definice pojmů v MKP:

- **Prvek** – podoblast konečné velikosti, element
- **Uzel** – jeden z bodů prvku určený souřadnicemi, každý uzel bývá společný pro nejméně jeden prvek.

3.3.1 Deformační analýza MKP

Při vyčíslení virtuálního posuvu \mathbf{u} , zavedeme virtuální práci ∂W , vykonanou virtuální deformací od působení vnější síly a od vnitřních složek napětí σ , která způsobí virtuální deformaci o velikosti $\partial \varepsilon^T$. Vztah (3.3.2) je vyjádřen formou Hookeova zákona definovaného pouze pro minimální výchylky s lineární závislostí deformace na napětí.

$$\partial U = \partial W \quad (3.3.1)$$

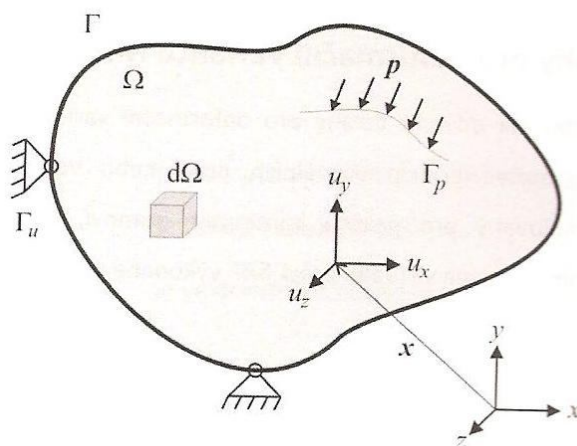
$$\partial U = \int_V \sigma \cdot \partial \varepsilon^T \cdot dV \quad (3.3.2)$$

Při předpokladu, že virtuální posuv \mathbf{u} , je proměnný pouze vlivem polohy a v čase je stacionární. Lze zapsat jako transponovaný vektor diferenciálních posuvů.

$$\partial u = [\partial u_x, \partial u_y, \partial u_z]^T$$

Rovněž lze zapsat i vektor virtuálního přetvoření do třech složek posuvů a třech složek rotací.

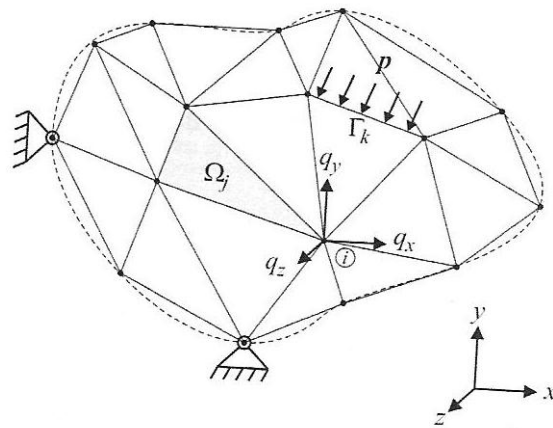
$$\partial \varepsilon = [\partial \varepsilon_x, \partial \varepsilon_y, \partial \varepsilon_z, \partial \gamma_x, \partial \gamma_y, \partial \gamma_z]^T$$



Obr.4 - Spojité kontinuum [7]

Při diskretizaci kontinua dochází, k rozdělení celkové oblasti tělesa s obvodovou hranicí na podoblasti s vlastními hranicemi (Obr.5). Hranice těchto podoblastí (prvků) jsou tvořeny spojnicemi mezi uzly prvku. Pro každý uzel je definován aproximovaný zobecněný posuv q popsáný třemi složkami posunutí. Přes sumu těchto zobecněných posuvů, pro n -množství uzlů, získáme nakonec hodnotu celkového posuvu \mathbf{u} .

$$\mathbf{u} \approx \sum_{i=1}^{3n} N_i q_i = \mathbf{N} \mathbf{q}$$



Obr.5 – Diskretizace kontinua na prvky [7]

\mathbf{N} vyjadřuje matici tvarových funkcí a \mathbf{q} matici posuvů. Jako další předpoklad je zjednodušení za využití závislosti deformace v matici \mathbf{B} a uplatnění Hookeova zákona pro určení napětí.

$$\varepsilon = \Phi^T \cdot \mathbf{u} = \Phi^T \cdot \mathbf{N} \cdot \mathbf{q} = \mathbf{B} \cdot \mathbf{q} \Rightarrow \partial \varepsilon = \mathbf{B} \partial \mathbf{q} \quad (3.3.3)$$

$$\sigma = \mathbf{D} \varepsilon \Rightarrow \text{po dosazení } \sigma = \mathbf{D} \mathbf{B} \mathbf{q} \quad (3.3.4)$$

Kde:

\mathbf{u} = celkové posuvy

\mathbf{q} = zobecněné posuvy

Φ^T = transponovaná matice diferenciálních operátorů

\mathbf{B} = matice s polynomy proměnných deformací, derivace tvarových funkcí

\mathbf{D} = matice materiálové tuhosti pro homogenní izotropní materiál [7]

ν = Poissonovo číslo

G = Smykový modul $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$

3.3.2 Pohybová rovnice pro kmitání s více stupni volnosti

Při použití vztahu (3.3.1) s dosazením hodnoty práce vnitřních sil (3.3.2) získáme vztah pro odvození pohybové rovnice pro kmitání s více stupni volnosti.

$$\int_V \sigma \cdot \partial \varepsilon^T \cdot dV = \int_V \mathbf{b} \cdot \partial \mathbf{u}^T \cdot dV + \int_S \mathbf{p} \cdot \partial \mathbf{u}^T \cdot dS$$

$$\int_V \boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{\partial \boldsymbol{\varepsilon}^T} \cdot dV \quad \text{Virtuální práce vnitřních sil,}$$

$$\int_V \mathbf{b} \cdot \boldsymbol{\partial \mathbf{u}^T} \cdot dV \quad \text{Virtuální práce vnějších objemových sil,}$$

$$\int_S \mathbf{p} \cdot \boldsymbol{\partial \mathbf{u}^T} \cdot dS \quad \text{Virtuální práce vnějších povrchových sil,}$$

$$\mathbf{b} = -\rho \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\mathbf{u}) = -\rho \ddot{\mathbf{u}} = -\rho \mathbf{N} \ddot{\mathbf{q}} \quad \text{Matice objemových sil, kde } \rho \text{ je}$$

materiálová hustota,

Po dosazení všech dosud určených veličin a sil, dochází ke zjednodušení vztahu až výslednému (3.3.5).

$$\underbrace{\left\{ \sum_{j=1}^m \left[\int_{V_j} \boldsymbol{\rho} \cdot \mathbf{N}^T \cdot \mathbf{N} \cdot dV \right] \right\}}_{\mathbf{M}} \ddot{\mathbf{q}} + \underbrace{\left\{ \sum_{j=1}^m \left[\int_{V_j} \mathbf{D} \mathbf{B} \cdot \mathbf{B}^T \cdot dV \right] \right\}}_{\mathbf{K}} \mathbf{q} = \underbrace{\left\{ \sum_{j=1}^m \left[\int_{S_j} \mathbf{p} \cdot \mathbf{N}^T \cdot dS \right] \right\}}_{\mathbf{F}}$$

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{K} \mathbf{q} = \mathbf{F} \quad (3.3.5)$$

Vztah (3.3.5) je pohybová rovnice v maticovém tvaru. Kde matice \mathbf{M} zastupuje hmotu soustavy, matice \mathbf{K} zastupuje tuhost soustavy a \mathbf{F} je maticí povrchových sil. Pro případ statických úloh, nikoliv dynamických a modálních, lze zjednodušit vztah na:

$$\mathbf{K} \mathbf{q} = \mathbf{F} \quad \text{řešením tohoto vztahu je posuv: } \mathbf{q} = \mathbf{K}^{-1} \mathbf{F}$$

Řešení je závislé na možnosti invertovat matici \mathbf{K} . Lze totiž aplikovat pouze při definování okrajových podmínek v některých uzlech, pro které známe, či definujeme nulová nebo nenulová posunutí. Po použití těchto podmínek je soustava řešitelná pomocí iterační, nebo Gaussovi eliminační, metody. [6,7]

4. Základy elektromagnetismu

4.1 Základní pojmy

a) *Elektrický proud:*

Charakterizuje náboj Q prošlý průřezem vodiče S za čas t . Elektrický proud je skalár.

$$I(t) = \frac{dQ(t)}{dt} \quad [A] \quad \text{pokud se jedná o stejnosměrný proud: } I = \frac{Q}{t} \quad [A]$$

b) *Magnetická indukce B :*

Vektorová veličina definovaná pomocí síly F_m , kterou magnetické pole působí na částici s nábojem Q pohybující se s rychlostí \mathbf{v} .

$$\mathbf{F}_m = Q(\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad [N]$$

Kde \mathbf{B} [T] je magnetická indukce.

c) *Lorentzova síla:*

Síla, kterou elektromagnetické pole působí na pohybující se částici.

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_e + \mathbf{F}_m = Q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad [N]$$

d) *Intenzita magnetického pole H :*

Definovaná pomocí permeability, magnetické vlastnosti prostředí, jejíž převrácená hodnota se nazývá reaktivita.

$$\mathbf{H} = \frac{1}{\mu} \mathbf{B} \quad [A/m]$$

e) *Magnetický indukční tok:*

$$\Phi = \int_S \mathbf{B} d\mathbf{S} \quad [Wb]$$

4.2 Maxwellovy rovnice

Základní vztahy pro teorii elektromagnetického pole. Rovnice lze zapsat ve dvou podobách. V integrálním a diferenciálním tvaru.

4.2.1 Integrální tvar

Popisuje elektromagnetické vlastnosti v určité prostorové oblasti. Podle použití rozhodujeme o výběru ze čtyř Maxwellových rovnic.

a) *První MR*

Zobecněný Ampérův zákon pro cirkulaci vektoru \mathbf{H} po uzavřené křivce.

$$\oint \mathbf{H} d\mathbf{l} = I + \frac{d\Psi}{dt}$$

Maxwellova rovnice je tedy dána součtem celkového proudu a Maxwellova (posuvného) proudu (4.2.1).[8]

$$\Psi = \int_S \mathbf{D} d\mathbf{S} \quad (4.2.1)$$

Plochou \mathbf{S} je myšlena plocha, která je ohraničena uzavřenou křivkou.

b) *Druhá MR*

Pro její popsání je použit Faradayův indukční zákon, pro cirkulaci intenzity el. proudu \mathbf{E} na uzavřené křivce, za použití derivace magnetického indukčního toku.

$$\oint \mathbf{E} d\mathbf{l} = -\frac{d\Phi}{dt}$$

c) *Třetí MR*

Indukční tok uzavřenou plochou je roven náboji v prostorové oblasti V , která je ohraničena plochou \mathbf{S} .

$$\oint_S \mathbf{D} d\mathbf{S} = Q \quad \text{kde} \quad Q = \int_V \rho dV$$

d) *Čtvrtá MR*

Zákon kontinuity magnetického toku. Tok, který vstoupí do uzavřené plochy, musí odpovídat toku, jenž z plochy vystoupí.

$$\oint_S \mathbf{B} d\mathbf{S} = 0$$

4.2.2 Diferenciální tvar

Vhodněji popisuje veličiny v regulárním bodu oblasti. Zápis je odvozen z integrálního tvaru.

a) *První MR*

Definována pomocí intenzity proudu \mathbf{J} a hustotou posuvného pole.

$$\text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\delta \mathbf{D}}{\delta T}, \quad \mathbf{J} = \gamma \mathbf{E} \quad [A/m^2]$$

Kde γ je konduktivita.

b) Druhá MR

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{\delta \mathbf{B}}{\delta t}$$

c) Třetí MR

ρ značí objemovou hustotu náboje Q .

$$\operatorname{div} \mathbf{D} = \rho$$

d) Čtvrtá MR

$$\operatorname{div} \mathbf{B} = 0$$

4.3 Stacionární magnetické pole

Zdrojem stacionárního pole je stejnosměrný proud. K řešení pole se používá první a čtvrtá Maxwellova rovnice.

$$\text{První MR: } \oint \mathbf{H} d\mathbf{l} = I; \quad \operatorname{rot} \mathbf{H} = \mathbf{J}$$

$$\text{Čtvrtá MR: } \oint_{\mathcal{S}} \mathbf{B} d\mathbf{S} = 0; \quad \operatorname{div} \mathbf{B} = 0$$

4.3.1. Magnetický potenciál

Zaveden pro nepřímé řešení Maxwellových rovnic. Ve spoustě případů totiž nelze určit stavové vektory (např. \mathbf{B} , \mathbf{H}) přímou cestou. Podmínkou pro zjištění mag. potenciálu je nevírové magnetostatické pole. V první MR proto vypadne pravá strana, která je rovna nule. Magnetický potenciál je skalární veličina označena jako φ_m [V].

$$\oint \mathbf{H} d\mathbf{l} = 0; \quad \operatorname{rot} \mathbf{H} = 0$$

$$\text{Kde: } \mathbf{H} = -\operatorname{grad} \varphi_m \quad [A/m]$$

V lineárním, izotropním a homogenním prostředí, při konstantní permeabilitě, platí pro potenciál Laplaceova rovnice (4.3.1). Odvození vyplývá ze čtvrté MR.

$$\operatorname{div} \mathbf{B} = \operatorname{div} \mu \mathbf{H} = \operatorname{div}(-\operatorname{grad} \varphi_m) = 0$$

$$\Delta \varphi_m = 0 \quad (4.3.1)$$

4.3.2. Vektorový magnetický potenciál

Značen jako \mathbf{A} [Wb/m] a definován vztahem pro magnetickou indukci. Po aplikaci čtvrté Maxwellovy rovnice získáme vztah (4.3.2).

$$\mathbf{B} = \operatorname{rot} \mathbf{A}$$

$$\operatorname{div} \operatorname{rot} \mathbf{A} = 0 \quad (4.3.2)$$

4.4 Magnetické vlastnosti látek

Při působení magnetického pole o intenzitě \mathbf{H} dochází v materiálu k zesílení, či zeslabení magnetické indukce \mathbf{B} . V každém materiálu je tento nárůst individuální a záleží na permeabilitě materiálu μ .

$$\text{Nárůst intenzity mag. pole:} \quad \mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$$

$$\text{Kde:} \quad \mu = \mu_0 \cdot \mu_r \quad (4.4.1)$$

Z posledního vztahu (4.4.1) vyplývá, že absolutní permeabilita je určena pomocí permeability vakua μ_0 ($4\pi \cdot 10^{-7}$) a relativní permeability daného materiálu μ_r . Dle relativní permeability materiály dělíme do tří skupin.

- a) **Materiály diamagnetické** – relativní permeabilita nepatrně menší než 1. Dochází v nich k nepatrnému zeslabení magnetické indukce.
- b) **Materiály paramagnetické** – μ_r nepatrně větší než 1. Dochází v nich k nepatrnému zesílení magnetické indukce.
- c) **Materiály feromagnetické** – oproti předchozím případům je relativní permeabilita značně vyšší než 1. Magnetická indukce se tedy v materiálu výrazně zvýší.

Diamagnetika a paramagnetika lze označit za materiály nemagnetické, protože se indukce \mathbf{B} mění pouze nepatrně a jsou tedy magneticky lineární.[8]

Diamagnetika		Paramagnetika	
Uhlík	0,9999	Chrom	1,00033
Měď	0,99999	Hliník	1,00002
Voda	0,99999	Vzduch	1

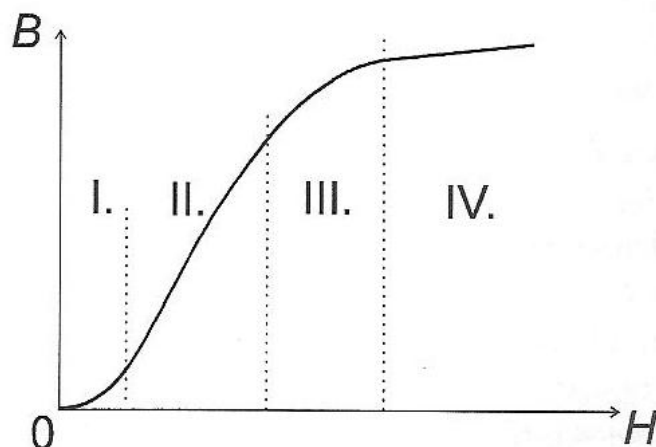
Tab.1: Příklad nemagnetických látek

4.4.1 Feromagnetika

Materiály u kterých i při nízké hodnotě intenzity \mathbf{H} , dochází k vysoké magnetické indukci \mathbf{B} . Feromagnetika jsou magneticky nelineární, jelikož permeabilita μ , není konstantní v závislosti na intenzitě \mathbf{H} . Rovněž hodnota permeability pomalu klesá se zvyšující se teplotou a při Curiově teplotě dochází k paramagnetizaci.

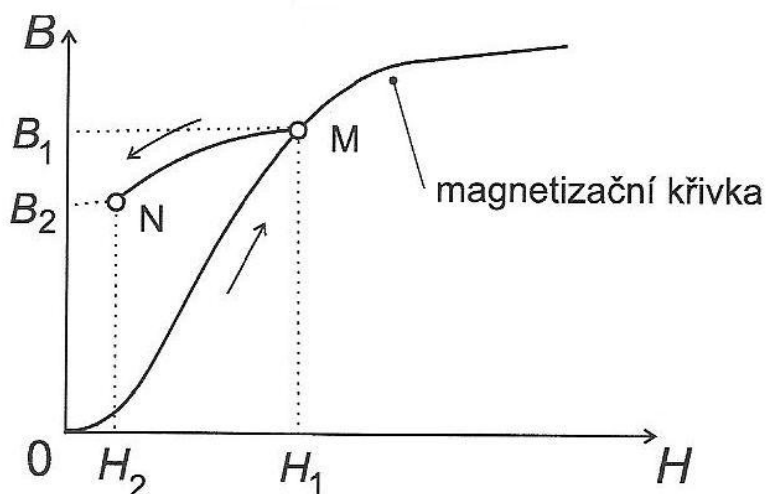
Dalším znakem feromagnetik je zachování velké části magnetické indukce i po odstranění magnetického pole. Závislost \mathbf{B} na \mathbf{H} popisuje magnetizační křivka.

- **Magnetizační křivka** – popisuje závislost přírůstku indukce \mathbf{B} na zvyšování intenzity \mathbf{H} . Křivka má čtyři oblasti, oblast I, lineární růst v oblasti II, lomovou oblast III, za kterou již nedochází k růstu intenzity a nastává nasycený stav v oblasti IV.



Obr.6 - Znárodnění magnetizační křivky [8]

- V souvislosti s magnetizační křivkou lze mluvit o pojmu hystereze – kdy v případě snižování intenzity H . Dojde ke snížení indukce B po jiné křivce, než je křivka magnetizační. Po uzavření těchto křivek vznikne hysterezní smyčka.



Obr.7 – Vznik hysterezní smyčky [8]

Feromagnetika dělíme na:

Magneticky měkká: feromagnetika s nízkou počáteční a vysokou maximální permeabilitou. Vyznačují se strmou, hysterezní smyčkou s malým objemem. Nejčastěji používané pro střídavé magnetické obvody.

Magneticky tvrdá: materiály s nízkou permeabilitou. Mají proto magnetizační křivku s malou strmostí a hysterezní smyčka ohraničuje plochu o velkém obsahu. Hlavní použití magneticky tvrdých slitin je na permanentní magnety.

4.5 Okrajové podmínky v elektromagnetických polích

Okrajové podmínky jsou velmi důležité pro řešení soustav rovnic ve všech vědních oborech. Není tomu jinak ani v elektrotechnice. Pro určení stavových vektorů stacionárního magnetického pole používáme skalární a vektorový potenciál, jenž musí být v daných bodech předem definován, tak aby byla soustava řešitelná.

Řešení se skládá ze dvou etap. Ze sestavení matematického modelu (uplatnění Laplaceovy rovnice pro potenciál) a z řešení okrajových úloh.

4.5.1. Okrajové úlohy v elektromagnetickém poli

Při hledání magnetické indukce \mathbf{B} spojitého 2D magnetického pole, definovaného v oblasti Ω se spojitou hranicí Γ . Rozdělíme oblast Ω na množinu podoblastí Ω_i , které jsou vyplněné izotropním, homogenním a lineárním dielektrikem. V místě styku dvou rozhraní na neregulární hranici Γ_{ij} rozlišujeme okrajové podmínky:

1. *Druhu* – Dirichletova okrajová podmínka se používá v případech, kdy známe na hranici magnetický potenciál $\varphi_{m\Gamma}$
2. *Druhu* – Neumannova okrajová podmínka, kde počítáme s derivací magnetického potenciálu ve směru normály kolmé na hranici oblasti $\frac{\delta\varphi_{m\Gamma}}{\delta n}$.

Směšená okrajová podmínka – na každé hranici může být definována jiná okrajová podmínka.

V řešení magnetické indukce \mathbf{B} (4.5.1) se však omezujeme pouze na použití vektorového potenciálu \mathbf{A} . Skalární potenciál φ_m je totiž neřešitelný v případě vírového magnetického pole.

$$\mathbf{B} = \text{rot}\mathbf{A} \quad (4.5.1)$$

Na rozhraní dvou podoblastí proto platí pro vektorový potenciál A_z okrajové podmínky:

- a) $A_{z_i} = A_{z_j}$ (*Dirichletova OP*)
- b) $\frac{1}{\mu_i} \frac{\delta A_{z_i}}{\delta n} = \frac{1}{\mu_j} \frac{\delta A_{z_j}}{\delta n}$ (*Neumannova OP*)

4.6 Síly v elektromagnetickém poli

Pro řešení bakalářské práce mají hlavní význam dvě elektromagnetické síly. Maxwellova magnetická síla a Lorentzova síla.

4.6.1 Lorentzova síla

Síla působící na proudovodiče v elektromagnetickém poli. Vychází z již definovaného vztahu, kde proud působí na náboj Q tekoucí vodičem rychlostí \mathbf{v} .

$$\mathbf{F}_L = Q(\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad [N]$$

Ze základního zápisu vyplývá vztah (4.6.1) pro vodič v magnetickém poli s magnetickou indukcí \mathbf{B} , při použití elektrického proudu I o proudové hustotě \mathbf{J} . Tekoucí vodičem o objemu V .

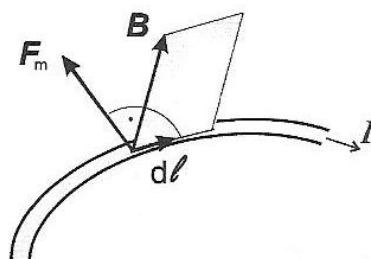
$$d\mathbf{F}_L = dQ(\mathbf{v} \times \mathbf{B}) = \rho(\mathbf{v} \times \mathbf{B})dV \quad (4.6.1)$$

$$\rho\mathbf{v} = \mathbf{J}$$

$$\mathbf{F}_L = \int_V (\mathbf{J} \times \mathbf{B})dV \quad [N]$$

Pro tenký proudovodič délky $d\mathbf{l}$ s proudem I na (obr.8) můžeme rovnici zjednodušit jako (4.6.2).

$$\mathbf{F}_L = I \int_l (d\mathbf{l} \times \mathbf{B}) \quad [N] \quad (4.6.2)$$



Obr.8 – Lorentzova síla na tenkém vodiči [8]

4.6.2. Maxwellova síla

K odvození využíváme plošnou hustotu síly \overline{f}_m , která lze integrací rozvinout do konečného vztahu (4.6.3).

$$\overline{f}_m = \frac{1}{\mu} \mathbf{B}(\mathbf{B}\mathbf{n}) - \frac{1}{2\mu} \mathbf{B}^2 \mathbf{n}$$

$$\mathbf{F}_m = \int_V \overline{f}_m dV$$

$$\mathbf{F}_m = \frac{1}{2} \oint_S [\mathbf{H}(\mathbf{n}\mathbf{B}) + \mathbf{B}(\mathbf{n}\mathbf{H}) - \mathbf{n}(\mathbf{H}\mathbf{B})] dS \quad (4.6.3)$$

5. Určení vlastní frekvence a budící síly

5.1 Modální analýza

5.1.1 Základní definice

Úloha zabývající se hledáním vlastní frekvence se nazývá modální analýza. Pro řešení modální analýzy se využívá stejných modelů jako u statické analýzy [7].

Výstupem z analýzy je vlastní frekvence f [Hz]. V některých řešičích je však využívána oblouková hodnota Ω [rad/s]. Přepočet mezi těmito veličinami je podle vzorce (5.1.1.).

$$f = \frac{\Omega}{2\pi} \quad [Hz] \quad (5.1.1.)$$

Vedle vlastní frekvence je další specifickou vlastností vlastní tvar kmitu, ze kterého se dá určit velikost výchylky, v jednotlivých místech. Pro každý výpočet je nutné předem nadefinovat frekvenční rozsah, ve kterém nás vl. frekvence zajímají. Dále pak počet frekvencí, které chceme v rozsahu najít. Při výběru vhodných frekvencí jsem dbal na to, aby jejich tvar co nejvíce odpovídal funkci sinus.

5.1.2 Fyzikální model

Pro správnost každé analýzy je velmi důležité sestavit vhodný model. Tato idealizace výpočtu však musí probíhat v rozumném měřítku, aby nedošlo k velkým diskretizačním chybám. Postup diskretizace není nijak všeobecně normován a pro všechny případy stejný, proto často přichází na řadu zkušenost výpočtáře.

Cíl výpočtu:

Cílem výpočtu topné tyče je nalézt vhodné vlastní frekvence pro budoucí experiment. Program použitý k výpočtu byl Siemens NX 7.5, s řešičem NX Nastran a modulem SEMODES 103.

Vytvoření modelu:

V kapitole 1.1 je podrobný popis zařízení. V „Příloze 1“ rovněž spočívá sestava experimentálního zařízení. Pro modální analýzu je důležitá pouze vnitřní topná tyč s držákem a turbulizátorem. Zakreslená včetně rozměrů v „Příloze 2“.

Pro model v softwaru Siemens NX 7.5 rovněž není zapotřebí zakreslovat turbulizátor a měděnou kleštinu. Tyto části se na topnou tyč projeví pouze formou okrajových podmínek.

Roztečné trubičky z duralu AlZn6Mg2Cu se s hustotou $\rho = 2810 [kg/m^3]$ blíží hustotě teflonu $\rho = 2190 [kg/m^3]$. Proto jsou společně s přepážkami spojeny v jeden kus. V rámci mechanických vlastností je materiál pro tento kus definován jako teflon. Výsledný model palivového článku se tedy skládá pouze z topné trubky o průměru 29,93 mm, měděného držáku a vnitřního teflonového elementu.

Materiálové vlastnosti částí topné tyče:

- 1) *Topná trubka ϕ 29,93*
Materiál: Phönix Mat 17,8Cr 10,5Ni
Hustota: 7900 kg/m^3
Youngův modul E : $1,8 \cdot 10^5 \text{ MPa}$
Poissonovo číslo ν : 0,3

- 2) *Vnitřní teflonový element*
Materiál: PTFE (Teflon)
Hustota: 2190 kg/m^3
Youngův modul E : 324 MPa
Poissonovo číslo ν : 0,46

- 3) *Držák*
Materiál: Měď
Hustota: 8930 kg/m^3
Youngův modul E : $1,2 \cdot 10^5 \text{ MPa}$
Poissonovo číslo ν : 0,33

Dimenze úlohy:

Výpočtový model si zachoval svojí dimenzi 3D . Úloha je tedy prostorová se 6 stupni volnosti (3 rotace, 3 hodnoty posuvu vůči osám).

Typ úlohy:

Modální analýza je lineární dynamická úloha, do které jsem nezavedl kontaktní podmínky mezi jednotlivými částmi. Tím je dodržena linearita. Pro modální analýzu (deformační analýza) jsou možné dvě metody řešení:

- a) Metoda plná (Full)
- b) Metoda redukováná (Reduced)

U plné metody jsou zahrnuty do matic tuhosti a hmotnosti všechny uzly výpočtového modelu. Redukovaná metoda má matice tuhosti rozdělené na hlavní a vedlejší užitím Guyanovy redukce. Tím je použito jen pár vybraných uzlů, do kterých je koncentrována hmotnost struktury. Volil jsem tedy metodu redukovanou, protože výpočet je o poznání rychlejší, avšak méně přesný.[7]

Typ prvků:

- a) *Jednorozměrné prvky* – pro konstrukce se dvěma rozměry výrazně převyšující třetí. Nejčastěji prvky nosníkové.
- b) *Dvourozměrné prvky* - opět pro tělesa, jejichž dva rozměry převyšují třetí. Velmi vhodné pro úlohy rovinné napjatosti, rovinné deformace a osově symetrické úlohy. Lze je však použít i v prostoru pro tenkostěnné konstrukce. [7] Z hlediska tvaru se jedná o prvky čtyřúhelníkové a trojúhelníkové. Geometrickou konstantou je v těchto úlohách tloušťka prvku. U rovinných úloh je tedy nemožné sledovat průběh napětí po tloušťce prvku.
- c) *Třírozměrné prvky* – Nejčastěji používané pro libovolné trojrozměrné konstrukce. Využívány jsou tyto prvky:
 - 1) *Čtyřstěn* – nejjednodušší, často v programech nastaven jako automatický. Velmi dobrý pro síťování náročnějších tvarů.
 - 2) *Pětistěn* – nepříliš používaný, jedná se o degenerovaný šestistěn.
 - 3) *Šestistěn* – po čtyřstěnu další oblíbený prostorový prvek. Zejména u jednodušších geometrií.

Dalším parametrem je použitá aproximační funkce. Existují prvky lineární, kvadratické a kubické. Rozdíl mezi lineárním, kvadratickým a kubickým prvkem je v přidání meziuzlů na hranách prvků. Kvadratický prvek má jeden meziuzel a kubický prvek dva meziuzly. Řešení přetvoření prvků tedy přechází z lineárního vztahu na parabolický a kubický, které mohou více popsat zakřivení hran prvku.

Na modelu palivového článku je u všech tří částí použit čtyřstěnný kvadratický prvek. V systému Siemens NX 7.5 popsán jako „Tetrahedral“, přesněji CTETRA (10). Číslo 10 v názvu prvku znamená 10 - ti uzlový prvek oproti lineárnímu, 4 uzlovému prvkem.

Hustota sítě:

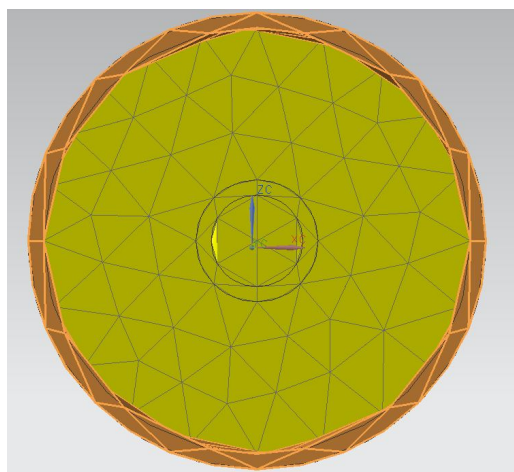
Kvalita výpočtu je často závislá na velikosti prvků. Logicky se může zdát, že diskretizovanému kontinuu se nejvíce přiblíží co nejjemnější síť, avšak se zbytečně jemnou sítí narůstá zaokrouhlovací chyba numerického výpočtu. [7] Rovněž narůstá celková doba výpočtu.

Důležitým faktorem je typ úlohy. V případě modální analýzy a úloh na určení tuhosti a deformace je hlavní zjištění posunutí jednotlivých uzlů prvku vlivem působícího zatížení. V takovém případě není tedy velikost prvku tolik důležitá. [7] Matice posunutí uzlů je totiž spojitá po hranicích prvků.

Hlavním omezením je tedy u modálních analýz to, aby síť příliš nezkrátila geometrii počítaného modelu. U úloh určující napětí je situace obtížnější. Musí dojít ke zjemnění sítě v místech očekávání špiček napětí.

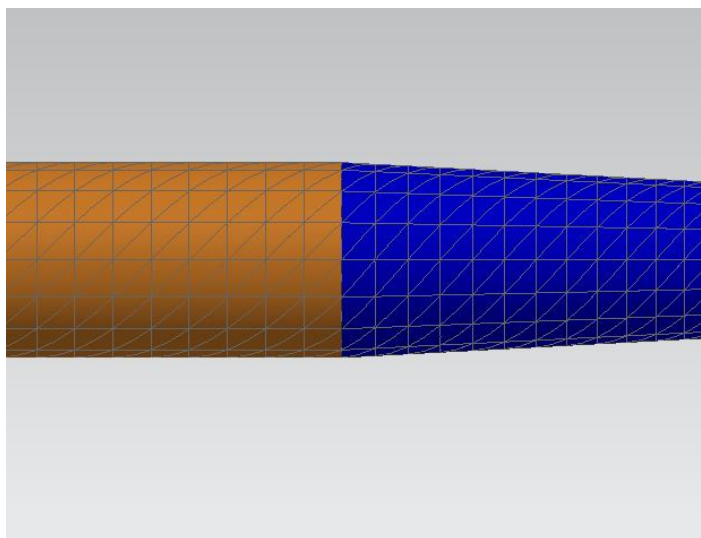
Při prostorové úloze je obecně výhodné mít co nejvíce prvků do tloušťky součásti. Ovšem v případě topné trubky o ϕ 29,93 mm, tloušťce stěny 1 mm a celkové délce 2103 mm, nastal problém.

Pro modální analýzu palivového článku jsem zpočátku použil čtyřstěnné elementy o velikosti 5 mm. Úloha byla ovšem velmi náročná na výpočetní čas, proto jsem musel velikost na obalové trubce snížit na 10 mm. Důsledkem velké diskretizace dochází k mírnému zkreslení trubky, což však bylo nevyhnutelné (obr.9). Výhodné proto bylo vybrat jako typ prvku právě kvadratický čtyřstěn.

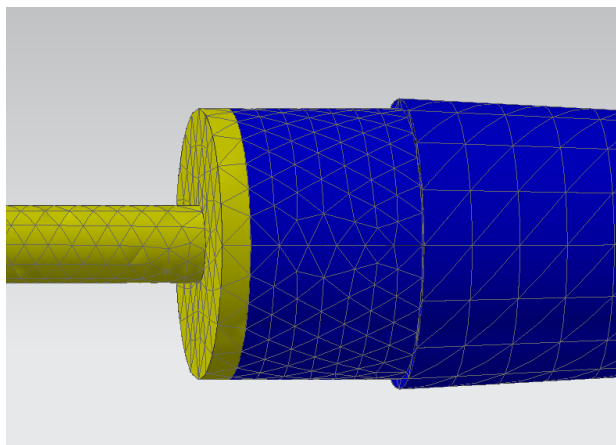


Obr.9 - Náhled na síť trubky v průřezu

Soustava topné tyče je tedy tvořena třemi částmi s definovanou sítí a mechanickými vlastnostmi. Všechny části jsou mezi sebou spojené do jedné celistvé sítě, pomocí příkazu „Meshmating conditions“. Přejechy mezi částmi jsou na obrázcích níže. (obr.10 , obr.11)



Obr.10 - Napojení sítě mezi držákem a trubkou



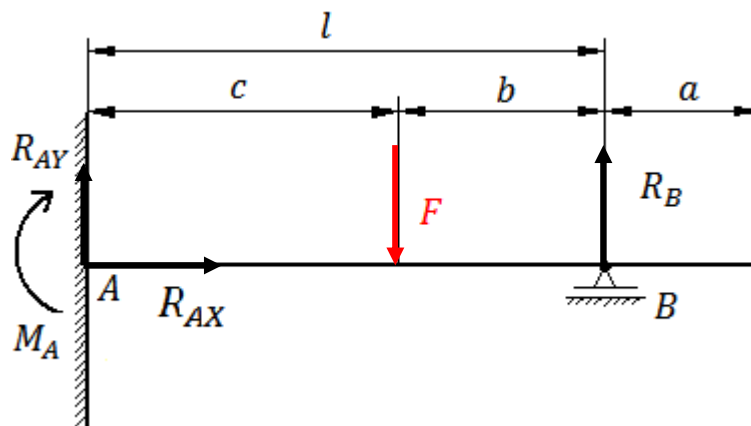
Obr.11 - Napojení sítě mezi držákem a vnitřními přepážkami

5.1.3 Okrajové podmínky

Všeobecně lze velmi málo inženýrských výpočtů řešit bez okrajových podmínek, které umožní zestříhnutí použitých soustav rovnic na řešitelný počet rovnic atd.. V případě pružnosti a pevnosti jsou okrajové podmínky důležité pro definování jednotlivých uložení. Každý typ uložení vlastní určité množství reakcí, které odebírají ze soustavy stupně volnosti. Například zamezením posuvů a rotací v určitých směrech.

Model palivového článku je v experimentálním zařízení uložen na dvou podporách (Obr. 12). První podpora je pevné vetknutí v místě turbolizátor. Okrajové podmínky v tomto místě definují všech 6 hodnot posuvů a rotací jako nulové. V případě druhého uložení v měděné kleštině se jedná o objímkové uložení. Okrajové podmínky jsou: radiální posuv roven nule, axiální posuv nenulový a rotace podél axiální osy je rovněž nulová.

Další okrajovou podmínkou je nadefinování zatížení. V případě modální analýzy, která řeší volné kmitání bez budících sil, odpadá.



Obr.12 – Uložení palivového článku, včetně reakcí

5.1.4 Nastavení simulace

Pro simulaci byl použit modul SEMODES 103, což je modul vyhrazený čistě pro řešení modální analýzy. Vliv teploty na řešení byl ignorován. Úloha byla řešena při běžné teplotě okolí 20°C.

Mezi nejdůležitější prvky nastavení patří nastavení rozsahu vlastních frekvencí. V případě modální analýzy palivového článku byl rozsah nastaven na 0,001 – 1000 Hz a počet hledaných frekvencí na 20. Tlumení bylo pro tento případ analýzy zanedbáno.

5.1.5 Výsledky

Simulace určila v daném rozsahu 20 frekvencí.(viz.Tab.2)

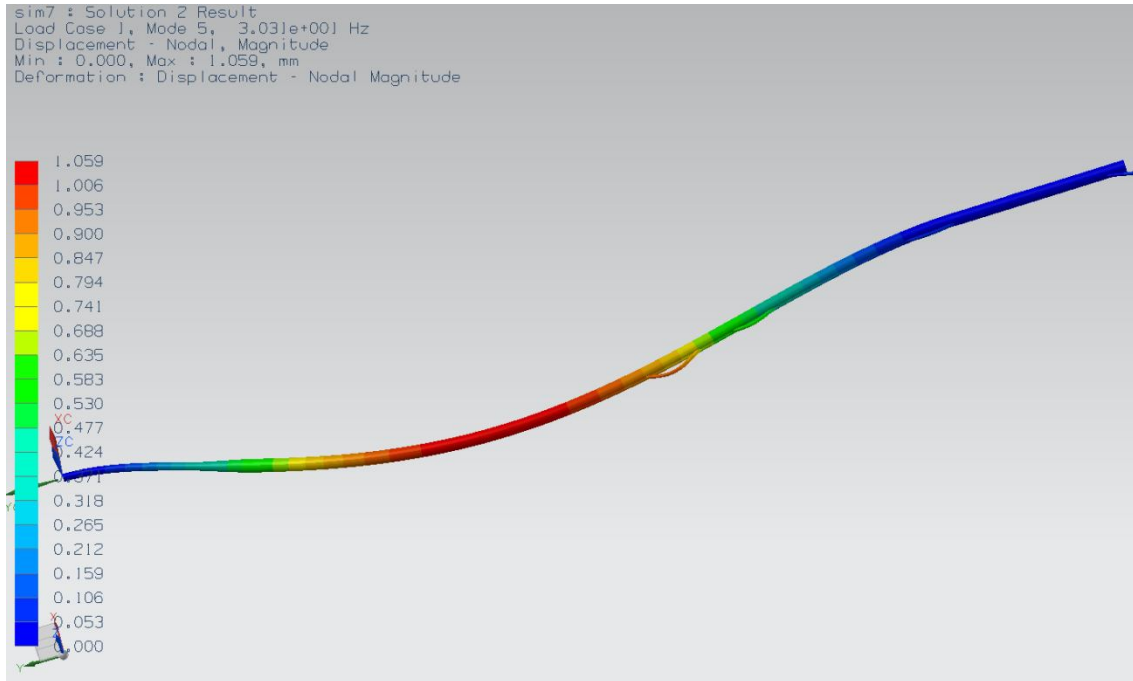
Mode 1	13,33 Hz
Mode 2	13,72 Hz
Mode 3	22,99 Hz
Mode 4	23,6 Hz
Mode 5	30,31 Hz
Mode 6	30,34 Hz
Mode 7	36,68 Hz
Mode 8	37,79 Hz
Mode 9	71,34 Hz
Mode 10	73,35 Hz
Mode 11	74,78 Hz
Mode 12	75,85 Hz
Mode 13	76,41 Hz
Mode 14	76,81 Hz
Mode 15	80,24 Hz
Mode 16	82,2 Hz
Mode 17	85,68 Hz
Mode 18	87,29 Hz
Mode 19	117,5 Hz
Mode 20	120,7 Hz

Tab. 2: Výsledky modální analýzy s vybranými vl. frekvencemi

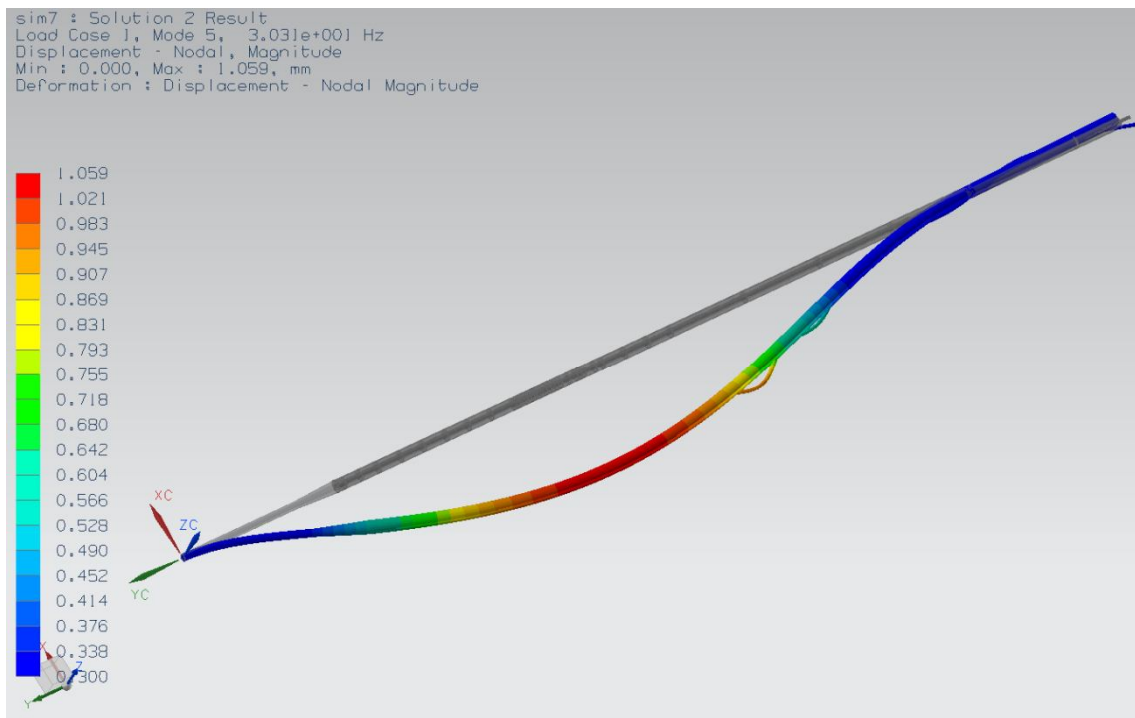
Pro vybrání vlastních frekvencí je důležité porovnání vlastních tvarů. Vhodné vlastní tvary s vhodným harmonickým tvarem byly dva. Oba tyto tvary jsou podobné funkci sinus s odlišnou hodnotou periody.

První vlastní tvar o frekvenci 30,31 Hz má periodu výchylky rovnou π s jedním maximem výchylky. Maximální hodnota činí 1,059 mm a byla naměřena ve vzdálenosti 975,83 mm od uchycení palivového článku.

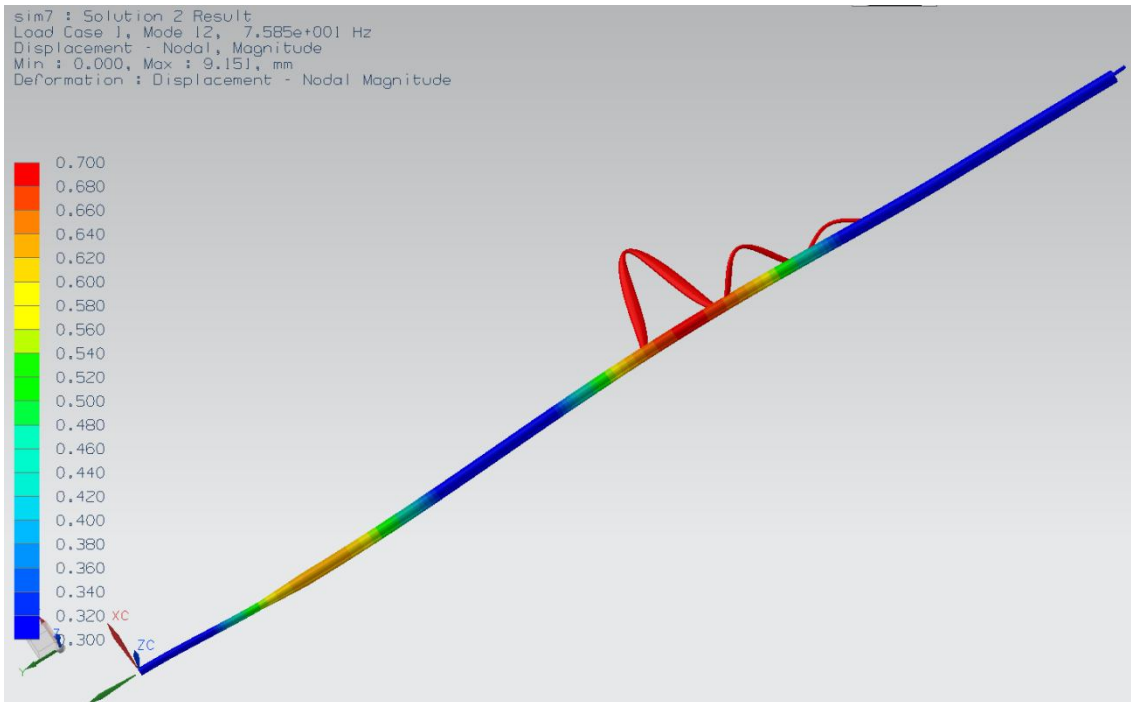
Druhý vlastní tvar kmitu o frekvenci 75,85 Hz je definován v rozsahu 2π a průhyb proto dosahuje dvou maxim, vůči sobě přibližně shodných (0,62 a 0,69). Na obrázcích (Obr.13 až Obr.16) jsou zakresleny oba vlastní tvary s vyznačením nedeformovaného modelu palivového článku.



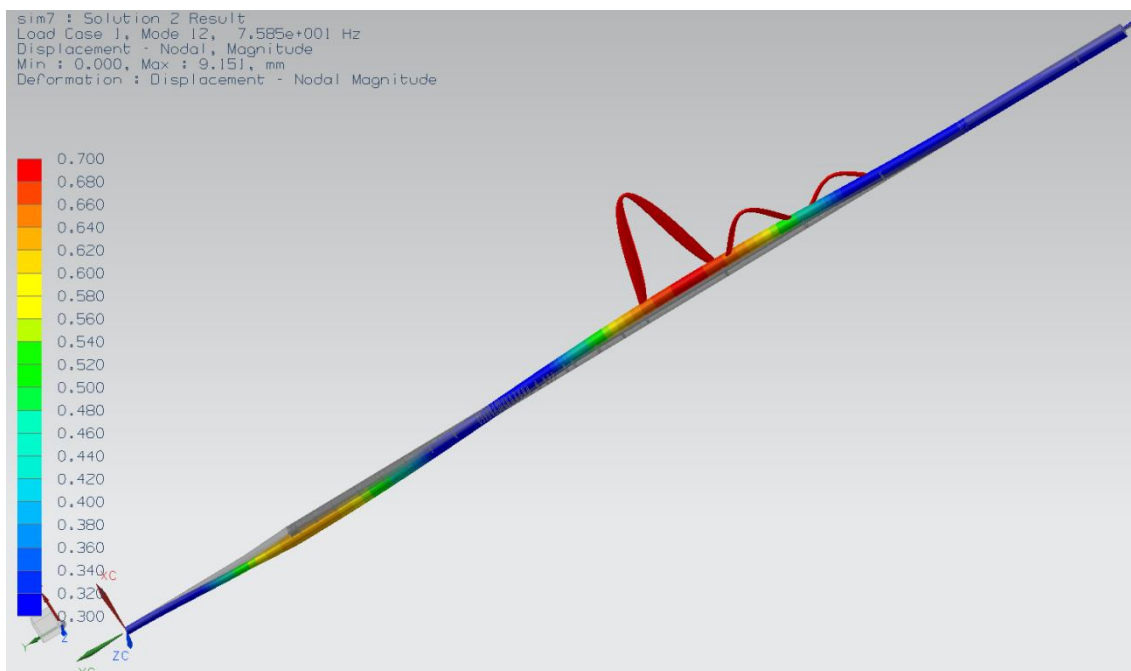
Obr.13 – První vlastní tvar



Obr.14 – První vlastní tvar s nedeformovaným modelem



Obr.15 – Druhý vlastní tvar



Obr.16 – Druhý vlastní tvar s nedeformovaným modelem

5.1.6 Vyhodnocení

Z porovnání dvou vlastních tvarů (Obr.13 a Obr.15) platí, že čím roste hodnota vlastní frekvence, tím se snižuje hodnota výchylky a naopak se zvyšuje hodnota potřebné budící síly.

Pro experiment palivového článku bylo proto navrženo buzení na první vlastní tvar s vlastní frekvencí 30,31 Hz, výchylkou 1,059, v místě 976 mm od uchycení palivového článku do turbulizátoru.

Výsledek simulace lze však označit za orientační. Důvodem jsou možné diskretizační odchylky od reálného stavu na základě zjednodušení geometrie a materiálového složení modelu.

Rovněž není uvažován vliv tlumení proudu vzduchu v mezikruhovém kanálu, jenž se může navíc, měření od měření, lišit v důsledku změny rychlosti proudění a intenzity turbulence.

5.2 Porovnání s ohybovým kmitáním nosníků

Předpoklad pro ohybové kmitání je štíhlý nosník, jehož hlavní osy setrvačnosti průřezů leží ve dvou vzájemně kolmých rovinách. [6] Kmitavý pohyb očekáváme v podélné rovině a předpokládáme, že řezy kolmé k neutrální ose nosníku zůstávají v průběhu ohybu rovinné a kolmé k deformované neutrální ose.

Prvním krokem je zjednodušení soustavy těles na jedno těleso, tedy na topnou trubku. Úvahou určí střední hustotu systému, podle hmotnosti a objemů jednotlivých částí (5.2.1.). V důsledku toho získám trubku délkou a průřezem odpovídající modelu palivového článku, avšak se střední hodnotou hustoty.

$$\begin{array}{l} m_{trubka} = 1,531 \text{ kg} \\ m_{drzak} = 1,183 \text{ kg} \\ m_{vnitrek} = 0,236 \text{ kg} \\ \hline m_c = 2,95 \text{ kg} \end{array} \qquad \begin{array}{l} V_{trubka} = 0,000193796 \text{ m}^3 \\ V_{drzak} = 0,000132647 \text{ m}^3 \\ V_{vnitrek} = 0,000107833 \text{ m}^3 \\ \hline V_c = 0,000434276 \text{ m}^3 \end{array}$$

$$\rho_{stredni} = \frac{m_c}{V_c} \qquad (5.2.1.)$$

$$\rho_{stredni} = 6793,734 \text{ kg/m}^3$$

Pro další výpočet je nutné předem stanovit velikost plochy a kvadratický moment průřezu v rovině kolmé na podélnou osu a rovnoběžné s příčnou osou.

Dáno: $D = 0,02993 \text{ m}$; $d = 0,0279 \text{ m}$;

$$A = \frac{\pi \cdot (D^2 - d^2)}{4} = 9,22017E - 05 \text{ m}^2$$

$$J_Z = \frac{\pi}{64} \cdot (D^4 - d^4) = 9,64785E - 09 \text{ m}^4$$

Obecná rovnice pro stanovení frekvence ohybového kmitání (5.2.2.) je popsána pomocí koeficientů β_{1l} až β_{4l} , které definují, o jaký vlastní tvar se jedná. Z hlediska řešení palivového článku stačí určit pouze první vlastní tvar.

$$\Omega_n = \frac{(\beta_{nl})^2}{l^2} \cdot c_0 \cdot j \qquad (5.2.2.)$$

Veličina c_0 je rychlost podélných vln v tenké tyči a j popisuje kvadratický poloměr průřezu.

Dáno: $E = 2 \cdot 10^{11} \text{ Pa}$; $\rho_{stredni} = 6793,734 \text{ kg/m}^3$; J ; A ;

$$c_0 = \sqrt{\frac{E}{\rho_{stredni}}} = 5425,762 \text{ m/s}$$

$$j = \sqrt{\frac{Jz}{A}} = 0,010229 \text{ m}$$

Poslední aspekt je určení typu uložení a výběr empirických konstant. Uložení jsem definoval jako vetknuté s volným koncem. Dle zdroje [6] platí konstanty:

$$\beta_{1l} = 1,875 ; \beta_{2l} = 4,694$$

Odtud tedy vplývá hodnota první vlastní frekvence kmitu:

Dáno: $l = 2,101 \text{ m}$

$$\Omega_1 = \frac{(\beta_{1l})^2}{l^2} \cdot c_0 \cdot j = 195,12 \text{ rad/s}$$

$$f_1 = \frac{\Omega_1}{2\pi} = \mathbf{31,055 \text{ Hz}}$$

Tato hodnota se velice blíží výsledku numerické simulace. Ovšem musí být vzato v úvahu, že typ uložení neodpovídá přesně typu uložení v modální analýze. Pro zajímavost určím i hodnotu druhé vlastní frekvence:

$$\Omega_2 = \frac{(\beta_{2l})^2}{l^2} \cdot c_0 \cdot j = 1222,9 \text{ rad/s}$$

$$f_2 = \frac{\Omega_2}{2\pi} = 194,631 \text{ Hz}$$

Algebraicky vypočtená hodnota druhé vlastní frekvence se od vybrané vlastní frekvence z modální analýzy značně liší. Je tedy pravděpodobné, že konstanta $\beta_{2l} = 4,694$ nevystihuje podmínky analýzy, nebo že mnou vybraná vl. frekvence není frekvencí s druhým vlastním tvarem kmitu. Změnil jsem proto koeficient na $\beta_{2l} = 2,9304$, který přiblíží hodnotu druhé vlastní frekvence k hodnotě z MKP simulace.

$$f_2 = \frac{\Omega_2}{2\pi} = \mathbf{75,854 \text{ Hz}}$$

5.3 Harmonická odezva

Harmonická analýza se ve většině případů zabývá určením bezpečnosti konstrukcí. Zjišťuje totiž reakce konstrukčních prvků na harmonickou zátěžnou sílu, která má průběh v čase nejčastěji ve formě funkce sinus. Mezní stav nastává v případě, že zátěžná síla působí na těleso v blízkosti, či na přesné hodnotě, vlastní frekvence. Dochází totiž již při malých silách k rapidnímu nárůstu výchylky a deformace. Tento jev se nazývá rezonancí a je zjišťován pomocí MKP analýzy harmonické odezvy, kde pro danou sílu zjišťujeme riziková pásma vlastních frekvencí a výchylku jimi způsobenou.

5.3.1 Statický výpočet síly

Pro přibližnou představu o chování tyče při působení síly, jsem nejprve provedl statickou kalkulaci. Výsledek kalkulace jsem hodlal porovnat s harmonickou analýzou a zdůraznit tak výhody použití síly s harmonickým průběhem.

a) Reakce a deformační podmínka

V prvním kroku určuji stupeň volnosti $n = d - r$, což je rozdíl mezi dimenzí úlohy d a počtem reakcí r . Z rovnice vyplývá, že úloha je jedenkrát staticky neurčitá. Proto musí být síla R_B zavedena jako vnější síla a dále musí být dána deformační podmínka.

$$\sum_{i=1}^n F_{iX} = 0 \Rightarrow R_{AX} = 0 \quad (1)$$

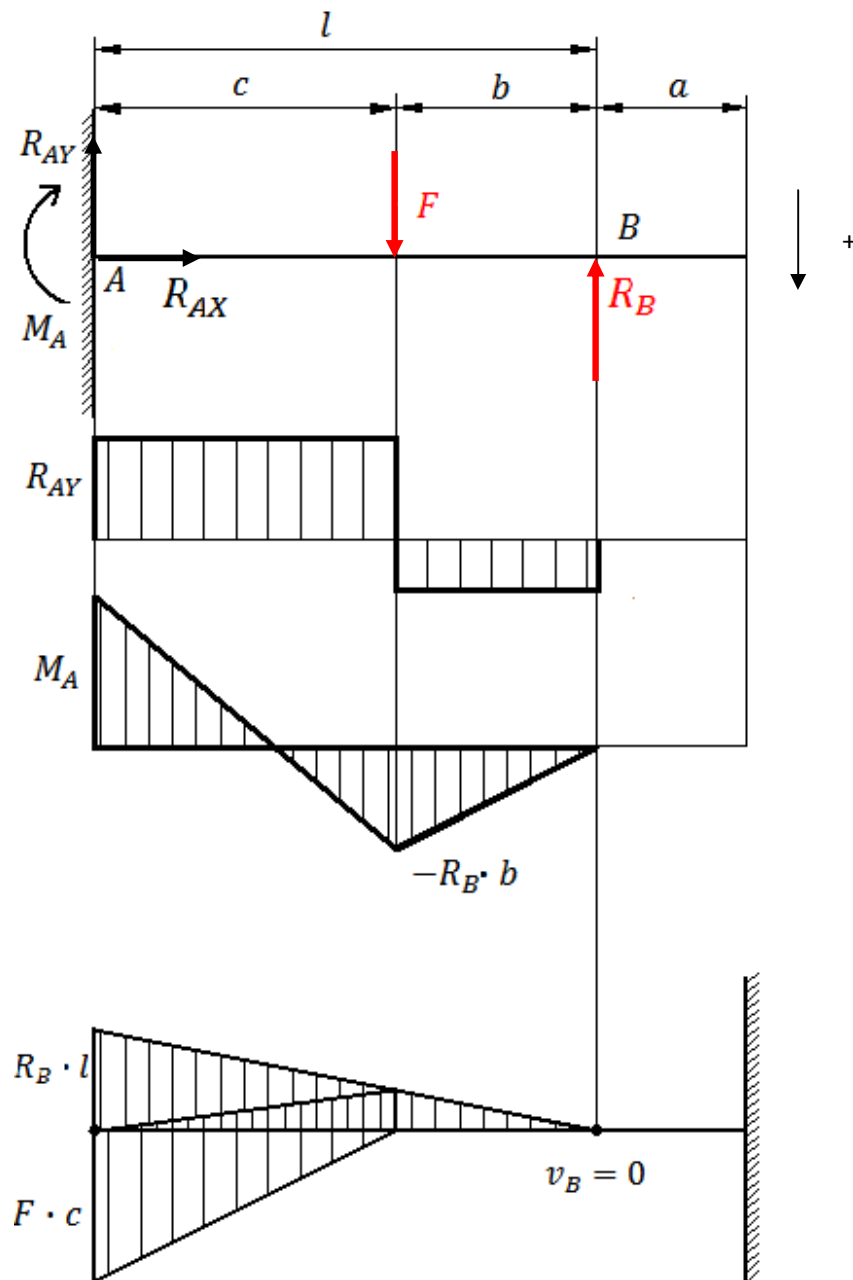
$$\sum_{i=1}^n F_{iY} = 0 \Rightarrow +R_{AY} - F + R_B = 0 \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^n M_{iA} = 0 \Rightarrow -M_A - F \cdot (l - b) + R_B \cdot l = 0 \quad (3)$$

Deformační podmínka:

$$v_B = 0 \quad (4)$$

$$R_{AY} = F - R_B ; \quad M_A = -F \cdot (l - b) + R_B \cdot l ;$$



Obr.17 – Průběh posouvajících sil a ohybových momentů

b) Průběh ohybových momentů a posouvajících sil

I. pole kde $\bar{x} \in \langle 0, a \rangle$

$$T_1(x) = 0$$

$$M_{O_1}(x) = 0$$

$$\frac{\partial M_{O_1}(x)}{\partial R_B} = 0$$

II. pole kde $x \in \langle 0, b \rangle$

$$T_{II}(x) = -R_B$$
$$M_{O_{II}}(x) = -R_B \cdot x$$

$$\frac{\partial M_{O_{II}}(x)}{\partial R_B} = -x$$

III. pole kde $x \in \langle b, l \rangle$

$$T_{III}(x) = -R_B + F$$
$$M_{O_{III}}(x) = -R_B \cdot x + F \cdot (x - b)$$

$$\frac{\partial M_{O_{III}}(x)}{\partial R_B} = -x$$

c) Průhyb v bodě B (dle Castigliana)

$$v_B = \frac{1}{E \cdot J_Z} \cdot [v_{BII} + v_{BIII}] = 0$$

$$\frac{1}{E \cdot J_Z} \cdot \left[\int_0^b \frac{\partial M_{O_{II}}(x)}{\partial R_B} M_{O_{II}}(x) dx + \int_b^l \frac{\partial M_{O_{III}}(x)}{\partial R_B} M_{O_{III}}(x) dx \right] = 0$$

$$\frac{1}{E \cdot J_Z} \cdot \left[\int_0^b R_B \cdot x^2 dx + \int_b^l R_B \cdot x^2 dx + \int_b^l F \cdot (x - b) \cdot (-x) dx \right] = 0$$

$$\frac{1}{E \cdot J_Z} \cdot \left[\int_0^b R_B \cdot x^2 dx + \int_b^l R_B \cdot x^2 dx - \int_b^l F \cdot x^2 \cdot dx + \int_b^l F \cdot b \cdot x \cdot dx \right] = 0$$

$$\frac{1}{E \cdot J_Z} \cdot \left[+ \frac{R_B \cdot l^3}{3} - \frac{F \cdot l^3}{3} + \frac{F \cdot b^3}{3} + \frac{F \cdot l^2 b}{2} - \frac{F \cdot b^3}{2} \right] = 0$$

$$R_B = F \left[1 - \frac{3b}{l^3} \left(\frac{l^2}{2} - \frac{b^2}{6} \right) \right]$$

d) Průhyb v bodě B (dle metody momentových ploch)

Pro zjednodušení: $c = l - b$

$$v_B = \frac{1}{E \cdot J_Z} \cdot \left[-\frac{1}{2} (R_B \cdot l) \cdot l \cdot \frac{2}{3} l + \frac{1}{2} (F \cdot c) \cdot a \cdot \left(b + \frac{2}{3} c \right) \right] = 0$$

$$R_B = \frac{3}{2l^3} F \cdot c^2 \cdot \left(b + \frac{2}{3} c \right) \Rightarrow R_B = F \left[1 - \frac{3b}{l^3} \left(\frac{l^2}{2} - \frac{b^2}{6} \right) \right]$$

Odtud poté lze vyčíslit hodnoty všech reakcí:

$$R_{Ax} = 0$$

$$R_{Ay} = F \cdot \frac{3b}{l^3} \left(\frac{l^2}{2} - \frac{b^2}{6} \right)$$

$$M_A = -F \cdot \frac{3b}{l^2} \left(\frac{l^2}{2} - \frac{b^2}{6} \right) + Fb$$

e) *Průhyb v bodě síly F*

Pro zjištění průhybu v bodě síly F se vyplatí požití metody momentových ploch na fiktivním nosíku. Provedl jsem proto rozklad fiktivních momentů na jednotlivé trojúhelníky (viz. Obr.17):

$$v_F = \frac{1}{E \cdot J_Z} \left[\frac{1}{2} F \cdot \frac{2}{3} c^3 - \frac{1}{2} (R_B \cdot b) \cdot \frac{1}{3} c^2 - \frac{1}{2} (R_B \cdot l) \cdot \frac{2}{3} c^2 \right]$$

$$v_F = \frac{1}{E \cdot J_Z} \left[\frac{1}{3} F \cdot c^3 - \frac{1}{6} R_B \cdot b \cdot c^2 - \frac{1}{3} R_B \cdot l \cdot c^2 \right]$$

$$v_F = \frac{1}{E \cdot J_Z} \left[F \cdot \frac{c^3}{3} - R_B \cdot c^2 \cdot \left(\frac{b}{6} - \frac{l}{3} \right) \right]$$

$$v_F = \frac{F}{E \cdot J_Z} \left[\frac{c^3}{3} - \left[\left(c^2 - \frac{3bc^2}{l^3} \left(\frac{l^2}{2} - \frac{b^2}{6} \right) \right) \cdot \left(\frac{b}{6} - \frac{l}{3} \right) \right] \right]$$

V případě tohoto tvaru je výsledkem průhyb tyče, při znalosti zatěžovací síly. Řešení však vyžaduje jiný tvar, při čemž uvažuji výchylku o velikosti $v_F = 1 \text{ mm}$.

$$F = \frac{v_F \cdot E \cdot J_Z}{\left[\frac{c^3}{3} - \left[\left(c^2 - \frac{3bc^2}{l^3} \left(\frac{l^2}{2} - \frac{b^2}{6} \right) \right) \cdot \left(\frac{b}{6} - \frac{l}{3} \right) \right] \right]}$$

Kde:

$$b = 1,143 \quad [\text{m}]$$

$$l = 2,119 \quad [\text{m}]$$

$$J_Z = 9,65 \cdot 10^{-9} \quad [\text{m}^4]$$

Hodnota síly je po dosazení $F = 4,363 \text{ [N]}$.

5.3.2 Definice problému

Z konstrukčního hlediska je buzení kmitání v pásmu vlastní frekvence nežádoucím jevem. Ovšem v případě úlohy palivového článku je harmonické buzení velmi výhodné. Nabízí nám totiž možnost uvést palivový článek do pohybu při velmi malých silách. Z výsledků modální analýzy vyplývá místo buzení a požadovaná výchylka.

5.3.3 Fyzikální model

Cíl výpočtu:

Cílem výpočtu je grafické znázornění výchylky tyče na frekvenci a fázový posuv odezvy od harmonické budící síly. Analýza je provedena v systému ANSYS Workbench 14.0 v modulu Harmonic Response.

Vytvoření modelu:

Pro harmonickou analýzu byl použit naprosto stejný model, jako v případě modální analýzy.

Dimenze úlohy:

Úloha je řešena jako prostorová (3D) se šesti stupni volnosti.

Typ úlohy:

Harmonická odezva patří stejně jako modální analýza do lineárně dynamických úloh. Na rozdíl od modální analýzy jsem pro jednotlivé části definoval kontaktní podmínky.

V případě styku teflonových přepážek s vnější trubicí se jedná o kontakt bez tření (Frictionless), u dotykových ploch měděného držáku a topné trubky třecí kontakt (Friction) s hodnotou součinitele smykového tření $f = 0,16$.

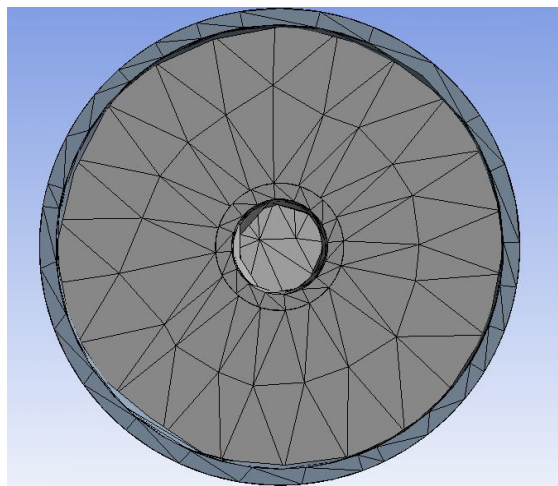
Je však nutné podotknout, že řešič provede automatickou změnu těchto kontaktů na jednoduchý lineární kontakt (Bonded), z důvodů zachování linearitu řešení. Pro ověření výsledků jsem proto zhotovil druhý model s lineárními kontakty. Výsledky simulací byly totožné. Metoda řešení byla zvolena superpoziční (Node superposition) oproti plné metodě (Full).

Typ prvků:

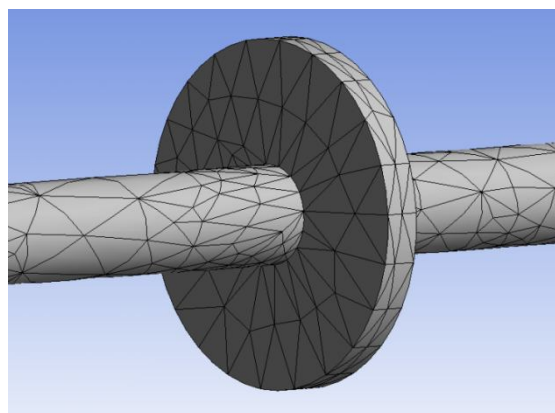
Prvky byly volené stejné jako v modální analýze. Tedy kvadratické čtyřstěny.

Hustota sítě a okrajové podmínky

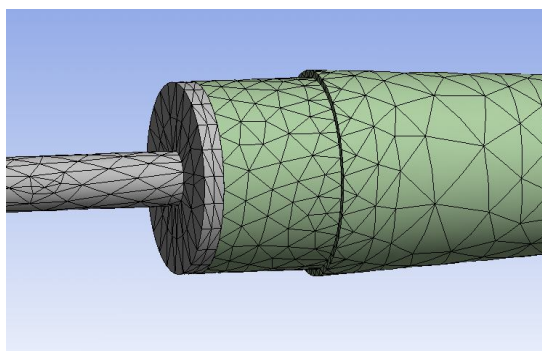
Použitá síť je oproti modální analýze jemnější s velikostí prvků do 5 mm, navíc lokálně zjemněná v kontaktech na velikost prvku 3 mm. Okrajové podmínky jsou opět stejné jako v předcházející simulaci. To znamená jedna pevná podpora s vetknutím a druhá cylindrická s možností axiálního posunutí.



Obr.18 - Náhled na síť trubky v průřezu



Obr.19 – Detail sítě vnitřních přepážek



Obr.20 – Přechod mezi držákem a přepážkami

5.3.4 Nastavení simulace

Požadovaný rozsah jsem omezil pouze na rozmezí 20 – 40 Hz. Pro zlepšení kvality grafů jsem použil vyhlazovací funkci (Cluster), jenž zpřesní a zahladí vrcholy křivek, zejména v oblasti vlastní frekvence. V případě harmonické odezvy jsem rovněž nadeřinoval vliv tlumení, který jsem aplikoval jako konstantní hodnotu jednoho procenta kritického tlumení. Volena byla, dle empirické zkušenosti pro tlumení ocelových materiálů, jenž se pohybuje v rozmezí 1 až 5 % kritického tlumení. Navíc byla nastavena hodnota síly působící na topnou tyč v místě největší výchylky z modální analýzy.

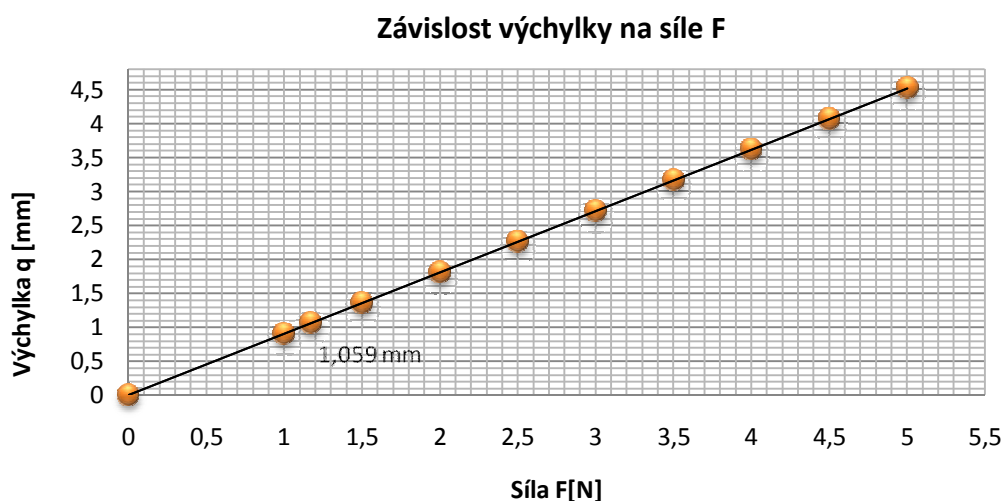
5.3.5 Výsledky

Určení budící síly bylo nutné provést na základě porovnání výchylek pro jednotlivé hodnoty zátěžných účinků. V prvním kroku jsem zadal budící sílu velikosti 5 N, při větší velikosti prvku pro rychlejší výpočet. Zjistil jsem, že pro sílu 5N při vlastní frekvenci (v tomto případě 29,233 Hz) nastane výchylka 4,521 mm. Při předpokladu malých posuvů a v platnosti Hookeova zákona platí, že má výchylka v závislosti na síle lineární charakter. Uplatnil jsem proto propoččet dle (5.3.1). Kde výchylka při nulové síle je logicky nulová.

(5.3.1)

Kde:

— - tangens směrového úhlu přímky

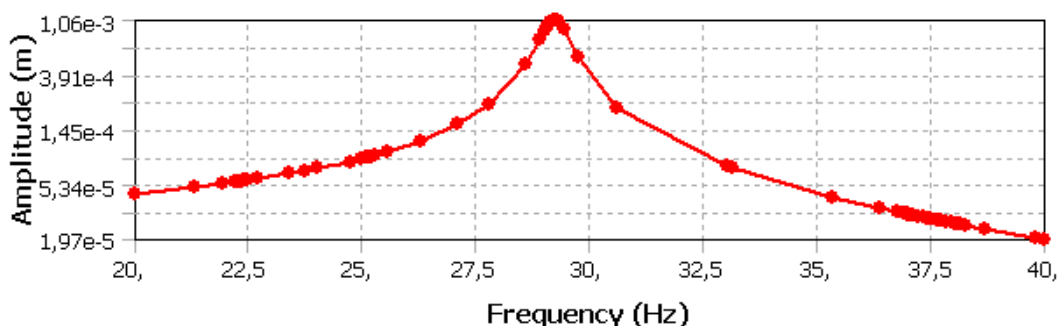


Graf.1: Závislost výchylky na síle při vlastní frekvenci

Pro určení síly pro výchylku 1,059 mm platí:

$$F = \frac{q}{k} = \frac{5 \cdot 1,059}{4,521} = 1,171 \text{ N} \quad (5.3.2)$$

Následná analýza potvrdila předpoklady a na (obr.21) je naznačen průběh výchylky na frekvenci s dobře patrným pásmem vlastní frekvence 29,233 Hz.



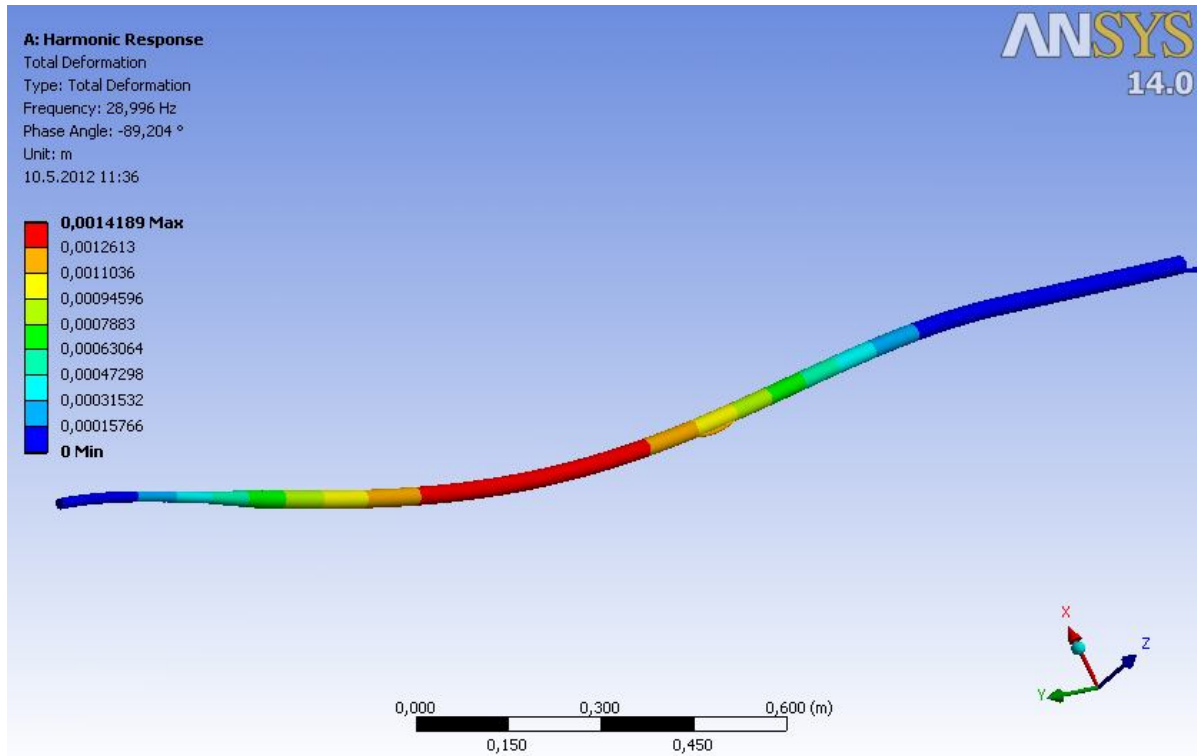
Obr.21 – Křivka frekvenční odezvy $F = 1,171 \text{ N}$

Po prvotním nástřelu jsem poté provedl výpočet s hustotou sítě zapsanou v kap. 5.3.3.

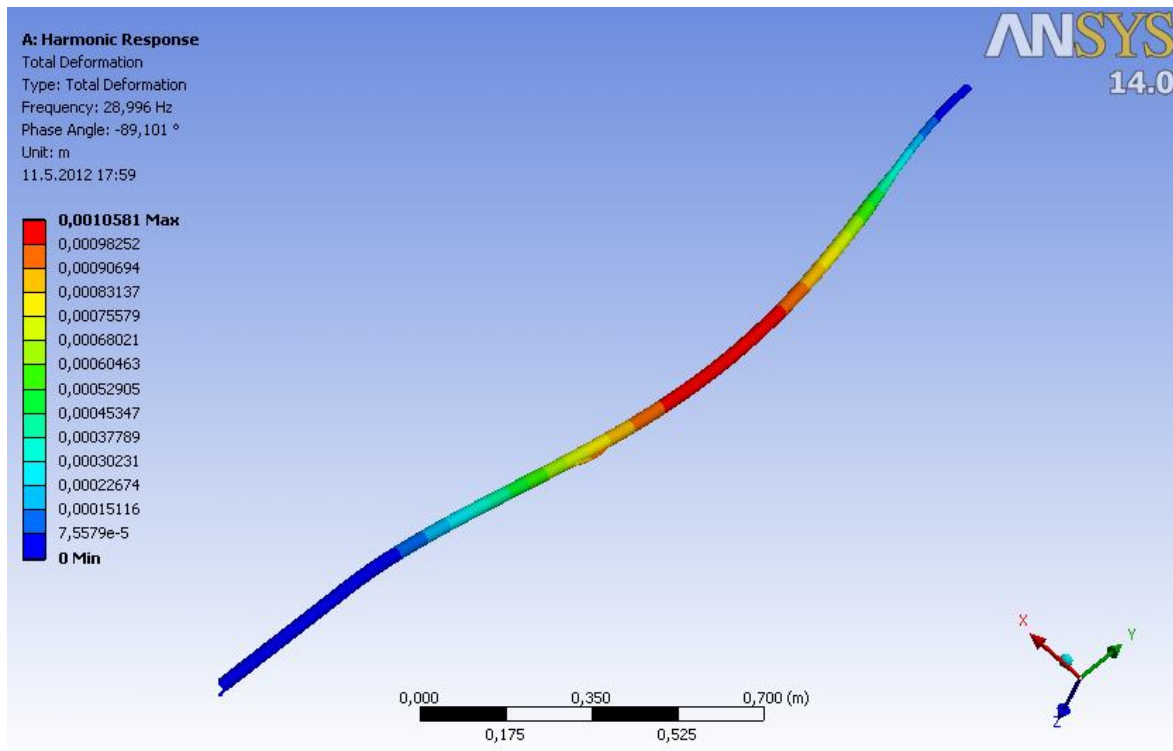
Vlivem zjemnění sítě došlo k zpřesnění výsledku a změnila se vlastní frekvence na 28,996 Hz. Naopak výchylka při síle $F = 1,171 \text{ N}$ vzrostla. Bylo proto nutné sílu opět přepočítat podle (5.3.2). Výsledkem byla tedy nová síla $F = 1,105 \text{ N}$.

Při zobrazení kontury celkové deformace (Obr.22) však došlo k odchylce mezi výchylkou v grafu frekvenční odezvy a výchylkou kontury deformace. Do jisté míry to může být způsobeno tím, že obě veličiny mohou být počítány v systému jiným algoritmem, či že jsou počítány k rozdílným bodům. Proto jsem za určující z hlediska konečné výchylky tyče považoval kontur deformace (Obr.23).

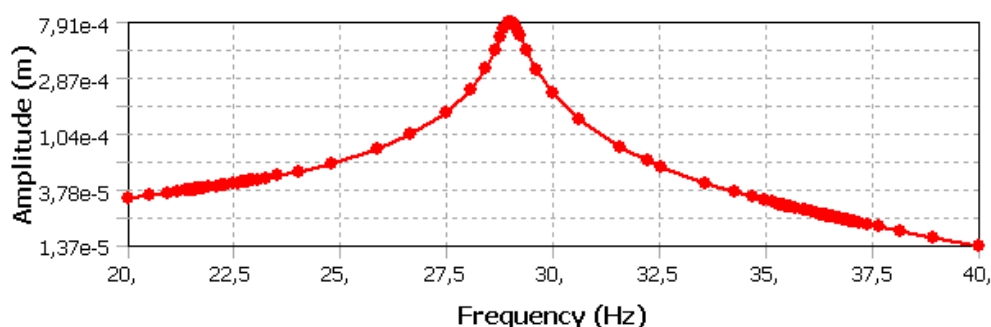
Výsledná síla pro způsobení deformace 1,059 je proto nižší a má hodnotu $F = 0,825 \text{ N}$ (Obr.23). Fázový posuv odezvy tyče oproti budící síle je $\varphi = -89,101^\circ$ (viz. diagram fázového posuvu Obr.25) to znamená, že odezva tyče je za budící silou zpožděna zhruba o $\pi/2$.



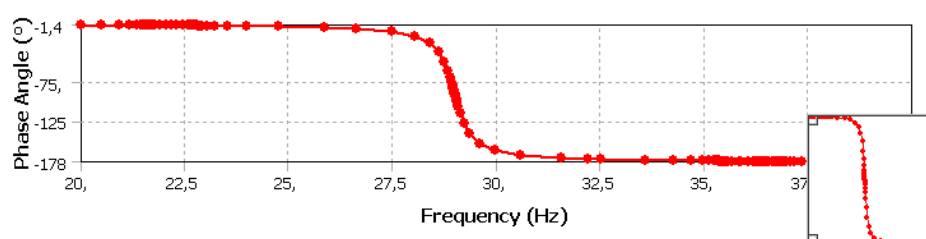
Obr.22 – Kontura deformace při síle $F = 1,171$ N



Obr.23 – Kontura deformace při síle $F = 0,825$ N



Obr.24 – Křivka frekvenční odezvy pro $F = 0,825 \text{ N}$



Obr.25 - Fázový posuv

5.3.6 Vyhodnocení

Z výsledků je patrná budící síla o velikosti $F = 0,825 \text{ N}$ způsobující výchylku $q = 1,059 \text{ mm}$ při frekvenci $28,996 \text{ Hz}$.

Pro praktické použití však vidím spíše sílu $F = 0,78 \text{ N}$, která způsobí výchylku rovnou 1 mm při zaokrouhlené frekvenci 29 Hz .

6. Konstrukce experimentálního zařízení

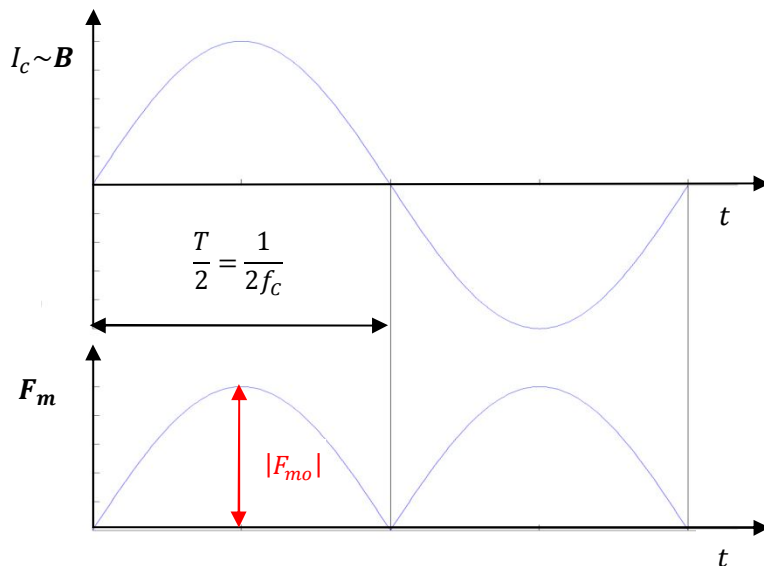
V případě soustavy palivového článku, není možné umístit buzení na výstup tyče ze zařízení. Důvodem je nulová výchylka v tomto místě. Ideální místo pro aplikaci síly je uvnitř trubky. Není proto možné buzení aplikovat dotykem, mechanickou cestou. Důvodem by bylo narušení toku proudícího vzduchu a rovněž obtížná realizace přes vnější obalovou trubku. Jediným řešením tedy zůstává bezdotykové buzení pomocí magnetického pole generovaného cívkou napájenou střídavým proudem I_C . Tato cívka vytvoří magnetickou sílu, která bude tyč pouze přitahovat, nikoli odpuzovat. Zpětný pohyb kmitání bude způsoben pružným vratným pohybem palivového článku. Z hlediska palivového článku určíme dvě síly:

a) Magnetickou (Maxwellovu) sílu:

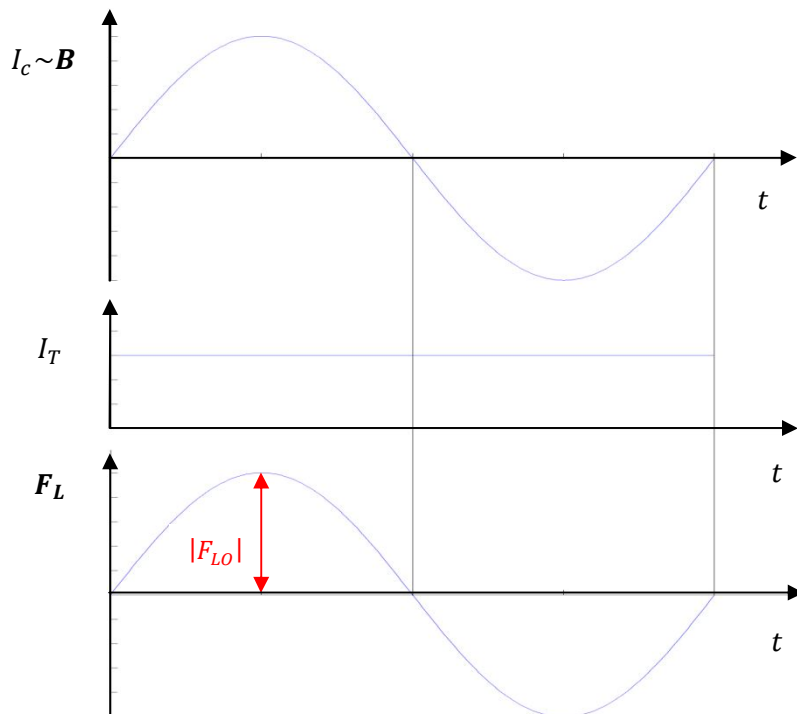
Vytvořenou magnetickým polem o magnetické indukci B a intenzitě magnetického pole H . Značena $F_m [N]$ a průběh síly v závislosti na indukci a proudu je znázorněn na (Obr.26).

b) Lorentzovu sílu:

Vzniká působením magnetického pole cívky na náboj proudící, v palivovém článku. Chromnikovou trubicou totiž z důvodu odporového vytápění prochází proud $I_T = 150$ [A]. Síla je značena F_L [N] její průběh je rovněž na (Obr.27).



Obr.26 – Průběh magnetické síly



Obr.27 – Průběh Lorentzovy síly

6.1 Materiálové vlastnosti

Vlastností, jež definuje chování materiálu v magnetickém poli s intenzitou H , je permeabilita μ (viz. kap. 4.4.). V případě palivového článku složeného hlavně z nemagnetických částí, se zabýváme pouze chromniklovou topnou trubkou. Zbylé části soustavy jsou definovány relativní permeabilitou $\mu_r = 1$.

6.1.1 Permeabilita obalové trubky Phönix Mat

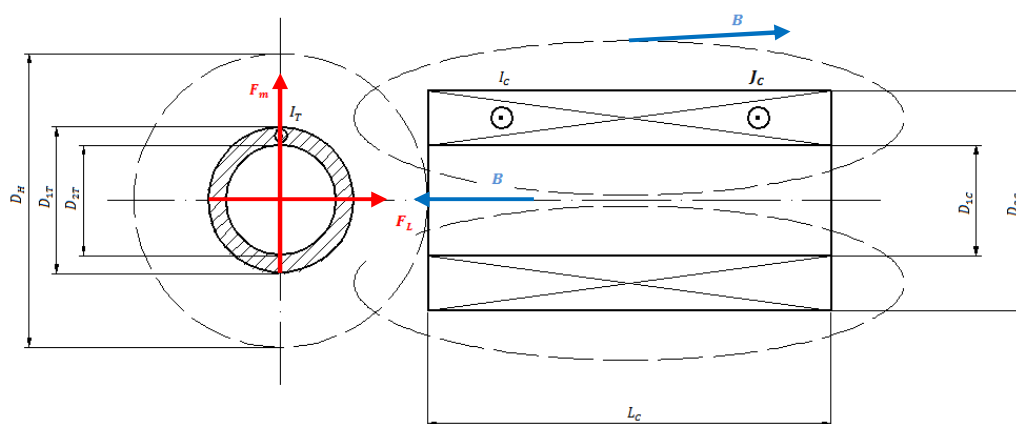
Chemické složení této slitiny je 17,8% Chromu a 10,5 Niklu, což odpovídá materiálům zařazených dle české státní normy do třídy oceli 17 (Cr-Ni, Cr-Ni-Mo). Určení permeability je tedy z hlediska složení velice problematické. Důvodem je možný výskyt austenitických struktur, které jsou paramagnetické a nestabilní, s možností přeměny na martenzit. Proto je řada ocelí v této třídě nemagnetická.

Před uvažováním elektromagnetického buzení jsem tedy musel potvrdit, zda obalová trubka je feromagnetická. Nejjednodušším způsobem bylo přiložení permanentního magnetu k trubce. V konečném důsledku byla tedy trubka shledána feromagnetickou a řešení elektromagnetického buzení je proto reálné.

Stanovení přesné hodnoty permeability u této oceli je velmi obtížné. Obzvláště pak její hodnota v reálném prostředí. Hlavním faktorem je chemické složení dle Schaefflerova diagramu. Z něhož se dá vyčíst, jaký je v oceli obsah feritu (řádově 5 % a více). Vliv má i teplota prostředí, ve které je ocel magnetizována, při vyšších teplotách dochází ke strukturním změnám obsahu feritu či martenzitu. V neposlední řadě na permeabilitu působí i způsob tváření. Tváření za studena u ocelí s méně stabilním austenitem opět způsobuje změnu magnetických vlastností v důsledku přeměny austenitu na martenzit.

Proto hodnota magnetické permeability není nikde v oficiálních materiálech uváděna. Pro výpočet jsem tedy uvažoval zvolenou relativní permeabilitu $\mu_r = 300$, což je nejnižší hodnota permeability pro běžnou konstrukční ocel.

6.2 Formulace problému



Obr.28 – Znázornění magnetické indukce a silových účinků trubky

Dáno: D_H , D_{1T} , D_{2T} , D_{1C} , D_{2C} , L_C , I_T , f_C

6.2.1 Obecný matematický model

Předpoklady:

1. Pro řešení problému je stacionární magnetické pole

$$\mathbf{B}_{(t)} = \text{konst.}$$

2. Uvažuji pouze rovinný případ

$$3D \rightarrow 2D$$

3. Permeabilita trubky se s teplotou nemění, jelikož teplota v experimentálním zařízení je nízká

$$\mu(T) = \text{konst.}$$

$$\text{rot} \frac{1}{\mu} \cdot \text{rot} \mathbf{A} = \mathbf{J}_{ext}$$

$$\text{rot} (\text{rot} \mathbf{A}) = \mu \cdot \mathbf{J}_C \quad (6.2.1)$$

$$\mathbf{B} = \text{rot} \mathbf{A}$$

Kde:

- \mathbf{J}_C - proudová hustota cívky
- \mathbf{A} - vektorový potenciál [Wb]
- \mathbf{B} - magnetická indukce [T]

4. Okrajové podmínky

- a) V ose rotace cívky dochází k překrytí obou mag. polí průřezů cívky.

Pro vektorový potenciál platí tedy v ose rotace:

$$\mathbf{A} = 0$$

- b) Další okrajová podmínka platí opět pro vektorový potenciál, tentokrát pro hranici výpočetní oblasti Γ_∞ .

$$\Gamma_\infty \dots \dots \mathbf{A} = 0 \quad (\text{popisuje situaci v nekonečnu})$$

6.2.2 Síly v magnetickém poli

V magnetickém poli působí již zmíněná magnetická síla F_m a Lorentzova síla F_L .

$$F_m = \frac{1}{2} \int_{S_T} [H(nB) + B(nH) + n(BH)] dS \quad [N]$$

Kde: $\mu = B/H \Rightarrow$ intenzita mag. pole $H = B/\mu \quad [A/m]$

$$F_L = \int_V (J_T \times B) dV \quad [N]$$

Pro určení proudové hustoty trubky platí následující vztah:

$$J_T = \frac{I_T \cdot 4}{\pi(D_2 T^2 - D_1 T^2)} \quad [A/m^2]$$

Kde: I_T - stejnosměrný elektrický proud procházející trubkou

Celková maximální síla F_C je dána součtem magnetické a Lorentzovy síly. Výslednice působí pod úhlem φ . Pohyb trubky tedy nebude v definovaných souřadných osách, ale bude odkloněn od osy r.

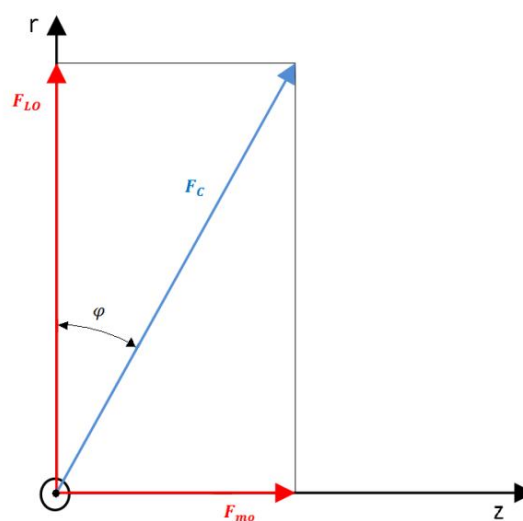
Ve vektorovém tvaru:

$$F_C = F_m + F_L \quad [N]$$

$$\varphi = \arctg\left(\frac{|F_{m0}|}{|F_{L0}|}\right) \quad [^\circ]$$

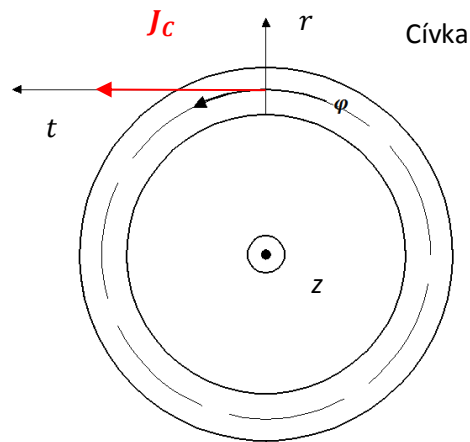
Ve skalárním tvaru:

$$|F_C| = \sqrt{|F_{m0}|^2 + |F_{L0}|^2} \quad [N]$$



Obr.29 - Skládání vektorů sil do výslednice

6.2.3 Diferenciální rovnice magnetického potenciálu



Obr.30 – Řez cívkou

V rovině (r,z) pro vektor proudové hustoty \mathbf{J} a vektorový potenciál \mathbf{A} platí:

$$\mathbf{J} = \vec{r}_0 \cdot 0 + \vec{z}_0 \cdot 0 + \vec{\varphi}_0 \cdot J_{\varphi c}(rz)$$

$$\mathbf{A} = \vec{r}_0 \cdot 0 + \vec{z}_0 \cdot 0 + \vec{\varphi}_0 \cdot A_{\varphi}(rz)$$

Stejný zápis lze aplikovat i na magnetickou indukci \mathbf{B} .

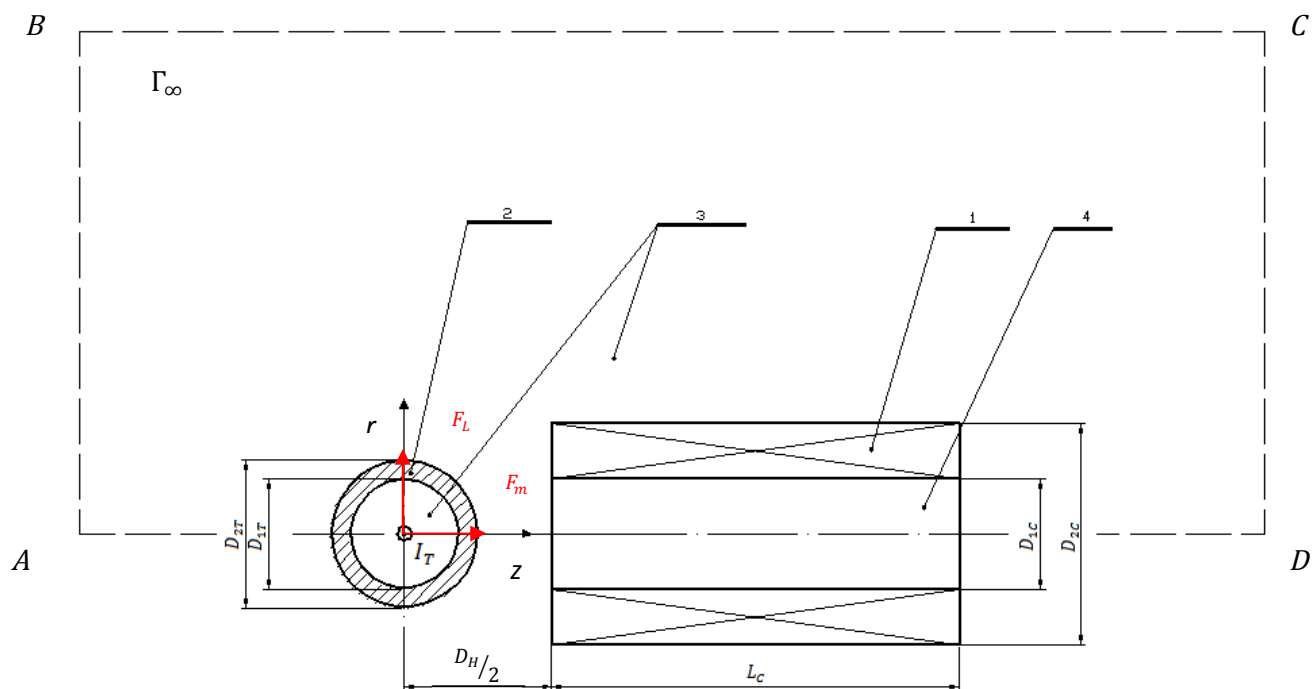
$$\mathbf{B} = \text{rot } \mathbf{A}$$

$$\mathbf{B} = \vec{r}_0 B_r + \vec{z}_0 B_z + \vec{\varphi}_0 0$$

Úprava rovnice (6.2.1):

$$\frac{\partial A_{\varphi}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_{\varphi}}{\partial r} + \frac{\partial^2 A_{\varphi}}{\partial z^2} = \mu \cdot J_{ext,\varphi}$$

6.2.4 Zjednodušený model



Obr.31 – Definiční oblast

Na (Obr.31) je zakreslena definiční oblast. Definiční oblast se pro první výpočet přibližně určí, ovšem vyjde-li na hranici Γ_∞ vektorový potenciál nenulový, je nutné celou oblast zvětšit.

V programu QuickField 5.9 jsou uvažovány následující hodnoty zakreslených prostředí:

1. Měděná cívka

$$\mu_r = 1$$

$$J_C = 2 \cdot 10^6 \text{ [A/m}^2 \text{]}$$

Určení proudu v cívce při průměru vodiče $D_V = 1 \text{ mm} = 0,001 \text{ m}$ vychází z rozměrů cívky a počtu závitů N_Z .

$$N_Z = L_C \cdot \frac{D_{2C} - D_{1C}}{2} \cdot \frac{1}{D_V^2}$$

$$J_C = \frac{N_Z \cdot I_C}{S_C} = \frac{2 \cdot N_Z \cdot I_C}{L_C \cdot (D_{2C} - D_{1C})} \Rightarrow I_C = J_C \cdot \frac{L_C \cdot (D_{2C} - D_{1C})}{2 \cdot N_Z}$$

2. Chromniklová trubka

$$\mu_r = 300$$

$$I_T = 150 \text{ [A]}$$

$$J_T = \frac{4 I_T}{\pi \cdot (D_{2T}^2 - D_{1T}^2)} = \frac{4 \cdot 150}{\pi \cdot (0,02993^2 - 0,0279^2)} = 1,627 \cdot 10^6 \text{ [A/m}^2\text{]}$$

Přibližný výpočet Lorentzovy síly působící na trubku napájenou proudem I_T při působení magnetického pole o indukci B .

$$\mathbf{F}_L = I_T \int d\mathbf{l} \times \mathbf{B} \text{ [N]} \Rightarrow F_{L,r} = I_T \cdot dl \cdot B \text{ [N]}$$

Kde: $dl = D_{2T}$ a $B = B_{zavrg}$;

B_{zavrg} – průměrná magnetická indukce z programu QuickField 5.9 [T]

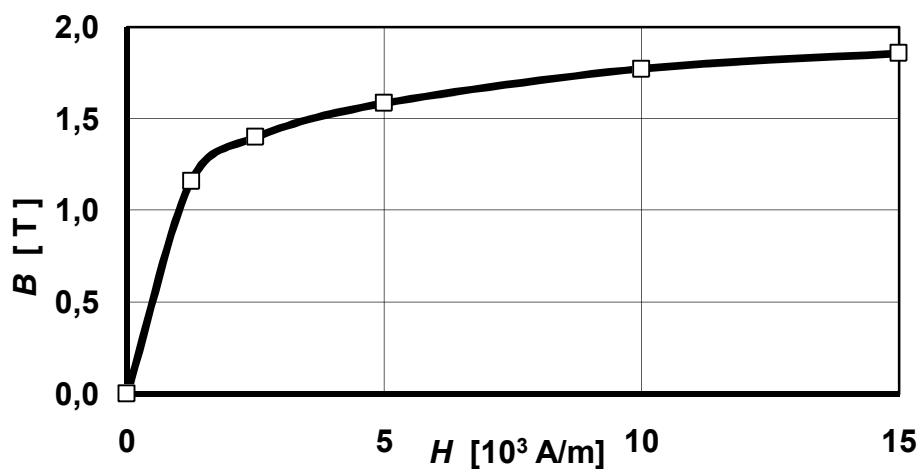
3. Nemagnetický prostor

$$\mu_r = 1$$

4. Jádro cívky

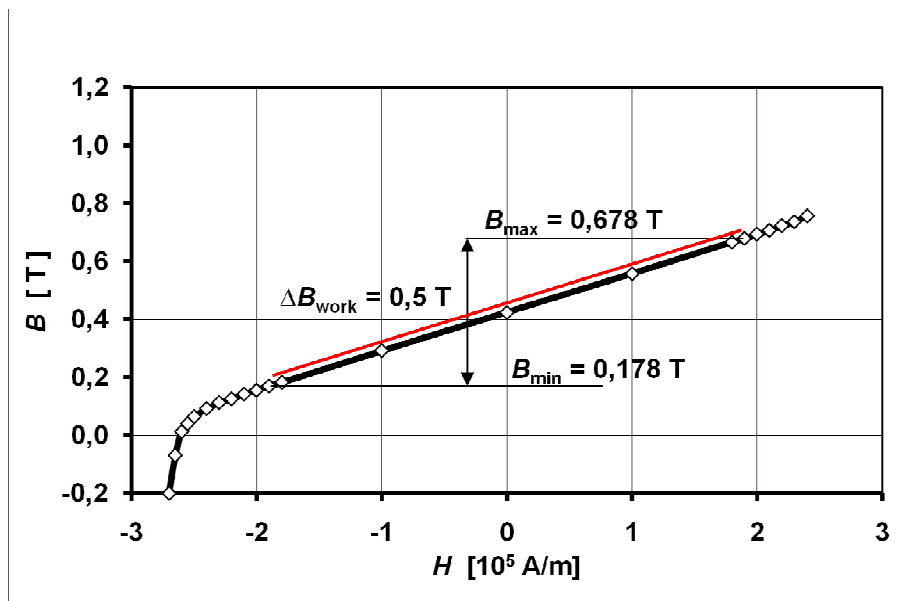
Ve výpočtech jsou uvažovány tři typy jader dle materiálu:

- Nemagnetické jádro (vzduch)
- Magnetické jádro (ocel ČSN 12 040) – nelineární $\mathbf{B-H}$ závislost



Graf.2: Ocel 12 040

c) Jádru z permanentního magnetu (Koerock 420) – nelineární $B-H$ závislost



Graf.3: Jádru z magnetu Koerock 420

6.3 Výsledky

V této kapitole jsou prezentovány výsledky jednotlivých výpočtů při různých variacích parametrů cívky.

Varianta 1: Jádru nemagnetické (vzduch)

- *Parametry:*

- *Výsledek:*

Varianta 2: Jádru ocel ČSN 12040

• *Parametry:*

$$\begin{aligned}L_c &= 100 \text{ mm} = 0,1 \text{ m} \\D_{1c} &= 28 \text{ mm} = 0,028 \text{ m} \\D_{2c} &= 36 \text{ mm} = 0,036 \text{ m} \\D_H/2 &= 68 \text{ mm} = 0,068 \text{ m} \\J_C &= 2 \cdot 10^6 \text{ [A/m}^2\text{]} \\J_T &= 1,627 \cdot 10^6 \text{ [A/m}^2\text{]} \\I_C &= 2 \text{ [A]} \\I_T &= 150 \text{ [A]}\end{aligned}$$

• *Výsledek:*

$$\begin{aligned}F_m &= 1,344 \cdot 10^{-2} \text{ [N]} \\B_{zavrg} &= 4,321 \cdot 10^{-2} \text{ [T]} \\F_{L,r} &= 1,940 \cdot 10^{-1} \text{ [N]} \\F_C &\cong 1,945 \cdot 10^{-1} \text{ [N]}\end{aligned}$$

Varianta 3: Jádru permanentní magnet Koerock 420

• *Parametry:*

$$\begin{aligned}L_c &= 100 \text{ mm} = 0,1 \text{ m} \\D_{1c} &= 28 \text{ mm} = 0,028 \text{ m} \\D_{2c} &= 36 \text{ mm} = 0,036 \text{ m} \\D_H/2 &= 68 \text{ mm} = 0,068 \text{ m} \\J_C &= 2 \cdot 10^6 \text{ [A/m}^2\text{]} \\J_T &= 1,627 \cdot 10^6 \text{ [A/m}^2\text{]} \\I_C &= 2 \text{ [A]} \\I_T &= 150 \text{ [A]}\end{aligned}$$

• *Výsledek:*

$$\begin{aligned}F_m &= 1,41 \cdot 10^{-1} \text{ [N]} \\B_{zavrg} &= 1,339 \cdot 10^{-1} \text{ [T]} \\F_{L,r} &= 6,011 \cdot 10^{-1} \text{ [N]} \\F_C &\cong 6,174 \cdot 10^{-1} \text{ [N]}\end{aligned}$$

Varianta 4: Jádru ocel ČSN 12040

- *Parametry:* změna oproti předchozím variantám přichází ve dvojnásobné délce a jiných průměrech cívky.

$$\begin{aligned}L_c &= 200 \text{ mm} = 0,2 \text{ m} \\D_{1c} &= 27 \text{ mm} = 0,027 \text{ m} \\D_{2c} &= 37 \text{ mm} = 0,037 \text{ m} \\D_H/2 &= 68 \text{ mm} = 0,068 \text{ m} \\J_C &= 2 \cdot 10^6 \text{ [A/m}^2\text{]} \\J_T &= 1,627 \cdot 10^6 \text{ [A/m}^2\text{]} \\I_C &= 2 \text{ [A]} \\I_T &= 150 \text{ [A]}\end{aligned}$$

- *Výsledek:*

$$\begin{aligned}F_m &= 4,569 \cdot 10^{-2} \text{ [N]} \\B_{zavrg} &= 8,492 \cdot 10^{-2} \text{ [T]} \\F_{L,r} &= 3,812 \cdot 10^{-1} \text{ [N]} \\F_C &\cong 3,839 \cdot 10^{-1} \text{ [N]}\end{aligned}$$

Varianta 5: Jádru ocel ČSN 12040

- *Parametry:* podobná variantě 4 s výhodným zmenšením vnitřního průměru cívky. Je totiž dosaženo zvětšení plochy průchodu mag. pole a tím i zvětšení samotné magnetické síly.

$$\begin{aligned}L_c &= 200 \text{ mm} = 0,2 \text{ m} \\D_{1c} &= 17 \text{ mm} = 0,017 \text{ m} \\D_{2c} &= 57 \text{ mm} = 0,057 \text{ m} \\D_H/2 &= 68 \text{ mm} = 0,068 \text{ m} \\J_C &= 2 \cdot 10^6 \text{ [A/m}^2\text{]} \\J_T &= 1,627 \cdot 10^6 \text{ [A/m}^2\text{]} \\I_C &= 2 \text{ [A]} \\I_T &= 150 \text{ [A]}\end{aligned}$$

- *Výsledek:*

$$\begin{aligned}F_m &= 2,368 \cdot 10^{-1} \text{ [N]} \\B_{zavrg} &= 1,851 \cdot 10^{-1} \text{ [T]} \\F_{L,r} &= 8,310 \cdot 10^{-1} \text{ [N]} \\F_C &\cong 8,641 \cdot 10^{-1} \text{ [N]}\end{aligned}$$

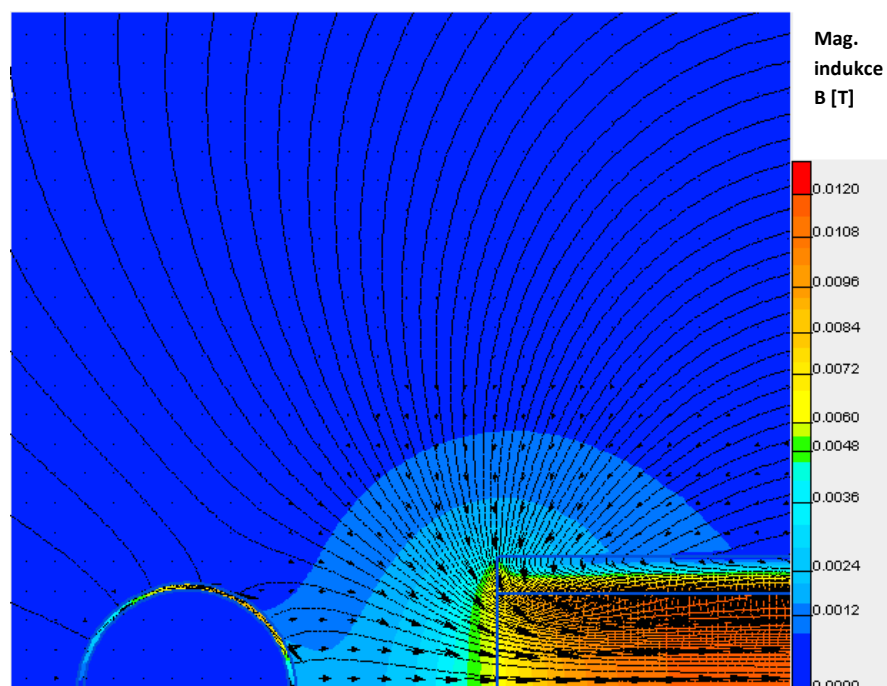
Varianta 6: Jádru ocel ČSN 12040

- *Parametry:* podobná *variantě 5* s navýšením proudové hustoty cívky na její maximální hodnotu $J_C = 4 \cdot 10^6 \text{ [A/m}^2\text{]}$.

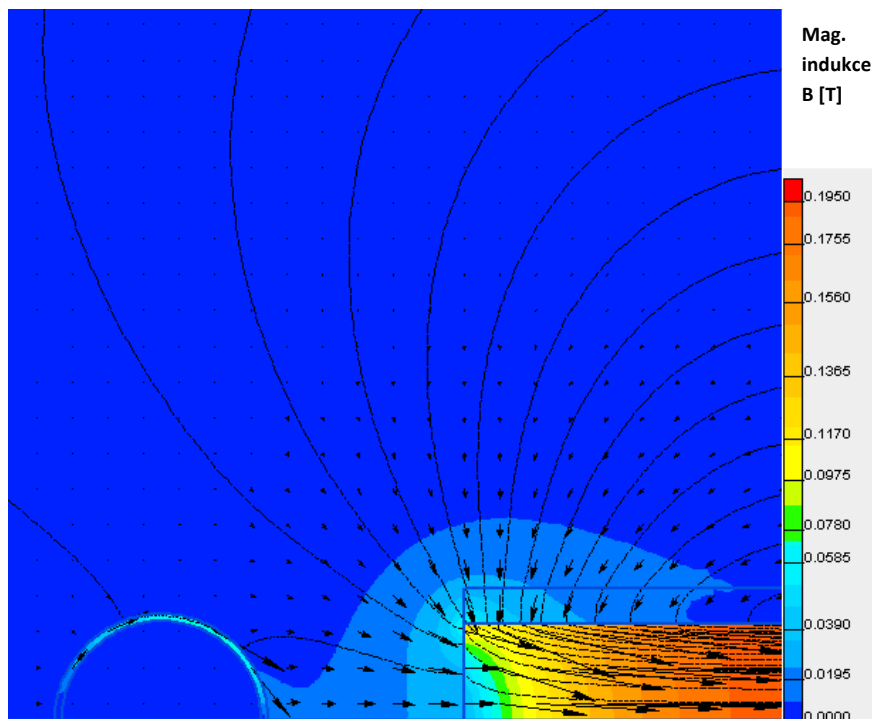
$$\begin{aligned}L_C &= 200 \text{ mm} = 0,2 \text{ m} \\D_{1C} &= 17 \text{ mm} = 0,017 \text{ m} \\D_{2C} &= 57 \text{ mm} = 0,057 \text{ m} \\D_H/2 &= 68 \text{ mm} = 0,068 \text{ m} \\J_C &= 4 \cdot 10^6 \text{ [A/m}^2\text{]} \\J_T &= 1,627 \cdot 10^6 \text{ [A/m}^2\text{]} \\I_C &= 4 \text{ [A]} \\I_T &= 150 \text{ [A]}\end{aligned}$$

- *Výsledek:*

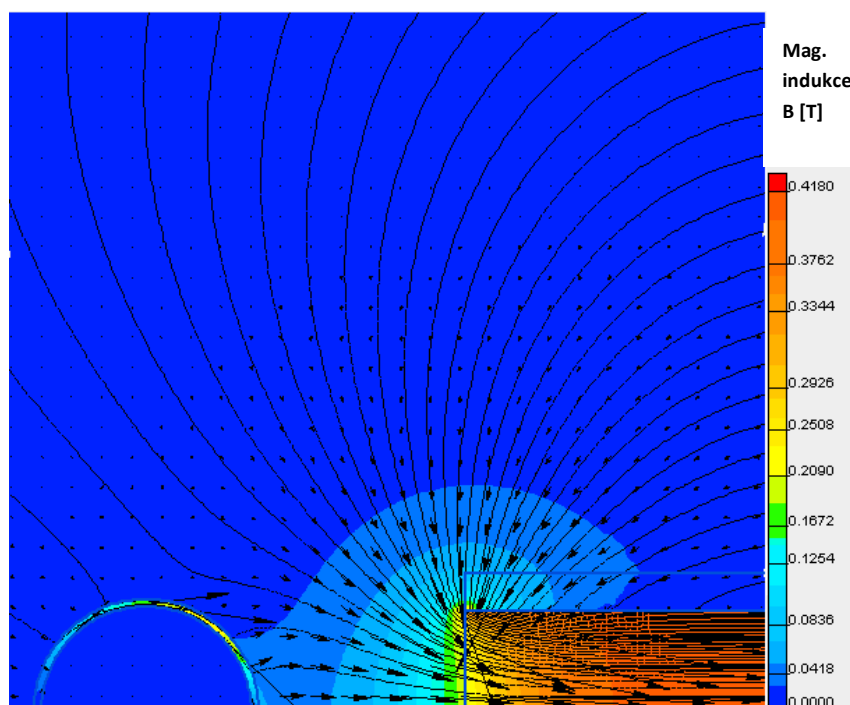
$$\begin{aligned}F_m &= 5,112 \cdot 10^{-1} \text{ [N]} \\B_{Zavrg} &= 2,697 \cdot 10^{-1} \text{ [T]} \\F_{L,r} &= 1,211 \text{ [N]} \\F_C &\cong 1,314 \text{ [N]}\end{aligned}$$



Obr.32 – Pole magnetické indukce pro variantu 1



Obr.33 – Pole magnetické indukce pro variantu 2



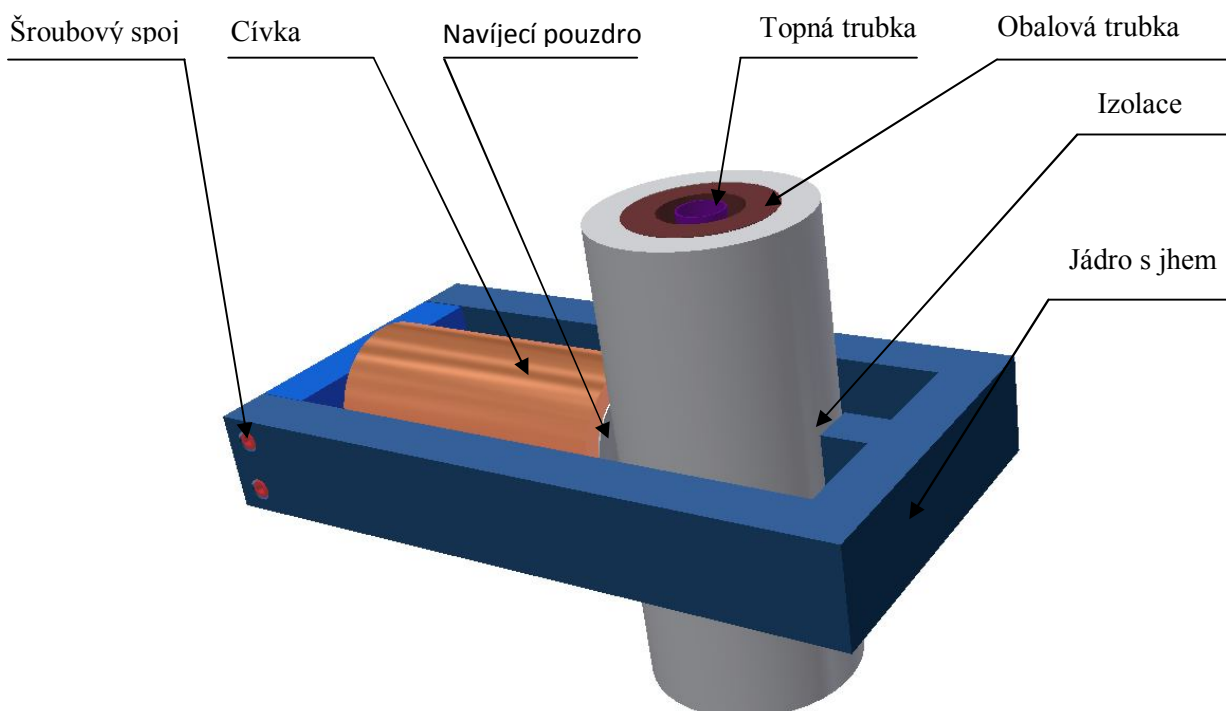
Obr.34 – Pole magnetické indukce pro variantu 3

6.4 Vyhodnocení

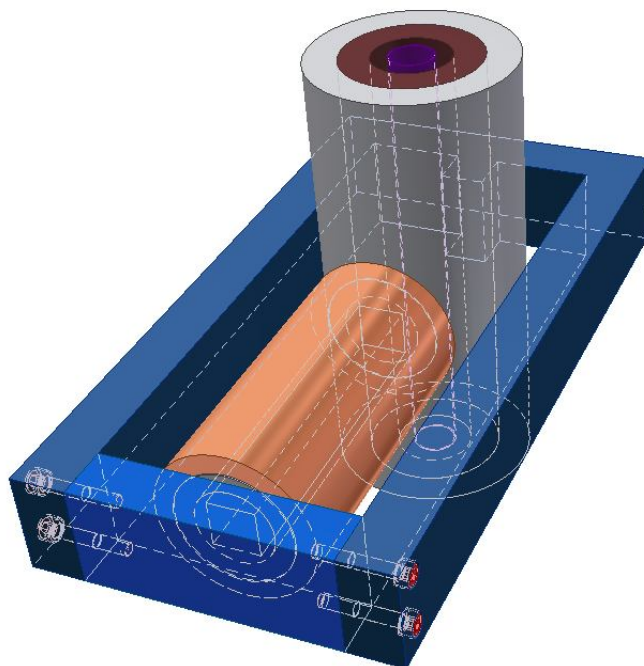
Pro elektromagnetické buzení na sílu $F = 0,78$ [N] je tedy přibližně odpovídající Varianta 5 s celkovou magnetickou silou $F_C = 0,864$ [N]. Proudová hustota je rovna $J_C = 2 \cdot 10^6$ [A/m²], napájecí střídavý proud cívky $I_C = 2$ [A] a frekvence střídavého proudu je $f_C = 29$ [Hz]. Cívku není potřeba nikterak chladit, protože hodnota proudové hustoty je nižší než $4 \cdot 10^6$ [A/m²].

6.5 Konstrukční uspořádání

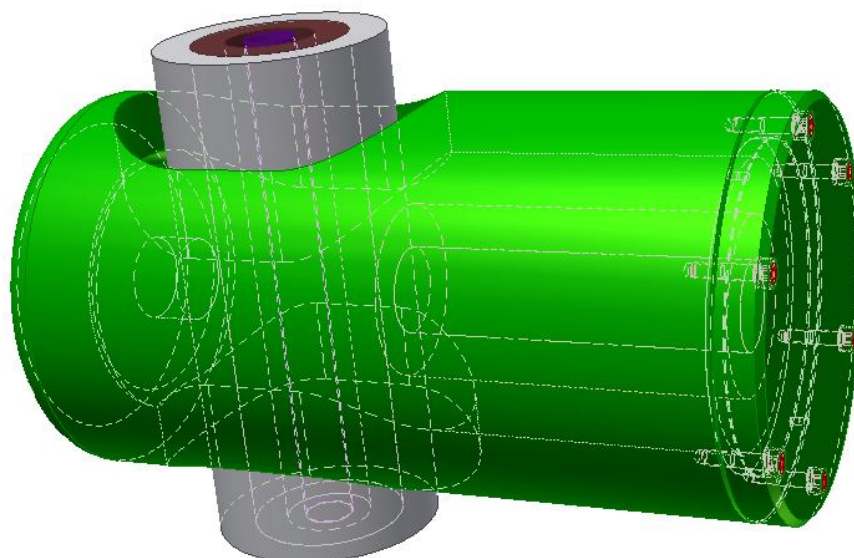
Pro lepší variabilitu a efektivitu zařízení bych však doporučoval, jiné konstrukční řešení. Důvodem je nízká maximální síla z jedné cívky. V experimentu mohou totiž nastat komplikace, kdy hodnota výchylky a tedy i síly nebude dostatečná. Důvodem může být vliv proudícího vzduchu v kanálu. Proto navrhuji dvě konstrukční uspořádání, které zaručují při úpravách zdroje, možnost větších budících parametrů. První variantou je varianta se jhem prismatického průřezu (Obr.35 a Obr.36). Druhá varianta je výrobně náročnější, ovšem jedná se o nejefektivnější uspořádání buzení (Obr.37 a Obr.38). Důvodem větší užitnosti, těchto řešení je snížení ztrát magnetické indukce vlivem přechodu mezi prostředím ocel - vzduch. Platí tedy, že čím více se siločáry pohybují ve feromagnetickém jhu, tím větší je magnetická indukce a obě síly (Maxwellova, Lorentzova). V důsledku dostatečnosti a lehčímu zpracování se přikláním k variantě na (Obr.35). Úloha již však nejde řešit ve 2D poli a přechází v prostorovou problematiku, která je nad rámec bakalářské práce.



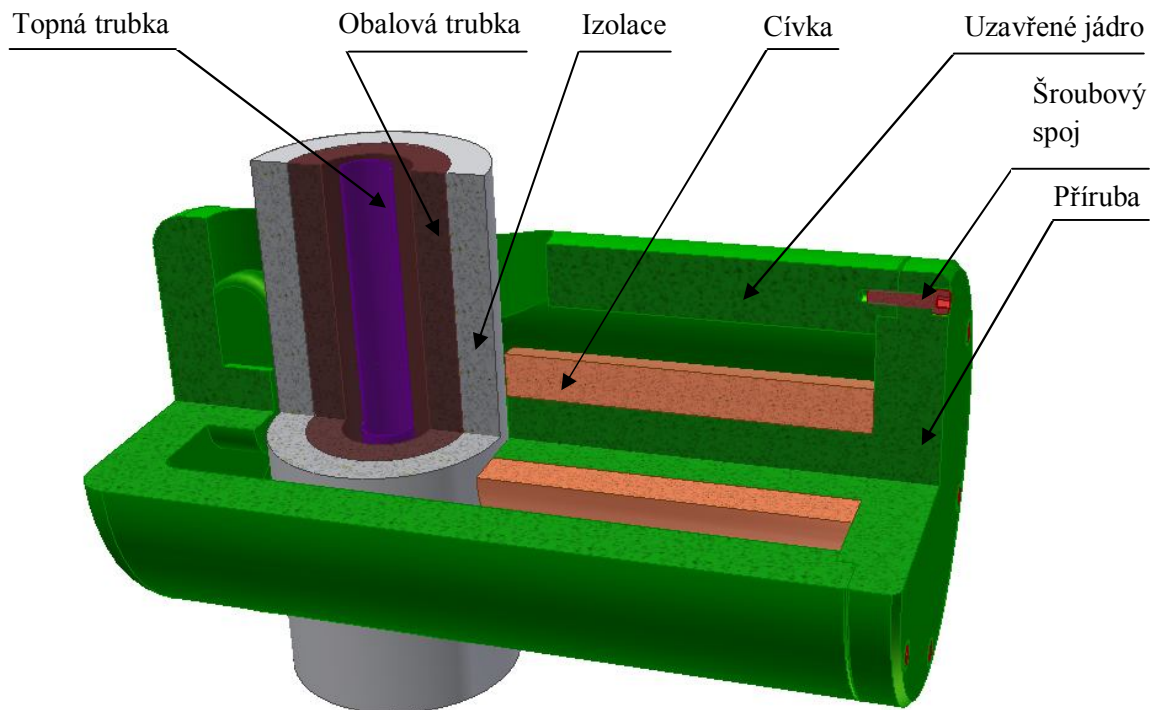
Obr.35 – Konstrukční uspořádání s ocelovým jhem



Obr.36 – Konstrukční uspořádání s ocelovým jhem (detail)



Obr.37 – Konstrukční uspořádání uzavřeného jádra



Obr.38 – Konstrukční uspořádání uzavřeného jádra (řez)

6.6 Montáž

Hlavním problémem, kterému se musí v realizaci zabránit je přestup magnetického pole přes uchycení na nosnou konstrukci. Nastal by pokles magnetické indukce a rozptyl siločar. Proto se jeví výhodným požit pro uchycení na konstrukci nemagnetických komponent, nejlépe hliníkových slitin. Výkres konstrukce je přiložen v „Příloze 7“.

7. Numerický výpočet proudění a sdílení tepla při vibracích

7.1 Konvekce

Mezi základní typy přenosu tepla patří přenos vedením tepla (kondukce), prouděním (konvekce) a zářením (radiace). Pro měrný tepelný tok při konvekci platí Newtonova rovnice (7.1.1).

$$q = \alpha \cdot (T_W - T_f) \quad (7.1.1)$$

Kde: q – měrný tepelný tok [$J \cdot m^{-2} \cdot s^{-1} = W \cdot m^{-2}$]

α – součinitel přestupu tepla [$W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$]

T_W – teplota stěny [K]

T_f – teplota proudícího média [K]

Z hlediska tématu bakalářské práce je hlavním předmětem zájmu součinitel přestupu tepla α . Ten se dá určit na základě výpočtu v CFD programu Fluent 13.0. V programu je zobrazitelný, jako rozdíl teplot na stěně a referenční hodnoty ze vstupu do experimentálního kanálu. Pro výpočet platí předpoklad konstantního tepelného výkonu trubky q . Ten je možno vyjádřit, jako výkon odporového ohřevu tyče dělený plochou na které je tepelný tok distribuován.

$$q = \frac{P}{S} = \frac{R \cdot I^2}{h \cdot L} \left[\frac{W}{m^2} \right]$$

Kde: R – odpor chromniklové trubky [Ω]

I – elektrický proud procházející trubkou [A]

h – referenční hloubka kanálu [m] (viz. kap. 7.2.2)

L – délka kanálu [m]

Jedinou neznámou veličinou je odpor chromniklové trubky, který je však možno vyčíslit díky naměřeným hodnotám pro vztah závislosti odporu na teplotě [4].

$$R_0 = 9,827 \cdot 10^{-3} \left[\frac{\Omega}{bm} \right] \quad - \text{Odpor naměřený při } 0^\circ\text{C}$$

$$\alpha_R = 8,6314 \cdot 10^{-4} \left[\frac{1}{K} \right] \quad - \text{Teplotní součinitel elektrického odporu}$$

$$\Delta R = 3,2 \cdot 10^{-8} \left[\frac{\Omega}{bm} \right] \quad - \text{Ve výpočtu zanedbán, je velmi malý}$$

$$R = R_0 \cdot (1 + \alpha_R \cdot dT) \pm \Delta R \Rightarrow R = R_0 \cdot (1 + \alpha_R \cdot dT) \quad [4]$$

$$R = 9,827 \cdot 10^{-3} \cdot \left(1 + 8,6314 \cdot 10^{-4} \cdot (300 - 273,15) \right) = 0,01 \left[\frac{\Omega}{bm} \right]$$

$$R_T = R \cdot L = 0,01 \cdot 1,8 = 0,018 \Omega$$

Další hodnoty pro výpočet toku:

$$L = 1,8 \quad [m]$$

$$h = 0,064 \quad [m]$$

$$I = 150 \quad [A]$$

Hodnota výkonu a tepelného toku, lze tedy dopočítat:

$$P = R \cdot I^2 = 0,018 \cdot 150^2 = 405 \quad [W]$$

$$q = \frac{R \cdot I^2}{h \cdot L} = \frac{0,018 \cdot 150^2}{0,064 \cdot 1,8} = 3515,625 \quad [W/m^2]$$

7.2 Příprava modelu

7.2.1 Síť

Pro výpočet byla vytvořena čtyřúhelníková (Quad-MAP) síť v programu Gambit 2.4.6. Modelovaná oblast začíná za turbulizátorem na začátku ustálovací nádoby. V průběhu kanálu, po výstupu z konfuzoru, jsou dvě místa se zjemněním sítě. První místo je hned na vstupu do kanálu a druhé v místě distančního kroužku. Zjemnění bylo provedeno kvůli větší přesnosti výsledků v těchto místech. Detaily sítě v místě konfuzoru a kroužku jsou uvedeny v „Příloze 5“. Kanál je řešen jako deska s přepočtenou referenční hloubkou (viz. 7.2.1). Z důvodů symetrie podél osy x byl model zjednodušen na polovinu.

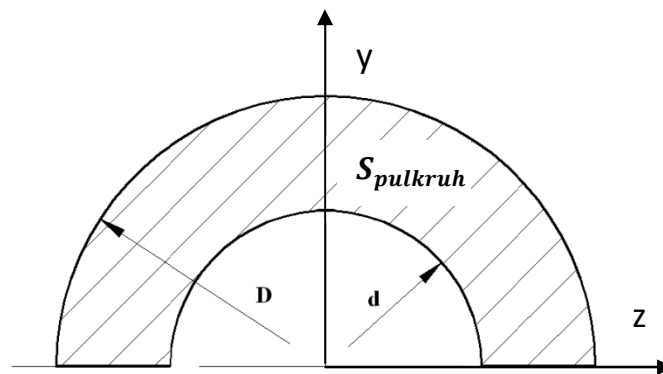
7.2.2 Vstup a výstup do mezikruhového kanálu

Vstup je definován hmotnostním průtokem (Mass-flow inlet) spočítaným dle (7.2.2). Výstup definován tlakem (Pressure-outlet). Hodnoty tlaku byly v obou případech definovány jako nulové a normálové na hranici (Normal to boundary).

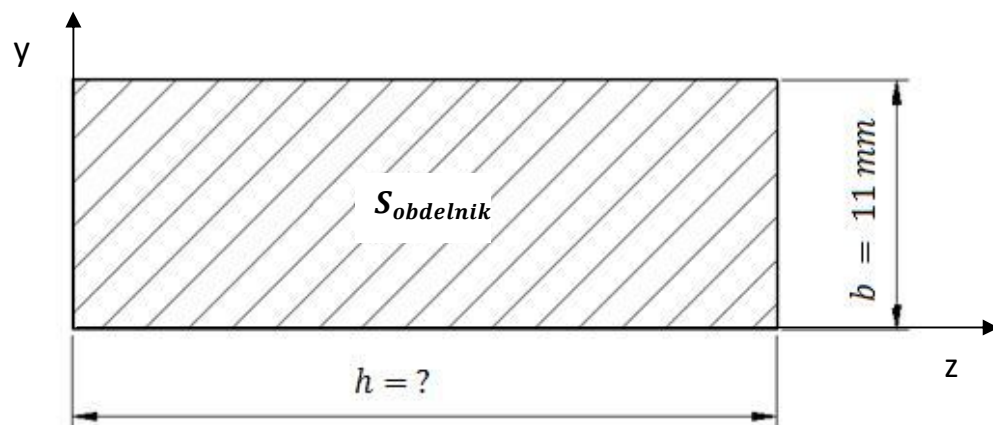
Vstupní intenzita turbulence je 1% a 3% pro rychlost proudění v kanále 16 m/s resp. 30 m/s. Poslední veličinou nastavení vstupu/výstupu je hydraulický průměr v mém případě rovný výšce kanálu (0,011 m).

Určení plochy kanálu:

V reálu platí, že kanál má plochu polovičního mezikruží vyznačeného na (Obr.39). Výpočet palivového článku je však proveden jako rovinná úloha a je proto nutné napočítat referenční hloubku h ve směru osy z , aby byla plocha kanálu ve výpočtu ekvivalentní reálné ploše polovičního mezikruží.



Obr.39 – Reálný průřez kanálu



Obr.40 – Průřez pro 2D model s neznámou referenční hloubkou

Dáno:

$$D = 0,052 \text{ [m]}$$

$$d = 0,03 \text{ [m]}$$

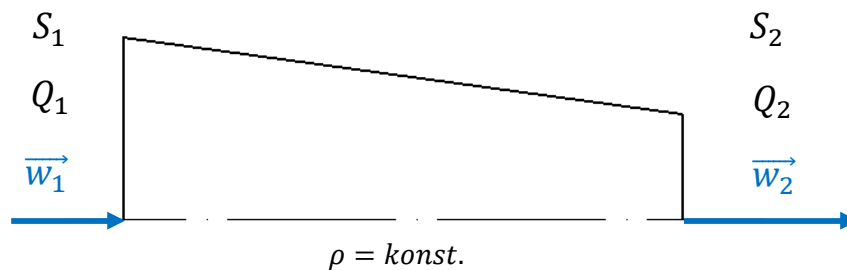
$$b = \frac{D}{2} - \frac{d}{2} = 0,011 \text{ [m]}$$

$$S_{pulkruh} = \frac{\pi}{8} \cdot (D^2 - d^2) = \frac{\pi}{8} \cdot (0,052^2 - 0,03^2) = 7,084 \cdot 10^{-4} \text{ [m}^2\text{]}$$

$$S_{pulkruh} = S_{obdelnik} = S_2 \quad (7.2.1)$$

$$S_{obdelnik} = b \cdot h \Rightarrow h = S_2 / b = 0,064 \text{ m} \quad (\text{h – referenční hloubka})$$

Stanovení vstupní rychlosti do konfuzoru:



Obr.41 – Stanovení vstupní rychlosti a hmotnostního toku

$$Q_1 = Q_2$$

$$Q_2 = \rho \cdot S_2 \cdot w_2 = 1,176 \cdot 7,084 \cdot 10^{-4} \cdot 16 = 1,333 \cdot 10^{-2} \left[\frac{kg}{s} \right] \quad (7.2.2)$$

Pro rychlost v kanálu 30 m/s platí průtok \bar{Q}_2

$$\bar{Q}_2 = \rho \cdot S_2 \cdot \bar{w}_2 = 1,176 \cdot 7,084 \cdot 10^{-4} \cdot 30 = 2,499 \cdot 10^{-2} \left[\frac{kg}{s} \right]$$

Rychlost na vstupu je tedy:

$$S_1 = \frac{\pi}{8} \cdot (0,153^2 - 0,018^2) = 9,066 \cdot 10^{-3} \left[m^2 \right]$$

$$w_1 = \frac{Q_1}{\rho \cdot S_1} = \frac{1,333 \cdot 10^{-2}}{1,176 \cdot 9,066 \cdot 10^{-3}} = 1,25 \left[m/s \right] \quad \text{resp.} \quad \bar{w}_1 = 2,345 \left[m/s \right]$$

Při zadávání hodnoty hmotnostního průtoku je nutné dbát na to, že program zadanou hodnotu průtoku dělí referenční hloubkou. Proto se do programu zadávají hodnoty referenční délkou násobené:

$$Q_1 = 0,2 \left[\frac{kg}{s} \right]; \quad \bar{Q}_1 = 0,39 \left[\frac{kg}{s} \right];$$

7.2.3 Nastavení příhřevu

Příhřev je do výpočtu definován pro plochu horního průměru trubky sousedící s fluidem uvnitř kanálu. V okrajových podmínkách (Boundary conditions) je v záložce tepelné podmínky (Thermal condition) zadán tepelný tok (Heat flux) $q = 3515,625 \left[\frac{W}{m^2} \right]$. Pro měděný držák není tepelný tok definován kvůli jeho nízké hodnotě způsobené malým elektrickým odporem mědi.

7.3 Výpočet součinitele přestupu tepla bez kmitání

Pro porovnání vlivu kmitání na součinitel přestupu tepla α bylo zapotřebí nejdříve určit hodnoty při konvekci bez kmitání. Navrženy byly dvě stacionární varianty využívající modelu pro turbulentní vazkost $k - \epsilon$ (RNG).

1. *Varianta*

pro konvekci se zdrojem tepelného toku bez distančního kroužku. Který je v síti zakreslen, ale v okrajových podmínkách je nastaven jako „interior“. Pro potřeby výpočtu je nutné nastavit objemy a rozhodnout zda jsou kapalné (Fluid) či pevné (Solid).

Objem vzduchu, protékající mezikruhovým kanálem, je značen jako „fluid“ s fyzikálními vlastnostmi ideálního vzduchu. Hustota na vstupu do konfuzoru je $\rho = 1,176 [kg \cdot m^{-3}]$, měrná tepelná kapacita $c_p = 1006,43 [J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}]$ a tepelná vodivost $\lambda = 0,0242 [W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}]$.

Ideálního plynu bylo použito z důvodu aplikovatelnosti modelu pro proudění o vysoké rychlosti až do 120 m/s a možnosti porovnávat jednotlivé výsledky mezi sebou.

Ocelová trubka je definována jako „solid“ s hustotou $\rho = 7900 [kg \cdot m^{-3}]$, $c_p = 500 [J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}]$ a tepelnou vodivostí $\lambda = 15 [W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}]$. Typu „solid“ je také měděný držák s $\rho = 8978 [kg \cdot m^{-3}]$, $c_p = 381 [J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}]$ a $\lambda = 378,6 [W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}]$.

Vzduch uvnitř chromniklové trubky je nastaven jako pevný (Solid). Důvodem je zabránění konvekci uvnitř trubky. Fyzikální vlastnosti jsou shodné s normálním vzduchem.

2. *Varianta*

pro konvekci se zdrojem tepelného toku a distančním kroužkem. V okrajových podmínkách je kroužek nastaven jako „wall“. Parametry proudícího média a solidů jsou nastaveny stejně jako ve *variantě 1*.

Výsledky obou variant jsou porovnány v „Příloze 5“. Z výsledků je patrné, že přidáním distančního kroužku hodnota součinitele přestupu tepla α v oblasti kroužku vzrostla.

Obě varianty jsou řešeny pro dvě rychlosti proudění v kanálu 16 m/s a 30 m/s při vstupní intenzitě turbulence 1% a 3% (viz. výše). Na základě grafů pro součinitel přestupu tepla α , lze tvrdit, že součinitel přestupu tepla α roste s rostoucí rychlostí v kanálu.

7.4 Výpočet součinitele přestupu tepla při kmitání

Kmitání je do výpočtu zahrnuto díky použití dynamické sítě (Dynamic mesh). Pohyb zde vykonává síť trubky a k definici pohybu je použit program UDF (User Defined Function) zapsaný v programovacím jazyku C++ (viz. Příloha 4). UDF funkce mají různé způsoby využití. V případě sítě palivového článku byl použit příkaz „Define Grid motion“ popisující průhyb křivky pomocí přírůstku průhybu v závislosti na x souřadnici tyče. Dynamická síť se ve většině případů používá pro trojúhelníkovou síť, avšak lze ji používat i pro čtyřúhelníkovou síť. Nutností je ale nastavení pružin (Spring on all shapes), které zabraňují prvku odchýlení od tvaru čtyřúhelníka.

Dále je nutné při analýze dbát na to, aby v jednom časovém kroku nebyl posuv trubky větší, než hodnota velikosti prvku. Došlo by k pádu výpočtu v důsledku vytvoření negativních objemů. K preventivnímu ošetření slouží koeficienty „Spring Constant Factor“ a „Boundary Node Relaxation“ v příkazu „Smoothings“.

Vliv kmitání na přestup tepla v palivovém článku je určen pro první vlastní tvar s periodou průhybu π , frekvencí 29 Hz a průhybem 1 mm. Pro výpočet byla použita rychlost vzduchu v kanálu 16 m/s a vstupní intenzita turbulence 1%. Výsledky pro kmitající palivový článek v různých časech s časovým krokem $dt = 1,724137 \cdot 10^{-3}$ [s] jsou přiloženy v „Příloze 6“. Časový krok je určen podle vztahu:

$$dt = \frac{T}{20} = \frac{1}{20 \cdot f} = \frac{1}{20 \cdot 29} = 1,724137 \cdot 10^{-3} [\text{s}]$$

Kde T značí periodu harmonického kmitavého pohybu, f je frekvence pohybu a konstanta 20 značí počet kroků. 10 kroků pro pohyb trubky vzhůru a 10 kroků pro pohyb trubky dolů.

Výpočet byl proveden nejprve stacionárně bez pohybu článku a následně byl přepnut do nestacionárního modelu s dynamickou sítí. Před začátkem sbírání dat bylo provedeno 100 kroků, tedy 5 kmitů článku, na inicializaci proudění. Po počátečním ustálení byl zapnut „data sampling“, který ukládá výsledky po určitém časovém kroku do samostatných souborů. Díky tomu je možné vyhodnotit proudění v různý čas.

V „Příloze 6“ je zobrazen graf s rozložením intenzity turbulence I po průřezu kanálu v místě distančního kroužku. Intenzita je funkcí turbulentní kinematické energie k a rychlosti ve směru osy x v_x .

$$I = \frac{\sqrt{\frac{2}{3}k}}{v_x} \cdot 100 \quad [\%]$$

8. Zhodnocení a zobecnění vlivu kmitání na konvekci

Obecně lze tvrdit, že kmitání zvýší součinitel přestupu tepla. Změna je způsobena zmenšením rozdílu teploty na stěně a teploty proudu vlivem snadnějšího přestupu tepla. Vliv na součinitel α má rovněž intenzita turbulence. V případě mé bakalářské práce je však patrný fyzikální nesmysl v rovinném řešení kmitání. Dochází totiž k velkým změnám v rychlostech proudění. Palivový článek se totiž ve 2D výpočtu chová jako membrána. Střídavě zrychluje a zpomaluje proud v kanálu.

V případě, kdy je článek v dolní úvratí, nastává snížení rychlosti proudění v kanálu vlivem pohybu stěny článku. Tento pohyb vytvoří pod kroužkem proudění opačného směru, které zpomalí hlavní proud směřující od konfuzoru. Vlivem snížení rychlosti a zvýšení tlaku v kanále, dochází ke zvýšení teploty a snížení součinitele přestupu tepla α .

Naopak při pohybu do horní úvratí článek zaškrtní kanál a rychlost proudění se tak zvyšuje až na 38 m/s. V následku toho nastane snížení tlaku a teploty v kanálu při zvýšení součinitele přestupu tepla. Oba stavy jsou patrné z grafů a kontur pro čas $t_1 = 0,346$ [s] a $t_2 = 0,259$ [s].

Pro lepší obrázek o proudění by bylo nutné provést prostorový výpočet. Proud by se totiž rozložil rovnoměrně po mezikruhovém kanálu. Objem trubky by byl ve srovnání s objemem kanálu menší a neovlivňoval by proudění tak dramaticky. Vzduch by navíc mohl proudit i mimo rovinu kmitání palivového článku. Proto je možné výsledky z rovinného výpočtu považovat pouze jako přípravu parametrů a sítě pro případ 3D úlohy.

9. Závěr

Výsledkem bakalářské práce je použitelné elektromagnetické buzení harmonickou silou $F = 0,78 [N]$ s frekvencí $f = 29 [Hz]$. Toto buzení způsobí výchylku modelu palivového článku o $q = 1 [mm]$. Pohyb tyče bude zajišťovat měděná cívka napojená na zdroj střídavého proudu $I = 2 [A]$ o frekvenci $f_c = 29 [Hz]$.

Pro realizaci experimentálního zařízení je však nutné počítat s možnou odchylkou od numerického řešení. Doporučoval bych proto umístit na trubku v místě buzení zařízení na měření frekvence kmitajícího pohybu a tenzometrický snímač na měření průhybu článku.

Problém je však v umístění těchto zařízení, jelikož je nelze umístit na povrch článku, kvůli možnému narušení proudu vzduchu. Proto existují dvě varianty testování:

1. Testování zařízení při odstavení proudu vzduchu a následné vyjmutí přístrojů před měřením proudění.
2. Umístění přístrojů uvnitř trubky do komůrky termočlánku.

Závěrem numerického výpočtu konvekce je nutnost použití prostorového výpočtového modelu, který vznikne rotací rovinného modelu použitého v této bakalářské práci. Pro definici pohybu sítě může být použito stejné UDF a stejné parametry nastavení jako v rovinném případě.

Zdroje:

- [1] SYKA T.: *Diplomová práce*. ZČU, 2008.
- [2] KYKAL M.: *Bakalářská práce – Simulace distančního kroužku v palivovém článku*. ZČU, 2009.
- [3] LINHART J., KLESLA P., SYKA T.: *Proudění a sdílení tepla v modelu palivového článku - Aplikácia exper. a num. metód v mechanike tekutín*. Žilinská univerzita, 4/2008, str. 235-210, ISBN 978-80-8070-825-2.
- [4] LINHART J.: *Vliv vstupní turbulence na proudění a sdílení tepla v kanálu mezikruhového průřezu*, VŠSE Plzeň, č.KHT-72-01, 6/1972, (127 stran, 9 příloh).
- [5] ZEMAN Vladimír, HLAVÁČ Zdeněk, *Kmitání mechanických soustav*. první vyd. Plzeň: ZČU, 1999. 218 stran. ISBN 80-7082-563-4.
- [6] BREPTA R., PŮST L., TUREK F., *Mechanické kmitání*. první vyd. Praha: Sobotáles, 1994. 592 stran. ISBN 80-901684-8-5.
- [7] LAŠOVÁ Václava, *Metoda konečných prvků ve výpočtech obráběcích strojů*. V Plzni: Západočeská univerzita, 2011. 165 s. ISBN 978-80-261-0008-9.
- [8] MAYER, Daniel, *Aplikovaný elektromagnetismus: úvod do makroskopické teorie elektromagnetického pole pro elektrotechnické inženýry*. první vyd. České Budějovice: Kopp, 2012. 531 s. ISBN 978-80-7232-424-8.

Příloha 5

Stacionární výpočet konvekce v mezikruhovém kanálu

Výpočty jsou provedeny jak s distančním kroužkem, tak i bez distančního kroužku. Rychlost proudění je rovněž proměnná. Obě varianty řešíme pro rychlost w na výstupu z konfuzoru 30 m/s a 16 m/s o vstupní intenzitě turbulence 3% resp. 1%. Všechny simulace byly provedeny při přihřevu $q = 3515,635 [W/m^2]$.

V první části přílohy jsou zobrazeny detailní kontury rychlosti, teploty a intenzity turbulence v okolí distančního kroužku. Druhá část znázorňuje pomocí grafů rozložení důležitých veličin v délce kanálu a v okolí kroužku. Intenzita turbulence v řezech poblíž distančního kroužku je určena dle vzorce níže. Tento vzorec byl do Fluentu 13 aplikován pomocí definování uživatelských funkcí.

$$I = \frac{\sqrt{\frac{2}{3} \cdot k}}{V_x} \cdot 100 \quad [\%]$$

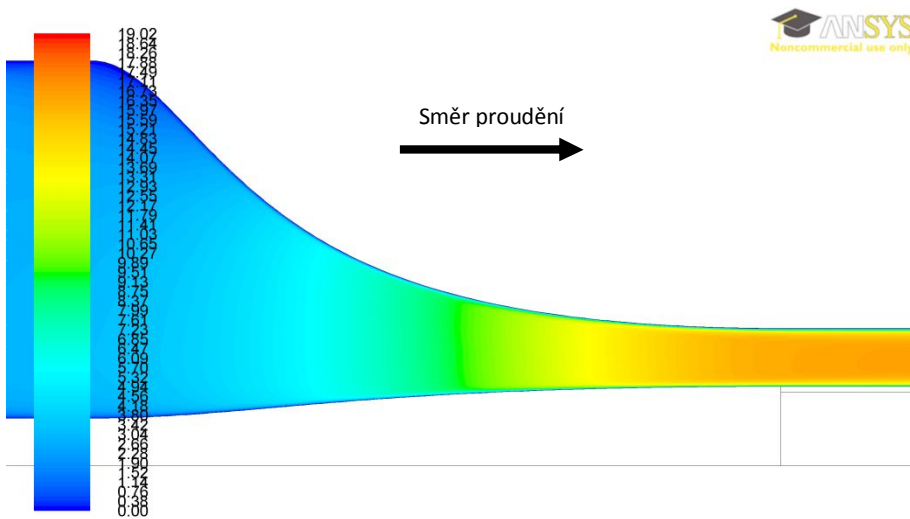
Kde: k turbulentní kinetická energie
 v_x x-ová složka rychlosti uvnitř kanálu

Poznámka:

Začátkem kanálu je myšlena vzdálenost od začátku topné trubky 0,025 m.

Řez v polovině kroužku je myšlen ve vzdálenosti od začátku topné trubky 0,52 m. (22 mm od začátku kroužku)

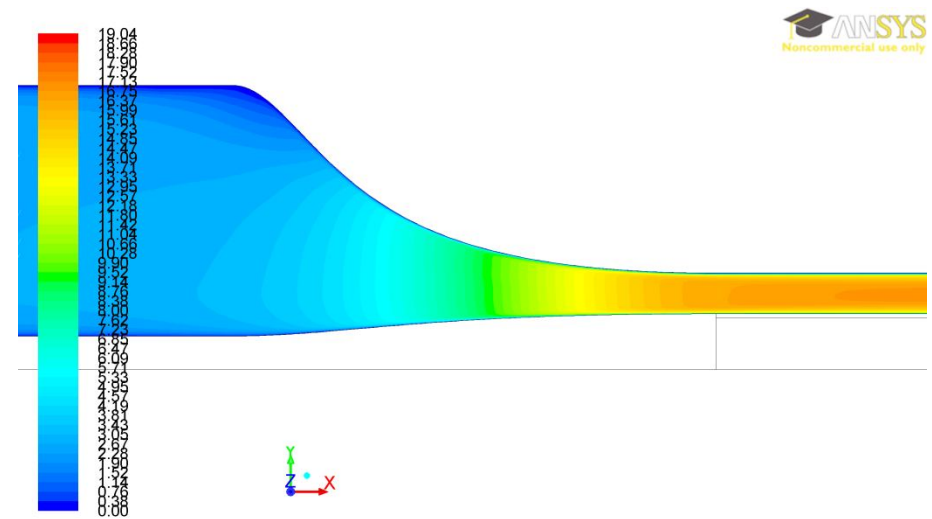
Řez za kroužkem je myšlen ve vzdálenosti od začátku topné trubky 0,545 m. (2 mm za kroužkem)



Contours of Velocity Magnitude (m/s)

ANSYS FLUENT 13.0 (2d, pbns, rngke) Jun 27, 2012

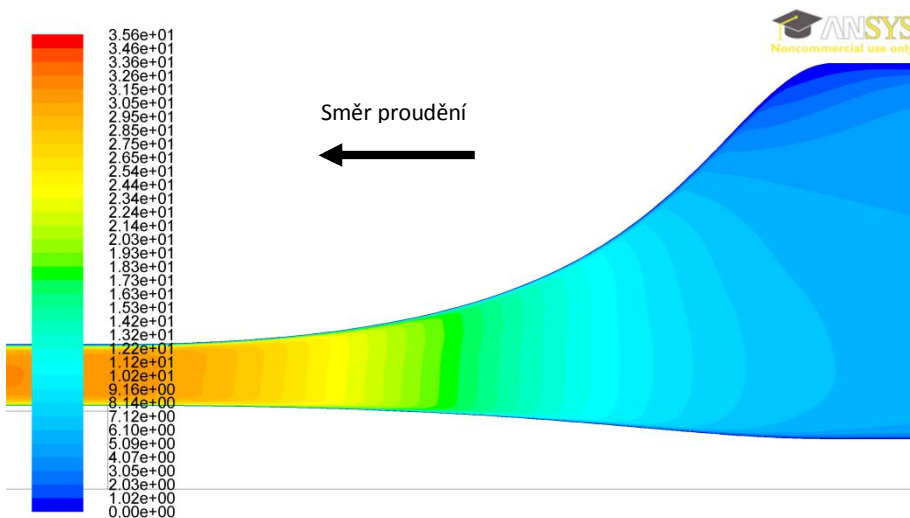
Detail rozložení rychlosti v konfuzoru $w = 16$ m/s, bez distančního kroužku



Contours of Velocity Magnitude (m/s)

ANSYS FLUENT 13.0 (2d, pbns, rngke) Jun 27, 2012

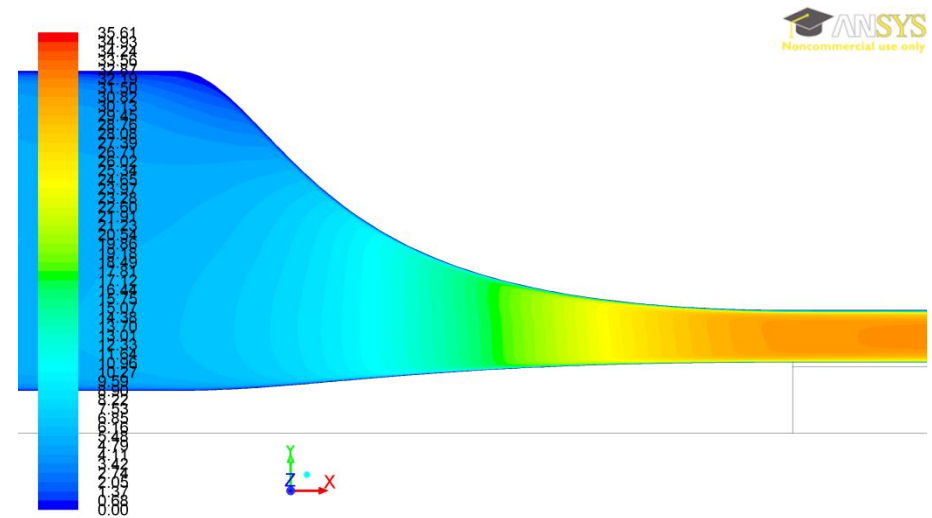
Detail rozložení rychlosti v konfuzoru $w = 16$ m/s, s distančním kroužkem



Contours of Velocity Magnitude (m/s)

ANSYS FLUENT 13.0 (2d, pbns, rngke) Jun 22, 2012

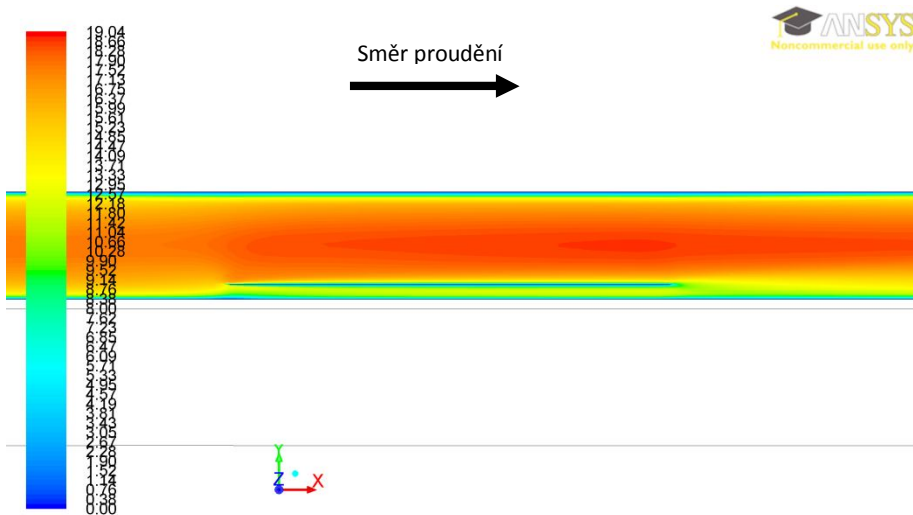
Detail rozložení rychlosti v konfuzoru $w = 30$ m/s, bez distančního kroužku



Contours of Velocity Magnitude (m/s)

ANSYS FLUENT 13.0 (2d, pbns, rngke) Jun 27, 2012

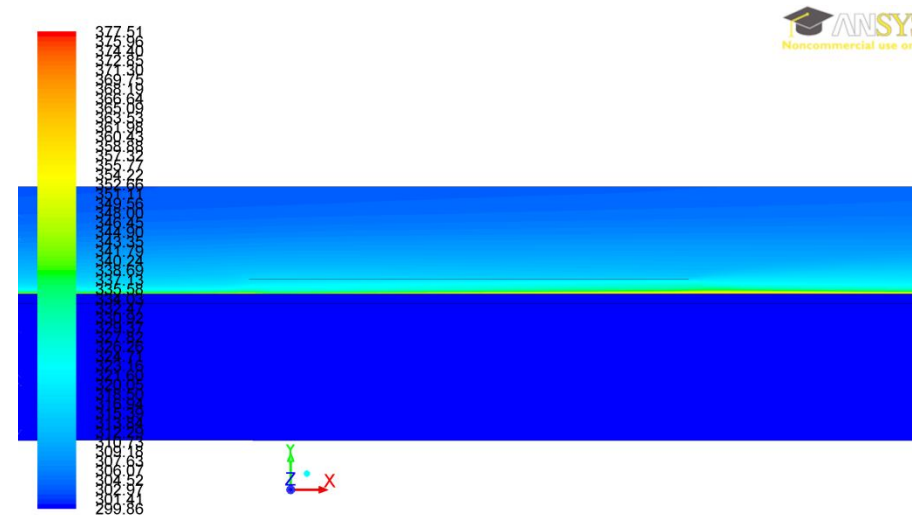
Detail rozložení rychlosti v konfuzoru $w = 30$ m/s, s distančním kroužkem



Contours of Velocity Magnitude (m/s)

ANSYS FLUENT 13.0 (2d, pbns, rngke) Jun 27, 2012

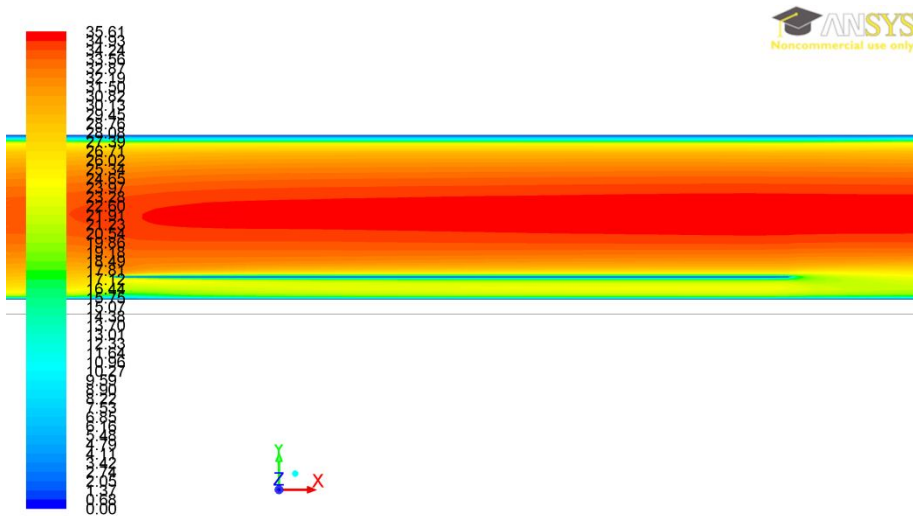
Detail rozložení rychlosti v okolí kroužku $w = 16$ m/s



Contours of Static Temperature (k)

ANSYS FLUENT 13.0 (2d, pbns, rngke) Jun 27, 2012

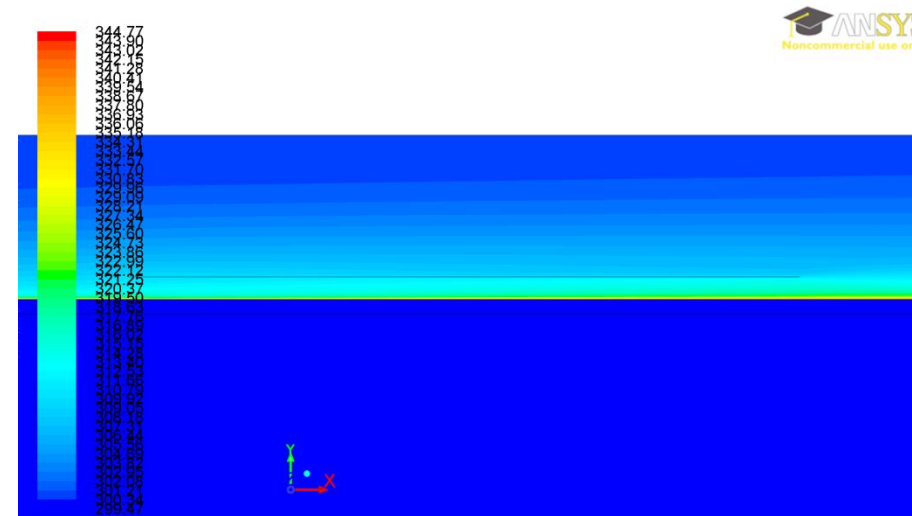
Detail rozložení teploty v okolí kroužku $w = 16$ m/s



Contours of Velocity Magnitude (m/s)

ANSYS FLUENT 13.0 (2d, pbns, rngke) Jun 27, 2012

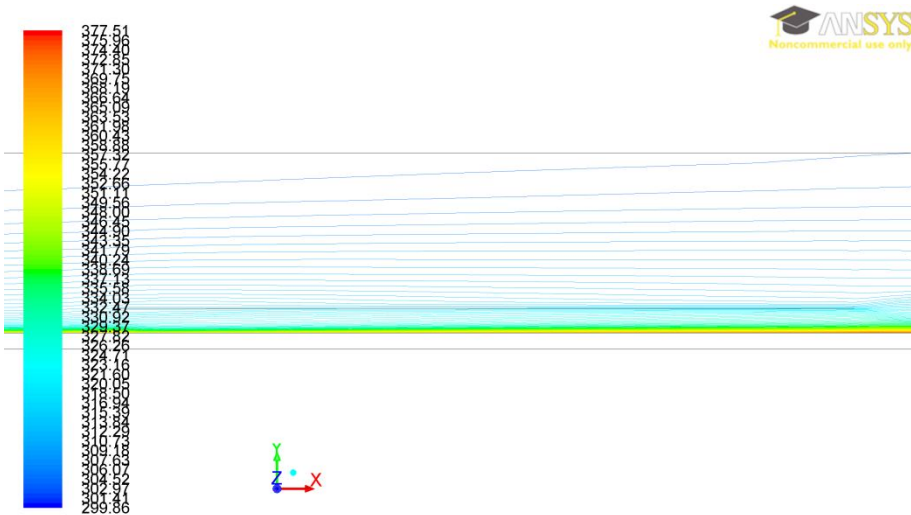
Detail rozložení rychlosti v okolí kroužku $w = 30$ m/s



Contours of Static Temperature (k)

ANSYS FLUENT 13.0 (2d, pbns, rngke) Jun 27, 2012

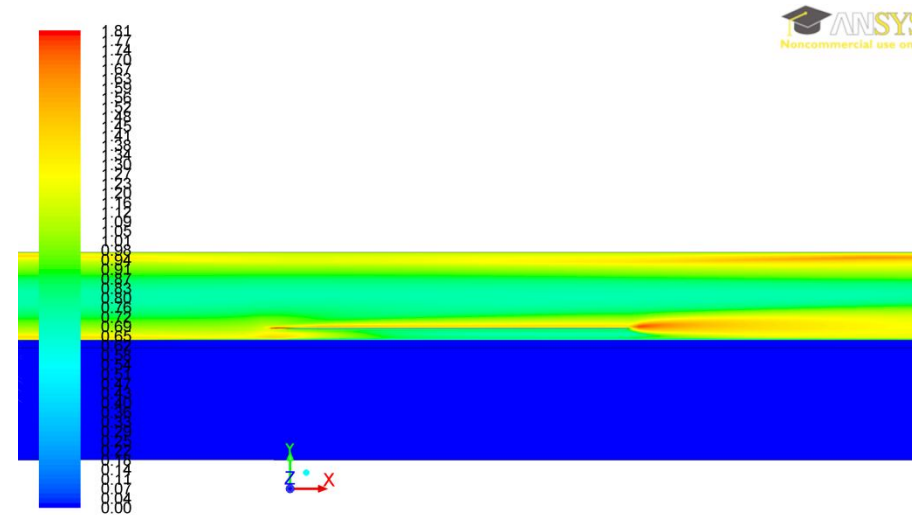
Detail rozložení teploty v okolí kroužku $w = 30$ m/s



Contours of Static Temperature (k)

ANSYS FLUENT 13.0 (2d, pbns, rngke) Jun 27, 2012

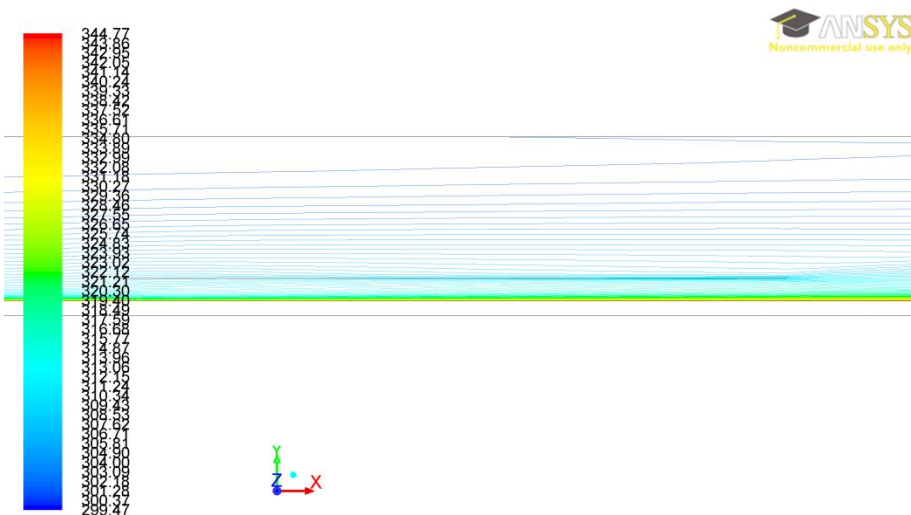
Izotermie v okolí kroužku $w = 16$ m/s



Intenzita turbulence [%]

ANSYS FLUENT 13.0 (2d, pbns, rngke) Jun 27, 2012

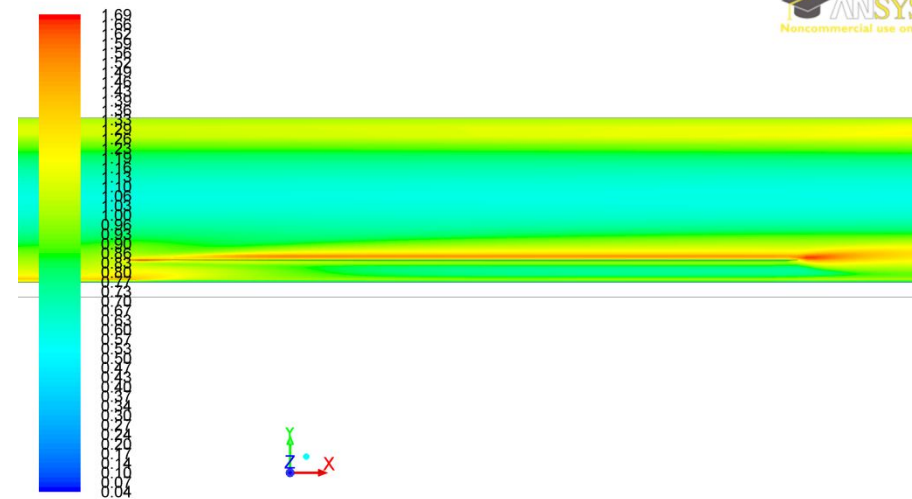
Detail rozložení turbulence v okolí kroužku $w = 16$ m/s



Contours of Static Temperature (k)

ANSYS FLUENT 13.0 (2d, pbns, rngke) Jun 27, 2012

Izotermie v okolí kroužku $w = 30$ m/s

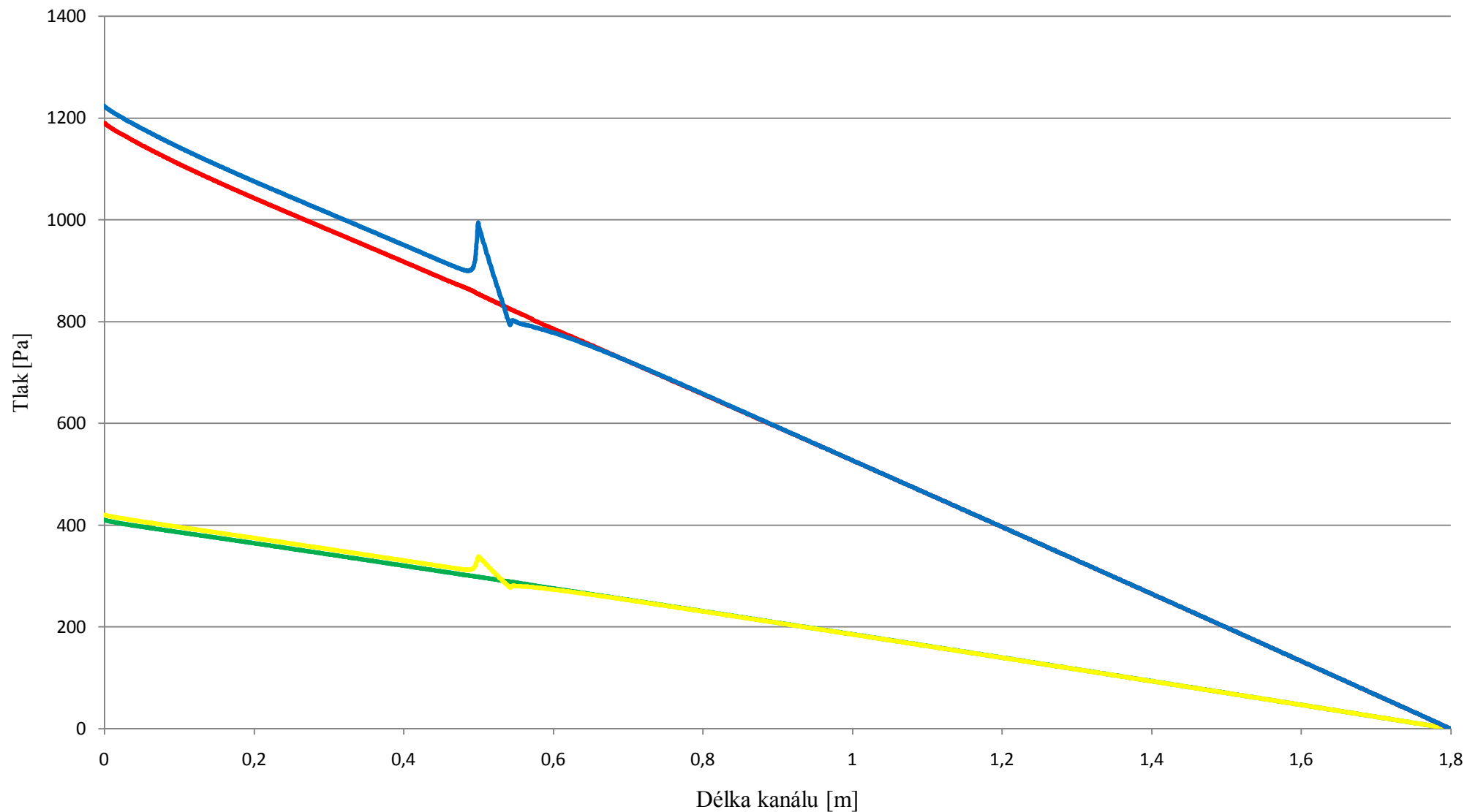


Intenzita turbulence [%]

ANSYS FLUENT 13.0 (2d, pbns, rngke) Jun 27, 2012

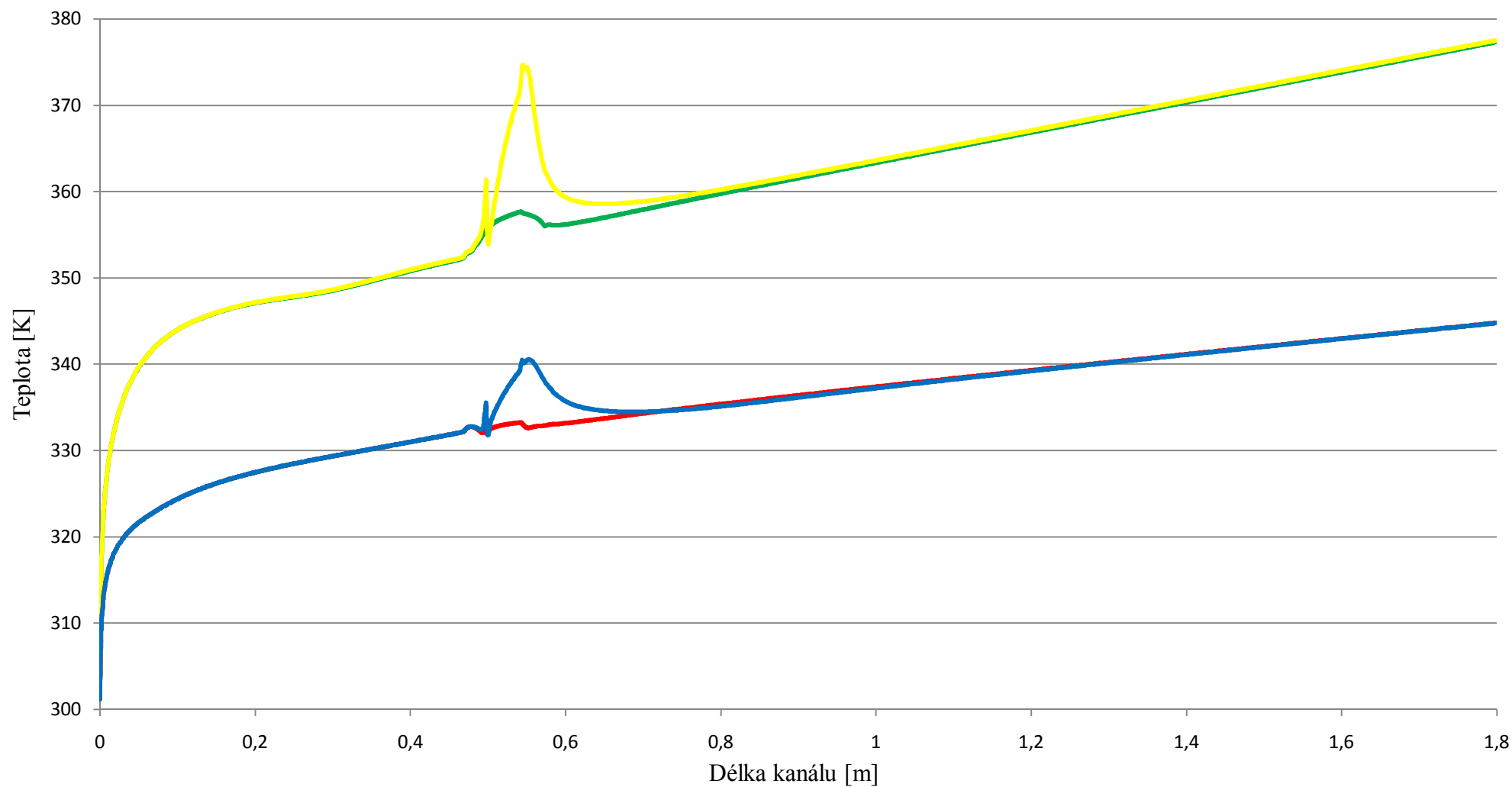
Detail rozložení turbulence v okolí kroužku $w = 30$ m/s

Tlak v mezikruhovém kanálu



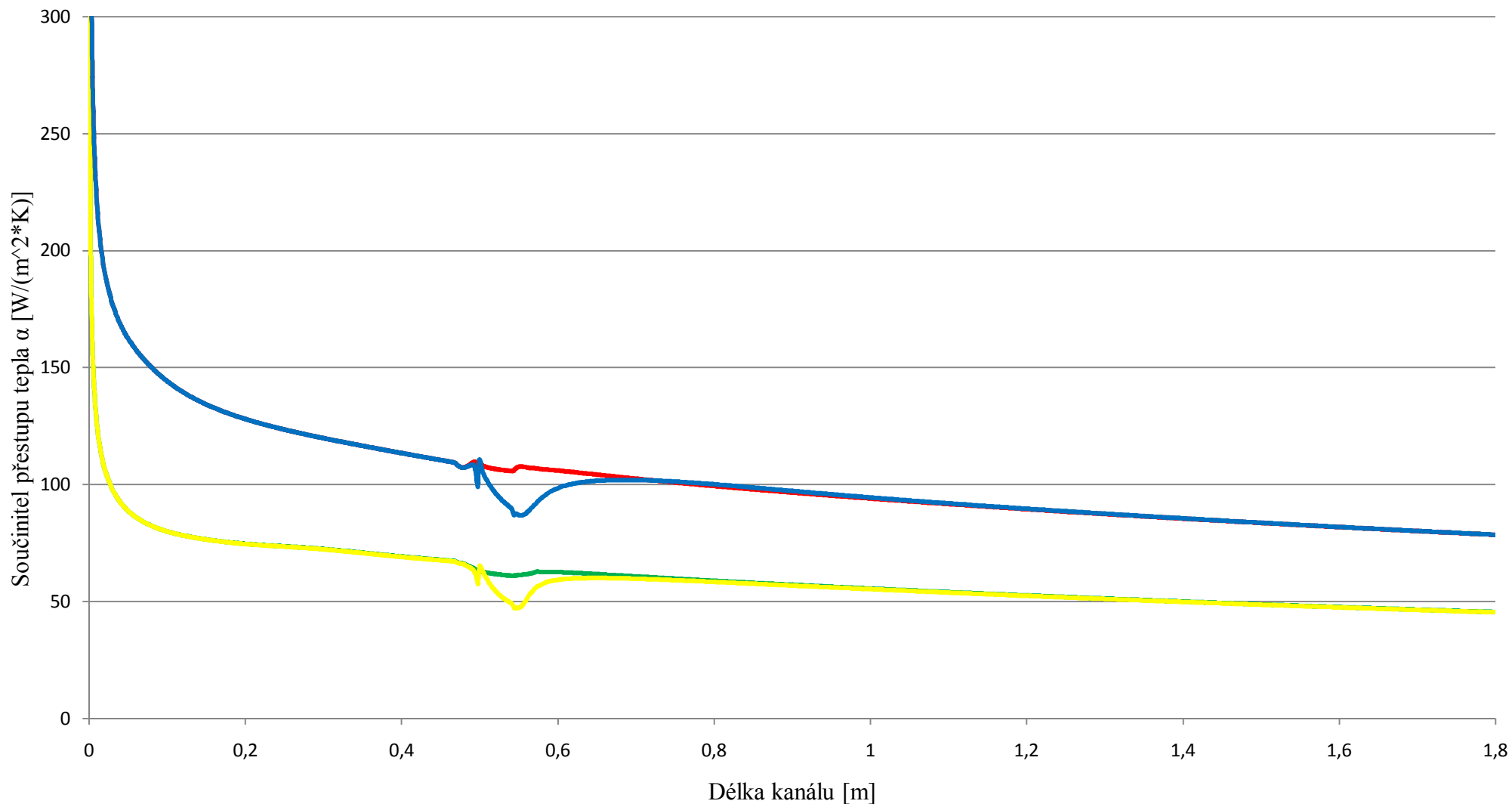
— Bez distančního kroužku, w = 16 m/s — S distančním kroužkem, w = 16 m/s
— Bez distančního kroužku, w = 30 m/s — S distančním kroužkem, w = 30 m/s

Teplota v mezikruhovém kanálu



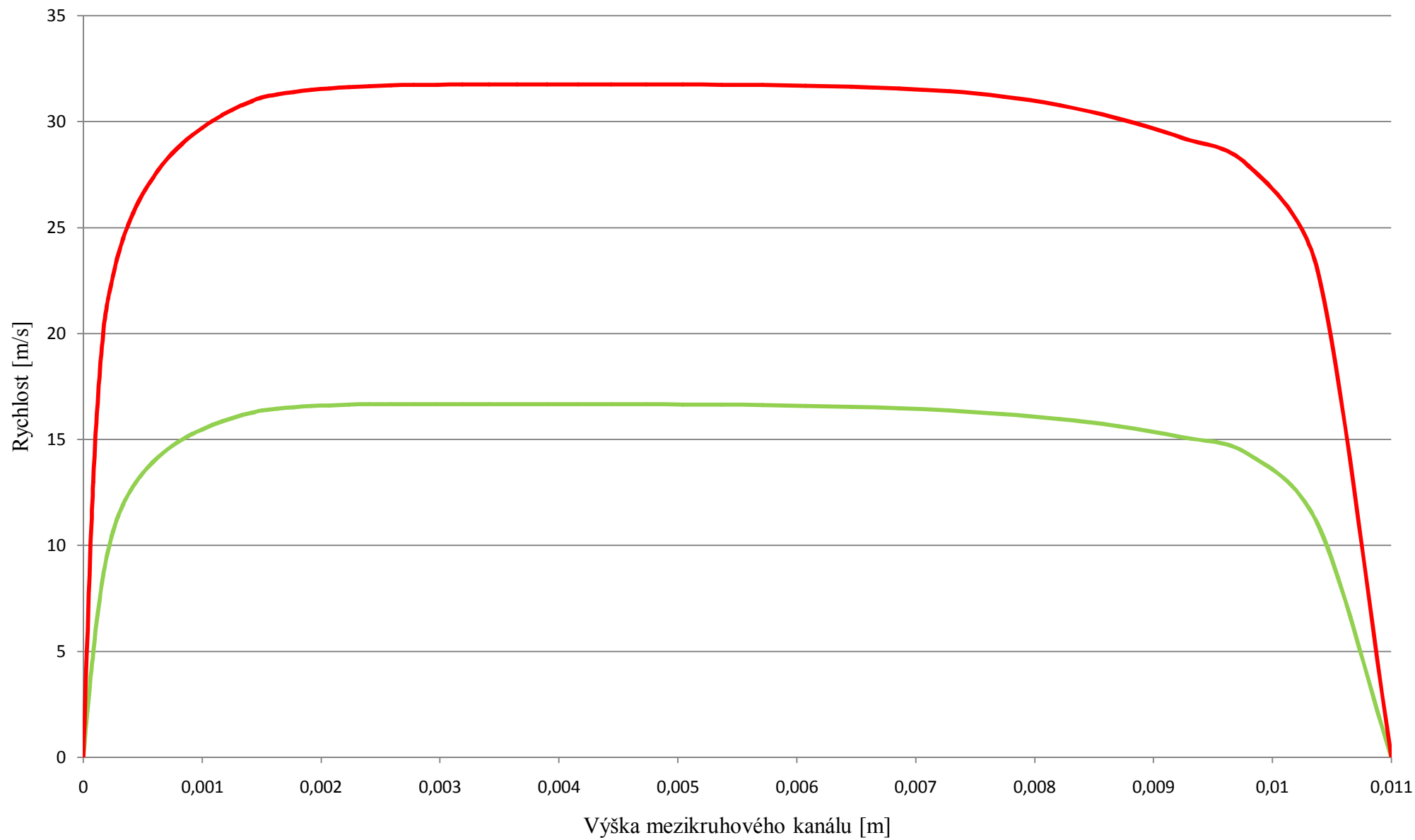
— Bez distančního kroužku, $w = 16$ m/s — S distančním kroužkem, $w = 16$ m/s
— Bez distančního kroužku, $w = 30$ m/s — S distančním kroužkem, $w = 30$ m/s

Součinitel přestupu tepla v mezikruhovém kanálu



- Bez distančního kroužku, w = 16 m/s
- S distančním kroužkem, w = 16 m/s
- Bez distančního kroužku, w = 30 m/s
- S distančním kroužkem, w = 30 m/s

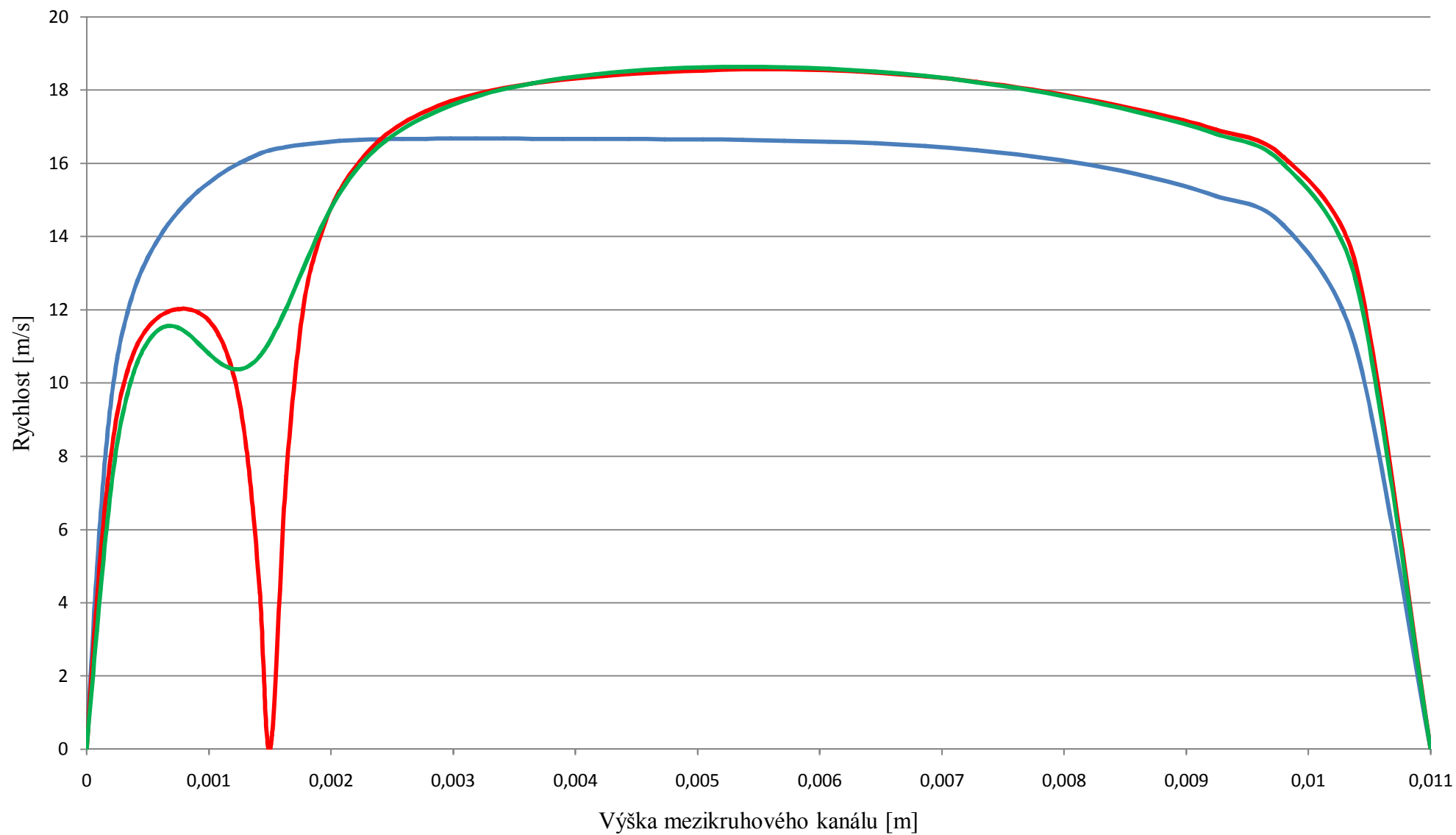
Rychlost na začátku mezikruhového kanálu



— Bez distančního kroužku, $w = 16$ m/s

— Bez distančního kroužku, $w = 30$ m/s

Vývoj Rychlosti v mezikruhovém kanálu při výstupu z konfuzoru $w = 16 \text{ m/s}$

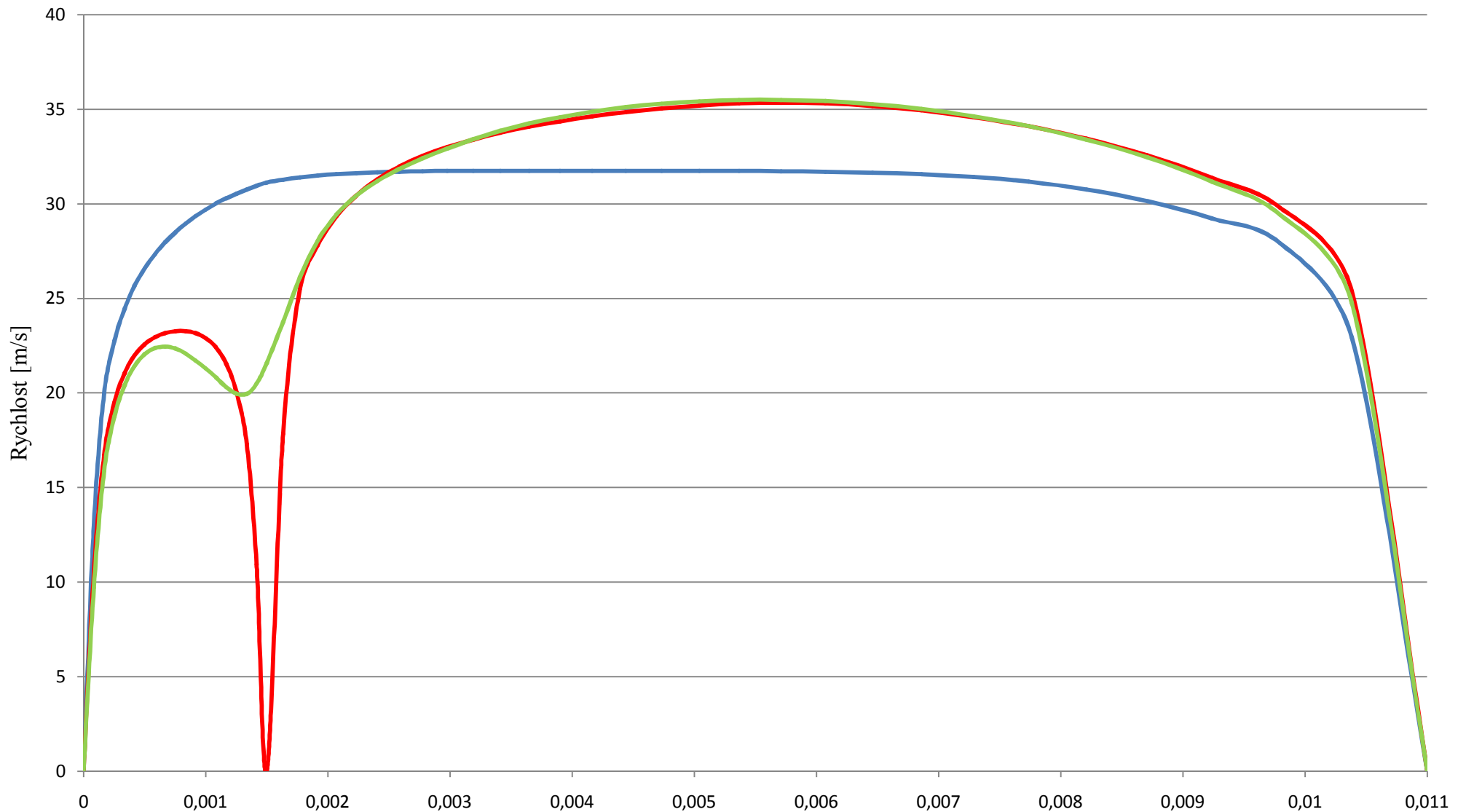


— začátek kanálu, $w = 16 \text{ m/s}$

— řez v polovině kroužku, $w = 16 \text{ m/s}$

— Řez těsně za kroužkem, $w = 16 \text{ m/s}$

Vývoj Rychlosti v mezikruhovém kanálu při výstupu z konfuzoru $w = 30$ m/s



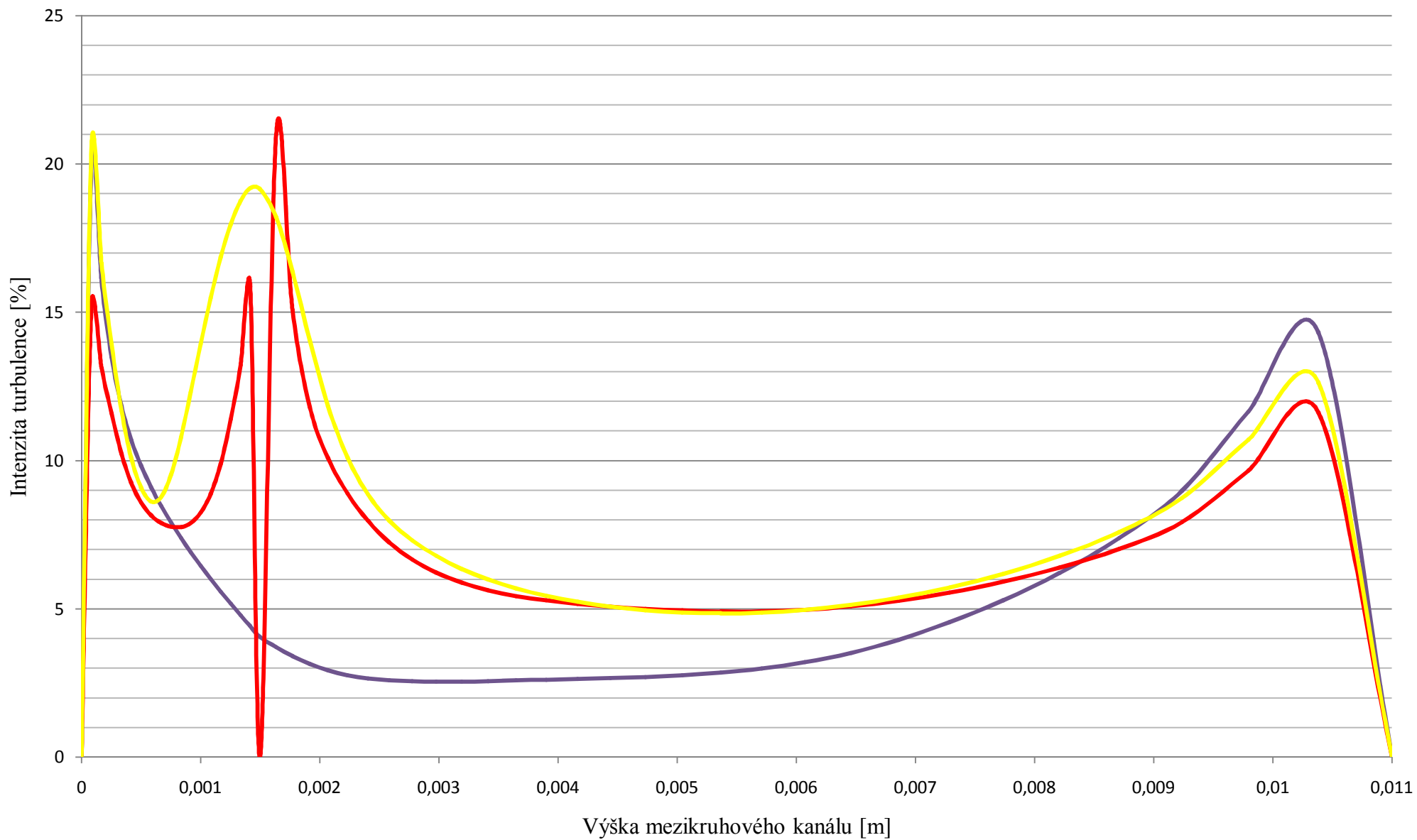
Výška mezikruhového kanálu [m]

— Začátek kanálu, $w = 30$ m/s

— Řez v polovině kroužku, $w = 30$ m/s

— Řez těsně za kroužkem, $w = 30$ m/s

Vývoj Intenzity turbulence v mezikruhovém kanálu při výstupu z konfuzoru $w = 16$ m/s

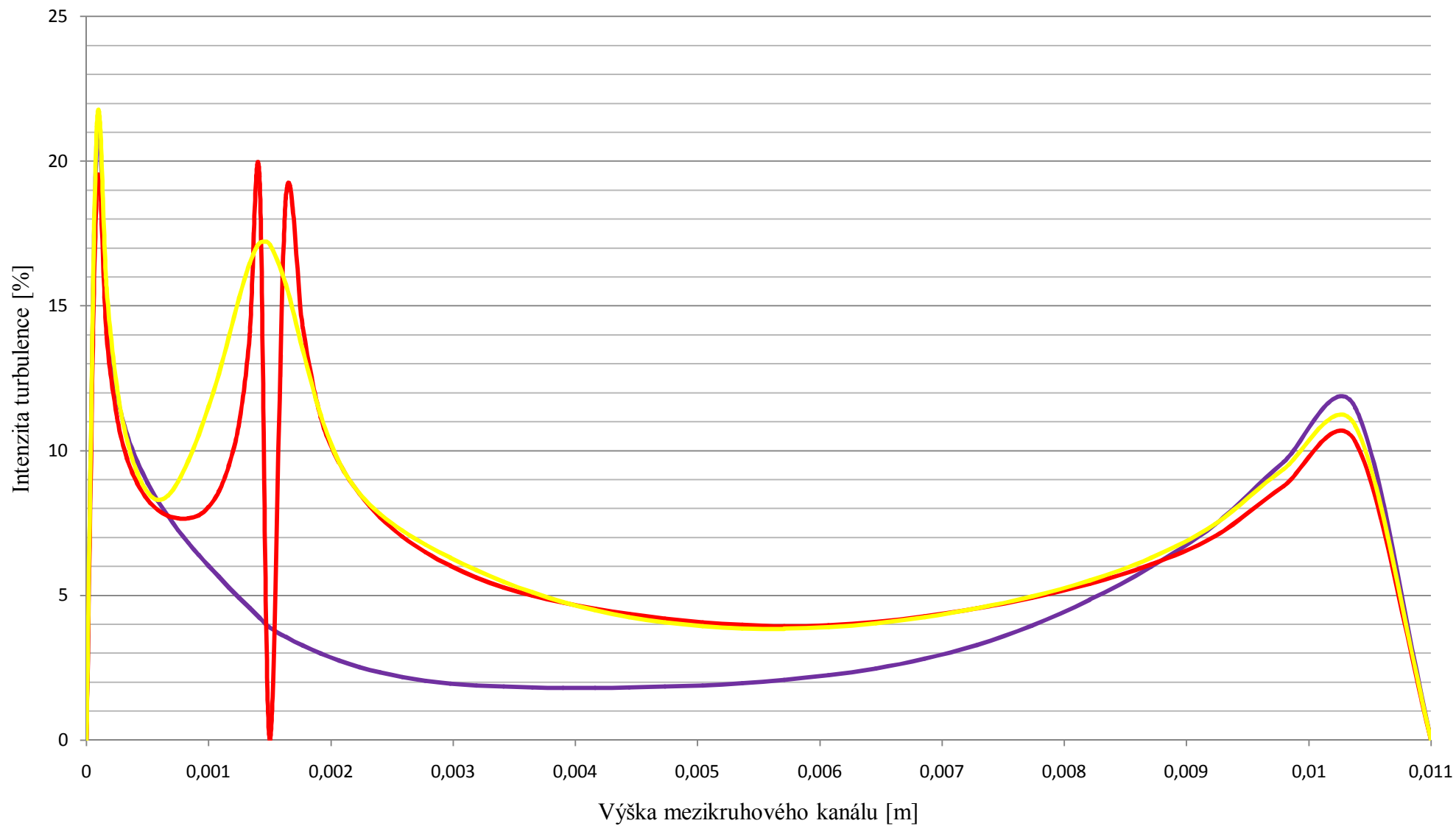


— Začátek kanálu, $w = 16$ m/s

— Řez v polovině kroužku, $w = 16$ m/s

— Řez těsně za kroužkem, $w = 16$ m/s

Vývoj Intenzity turbulence v mezikruhovém kanálu při výstupu z konfuzoru $w = 30$ m/s

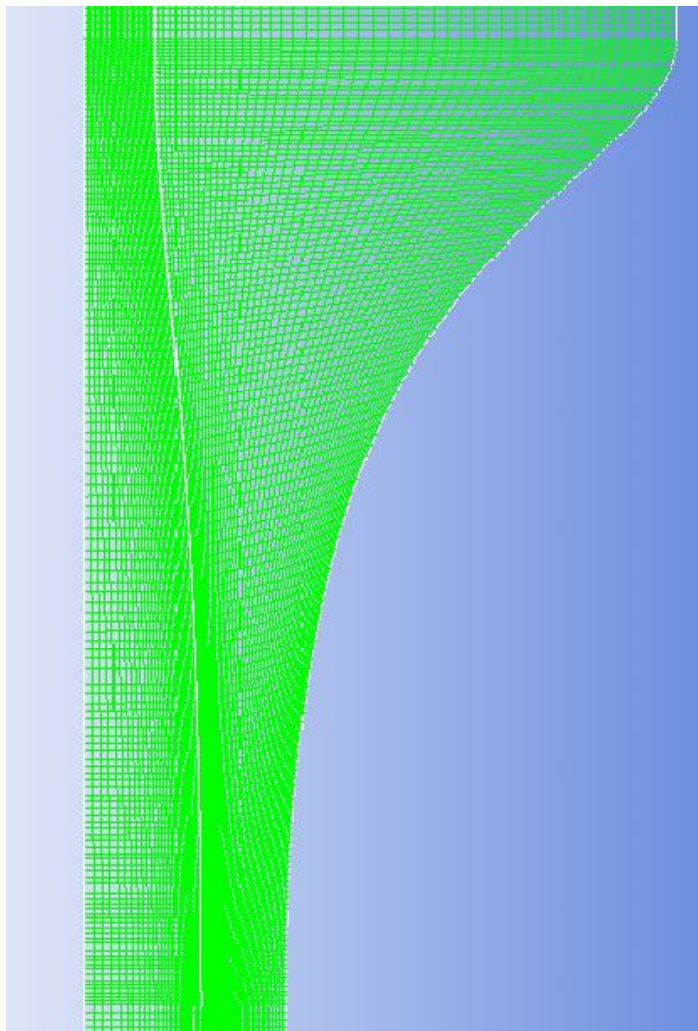


— Začátek kanálu, $w = 30$ m/s

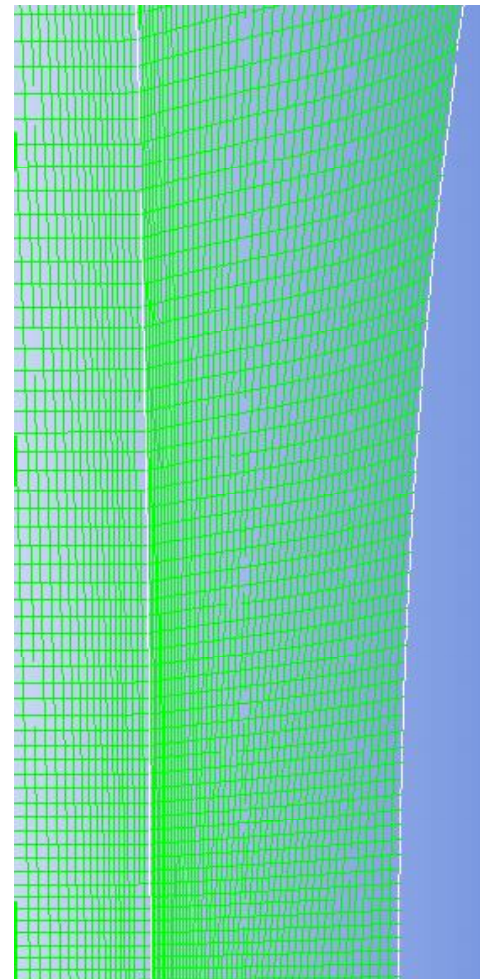
— Řez v polovině kroužku, $w = 30$ m/s

— Řez v těsně za kroužkem, $w = 30$ m/s

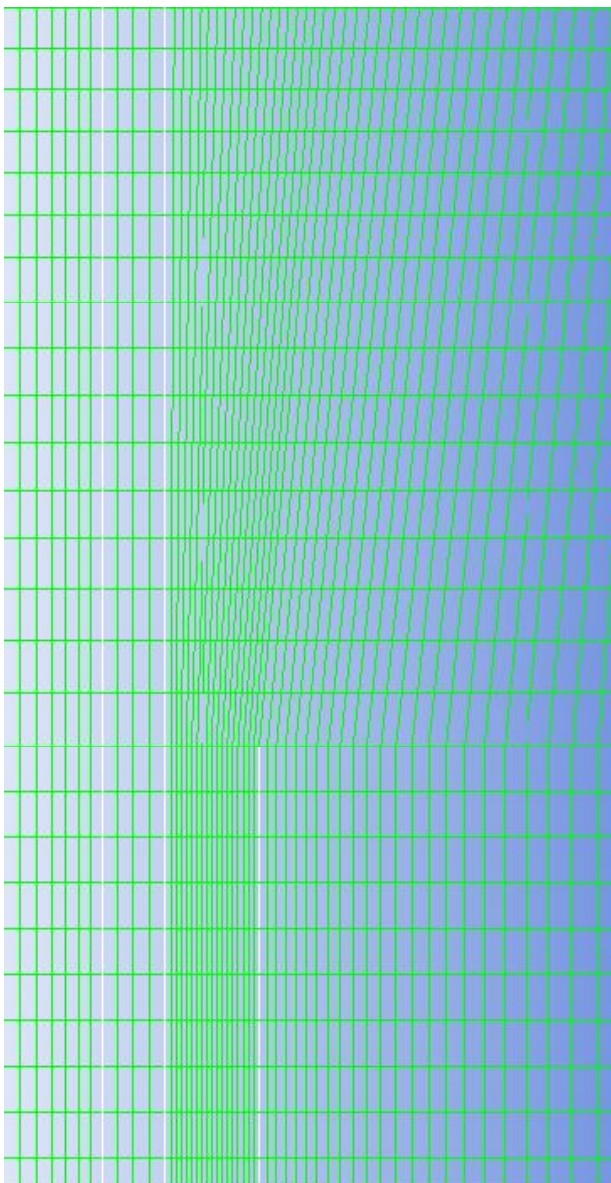
Detaily sítě:



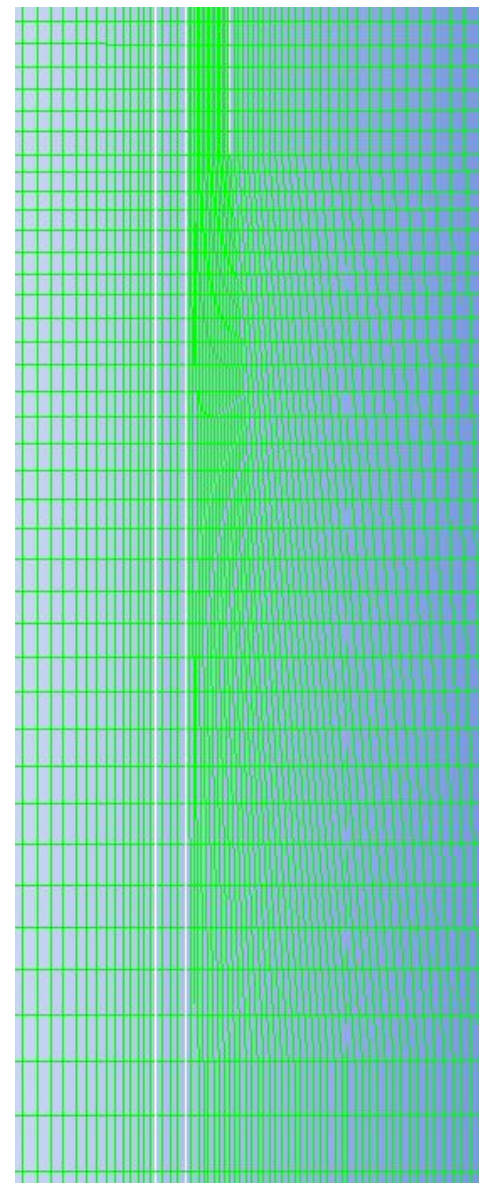
Síť konfuzoru



Detail sítě konfuzoru s mezní vrstvou



Detail zjemnění na začátku distančního kroužku



Detail zjemnění výstupu z distančního kroužku

Příloha 6

Nestacionární výpočet konvekce při kmitání

Výpočty jsou provedeny s distančním kroužkem, Rychlost proudění je na výstupu z konfuzoru rovna 16 m/s o vstupní intenzitě turbulence 1%. Všechny simulace byly provedeny při příhřevu $q = 3515,635 [W/m^2]$.

V první části přílohy jsou zobrazeny detailní kontury rychlosti, teploty a intenzity turbulence v okolí distančního kroužku. Druhá část porovnává vliv kmitání na konvekci a rovněž vliv polohy palivového článku v čase na základní veličiny proudu. Hodnoty v grafech jsou vždy porovnány s případem stacionárního přestupu tepla při rychlosti $w = 16 [m/s]$ s distančním kroužkem.

Poznámka 1:

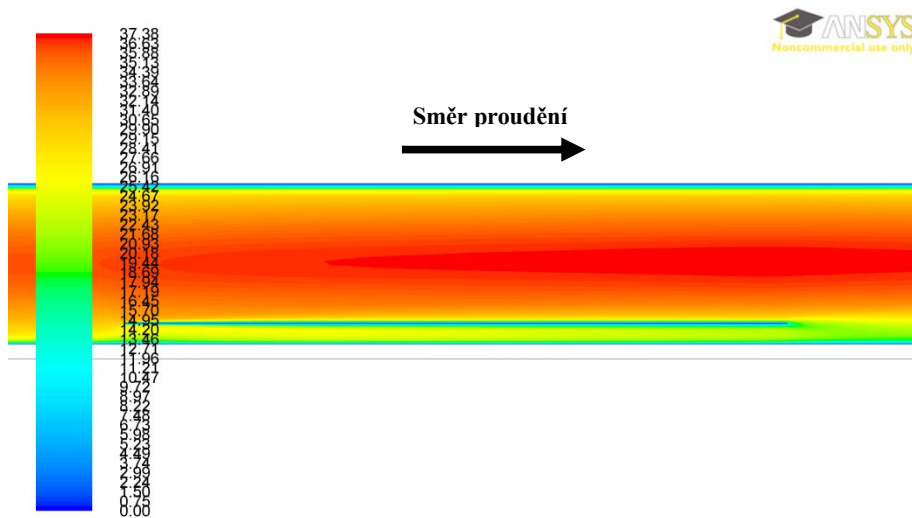
Počátkem kanálu je myšlena vzdálenost od začátku topné trubky 0,025 m.

Řez v polovině kroužku je myšlen ve vzdálenosti od začátku topné trubky 0,52 m. (22 mm od začátku kroužku)

Řez za kroužkem je myšlen ve vzdálenosti od začátku topné trubky 0,545 m. (2 mm za koncem kroužku)

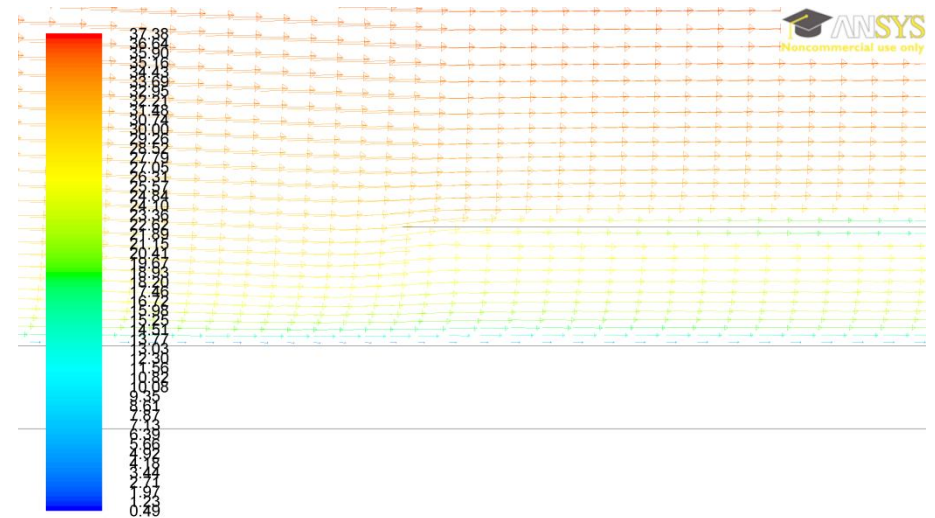
Poznámka 1:

Během kmitání dochází ke změně velikosti kanálu, jenž se mění v závislosti na vzdálenosti od bodu 0, v místě počátku topné trubky. Proto je pro grafy rychlosti a intenzity turbulence v řezech využito spíše měřítko poloměru kanálu, než výšky kanálu.



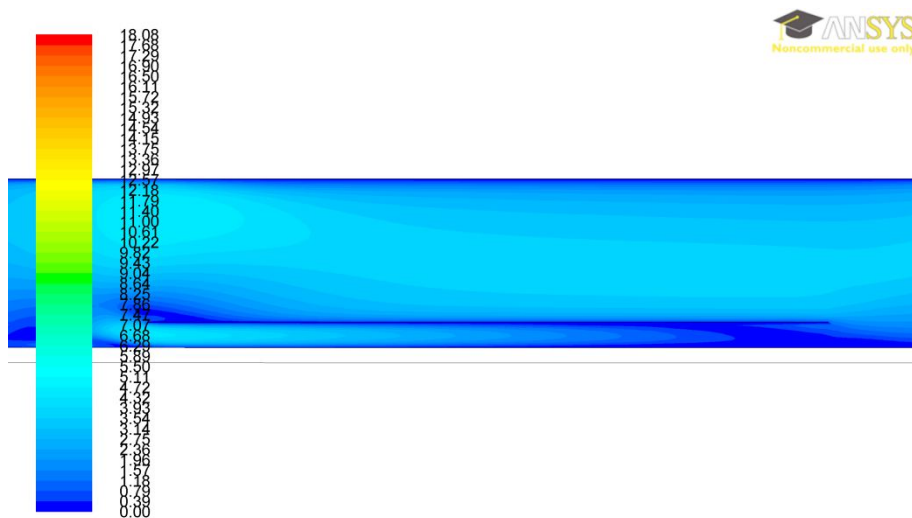
Contours of Velocity Magnitude (m/s) (Time=2.5862e-01) Jun 27, 2012
ANSYS FLUENT 13.0 (2d, pbns, dynamesh, mgke, transient)

Detail rozložení rychlosti v okolí kroužku $w = 16$ m/s, čas $t_2 = 0,259$ s



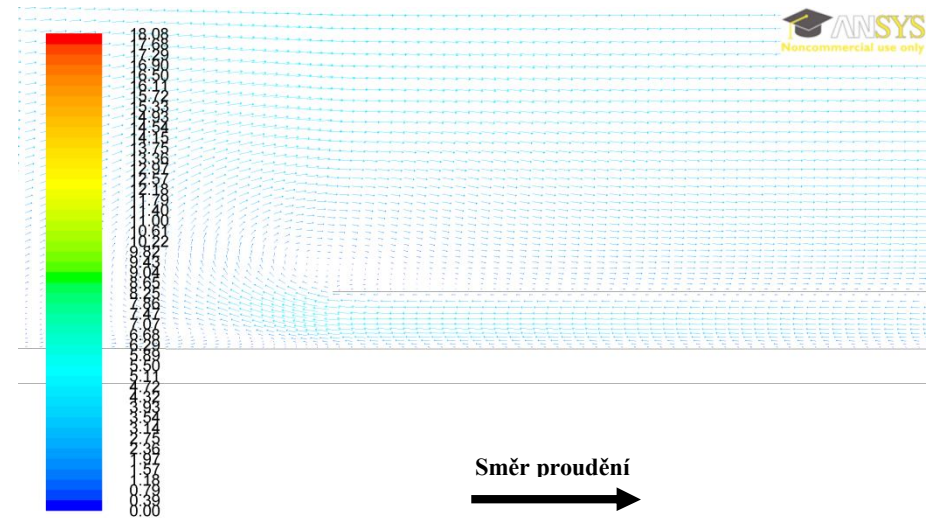
Velocity Vectors Colored By Velocity Magnitude (m/s) (Time=2.5862e-01) Jun 27, 2012
ANSYS FLUENT 13.0 (2d, pbns, dynamesh, mgke, transient)

Detail vektorů rychlosti pod kroužkem $w = 16$ m/s, čas $t_2 = 0,259$ s



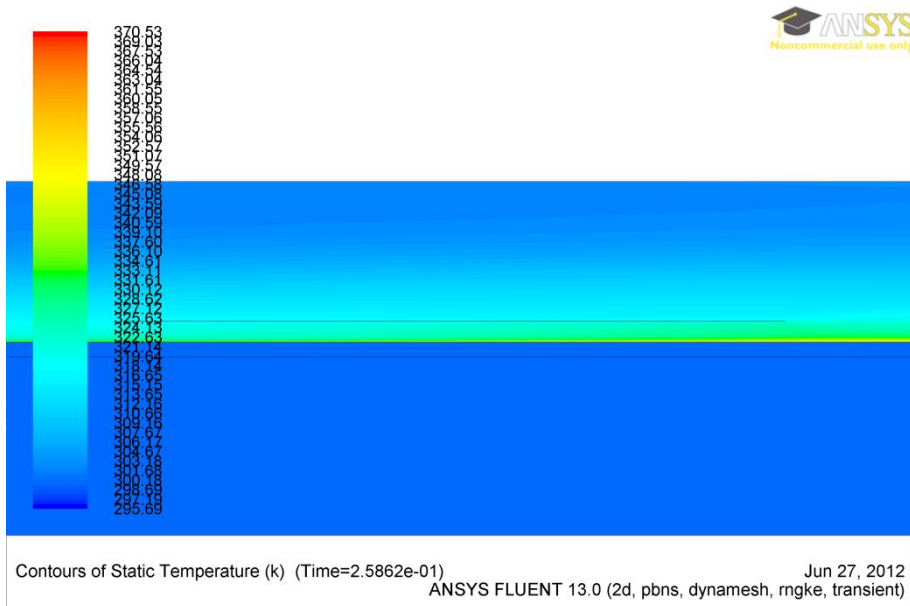
Contours of Velocity Magnitude (m/s) (Time=3.4655e-01) Jun 27, 2012
ANSYS FLUENT 13.0 (2d, pbns, dynamesh, mgke, transient)

Detail rozložení rychlosti v okolí kroužku $w = 16$ m/s, čas $t_1 = 0,347$ s

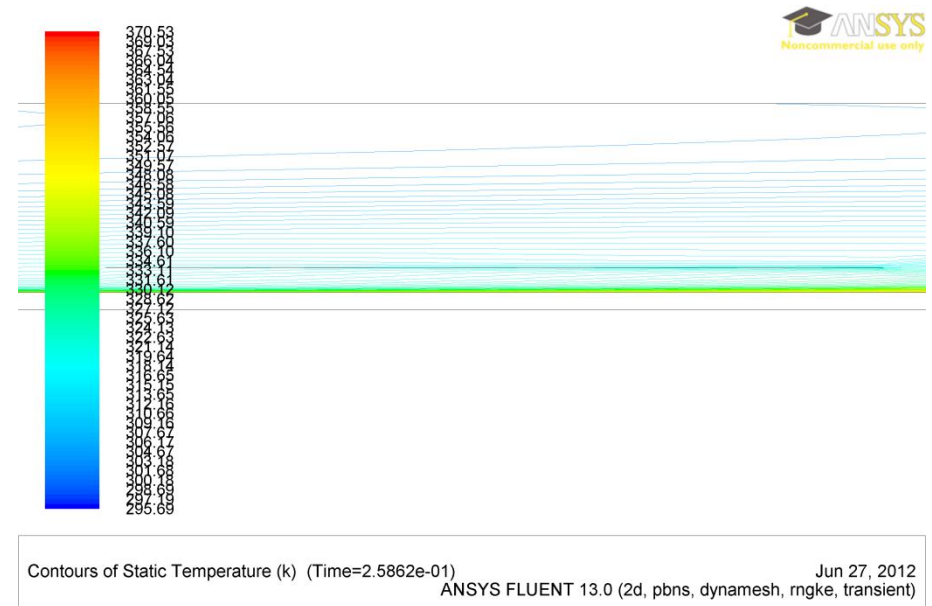


Velocity Vectors Colored By Velocity Magnitude (m/s) (Time=3.4655e-01) Jun 27, 2012
ANSYS FLUENT 13.0 (2d, pbns, dynamesh, mgke, transient)

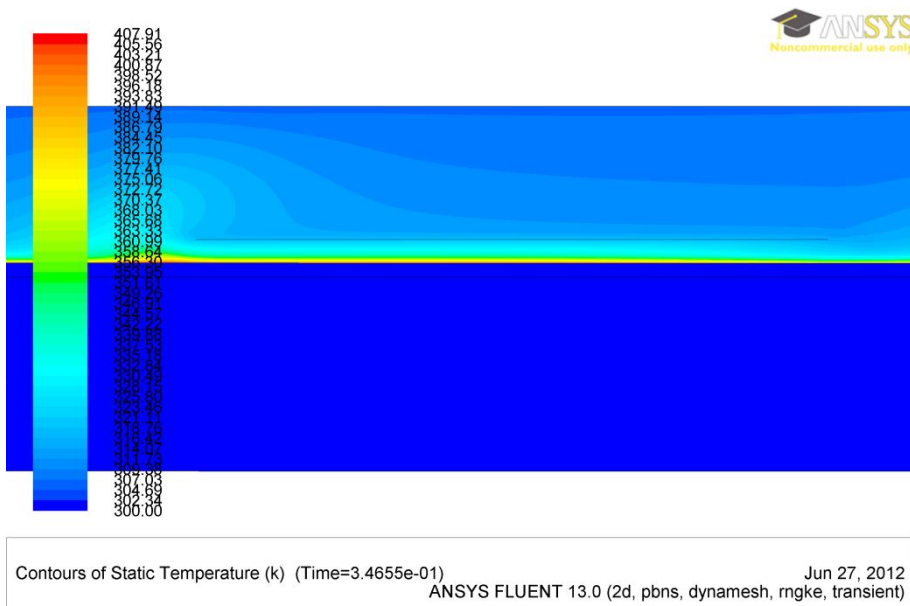
Detail vektorů rychlosti s patrným zpětným prouděním pod kroužkem $w = 16$ m/s, čas $t_1 = 0,347$ s



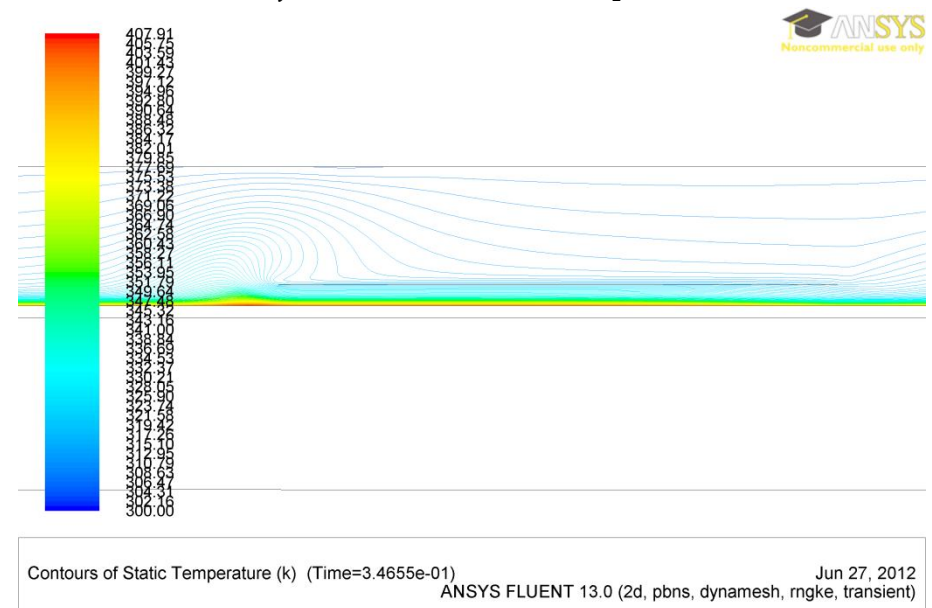
Detail teploty v okolí kroužku $w = 16 \text{ m/s}$, $t_2 = 0,259 \text{ s}$



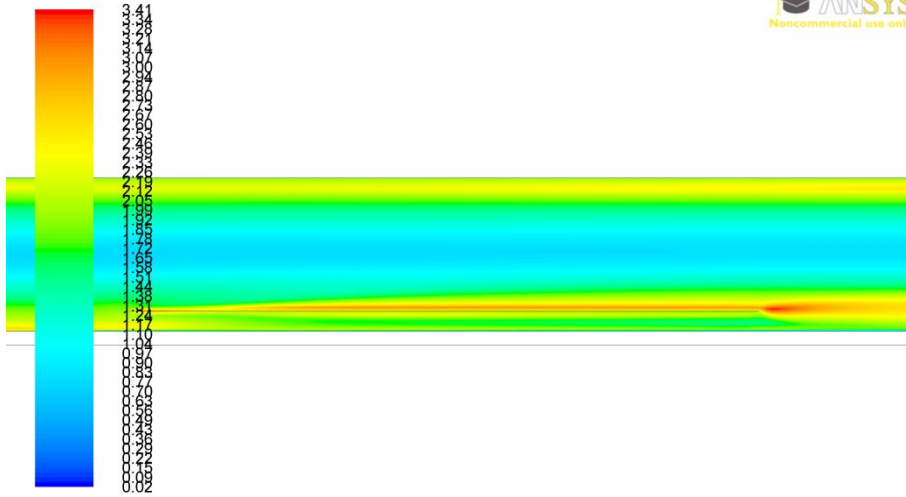
Izotermy v okolí kroužku $w = 16 \text{ m/s}$, $t_2 = 0,259 \text{ s}$



Detail rozložení teploty v okolí kroužku, $w = 16 \text{ m/s}$, $t_1 = 0,347 \text{ s}$

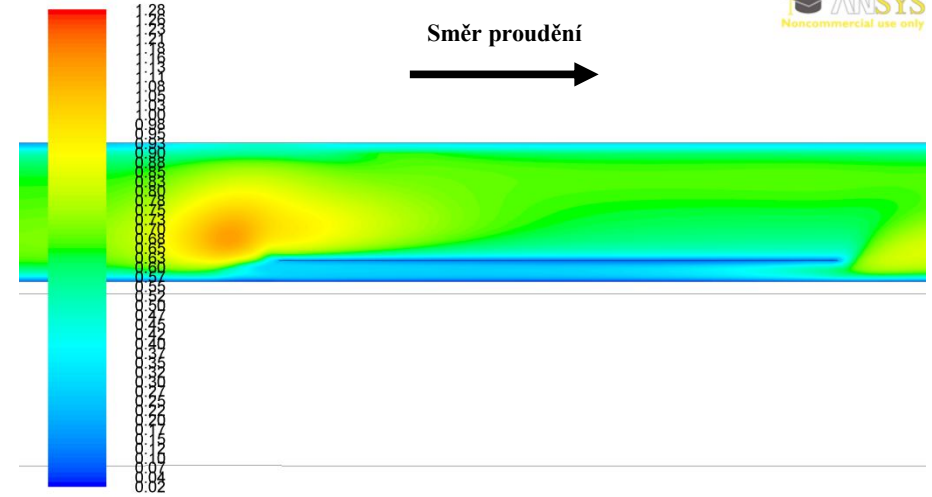


Izotermy v okolí kroužku $w = 16 \text{ m/s}$, $t_1 = 0,347 \text{ s}$



Intenzita turbulence [%]

ANSYS FLUENT 13.0 (2d, pbns, dynamesh, rngke, transient) Jun 27, 2012

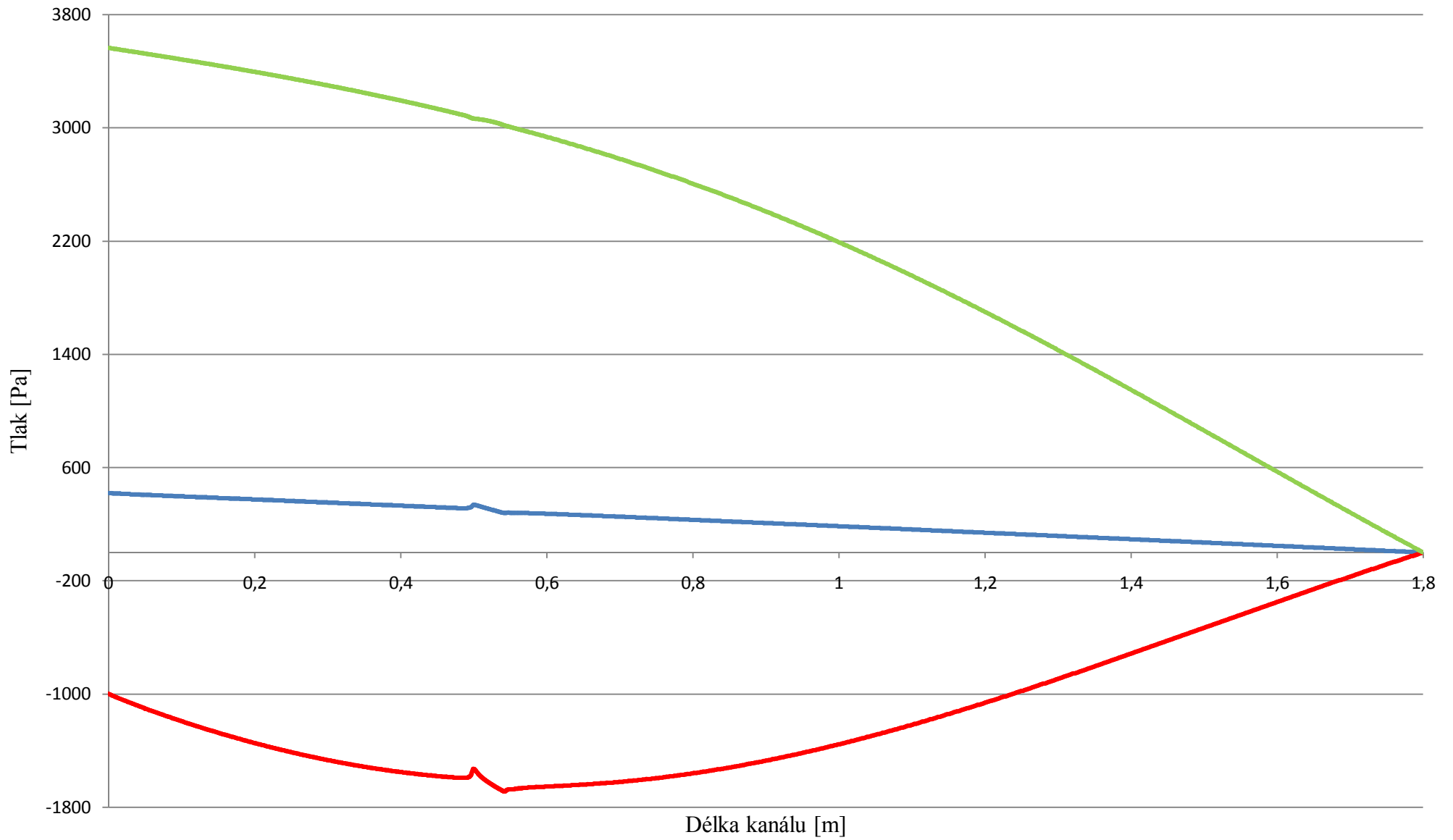


Intenzita turbulence [%]

ANSYS FLUENT 13.0 (2d, pbns, dynamesh, rngke, transient) Jun 27, 2012

Intenzita turbulence v okolí kroužku $w = 16 \text{ m/s}$, $t_2 = 0,259 \text{ s}$ a $t_1 = 0,347 \text{ s}$

Tlak v kanálu při vibraci palivového článku

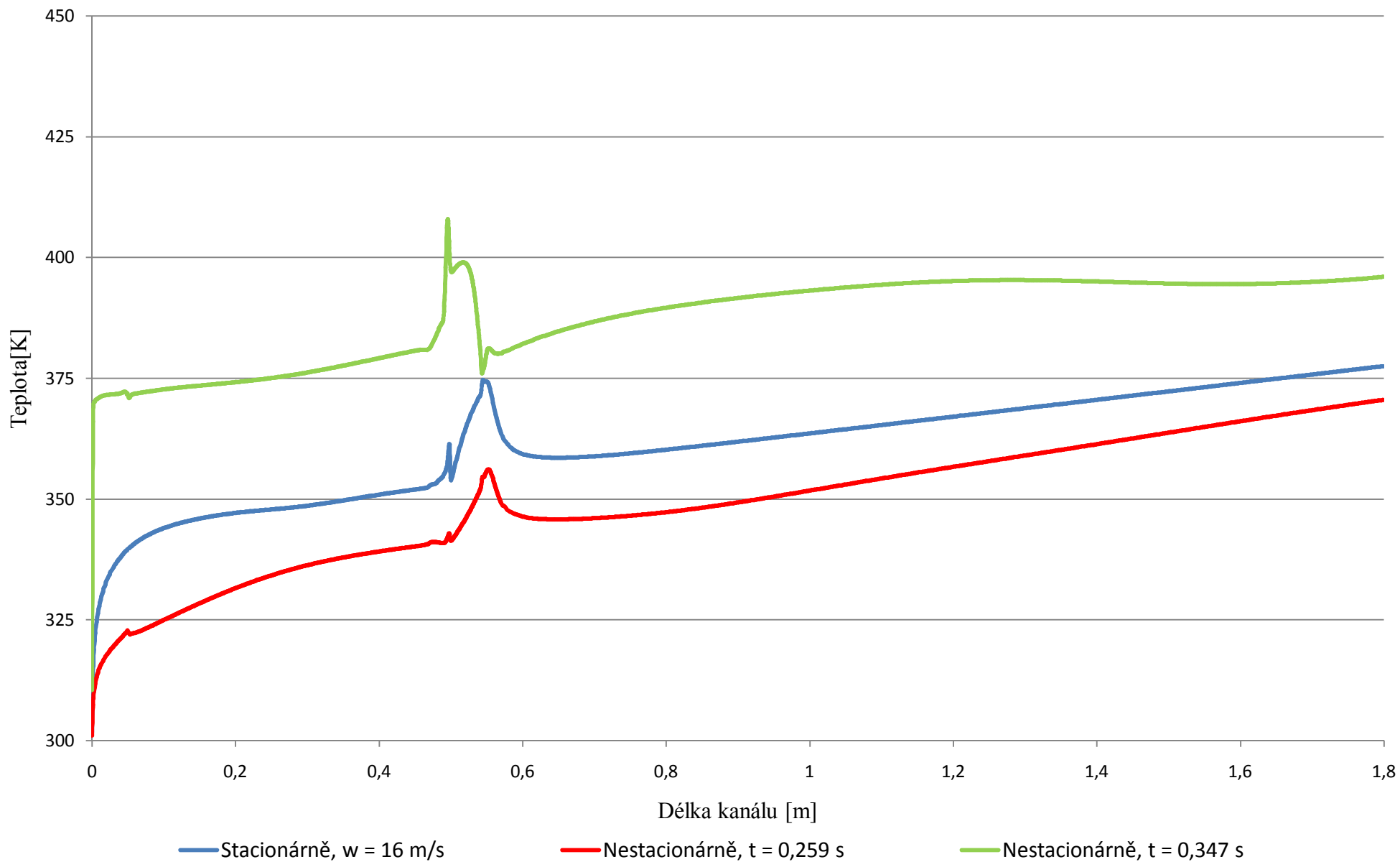


— Stacionárně, w = 16 m/s

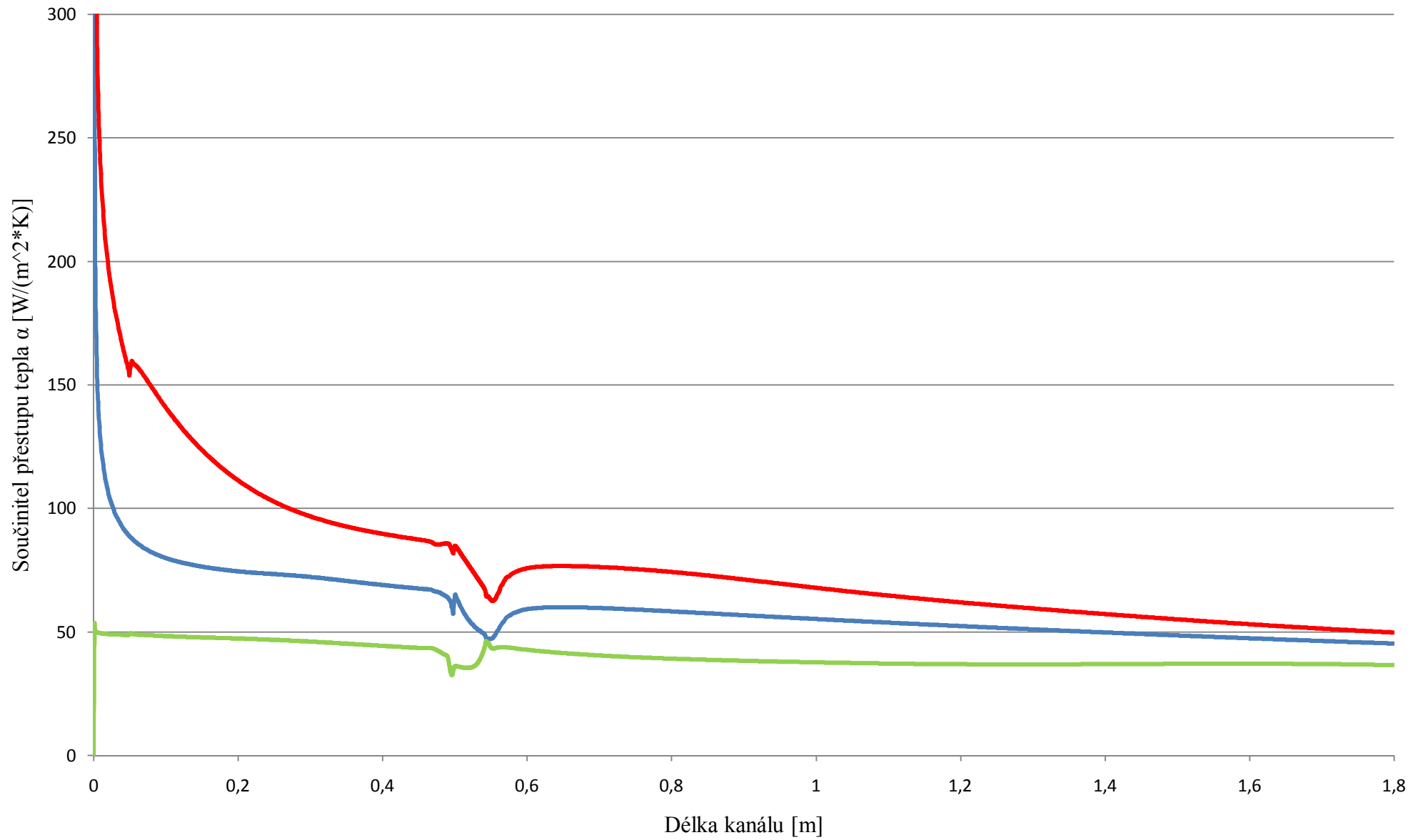
— Nestacionárně, t = 0,259 s

— Nestacionárně, t = 0,347 s

Teplota v kanálu při vibraci palivového článku



Součinitel přestupu tepla v kanálu při vibraci palivového článku

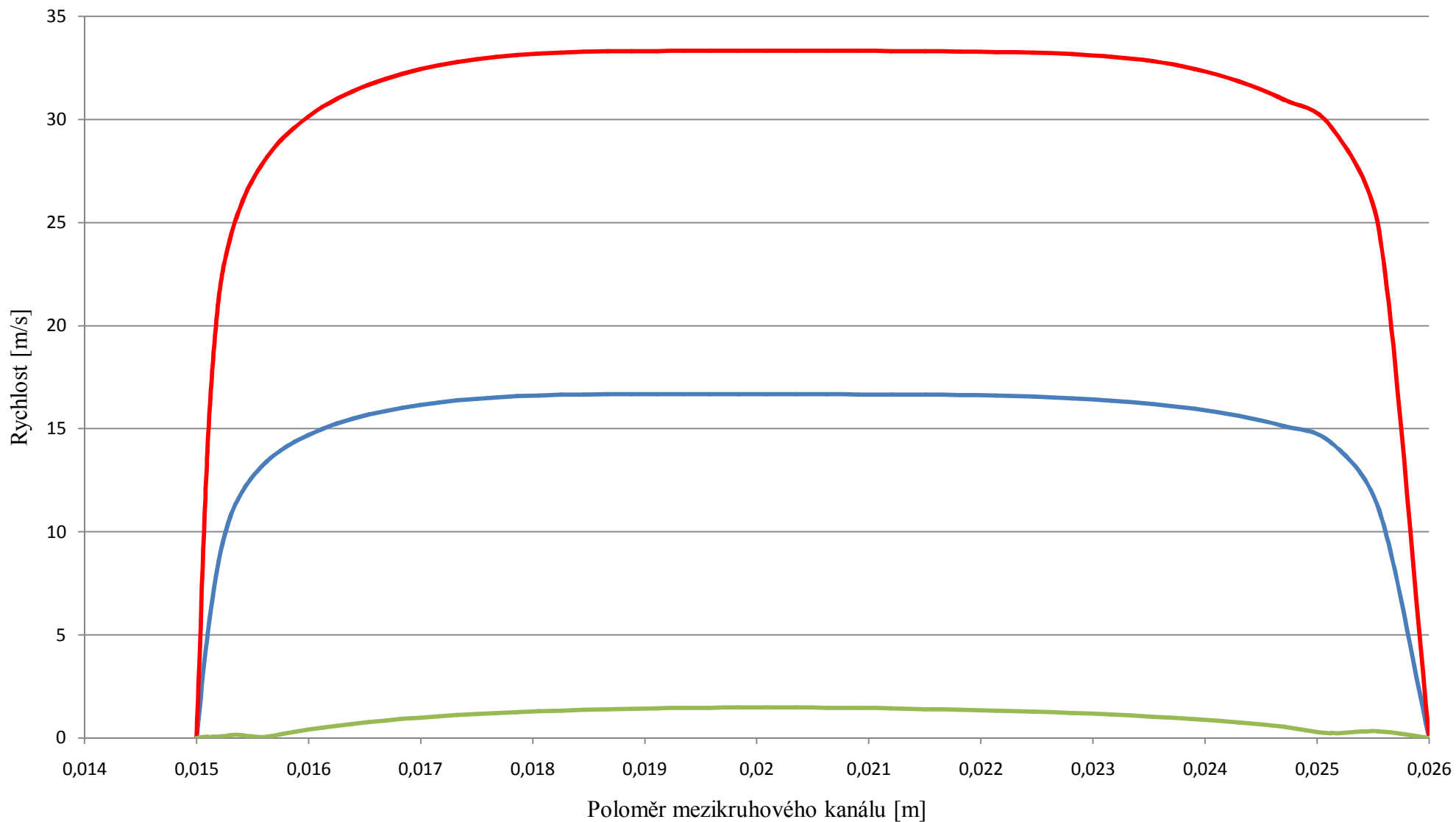


— Stacionárně, w = 16 m/s

— Nestacionárně, t = 0,259 s

— Nestacionárně, t = 0,347 s

Rychlost na počátku kanálu při vibraci palivového článku

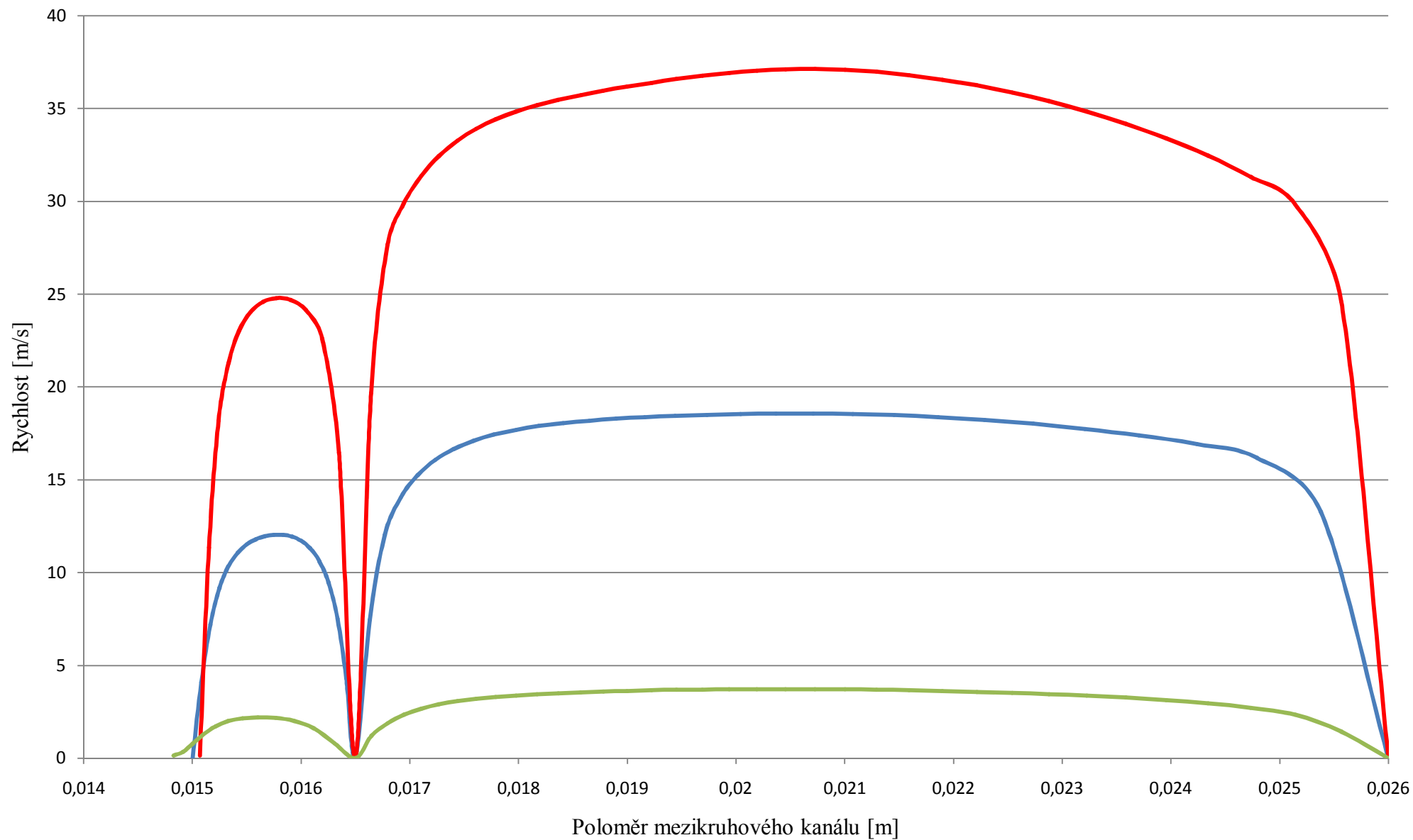


— Stacionárně, $w = 16$ m/s

— Nestacionárně, $t = 0,259$ s

— Nestacionárně, $t = 0,347$ s

Rychlost v polovině kroužku při vibraci palivového článku

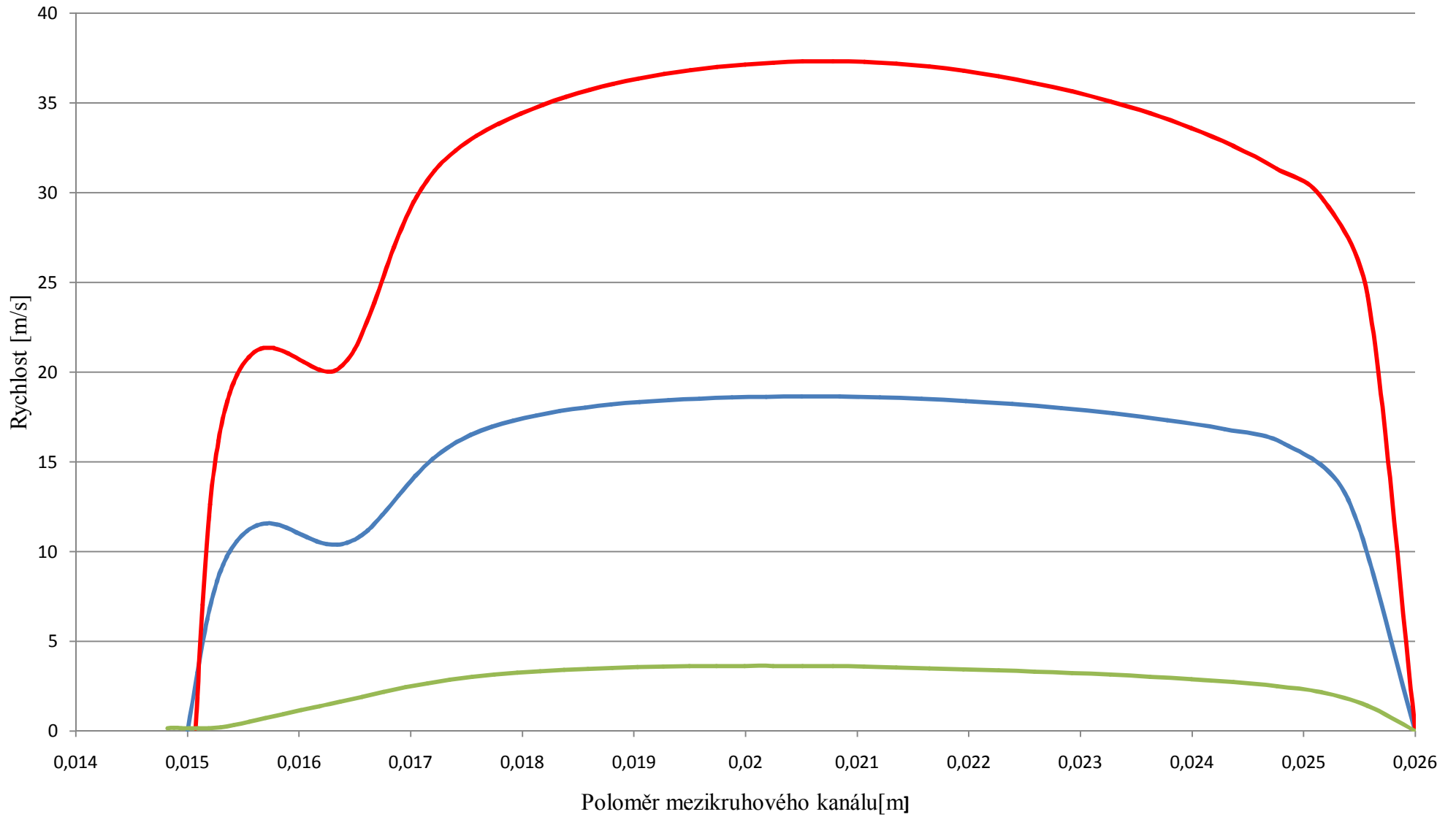


— Stacionárně, w = 16 m/s

— Nestacionárně, t = 0,259 s

— Nestacionárně, t = 0,347 s

Rychlost za kroužkem při vibraci palivového článku

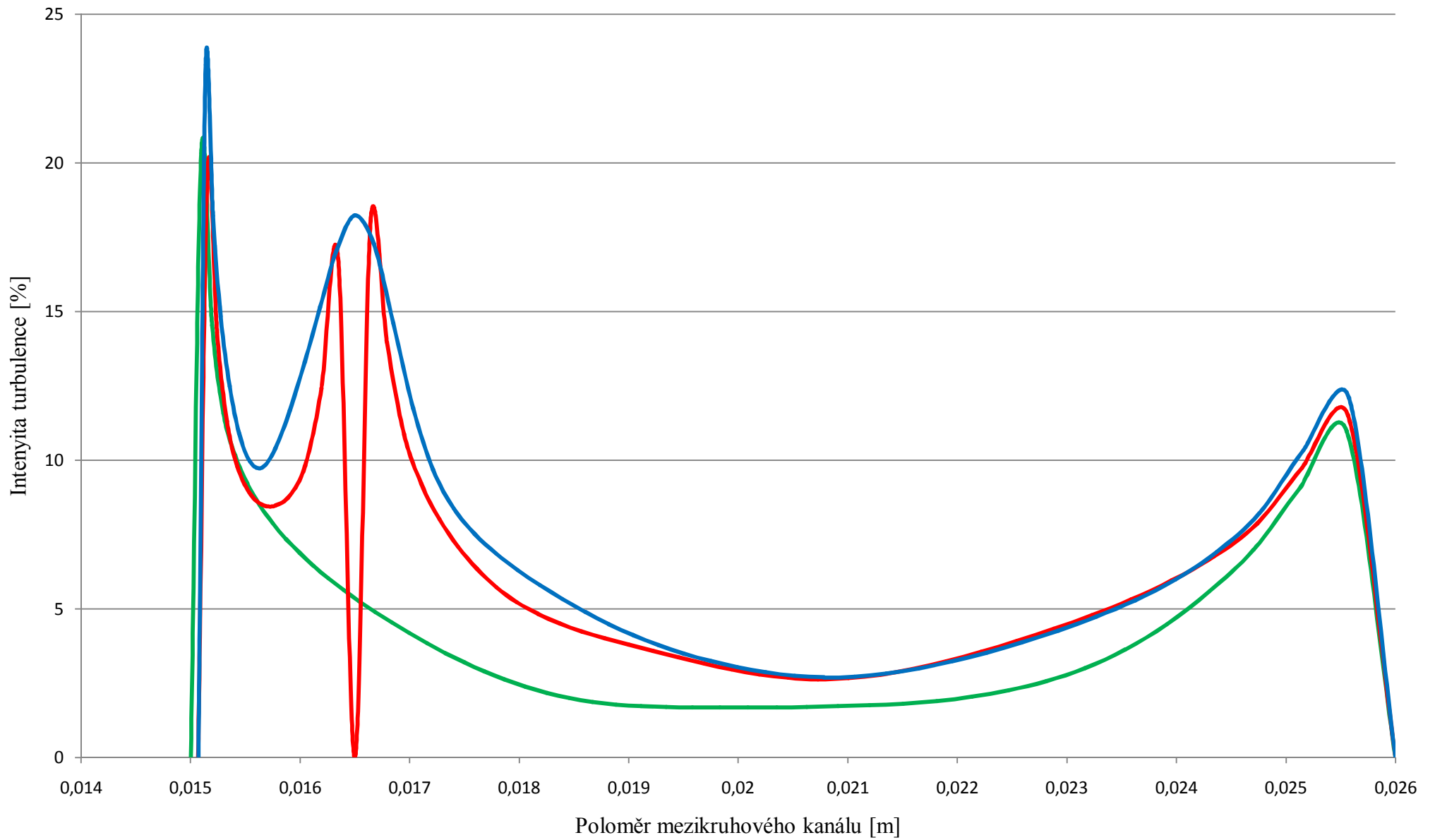


— Stacionárně, w = 16 m/s

— Nestacionárně, t = 0,259 s

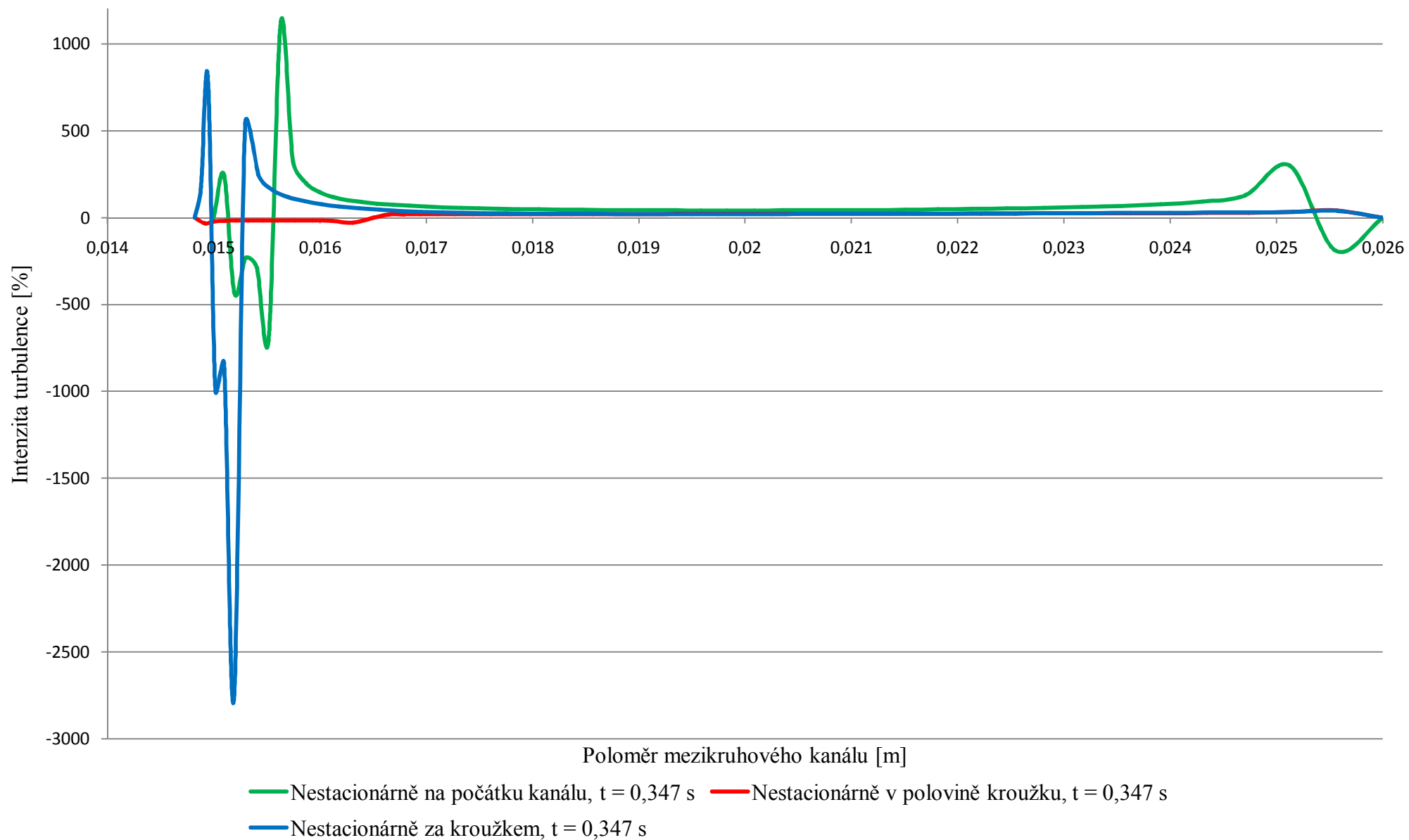
— Nestacionárně, t = 0,347 s

Vývoj Intenzity turbulence v kanálu při vibraci palivového článku v $t = 0,259$ s



— Nestacionárně na počátku kanálu, $t=0,259$ s — Nestacionárně v polovině kroužku, $t=0,259$ s — Nestacionárně za kroužkem, $t=0,259$ s

Vývoj Intenzity turbulence v kanálu při vibraci palivového článku v $t = 0,347$ s



Závěr:

Palivový článek střídavě zrychluje a zpomaluje proudění. V případě, kdy je článek v dolní úvrati (čas $t_1 = 0,347$ s), nastává snížení rychlosti proudění v kanálu vlivem pohybu stěny článku. Tento pohyb vytvoří pod kroužkem proudění opačného směru, které zpomalí hlavní proud směřující od konfuzoru. Vlivem snížení rychlosti a zvýšení tlaku v kanále, dochází ke zvýšení teploty a snížení součinitele přestupu tepla α .

Naopak při pohybu do horní úvrati (čas $t_2 = 0,259$ s) článek zaškrtní kanál a rychlost proudění se tak zvyšuje až na 38 m/s. V následku toho nastane snížení tlaku a teploty v kanálu při zvýšení součinitele přestupu tepla.

V posledním grafu intenzity turbulence dle funkce I (znázorněné výše) pro čas $t_1 = 0,347$ s, vychází intenzita nesmyslně vysoká. To je dáno velmi nízkou rychlostí v řezech, kterou se ve vztahu krátí turbulentní kinetická energie k .