

Využití míry nelinearity podle střední kvadratické chyby v adaptivní metodě pro úlohu propagace neurčitosti

Jindřich Havlík¹

1 Úvod

Počet objektů nezanedbatelné velikosti na oběžné dráze Země stoupá nezadržitelným tempem. Veškeré aktivní satelity musejí manévrovat tak, aby cíl jejich mise nebyl ohrožen případnou srážkou s jiným objektem. Každý manévr satelitu je velice nákladnou operací, která by měla být provedena pouze v situaci, kdy je hrozba srážky reálná. Reálnost hrozby se určuje na základě předpokládané polohy obou objektů případné srážky. Klíčovým prvkem je tedy věrohodná reprezentace stavu satelitu v libovolném budoucím okamžiku.

Prostředí oběžné dráhy Země je velice specifickým prostředím přinášejícím unikátní problémy. Stav objektu tvořený polohou a rychlostí je popisován hustotou pravděpodobnosti (h.p.) a z důvodu řídké dostupnosti měření je predikce stavu vyžadována na dlouhé předem neznámé časové horizonty. Počáteční podmínka je kvalitně reprezentována gaussovským rozdělením, ale právě vliv dynamiky satelitu a působení sil na oběžné dráze Země (tlak solární radiace, atmosférické tření, gravitace Slunce a Měsíce) způsobují pomalý odklon od matematicky jednoduchého gaussovského rozdělení k obecnému negaussovskému rozdělení.

Problém určování h.p. stavu takového objektu na dlouhém časovém horizontu se nazývá propagace nejistoty na orbitě a je mu v poslední době věnováno mnoho úsilí. Cílem tohoto příspěvku je vylepšení adaptivní metody DeMars et al. (2013) na základě autorových zjištění a doporučení (Havlík a Straka (2019)) z analýzy měř nelinearity a negaussovosti v problému orbitální propagace nejistoty.

2 Adaptivní metoda gaussovských směsí

Jedním z možných řešení tohoto problému je metoda Monte Carlo, pomocí níž může být řešena nelineární diferenciální rovnice vycházející z dynamiky pohybu tělesa na oběžné dráze a sil působících na objekt. Nicméně problémem této metody je, že počet bodů reprezentujících h.p. je fixní, proto je tato metoda efektivní pouze pro předem známé časové horizonty. Navíc je metoda Monte Carlo známa svou výpočetní náročností, proto se, spíše než v praxi, používá při simulacích (na určitý časový horizont) jako reprezentace skutečné h.p.

Tímto problémem netrpí adaptivní metoda směsí gaussovských rozdělení, která dokáže reprezentovat libovolnou hustotu pravděpodobnosti váženým součtem gaussovských rozdělení. Jednotlivé komponenty směsi mohou být efektivně propagovány pomocí unscenované transformace. Aby byla zaručena kvalita odhadu i pro vzdálenější časové okamžiky, je kumulovaný vliv nelinearity v systému potlačován zvyšujícím se počtem členů směsi. Hlavní výzvou této metody je pak určení způsobu rozdělení členů směsi a především určení správného okamžiku k dělení členů směsi, aby zůstávala zachována kvalita, ale zároveň, aby nedocházelo k příliš častému

¹ student doktorského studijního programu Aplikované vědy a informatika, obor Kybernetika, téma disertační práce: Rozvoj metod nelineární filtrace, e-mail: havlikj@ntis.zcu.cz

dělení a tedy vzrůstající výpočetní náročnosti. K tomuto účelu se využívají míry nelinearity a negaussovosti.

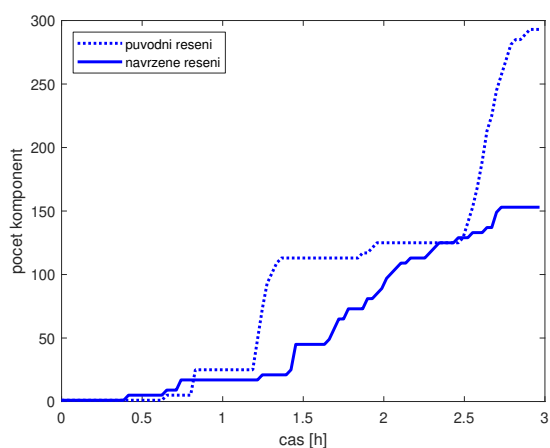
V článku DeMars et al. (2013) je navrženo řešení založené na určení okamžiku dělení v závislosti na míře nelinearity založené na diferenciální entropii.

3 Navržené vylepšení a výsledky

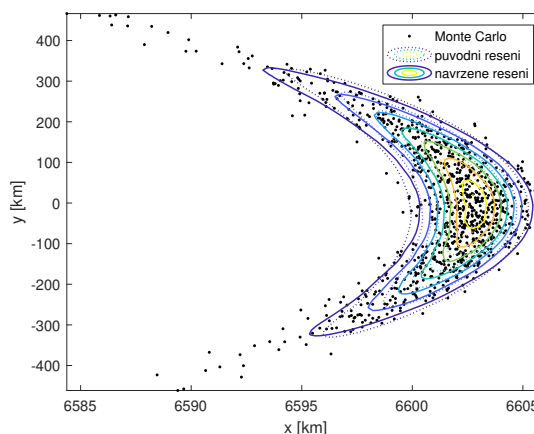
Konferenční článek Havlík a Straka (2019) implementoval a otestoval různé míry nelinearity a negaussovosti pro problém propagace nejistoty na orbitě a určil perspektivní kandidáty pro případné využití ve směšových metodách.

Navržené vylepšení spočívá ve využití míry nelinearity založené na střední kvadratické chybě (mezi nelineární funkcí a její lineární aproximací), která se zdá být vhodnějším kandidátem z výpočetního i implementačního hlediska než metoda využitá v DeMars et al. (2013). Tato míra byla implementována spolu s myšlenkou respektování váhy příslušné komponenty směsi v tom smyslu, že práh pro dělení významnějších komponent směsi je nižší než práh pro dělení okrajových komponent. To způsobí vyšší nároky na propagaci důležitých členů směsi oproti členům méně významným.

Navržené řešení bylo otestováno v časovém horizontu dvou oběhů tělesa kolem Země a bylo sledováno, jak odpovídá h.p. poskytovaná navrženým řešením h.p. vypočtené metodou Monte Carlo a původnímu řešení navrženém v (DeMars et al. (2013)). Na Obrázku 1 je zachycen vývoj počtu komponent gaussovských směsí v čase. Na Obrázku 2 jsou zachyceny referenční body h.p. vypočtené metodou Monte Carlo a dále jsou na obrázku znázorněny kontury h.p. vypočtené pomocí původního a navrhaného řešení. Skutečnost byla zachycena oběma směsmi věrohodně, avšak nově navržené řešení má zjevně méně komponent směsi a tím i nižší výpočetní nároky.



Obrázek 1: Vývoj počtu komponent směsi v čase.



Obrázek 2: Pravděpodobnostní rozdělení po dvou obězích Země.

Literatura

DeMars, K.J., Bishop, R.H., and Jah, M.K., 2013. Entropy-based Approach for Uncertainty Propagation of Nonlinear Dynamical Systems. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Volume 36(4), pp. 1047–1057.

Havlík, J., Straka, O., 2019. Measures of Nonlinearity and non-Gaussianity in Orbital Uncertainty Propagation. *International Conference on Information Fusion 2019*, Ottawa, Canada.