

Posudek vedoucího na diplomovou práci

Hany Švambergové

s názvem **Odhady normy chyby v metodě sdružených gradientů**

Shrnutí obsahu práce a výsledků

Proces řešení mnoha úloh reálného světa lze vnímat jako proces několika úrovní, od formulace a zjednodušení modelu přes např. diskreditaci příslušné diferenciální rovnice, až po použití lineárního řešiče na konci tohoto procesu, kdy často získáme systém lineárních algebraických rovnic s velkou a řídkou symetrickou pozitivně definitní maticí. Pro efektivní použití metody sdružených gradientů (CG) je potom potřeba umět vyhodnocovat kvalitu aproximace řešení a na základě kritérií plynoucích z dalších úrovní procesu včas zastavit iterační proces. Vhodnou přirozenou mírou kvality řešení v CG bývá často A -norma chyby, kterou neumíme obecně spočítat, ale existují různé techniky, jak ji odhadovat. Předložená diplomová práce se zabývá algoritmy na konstrukci dolních i horních odhadů A -normy a jejich testování při výpočtech.

V druhé kapitole je vyložena metoda sdružených gradientů a souvislost algoritmu CG s Lanczosovým algoritmem. V kapitole třetí nás autorka teoreticky připravuje na konstrukci odhadů. Vykládá klasické partie teorie ortogonálních polynomů a souvislosti s kvadraturními pravidly. Kromě Gaussovy kvadratury autorka popisuje i další druhy kvadraturních pravidel (Gauss-Radau, Gauss-Lobatto) a vykládá způsoby výpočtu uzlů a vah těchto kvadraturních pravidel přes Jacobiho matice. Text je zaměřen především na ortogonální polynomy, jež jsou ortogonální vzhledem ke skalárnímu součinu danému Riemann-Stieltjesovým integrálem s po částech konstantní distribuční funkcí, který je velmi důležitý ve vztahu k metodě sdružených gradientů.

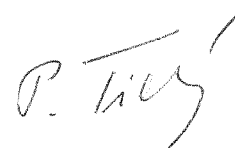
Ve čtvrté kapitole se dovídáme podrobnosti o vztahu CG s ortogonálními polynomy a Gaussovou kvadraturou. Je zde vyložena základní myšlenka konstrukce odhadů A -normy chyby a algoritmické realizace výpočtů těchto odhadů. Na základě současného článku Meurant-Tichý 2012 se autorka snažila vysvětlit odvození nových, podstatně jednodušších algoritmů pomocí nichž lze odhady počítat.

Podstatnou částí je poslední pátá kapitola, ve které lze nalézt mnoho zajímavých experimentů. Autorka se snaží odpovědět na otevřené otázky týkající se nastavení parametrů v odhadech. Postupně numericky demonstruje výhody i nevýhody horního a dolního odhadu A -normy chyby. Dolní odhad je sice numericky stabilní (teoreticky dokázáno v práci Strakoš-Tichý 2002), ale jeho kvalita je závislá na tom, zda během d po sobě jdoucích iteracích CG dojde k rozumného poklesu A -normy chyby. Numerické experimenty sledují myšlenkovou linii, využít (občas problematický) horní odhad k detekci dostatečného poklesu A -normy chyby a adaptivně volit parametr d . Proto se autorka zaměřila především na numerickou studii horního odhadu. Ukazuje, že během výpočtu horního odhadu může docházet k numerickým nestabilitám a snaží se analyzovat jejich příčiny. V závěru kapitoly je navrženo několik způsobů, jak adaptivně volit parametr d v dolní odhadu, a je provedeno srovnání různých přístupů. Algoritmus adaptivní volby d založený na detekci poklesu A -normy chyby pomocí horního odhadu dává často velmi slibné výsledky.

Hodnocení práce

Autorka přistupovala k diplomové práci aktivně, sestudovala velké množství pramenů literatury a naprogramovala mnoho experimentů v Matlabu. Diplomová práce je zpracována po obsahové i formální stránce v rozumné kvalitě. Bohužel teorie potřebná ke konstrukci odhadů v kapitolách 2-4 není vždy úplně srozumitelně zpracována. Některé partie mohly být rozebrány s větší pečlivostí, logické skoky a formulační nepřesnosti občas narušují plynulost textu. Za největší přínos práce považuji poslední kapitolu, ve které lze nalézt mnoho zajímavých numerických experimentů, naznačující další možné cesty ke konstrukci odhadů A -normy chyby. Práce splnila deklarované cíle. Celkově se diplomantka vyrovnala se zadaným tématem velmi dobře. Doporučuji diplomovou práci k obhajobě a navrhuji hodnocení

velmi dobře.



RNDr. Petr Tichý, Ph.D.

vedoucí diplomové práce

V Praze, 1.6.2012