

Západočeská univerzita v Plzni

Fakulta aplikovaných věd

Katedra mechaniky

POKROČILÉ SPOJE KOMPOZITNÍCH KOMPONENT

Ing. Lukáš Bek

Disertační práce

k získání akademického titulu doktor

v oboru Aplikovaná mechanika

Školitel: prof. Ing. Vladislav Laš, CSc.

Konzultant specialista: Ing. Radek Kottner, Ph.D.

Plzeň 2019

University of West Bohemia in Pilsen

Faculty of Applied Sciences

Department of Mechanics

ADVANCED JOINTS OF COMPOSITE COMPONENTS

Ing. Lukáš Bek

A dissertation

submitted for the degree of Doctor of Philosophy
in Applied Mechanics

Supervisor: prof. Ing. Vladislav Laš, CSc.

Supervisor specialist: Ing. Radek Kottner, Ph.D.

Pilsen 2019

Prohlášení

Předkládám k posouzení a k obhajobě tuto disertační práci zpracovanou na závěr doktorského studia na Fakultě aplikovaných věd Západočeské univerzity v Plzni.

Čestně prohlašuji, že jsem tuto disertační práci vypracoval samostatně a s použitím odborné literatury a pramenů, jejichž seznam je součástí této práce. Zároveň prohlašuji, že jsem při vypracování této práce zachoval postupy obvyklé pro vědeckou práci.

V Plzni, 25. dubna 2019

Lukáš Bek

Poděkování

Na tomto místě bych rád poděkoval mému školiteli prof. Ing Vladislavu Lašovi, CSc. za příkladné vedení a podporu v průběhu doktorského studia. Zvláštní poděkování patří mému konzultantu specialistovi Ing. Radku Kottnerovi, Ph.D., za čas, který mi věnoval během konzultací, příjemné prostředí a užitečné rady při psaní této disertační práce. Poděkování patří také všem kolegům, jež svými radami a náměty přispěli ke zkvalitnění této práce.

V neposlední řadě děkuji celé své rodině za bezvýhradnou podporu v průběhu celého dosavadního studia.

Abstrakt

Práce je zaměřena na vyšetření chování nýtového spoje využívajícího kompozitové komponenty a trhací nýt. V práci je popsán návrh a implementace vlastního materiálového modelu do komerčního softwaru Abaqus. Nejdůležitějšími znaky tohoto modelu jsou simulace nelineárního chování kompozitů ve smyku, uvažování statistiky vstupních dat, využívání Puckova kritéria s korekcemi i bez, zjednodušený model simulace delaminace a simulace postupného porušování. Vstupní statistická data pro materiálový model byla získána pomocí identifikace materiálových vlastností z vyrobených kompozitových desek a validována pomocí výpočtových modelů. Při volbě experimentů pro identifikaci materiálových vlastností bylo postupováno dle požadavků pro kvalifikaci materiálu pro letecký průmysl. Validovaná data byla využita pro výpočtové modely simulující chování a porušování jednostřížného spoje kompozitních komponent spojených jedním i více trhacími nýty. Pro každý typ spoje jsou prezentovány dva typy výpočtového modelu. První se zaměřuje na detailní simulaci všech částí spoje a jejich chování v průběhu zatěžování. Druhý zjednodušený výpočtový model je zaměřen na maximální zjednodušení při zachování reálné simulace chování spoje za účelem využití ve velkých a komplexních simulacích s velkým počtem zmíněných spojů. Mimo jiné je v práci prezentováno i vyšetření významných faktorů ovlivňujících chování zmíněného spoje mezi něž patří součinitel smykového tření mezi jednotlivými částmi spoje, předpětí nýtu a vliv tolerance mezi dírou a nýtem na tuhost a únosnost spoje.

Abstract

The work is focused on a behaviour investigation of a riveted joint using composite components and a blind rivet. The work describes a design and an implementation of a material model into the commercially used software Abaqus. The most important model characteristics are the simulation of the non-linear shear composite behaviour, using of the input data statistics, using of the 3D Puck failure criterion with or without corrections, the simplified approach for the delamination simulation, and the progressive failure simulation. Statistically based input data were obtained by a material identification of manufactured composite plates. Furthermore, the data were validated by numerical simulations. The experiment selection used for the material identification was based on requirements for the aerospace material qualification. The validated data were used for the computational models simulating the behaviour and the failure of the single-lap joint of composite components joined by one or more blind rivets. Two types of the computational models were presented for each type of the joint. One computational model is focused on the detail simulation of all joint parts and their interaction during the loading cycle. Another simplified computational model is focused on the reduction of needed computational power with simultaneous preservation of the real joint behaviour. The intention is using of this model in complex computational models with extensive number of aforementioned joints. Furthermore, determination of crucial factors influencing the joint behaviour is presented. The most important were identified as the friction coefficient of the composite components, the blind rivet clamping force, and the clearance effect.

Obsah

Úvod	1
1 Současný stav problematiky	4
1.1 Lepené spoje	4
1.2 Spoje využívající pomocných spojovacích elementů	6
1.3 Kritéria porušení	12
1.4 Postupné porušování	14
1.5 Statistický přístup k materiálovým vlastnostem	14
1.6 Shrnutí poznatků a jejich využití v disertační práci	15
2 Chování a porušování kompozitních materiálů	17
2.1 Konstitutivní vztah	17
2.2 Kritéria porušení pro kompozitní materiály	19
2.2.1 Kritérium maximálního napětí	20
2.2.2 Hillovo kritérium	20
2.2.3 Puckovo kritérium	21
2.3 Simulace postupného porušování kompozitních materiálů	21

3	Puckovo kritérium	23
3.1	Základní úvahy	23
3.2	Mezivláknové porušení (<i>IFF – Inter-Fibre Failure</i>)	26
3.2.1	Napětí v lomové rovině	26
3.2.2	Lomový odpor roviny působení napětí	27
3.2.3	Podmínky porušení	29
3.3	Porušení vláken (<i>FF – Fibre Failure</i>)	33
3.3.1	Mód porušení	33
3.3.2	Podmínky porušení	35
3.4	Vlivy na mezivláknové porušení za hranicí platnosti Mohrovy hypotézy . .	37
3.4.1	Korekce vlivu napětí ve směru vláken na mezivláknové porušení . .	37
3.4.2	Korekce vlivu napětí na nelomových rovinách	40
4	Teoretický základ statistického vyhodnocení materiálových parametrů	44
4.1	Test Maximálních normovaných residuí (MNR test)	45
4.2	K-vzorkový Anderson-Darlingův test	45
4.3	Anderson-Darlingův <i>goodness-of-fit</i> test	49
4.3.1	<i>Goodness-of-fit</i> test pro dvouparametrické Weibullovo rozdělení	49
4.3.2	<i>Goodness-of-fit</i> test pro Normální rozdělení	50
4.3.3	<i>Goodness-of-fit</i> test pro Logaritmicky normální rozdělení	51
4.4	Jednofaktorová analýza rozptylu (<i>one-way ANOVA</i>)	52
4.4.1	Výpočet A- nebo B-báze	52
4.4.2	Levenův test shodnosti rozptylů	54
4.4.3	F-test	54
4.5	Faktor variability materiálu (<i>Material variability factor</i>)	54

5	Identifikace materiálových vlastností a simulace chování kompozitních materiálů	56
5.1	Materiálový model pro simulaci postupného porušování	59
5.1.1	Implementace statistiky vstupních materiálových vlastností do materiálového modelu	59
5.1.2	Degradace matice tuhosti při mezivláknovém porušení	60
5.1.3	Degradace matice tuhosti při porušení vláken	62
5.1.4	Delaminace	62
5.2	Výroba kompozitu	65
5.3	Identifikace materiálových vlastností	68
5.3.1	Zkušební vzorky	68
5.3.2	Experimenty a vyhodnocení	69
5.3.3	Validace a optimalizace materiálových vlastností pro výpočtové modely	76
5.4	Vyšetření tuhosti a pevnosti laminátu	80
5.4.1	Experimenty se vzorky laminátu	80
5.4.2	Numerická simulace chování laminátu	81
5.5	Shrnutí kapitoly	86
6	Vyšetření chování jednosřizných nýtových spojů s kompozitovými komponentami	87
6.1	Součinitel smykového tření mezi kompozitovými komponentami	87
6.2	Předpětí nýtu	89
6.3	Míra plastických deformací způsobených nýtovacím procesem	93
6.4	Vliv tolerance mezi dírou a nýtem na tuhost a únosnost jednostřížného spoje s jedním nýtem	94
6.4.1	Příprava vzorků a experimenty	94

6.4.2	Spoje s jedním nýtem o průměru $D = 4,8$ mm	96
6.4.3	Spoje s jedním nýtem o průměru $D = 6,4$ mm	100
6.5	Numerická simulace chování jednostřížného spoje s jedním nýtem	105
6.5.1	Výpočtový model s detailním nýtem	105
6.5.2	Výpočtový model se simulací nýtu pomocí 1D elementu	109
6.5.3	Vyhodnocení a validace výpočtových modelů	112
6.6	Spojení kompozitových komponent se třemi nýty	122
6.6.1	Příprava vzorků a experimenty	122
6.6.2	Numerická simulace jednostřížného spoje se třemi nýty	126
6.7	Shrnutí kapitoly	130
	Závěr	136
	Literatura	136
	Publikace autora	146
	Přílohy	
	A Statistické zpracování výsledků experimentů	a

Seznam obrázků

1.1	Typy lepených spojů [56].	5
1.2	Rozložení smykových napětí při použití lepidel s rozdílnou tuhostí [6].	6
1.3	Typy spojů: (a) jednostřížný spoj s přesahem, (b) jednostřížný spoj s lamelou, (c) dvoustřížný spoj s přesahem, (d) dvoustřížný spoj s lamelou [63].	7
1.4	Typy porušení: (a) otláčení (<i>Bearing</i>), (b) přetržení (<i>Net-tension</i>), (c) vytržení (<i>Shear-out</i>), (d) rozevření (<i>Cleavage</i>), (e) kombinované (<i>Mixed</i>) [8].	8
1.5	Doporučené minimální rozestupy a vzdálenosti nýtů a kolíků od krajů vztahované na průměr D . Platí pro letecké lamináty $[0/\pm 45/90]_S$ [63].	8
1.6	Vývoj kontaktní plochy při toleranci díry 1% z průměru kolíku D . (a) počáteční kontaktní plocha, (b) kontaktní plocha v průběhu zatěžování, (c) kontaktní plocha na konci zatěžování, (d) experiment [52].	10
1.7	Vývoj kontaktní plochy při toleranci díry 3% z průměru kolíku D . (a) počáteční kontaktní plocha, (b) kontaktní plocha v průběhu zatěžování, (c) kontaktní plocha na konci zatěžování, (d) experiment [52].	10
1.8	Příklad tolerancí stanovených pomocí MKP analýzy za účelem optimalizace zatížení jednotlivých kolíků o průměru $D = 8$ mm [81].	11
2.1	Schematické znázornění jednosměrové laminy.	18
3.1	Delaminace způsobená mezivláknovým porušením vzniklým v důsledku příčných tlakových napětí [62].	24

3.2	Zatěžování laminy – popis pomocí cylindrického souřadnicového systému [61].	25
3.3	Značení napětí v lomové rovině [61].	26
3.4	Mezná plocha znázorněná v systému $(\sigma_n, \tau_{nt}, \tau_{n1})$ [61].	29
3.5	Příklad porušené oblasti, v níž došlo k vybočení vláken [61].	35
3.6	Tvar lomové křivky při uvažování rovinné napjatosti $\sigma_{11} - \sigma_{22}$ v případě zahrnutí vlivu napětí σ_{11} na mezivláknové porušení jakožto funkce parametrů s a m [40].	39
3.7	(a) Tvar lomové křivky při uvažování rovinné napjatosti $\sigma_{22} - \sigma_{33}$. Lomová křivka znázorněná bez uvažování korekčního faktoru η_{m+p} pomocí čárkované linky a při uvažování korekčního faktoru pomocí plné linky. (b)-(d) závislost indexu porušení na úhlu natočení roviny působení napětí při měnícím se poměru mezi napětími σ_{33} a σ_{22} . Vyšrafovaná oblast na obrázku (b) reprezentuje S_{ref} [15].	42
4.1	Vývojový diagram zobrazující výpočtovou proceduru pro určení A- nebo B-báze [57].	48
5.1	Schematický náčrt tzv. <i>Building block</i> přístupu [70].	57
5.2	Schematické znázornění souřadnicového systému laminy $O(1, 2, 3)$ a souřadnicového systému lomové roviny $O(x, y, z)$	60
5.3	Vývojový diagram pro výpočet postupného porušování.	64
5.4	Schematický náčrt výroby kompozitních materiálů pomocí technologie VAP [®]	65
5.5	Infiltrace pryskyřice do uhlíkové výztuže pomocí metody VAP [®] – paralelní výroba desek se složením vrstev $[0_s]$ a $[0^\circ/90^\circ/+45^\circ/-45^\circ]_s$	66
5.6	Hotová kompozitová deska.	66
5.7	Příklad řezu uhlíkovou deskou se složením vrstev $[0^\circ/90^\circ/+45^\circ/-45^\circ]_s$	67
5.8	Příklad sady tahových vzorků (vlevo) a tlakových vzorků (vpravo). Tahové vzorky s orientací vláken 0° jsou vyobrazeny před nalepením příložek.	68

5.9	Příklad upevnění do čelistí tahových vzorků (vlevo) a tlakových vzorků (vpravo).	70
5.10	Závislosti nominálního napětí na deformaci tahových vzorků s orientací vláken 0° .	71
5.11	Závislosti nominálního napětí na deformaci tahových vzorků s orientací vláken 90° .	72
5.12	Závislosti nominálního napětí na deformaci tahových vzorků s orientací vláken 45° .	72
5.13	Závislosti nominálního napětí na deformaci tlakových vzorků s orientací vláken 0° .	73
5.14	Závislosti nominálního napětí na deformaci tlakových vzorků s orientací vláken 90° .	73
5.15	Okrajové podmínky výpočtového modelu simulujícího experimenty s tahovými vzorky.	77
5.16	Porovnání křivek závislosti síly na protažení měřené oblasti pro křivky získané pomocí experimentů a numerických simulací u vzorků s orientací vláken 0° .	77
5.17	Porovnání křivek závislosti síly na protažení měřené oblasti pro křivky získané pomocí experimentů a numerických simulací u vzorků s orientací vláken 90° .	78
5.18	Porovnání křivek závislosti síly na protažení měřené oblasti pro křivky získané pomocí experimentů a numerických simulací u vzorků s orientací vláken 45° .	78
5.19	Závislosti ekvivalentního napětí na deformaci vzorků laminátu.	81
5.20	Okrajové podmínky výpočtového modelu simulujícího chování laminátu.	82
5.21	Porovnání křivek závislosti zatěžovací síly na protažení měřené oblasti laminátu v případě numerických simulací a experimentů.	83

5.22	Vizualizace porušení obou vrstev s orientací 90° módem porušení vláken (graf na obrázku 5.21, okamžik II) – základní modrá barva značí žádné porušení, ostatní barvy označují porušení dle počtu integračních bodů, v nichž došlo k porušení (1-12).	84
5.23	Vizualizace porušení obou vrstev s orientací 0° módem porušení vláken (graf na obrázku 5.21, okamžik III) – základní modrá barva značí žádné porušení, ostatní barvy označují porušení dle počtu integračních bodů, v nichž došlo k porušení (1-12).	85
6.1	Znázornění experimentálního zařízení.	88
6.2	Detail povrchu třecích ploch.	88
6.3	Příklad sady uhlíkových mezikruží připravených ke snýtování nýtem o průměru $D = 4,8$ mm.	89
6.4	Příklad zkušební vzorku po snýtování (vlevo) a zkušební vzorek umístěný v přípravku v trhacím stroji (vpravo).	90
6.5	Závislost zatěžovacího momentu na úhlu natočení pro vzorky s nýtem o průměru $D = 4,8$ mm.	91
6.6	Závislost zatěžovacího momentu na úhlu natočení pro vzorky s nýtem o průměru $D = 6,4$ mm.	92
6.7	Řez simulace nýtovacího procesu pro nýt o průměru $D = 4,8$ mm se znázorněnými napětími za mezí kluzu (215 MPa).	93
6.8	Popis geometrie kompozitových komponent (vlevo) a příklad sady kompozitových komponent připravených k vytvoření zkušebních vzorků (vpravo).	95
6.9	Příklad zkušební vzorku s nýtem o průměru $D = 6,4$ mm a tolerancí díry a nýtu 2%.	95
6.10	Porušení vzorku s nýtem o průměru $D = 4,8$ mm vlivem porušení nýtu.	96
6.11	Porušení vzorku s nýtem o průměru $D = 4,8$ mm módem otláčení kompozitu.	97
6.12	Závislost síly na protažení vzorku s nýtem o průměru $D = 4,8$ mm a tolerancí díry a nýtu 0%.	97

6.13	Závislost síly na protažení vzorku s nýtem o průměru $D = 4,8$ mm a tolerancí díry a nýtu 1%	98
6.14	Závislost síly na protažení vzorku s nýtem o průměru $D = 4,8$ mm a tolerancí díry a nýtu 2%	98
6.15	Závislost síly na protažení vzorku s nýtem o průměru $D = 4,8$ mm a tolerancí díry a nýtu 3%	99
6.16	Porovnání křivek středních hodnot závislosti síly na protažení měřené oblasti vzorků s nýtem o průměru $D = 4,8$ mm.	100
6.17	Porušení vzorku s nýtem o průměru $D = 6,4$ mm módem otlačení kompozitu.	101
6.18	Závislost síly na protažení vzorku s nýtem o průměru $D = 6,4$ mm a tolerancí díry a nýtu 0%	102
6.19	Závislost síly na protažení vzorku s nýtem o průměru $D = 6,4$ mm a tolerancí díry a nýtu 1%	102
6.20	Závislost síly na protažení vzorku s nýtem o průměru $D = 6,4$ mm a tolerancí díry a nýtu 2%	103
6.21	Závislost síly na protažení vzorku s nýtem o průměru $D = 6,4$ mm a tolerancí díry a nýtu 3%	103
6.22	Porovnání křivek středních hodnot závislosti síly na protažení měřené oblasti vzorků s nýtem o průměru $D = 6,4$ mm.	104
6.23	Jednotlivé části výpočtového modelu s detailním nýtem.	106
6.24	Skutečná geometrie nýtu po snýtování pro nýt o průměru $D = 4,8$ mm (vlevo) a pro nýt o průměru $D = 6,4$ mm (vpravo).	107
6.25	Průběh simulace předpětí trhacího nýtu. Simulace nýtu před začátkem zatěžování (a), na konci prvního výpočtového kroku (b) a na konci druhého zatěžovacího kroku (c). Zobrazeny jsou posuvy ve směru osy z	108
6.26	Okrajové podmínky výpočtového modelu simulujícího chování jednostřížného spoje s jedním nýtem.	109

6.27	Znázornění připojení 1D elementu ke kompozitovým komponentám pomocí vazby typu <i>Multi point constraint</i> . Tato vazba je pro přehlednost znázorněna symbolicky.	111
6.28	Identifikovaná závislost tuhosti na prodloužení elementu pro případ výpočtového modelu s nýtem o průměru $D = 4,8$ mm.	111
6.29	Identifikovaná závislost tuhosti na prodloužení elementu pro případ výpočtového modelu s nýtem o průměru $D = 6,4$ mm.	112
6.30	Porovnání výsledků numerických simulací a experimentů pro jednostřížný spoj s nýtem o průměru $D = 4,8$ mm a tolerancí díry a nýtu 1%.	113
6.31	Porovnání výsledků numerických simulací a experimentů pro jednostřížný spoj s nýtem o průměru $D = 6,4$ mm a tolerancí díry a nýtu 1%.	113
6.32	Posuvy ve směru osy x [m] při protažení měřené oblasti vzorku o 0,8 mm v případě nýtu o průměru $D = 4,8$ mm.	115
6.33	Plastické deformace při protažení měřené oblasti vzorku o 0,8 mm v případě nýtu o průměru $D = 4,8$ mm.	115
6.34	Posuvy ve směru osy x [m] při protažení měřené oblasti vzorku o 0,8 mm v případě nýtu o průměru $D = 6,4$ mm.	116
6.35	Plastické deformace při protažení měřené oblasti vzorku o 0,8 mm v případě nýtu o průměru $D = 6,4$ mm.	116
6.36	Predikce porušení kritických vrstev kompozitních komponent u výpočtového modelu s nýtem o průměru $D = 4,8$ mm při protažení měřené oblasti vzorku o 0,8 mm. Základní modrá barva značí žádné porušení, ostatní barvy označují porušení dle počtu integračních bodů, v nichž došlo k porušení (1-12).	117
6.37	Predikce porušení kritických vrstev kompozitních komponent u výpočtového modelu s nýtem o průměru $D = 6,4$ mm při protažení měřené oblasti vzorku o 0,8 mm. Základní modrá barva značí žádné porušení, ostatní barvy označují porušení dle počtu integračních bodů, v nichž došlo k porušení (1-12).	118

6.38	Vizualizace chování výpočtového modelu (vlevo) a zkušební vzorku podrobeného experimentu (vpravo) při protažení měřené oblasti vzorku o 0,8 mm v případě nýtu o průměru $D = 4,8$ mm. U simulace jsou znázorněny posuvy ve směru osy x [m].	119
6.39	Vizualizace chování výpočtového modelu (vlevo) a zkušební vzorku podrobeného experimentu (vpravo) při protažení měřené oblasti vzorku o 0,8 mm v případě nýtu o průměru $D = 6,4$ mm. U simulace jsou znázorněny posuvy ve směru osy x [m].	120
6.40	Popis geometrie kompozitových komponent při uvažování třech nýtů.	123
6.41	Příklad sady kompozitových komponent připravených k vytvoření zkušebních vzorků.	123
6.42	Příklad zkušební vzorku s nýty o průměru $D = 6,4$ mm.	124
6.43	Závislost síly na protažení vzorků s nýty o průměru $D = 4,8$ mm.	125
6.44	Závislost síly na protažení vzorků s nýty o průměru $D = 6,4$ mm.	125
6.45	Okrajové podmínky výpočtového modelu simulujícího chování jednostřížného spoje se třemi nýty.	127
6.46	Porovnání výsledků numerických simulací a experimentů pro jednostřížný spoj se třemi nýty o průměru $D = 4,8$ mm.	127
6.47	Porovnání výsledků numerických simulací a experimentů pro jednostřížný spoj se třemi nýty o průměru $D = 6,4$ mm.	128

Seznam tabulek

3.1	Doporučené hodnoty sklonů mezní plochy [15].	32
5.1	Degradační parametry v případě mezivláknového porušení.	61
5.2	Degradační parametry v případě porušení vláken.	62
5.3	Degradační parametry v případě delaminace.	63
5.4	Objemový podíl vláken jednotlivých kompozitových desek.	69
5.5	Testovací matice	71
5.6	Naměřené hodnoty modulů pružnosti.	75
5.7	Naměřené hodnoty pevností.	75
5.8	Materiálové vlastnosti použité pro výpočtové modely.	79
5.9	Porovnání maximálních přenositelných sil.	82
6.1	Naměřené hodnoty momentů nutných k inicializaci pootočení zkušebních vzorků a výsledná svěrná síla trhacích nýtů.	91
6.2	Naměřené hodnoty maximálních přenositelných sil spoje s jedním nýtem o průměru $D = 4,8$ mm s tolerancemi mezi dírou a nýtem 0%, 1%, 2% a 3% a statistické zpracování naměřených hodnot.	99
6.3	Naměřené hodnoty maximálních přenositelných sil spoje s jedním nýtem o průměru $D = 6,4$ mm s tolerancemi mezi dírou a nýtem 0%, 1%, 2% a 3% a statistické zpracování naměřených hodnot.	104
6.4	Reakční síly vyšetřené pomocí experimentů a výpočtových modelů v okamžiku protažení měřené oblasti vzorku o 0,8 mm v případě vzorků s nýtem o průměru $D = 4,8$ mm.	121

6.5	Reakční síly vyšetřené pomocí experimentů a výpočtových modelů v okamžiku protažení měřené oblasti vzorku o 0,8 mm v případě vzorků s nýtem o průměru $D = 6,4$ mm.	121
6.6	Naměřené hodnoty maximálních přenositelných sil spojů se třemi nýty a statistické zpracování naměřených hodnot.	126
6.7	Reakční síly vyšetřené pomocí experimentů a výpočtových modelů v okamžiku protažení měřené oblasti vzorku o 0,5 mm v případě vzorků se třemi nýty o průměru $D = 4,8$ mm.	129
6.8	Reakční síly vyšetřené pomocí experimentů a výpočtových modelů v okamžiku protažení měřené oblasti vzorku o 0,8 mm v případě vzorků se třemi nýty o průměru $D = 6,4$ mm.	129
A.1	Vyhodnocení modulů pružnosti tahových vzorků s orientací vláken 0°	b
A.2	Vyhodnocení pevností tahových vzorků s orientací vláken 0°	c
A.3	Vyhodnocení modulů pružnosti tahových vzorků s orientací vláken 90°	d
A.4	Vyhodnocení pevností tahových vzorků s orientací vláken 90°	e
A.5	Vyhodnocení modulů pružnosti tahových vzorků s orientací vláken 45°	f
A.6	Vyhodnocení pevností tahových vzorků s orientací vláken 45°	g
A.7	Vyhodnocení modulů pružnosti tlakových vzorků s orientací vláken 0°	h
A.8	Vyhodnocení pevností tlakových vzorků s orientací vláken 0°	i
A.9	Vyhodnocení modulů pružnosti tlakových vzorků s orientací vláken 90°	j
A.10	Vyhodnocení pevností tlakových vzorků s orientací vláken 90°	k

Seznam zkratek a označení

A	- hodnota A-báze
AD	- Anderson-Darlingova testovací hodnota pro <i>Goodness-of-fit</i> test
ADC	- Kritická hodnota Anderson-Darlingova čísla pro K-vzorkový test
ADK	- Anderson-Darlingova testovací hodnota pro K-vzorkový test
$ANOVA$	- Analýza rozptylů (<i>Analysis of Variance</i>)
B	- hodnota B-báze
C	- tenzor tuhosti
CDM	- <i>continuum damage mechanics</i>
CV [-]	- kritická hodnota pro MNR test
CoV [-]	- Variační koeficient (<i>Coefficient of Variation</i>)
CoV_B [-]	- Variační koeficient tradičního výchozího kovového materiálu
d_{ij} [-]	- degradační parametr
D [m]	- průměr nýtu
DDSDDE	- označení matice tuhosti v subroutině UMAT
E [m]	- vzdálenost od středu nýtu ke spodní hraně zkušební vzorku
E_f [Pa]	- modul pružnosti vlákna v tahu
E_m [Pa]	- modul pružnosti matrice
E_1, E_2, E_3 [Pa]	- moduly pružnosti laminy ve směru 1, 2, 3
$E_{ }, E_{\perp}$ [Pa]	- moduly pružnosti laminy ve směru 1, 2 při značení v cylindrickém souřadnicovém systému

$E_{\parallel F}$ [Pa]	- modul pružnosti vláken ve směru vláken
F [-]	- testovací statistika F-testu
FF	- porušení vláken (<i>fibre failure</i>)
FI	- index porušení (<i>failure index</i>)
G_f [Pa]	- smykový modul vlákna
G_m [Pa]	- smykový modul matrice
G_{12}, G_{13}, G_{23} [Pa]	- smykové moduly kompozitu v příslušných napěťových rovinách
G_{12}^0, G_{13}^0 [Pa]	- počáteční smykové moduly kompozitu v příslušných napěťových rovinách
IFF	- mezivláknové porušení (<i>inter-fibre failure</i>)
k [-]	- označení skupiny
k_A, k_B [-]	- limitní toleranční faktory pro výpočet A- a B-báze pomocí statistického rozdělení
k_0, k_1 [-]	- limitní toleranční faktory pro výpočet A- a B-báze pomocí Jednofaktorové analýzy rozptylů
L [m]	- vzdálenost od středu nýtu k horní hraně zkušebního vzorku
$m_{\sigma F}$ [-]	- střední zvětšující faktor příčného napětí pro vlákna
MKP	- metoda konečných prvků
MNR	- test Maximálních normovaných reziduí
MPC	- <i>multi-point constraint</i>
MSB [-]	- meziskupinový průměrný čtverec
MSE [-]	- vnitřní průměrný čtverec
MVF [-]	- faktor variability materiálu (<i>Material variability factor</i>)
n [-]	- celkový počet dat v rámci skupiny
n_{12} [-]	- tvarový parametr
n' [-]	- efektivní velikost skupiny
OSL	- <i>Observed significance level</i>
$p_{\perp\parallel}^{(+)}, p_{\perp\parallel}^{(-)}$ [-]	- sklon mezní plochy
P [m]	- vzájemná vzdálenost nýtů

RBE2	- označení tuhého 1D elementu
R^A [Pa]	- lomový odpor roviny působení napětí
$R_{\parallel}^{(+)} (= X^t), R_{\parallel}^{(-)} (= X^c)$ [Pa]	- pevnost laminy ve směru vláken v tahu/tlaku
$R_{\parallel cor}$	- korigovaná pevnost laminy ve směru vláken v tahu/tlaku
$R_{\perp}^{(+)} (= Y^t), R_{\perp}^{(-)} (= Y^c)$	- pevnost laminy ve směru kolmo na vlákna v tahu/tlaku
$R_{\perp cor}^{+}, R_{\perp cor}^{-}$	- korigovaná pevnost laminy ve směru kolmo na vlákna v tahu/tlaku
$R_{\perp \parallel} (= S_{13})$ [Pa]	- příčně podélná smyková pevnost laminy
$R_{\perp \perp} (= S_{23})$ [Pa]	- příčně příčná smyková pevnost laminy
s	- směrodatná odchylka
s_i	- směrodatná odchylka i -té skupiny
s_L	- směrodatná odchylka z hodnot $\ln(x_{(i)})$
S_{12}, S_{13}, S_{23} [Pa]	- smykové pevnosti kompozitu v příslušných napěťových rovinách
t [m]	- tloušťka zkušební vzorku
\mathbf{T}_{ϵ}	- matice transformace deformací
\mathbf{T}_{σ}	- matice transformace napětí
W [m]	- šířka zkušební vzorku
\bar{x}	- střední hodnota
\bar{x}_i	- střední hodnota i -té skupiny
\bar{x}_L	- střední hodnota z hodnot $\ln(x_{(i)})$
X^c [Pa]	- pevnost laminy ve směru vláken v tlaku
X^t [Pa]	- pevnost laminy ve směru vláken v tahu
Y^c [Pa]	- pevnost laminy ve směru kolmo na vlákna v tlaku
Y^t [Pa]	- pevnost laminy ve směru kolmo na vlákna v tahu
UMAT	- označení subroutine pro konečnoprvkový software Abaqus
VAP [®]	- <i>Vakuum assisted process</i> – patentovaná technologie výroby kompozitních materiálů
WWFE	- <i>World Wide Failure Excercise</i> [29]
γ_{12}, γ_{13} [-]	- zkos v příslušné napěťové rovině

$\varepsilon_{IFF}(\theta)$ [-]	- index porušení pro mezivláknové porušení (<i>IFF</i>) jako funkce úhlu natočení roviny působení napětí
ε_{FF} [-]	- index porušení pro porušení vláken (<i>FF</i>)
ε_{ij} [-]	- složka deformace značená v kartézském souřadnicovém systému
η_{m+p}, η_{w1} [-]	- korekční faktory Puckova kritéria
θ [°]	- úhel natočení roviny působení napětí – úhel, který svírá zkoumaná rovina s rovinou 13
θ_{fp} [°]	- úhel natočení lomové roviny
$\nu_{12}, \nu_{13}, \nu_{23}$ [-]	- Poissonova čísla laminy
$\nu_{\perp\parallel}$ [-]	- Poissonovo číslo laminy značené v cylindrickém souřadnicovém systému
$\nu_{\perp\parallel f}$ [-]	- Poissonovo číslo vláken značené v cylindrickém souřadnicovém systému
σ_{ij} [Pa]	- složka napětí značená v kartézském souřadnicovém systému
$\sigma_{\parallel}, \sigma_{\perp}$ [Pa]	- normálová napětí značená v cylindrickém souřadnicovém systému
$\sigma_n, \tau_{nt}, \tau_{n1}$ [Pa]	- značení napětí, jež se vyskytují v rovině určené úhlem θ
τ_{12}^0, τ_{13}^0 [Pa]	- hodnota asymptoty smykového napětí
$\tau_{\perp\parallel}, \tau_{\perp\perp}$ [Pa]	- smyková napětí značená v cylindrickém souřadnicovém systému
(1, 2, 3)	- směry vláknových os kompozitu – směr vláken, směr příčný na vlákna ve vrstvě a směr příčný na vrstvu

Úvod

Použití kompozitních materiálů se stále více rozšiřuje a proto často dochází k nahrazování materiálů konvenčních. Důvodem k této náhradě jsou nejčastěji náklady, mezi které je nutné zahrnout jak náklady na vývoj či výrobu nového produktu, tak hlavně i náklady na provoz a údržbu, tzv. *life cycle cost*. Za tím vším jsou v pozadí nejčastěji skryty nízká hmotnost, vysoká tuhost a pevnost a vhodné únavové nebo lomové chování. Těchto vlastností lze dosáhnout při vhodném použití kompozitních materiálů.

V případě kompozitních materiálů se nejedná o úplně „novou technologii“, jak se často uvádí. Kompozitní materiál je totiž definován jako materiál složený z dvou a více mechanicky a chemicky rozdílných materiálů [9]. Do této definice spadají i tzv. přírodní kompozity, mezi které patří dřevo či stonky některých rostlin. Dále sem patří i lidmi vytvořené kompozitní materiály využívané ve stavebnictví ve formě bambusové či slaměné výztuže spojené hliněnou matricí a nebo i železobeton. Nicméně nejčastěji jsou pod pojmem kompozitní materiály chápány materiály složené z vláken (boronových, skelných, aramidových, uhlíkových, atd.) spojených matricí (epoxidovou, polyesterovou, atd.).

Historie rozvoje těchto „moderních“ kompozitních materiálů sahá do počátků 20. století, kdy byl v roce 1907 belgicko-americkým chemikem Leo Hendrikem Baekelandem objeven Bakelit [79]. Ten byl v počátcích plněn například drceným dřevem nebo rozmačkanými skořápkami mušlí, jež měly za úkol zvýšení pevnosti Bakelitu. Dále byla věnována pozornost výzkumu kompozitních materiálů okolo roku 1920, kdy bylo v Německu založeno několik institutů zabývajících se převážně textiliemi, jež měly najít uplatnění hlavně pro vojenské účely. Jedním z prvních záznamů o použití kompozitního materiálu v letectví je u vzducholodě Graf Zeppelin LZ 129, jež byla uvedena do služby roku 1928. Rozvoj kompozitních materiálů byl silně ovlivněn druhou světovou válkou, kdy nebyl na výzkum spojený s těmito materiály kladen důraz. Zmínky o kompozitních materiálech se nadále

vyskytují například u letounu Hughes H-4 Hercules, který poprvé vzlétl v roce 1947. K využívání kompozitních materiálů docházelo stále častěji ve všech odvětvích průmyslu, k čemuž i výrazně přispěl rozvoj výrobních metod na počátku padesátých let 20. století. Mezi nejvýznamnější a dodnes využívané patří pultruze, aplikace vakua pod plachetkou či navíjení [45].

Přestože se kompozitní materiály objevují v leteckém průmyslu jako takovém již delší dobu, u dopravních letadel se začínají dostávat do výraznějšího povědomí až s příchodem letounu Airbus A380. Kompozitní materiály byly u dopravních letadel využívány již od zavedení produktové řady Airbus A310 uvedené na trh na počátku 80. let 20. století. I přesto, že od zavedení této řady neustále počet použitých kompozitních komponent narůstal, je Airbus A380 považován za průlomový, neboť zde byl využit uhlíkový kompozitní materiál i na důležité strukturální díly, jako například u tzv. *central wing boxu*. Od tohoto okamžiku došlo v leteckém průmyslu k obrovskému rozvoji a nahrazování konvenčních materiálů kompozitními. Zatímco u zmíněného letounu Airbus A380, který absolvoval svůj první let v roce 2005, se zastoupení kompozitních materiálů pohybuje okolo 20% [78], u Boeingu 787 Dreamliner, zalétnutého v roce 2009, jsou kompozity zastoupeny z 50% [10]. Nejnovější letoun Airbus A350 XWB, zalétnutý v roce 2014, již při využití kompozitních materiálů dosáhl 53% [1]. Zbytek konstrukcí je tvořen převážně z aluminia, titanu a oceli. Nicméně i titan je v poslední době někdy u extrémně namáhaných dílů nahrazován uhlíkovým kompozitem, jako je tomu například u lopatek předního kompresoru plynové turbíny GE90, jež doposud drží rekord ve výkonu turbíny určené pro dopravní letouny [5].

Z výše uvedeného vyplývá, že kompozitní materiály se začaly objevovat před více než 100 lety, nicméně masivní rozvoj jejich použití je pozorovatelný až v průběhu posledních několika let. Důvodem je mimo jiné rozvoj počítačů a experimentálního zařízení, díky nimž je možné provádět složitější měření a analýzy kompozitních materiálů, které napomáhají více využít jejich vlastnosti. Díky tomu se v dnešní době běžně setkáváme s kompozitními materiály například u levného sportovního náčiní či u každého automobilu.

Zatímco vývoji samotných kompozitních částí bylo věnováno velké množství pozornosti, k jejich spojování s ostatními částmi (vyrobenými z kompozitních i konvenčních materiálů) jsou používány běžné techniky založené na zkušenostech ze spojování konvenčních materiálů. Ačkoliv je jejich aplikace úspěšná i v tomto případě, jejich chování a porušování je vzhledem k odlišnému charakteru chování kompozitů také odlišné. Právě správné po-

chopení chování a porušování těchto pokročilých spojů (navržených speciálně pro kompozitní materiály jak z hlediska spojovací techniky, tak z hlediska geometrie případných spojovacích elementů) by umožnilo optimalizaci nejen počtu, ale i geometrie spojovacího elementu, což by vedlo k uspořené hmotnosti a zvýšení bezpečnosti.

Cíle disertační práce

Pro vypracování disertační práce byly stanoveny následující cíle:

1. Vyšetřit materiálové parametry ze statistického hlediska.
2. Do vlastního materiálového modelu uvažujícího postupné porušování implementovat model uvažující rozptyl materiálových parametrů v rámci kompozitového dílu.
3. Vytvořit a validovat numerický model popisující chování nýtových spojů a tento model využít k vyšetření vlivu tolerancí mezi dírami a nýty na chování a únosnost spoje.
4. Navrhnout metodiku pro idealizaci lokálního (detailního) modelu nýtového spoje v modelu globálním.

Členění disertační práce

Disertační práce je členěna do šesti kapitol. Po krátkém úvodu je v první kapitole provedena rešerše současného stavu problematiky spojů kompozitních materiálů a simulace jejich porušování. Součástí je i popis současného stavu využívání statistického zpracování experimentálně vyšetřených dat. Druhá kapitola prezentuje obecné konstitutivní vztahy pro výpočet matice tuhosti laminy kompozitního materiálu i vztah pro popis nelineárního chování kompozitního materiálu ve smyku. Dále je zde uveden přehled základních kritérií porušení a základní model pro simulaci postupného porušování kompozitních materiálů. Třetí a čtvrtá kapitola je věnována důkladnému rozboru Puckova kritéria porušení včetně jeho korekcí a popisu statistického zpracování dat. Pátá a šestá kapitola se zabývá popisem vlastní práce autora v rámci disertační práce, přičemž kapitola pátá je zaměřena na popis identifikace materiálových vlastností a simulaci chování kompozitního materiálu. Kapitola šestá prezentuje vyšetření chování jednostřížných spojů s trhacím nýtem.

Kapitola 1

Současný stav problematiky

Spojení dílů z kompozitních a konvenčních materiálů je problematické z důvodu rozdílných materiálových vlastností a často bývá nejslabším místem konstrukce. Spoje lze obecně rozdělit do následujících kategorií [41]:

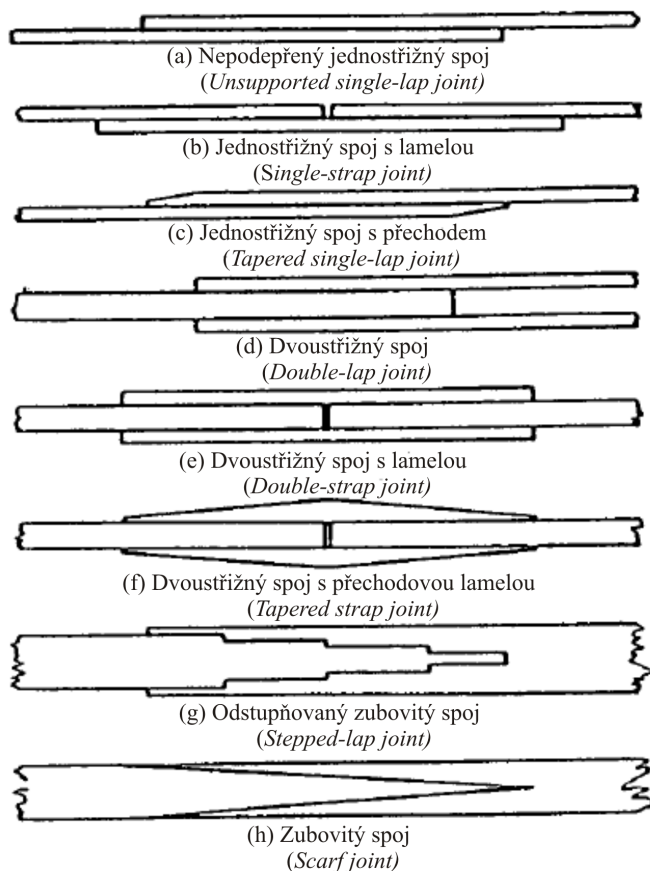
- lepené spoje,
- spoje využívající pomocných spojovacích elementů (šrouby, kolíky a nýty),
- spoje využívající tření (svěrné a nalisované spoje),
- spoje využívající tvarových zámků,
- spoje využívající kombinace výše uvedených principů,

přičemž lepené spoje a spoje využívající pomocných elementů jsou v praxi využívány nejčastěji, často jsou tyto techniky kombinovány [73].

1.1 Lepené spoje

Přednosti lepených spojů spočívají v nízké hmotnosti spoje, nízkých nákladech na výrobu a odolnosti vůči poškození. Vzhledem k velkému rozvoji v posledních letech se tyto spoje začaly využívat i v primárních konstrukcích. Na pevnost lepeného spoje má vliv mnoho faktorů jako například vlastnosti lepených ploch, geometrie lepeného spoje nebo vlastnosti

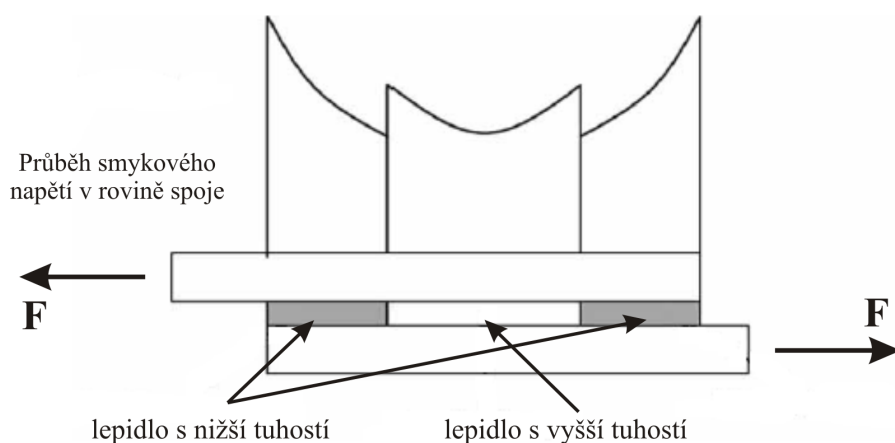
lepidla [6]. Vlastnosti lepených povrchů hrají velmi významnou roli v pevnosti spoje. U kompozitních materiálů je nutné se zbavit kromě mastnoty i případného separátoru či gelcoatu. Dále je ve většině případů nutné povrch zdrsnit. Z hlediska geometrie lze lepené spoje rozdělit na jednostřížný spoj, dvoustřížný spoj, dvoustřížný spoj s lamelou a zubovitý spoj (viz obrázek 1.1).



Obrázek 1.1: Typy lepených spojů [56].

Vzhledem k častému používání těchto spojů bylo již provedeno mnoho studií na toto téma. Rozborem jednotlivých spojů se zabývají práce [23] (jednostřížný spoj), [21] (dvoustřížný spoj) a [22] (zubovitý a odstupňovaný zubovitý spoj). Práce [13] a [14] shrnují doposud známé teorie sloužící k analytickému zhodnocení pevnosti jedno a dvoustřížného lepeného spoje. Práce též uvádějí problém tohoto typu spoje. Tím jsou u kompozitních materiálů překrývající se úseky. Jelikož se kompozitní materiály vyznačují nízkou pevností v normálovém směru na laminy, dochází při použití lepidla s vysokou pevností k porušení laminátu a ne lepidla. Účinným navrhovaným opatřením je použití dvou lepi-

del s rozdílnou tuhostí, kde na krajích je lepidlo s nižší tuhostí a uprostřed s vyšší tuhostí, čímž dojde k rovnoměrnějšímu rozložení napětí (viz obrázek 1.2). Rozsáhlá experimentální studie závislosti pevnosti lepeného spoje na jeho geometrii byla provedena v [49]. Porovnávány byly jednostřížné, dvoustrížné a zubovité spoje. U jednostřížných spojů se do tvaru křivky závislosti zatěžovací síly na posuvu projevuje tloušťka lepených součástí a se zvyšující tloušťkou se zvyšuje nelinearita, která je způsobena průhybem lepených částí vlivem excentrického zatěžování. U dvoustrížného spoje není tento jev vlivem symetrie pozorovatelný a zmíněná křivka je lineární. Stejně tak i u zubovitého spoje je křivka závislosti zatěžovací síly na posuvu přibližně lineární. U tohoto spoje má samozřejmě na pevnost velký vliv úhel zubu, který je závislý na použitém materiálu. Zatímco výše zmíněné práce se zabývají statickým zatěžováním spoje, práce [72] se zabývá návrhem i z hlediska únavy.

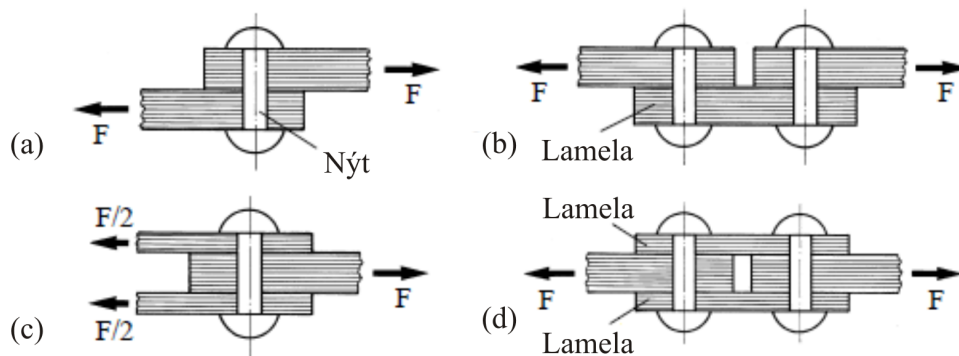


Obrázek 1.2: Rozložení smykových napětí při použití lepidel s rozdílnou tuhostí [6].

1.2 Spoje využívající pomocných spojovacích elementů

Zatímco problematika spojování kompozitních materiálů pomocí lepení je poměrně dobře prozkoumaná, v případě spojů využívajících pomocných elementů tomu tak není. Často jsou parametry spoje převzaté ze spojů konvenčních (izotropních) materiálů. Stejně tak

kapitola v [32] (v leteckém průmyslu hojně využívaná pro definování předpisů k posouzení konstrukcí) zabývající se spoji, se kompozitním materiálům věnuje jen okrajově. Podle počtu kontaktních ploch se spoje popisují jako jedno nebo dvoustřížné, s přesahem nebo s lamelou (viz obrázek 1.3).

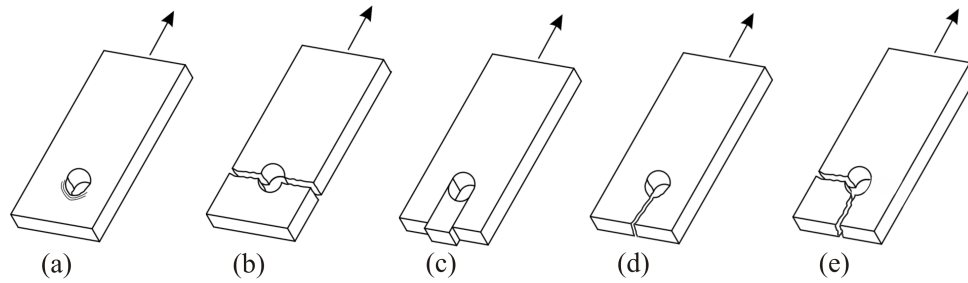


Obrázek 1.3: Typy spojů: (a) jednostřížný spoj s přesahem, (b) jednostřížný spoj s lamelou, (c) dvoustřížný spoj s přesahem, (d) dvoustřížný spoj s lamelou [63].

Přednosti spojů s pomocným elementem spočívají v rozebíratelnosti, cenové výhodnosti, okamžité možnosti spojení bez nutnosti fixace dílů a čekání na vytvrzení jako v případě lepených spojů a v neposlední řadě i v možnosti návrhu spoje tak, že nedojde ke skokovému zničení spoje (v extrémním případě je možné je dokonce používat k absorpci deformační energie jako v [25]). Nevýhodou těchto spojů je nutnost tvorby vrtaných děr snižujících pevnost dílů a zvýšení hmotnosti přidáním pomocného elementu.

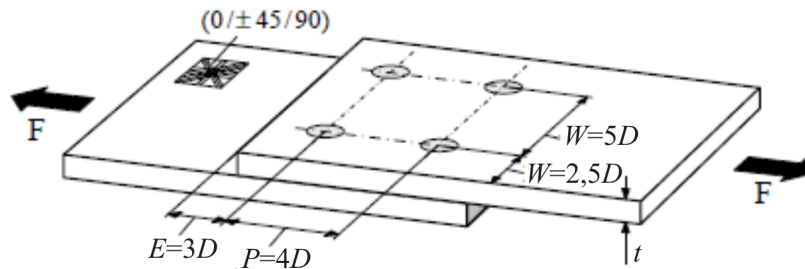
Vlivem rozdílnosti mechanických vlastností a mechanismů porušování mezi konvenčními a kompozitními materiály je nutné k návrhu spoje přistupovat rozdílným způsobem. Obecně lze typy porušení těchto spojů u kompozitních dílů rozdělit na otláčení (*Bearing*), přetržení (*Net-tension*), vytržení (*Shear-out*), rozevření (*Cleavage*) a kombinované (*Mixed*) (viz obrázek 1.4).

Při návrhu spoje je vhodné začít analytickými výpočty za účelem vhodného dimenzování spojovacího elementu. Tento proces je důkladně popsán v práci [63]. Kromě dimenzování pomocných elementů je zde popsán i analytický postup pro predikci porušení v jednotlivých typech porušení, které jsou podrobně analyzovány a jsou zde uvedena doporučení ke složení laminátu a geometrickým parametrům, aby bylo možné se danému typu porušení vyhnout. Po zhodnocení všech doporučení je učiněn závěr, že v oblasti pomocného elementu je nejvhodnější laminát se složením $[0/\pm 45/90]_S$ (často označován jako



Obrázek 1.4: Typy porušení: (a) otláčení (*Bearing*), (b) přetržení (*Net-tension*), (c) vytržení (*Shear-out*), (d) rozevření (*Cleavage*), (e) kombinované (*Mixed*) [8].

letecký laminát). Dále je vhodné dodržet geometrické parametry dle obrázku 1.5. Složení laminátu a geometrické parametry byly s podobnými závěry diskutovány i v pracích [8], [43] a [56]. V [63] jsou dále uvedena doporučení k výběru vhodných geometrických parametrů nýtu pro aplikaci v oblasti kompozitních materiálů a dále je upozorňováno i na nutnost vhodného výběru materiálu spojovacího elementu nejen z hlediska pevnosti, ale i z hlediska elektrochemické koroze. Výběr je nejdůležitější při spojování součástí z uhlíkového kompozitu, jež je vodivý a který je vystaven vnějším vlivům a do spoje se tedy může dostat elektrolyt například v podobě znečištěné vody. V daném případě je vhodné využívat spojovacích elementů vyrobených ze slitin titanu nebo ze slitin založených na niklu. Naopak velmi nevhodným materiálem je kadmium, které je někdy používáno jako ochranná vrstva u ocelí.

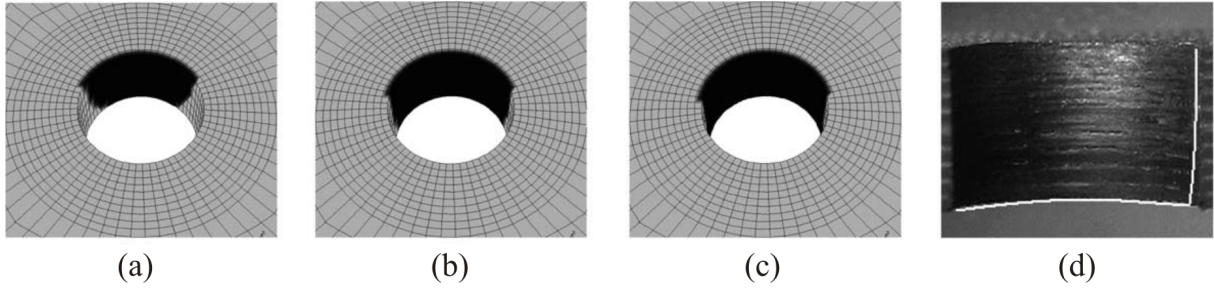


Obrázek 1.5: Doporučené minimální rozestupy a vzdálenosti nýtů a kolíků od krajů vztahované na průměr D . Platí pro letecké lamináty $[0/\pm 45/90]_S$ [63].

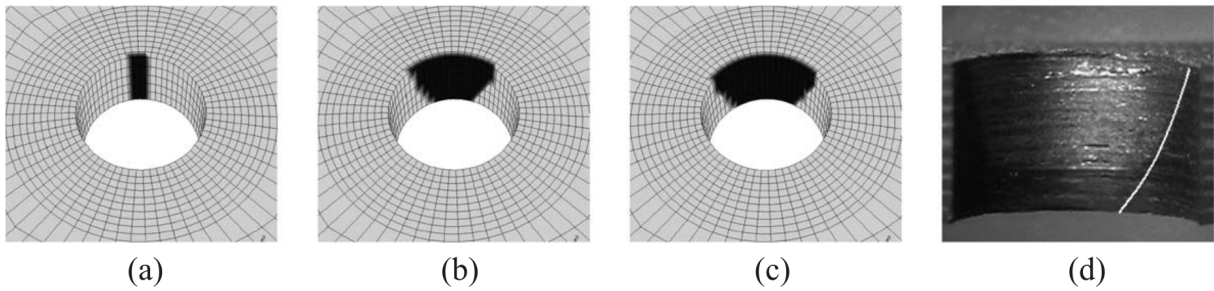
Analýzou napětí v okolí pomocného elementu se zabývalo množství prací v 80. a 90. letech minulého století. Se zvyšujícím se výkonem počítačů bylo možné začít provádět detailní 3D analýzy s uvažováním kontaktu mezi jednotlivými prvky, přičemž jedny z prvních byly pro-

vedeny v pracích [11, 34], kde je i pomocný element modelován pomocí objemových prvků s elastickými vlastnostmi. Samotná studie, jak pomocí metody konečných prvků simulovat pomocný element, byla provedena v [37], přičemž byly porovnávány 4 způsoby simulace: a) pomocí objemových prvků, b) pomocí 1D nosníkového prvku (BEAM) připojeného ke spojovaným dílům pomocí tzv. *MPC* (*multi-point constraint*) sestávajícího z nosníkových prvků, c) pomocí 1D nosníkového prvku (BEAM) připojeného ke spojovaným dílům pomocí *MPC* sestávajícího z nepoddajných prvků (RBE2), d) pomocí předpětí bez simulace pomocného elementu. Porovnáním s experimenty bylo zjištěno, že nejpřesnější je simulace pomocí objemových prvků. V případě, že je nutné simulovat větší konstrukci a napětí v blízkém okolí elementu nejsou předmětem zájmu, je vhodné využít simulace pomocí 1D nosníkového prvku v kombinaci *MPC* tvořeného RBE2 prvky. Práce [54, 52] je zaměřena na zjištění vlivu tolerance mezi kolíkem a dírou, jež byly voleny 0%, 1%, 2% a 3% z průměru kolíku D , přičemž tolerance 3% z průměru kolíku D je již mimo tolerance přípustné v leteckém průmyslu, které jsou dle [33] f7/H10. Výsledkem porovnání jednotlivých experimentů a simulací bylo zjištěno, že s rostoucí tolerancí klesá tuhost spoje a zároveň se snižuje kontaktní plocha (viz obrázek 1.6 a 1.7).

Práce [12] se zabývá vysokopevnostními nýty typu HI-LOCK, jež jsou často používány v leteckém průmyslu pro spojování částí primární konstrukce [32]. V daném případě byly používány varianty se zapuštěnou hlavou a předmětem zájmu byl vliv předpětí nýtu na výslednou pevnost spoje. Pomocí experimentální a numerické analýzy bylo prokázáno, že předpnutí má na pevnost spoje minimální vliv. Práce [31] se zabývá studií vlivu hustoty sítě při simulaci nýtového spoje s klasickou hlavou, přičemž v normálovém směru na laminy byl počet prvků měněn od 3 do 6 prvků. Porovnáním s experimenty bylo zjištěno, že nejlepší shodu vykazují modely se 4 a 5 elementy. Zároveň bylo zjištěno, že vyšší počet prvků (8-10) nemá vliv na zvýšení přesnosti simulace a jen dochází ke zvýšení výpočtové náročnosti.



Obrázek 1.6: Vývoj kontaktní plochy při toleranci díry 1% z průměru kolíku D . (a) počáteční kontaktní plocha, (b) kontaktní plocha v průběhu zatěžování, (c) kontaktní plocha na konci zatěžování, (d) experiment [52].



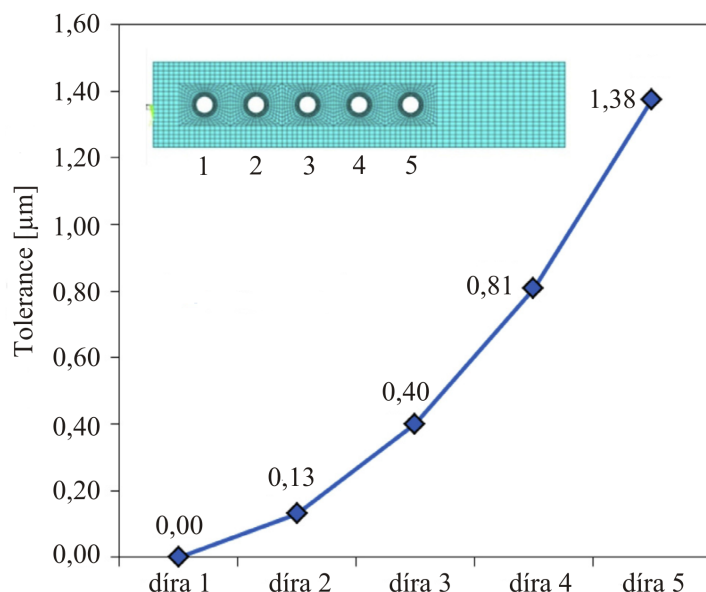
Obrázek 1.7: Vývoj kontaktní plochy při toleranci díry 3% z průměru kolíku D . (a) počáteční kontaktní plocha, (b) kontaktní plocha v průběhu zatěžování, (c) kontaktní plocha na konci zatěžování, (d) experiment [52].

Je-li nutné, aby měl spoj vyšší pevnost, je jednou z možností použít řadu pomocných elementů. V daném případě je rozložení sil v jednotlivých elementech nerovnoměrné. K výpočtu radiálních sil je možné použít lineární metodu uvedenou v [32]. Tato metoda je založená na rovnováze sil mezi spojovanými díly a pomocnými elementy a na shodnosti posuvů ve spojovaných dílech a spojovacích elementech. Metoda je použitelná pro jedno i dvoustržné spoje s přesahem i lamelou. Taktéž je možné zahrnout vliv změny tloušťky mezi jednotlivými elementy. Metoda však nepostihuje vliv tolerance mezi dírou a elementem, který je u kompozitních materiálů nezanedbatelný.

Jednostřiznými víceřadými spoji se zabývají publikace [47], [53] a [66]. U těchto spojů dochází vlivem nesymetrie k ohybu celého spoje, čímž dochází k nerovnoměrnému rozložení napětí po tloušťce kompozitu. Experimenty byly prováděny na spoji se třemi kolíky. Tolerance mezi kolíkem a dírou byly též voleny 0%, 1%, 2% a 3% z průměru kolíku D jako v případě [54, 52]. U experimentů byla věnována velká pozornost zatížení jednotlivých

kolíků, které bylo měřeno pomocí tenzometrů zasazených v kolících. Porovnávání s numerickými simulacemi probíhalo z hlediska velikosti a tvaru kontaktní plochy. Bylo zjištěno, že vnější kolíky nesou o něco větší zatížení, než prostřední. Nicméně i drobnou odchylkou v toleranci krajní díry může dojít k tomu, že prostřední kolík nese od začátku podstatně větší zatížení, než se kterým bylo původně počítáno. Může tak docházet k neočekávaným porušením.

Stejně tolerance byly voleny i v práci [48], kde je zkoumán vliv velikosti díry na pevnost dvoustržného spoje se třemi kolíky. Stejným typem spoje, jen s pěti kolíky v řadě, se zabývá práce [81]. Zatímco v [48] byla vždy měněna jen jedna tolerance mezi dírou a kolíkem, práce [81] využila MKP analýzy ke stanovení rozdílných tolerancí (viz obrázek 1.8), aby byly jednotlivé kolíky zatíženy rovnoměrně. Touto metodou bylo možné zvýšit pevnost spoje v závislosti na tloušťce kompozitu o 13,1-21,8%.



Obrázek 1.8: Příklad tolerancí stanovených pomocí MKP analýzy za účelem optimalizace zatížení jednotlivých kolíků o průměru $D = 8$ mm [81].

Samotnou studií, jak vytvářet díry pro elementy, aby nedošlo k nadměrnému vytrhávání vláken, se zabývá [59]. Porovnávány byly tři nástroje – karbidový vrták s ostrou špičkou, vrták s osmi břity a diamantovým povrchem, a fréza s jemnými diamantovými zuby. Otáčky jednotlivých nástrojů byly voleny dle doporučení výrobce. Nejlepšího výsledku bylo dosaženo pomocí frézy s jemnými diamantovými zuby, kde v důsledku vysokých otáček dochází spíše k broušení materiálu a nedochází tak k vytrhávání vláken.

1.3 Kritéria porušení

Při návrhu každé konstrukce je nutné kontrolovat, zda nedojde k jejímu porušení v důsledku překročení příslušných pevností. V případě homogenních izotropních materiálů je k tomuto účelu využíváno například podmínky maximálních smykových napětí (Guestova) nebo hypotézy HMM (též známá jako von Misesova), která je založena na bilanci hustoty deformační energie na změnu tvaru [20]. U heterogenních anizotropních materiálů je predikce porušení složitější, neboť je závislé jak na typu zatěžování, tak na vnitřní stavbě materiálu. Vzhledem k heterogenitě materiálu je nutné rozlišovat mezi mikromechanickými a makromechanickými kritérii. Zatímco mikromechanická kritéria jsou zaměřena na mikrostrukuru a rozlišují mezi vlákny a maticí, makromechanická kritéria nahlíží na laminu jako homogenizovaný celek. V současnosti jsou převážně používána kritéria makromechanická.

Mezi nejjednodušší a také nejstarší makromechanická kritéria, která vznikla na základě modelů pro homogenní izotropní materiály, jsou kritéria maximálních napětí a maximálních deformací. Hillovo kritérium porušení vychází z von Misesovy podmínky pro izotropní materiály a bylo prezentováno již v roce 1950. U tohoto kritéria je uvažována stejná pevnost materiálu v tahu i v tlaku. Tsai-Hillovo kritérium pevnosti je zjednodušením Hillova kritéria pro jednosměrové kompozity. Hoffmanovo kritérium je naproti tomu zobecnění Hillova kritéria tak, aby byla uvažována rozdílná pevnost materiálu v tahu a tlaku. Kritérium Tsai-Wu je prvním pokusem o vyvinutí obecné teorie porušení anizotropních materiálů [46]. V roce 1973 bylo představeno kritérium Hashin, které jako první spadalo do kategorie tzv. *Direct mode* kritérií, která jsou založena na tvrzení, že pro porušení v podélném a příčném směru musí být použity dvě na sobě nezávislé podmínky. V roce 1980 bylo toto kritérium modifikováno a následně bylo rozšířeno, aby bylo možné uvažovat i únavu materiálu [24]. Varianta uvažující prostorovou napjatost obsahuje 2 módy porušení, jeden pro porušení vláken a druhý pro mezivláknové porušení. Na stejných předpokladech je založeno i kritérium Puck, které bylo původně vyvinuto pro případ rovinné napjatosti a následně rozšířeno pro napjatost prostorovou [61]. Dalším významným kritériem, spadajícím do *Direct mode* kategorie, je kritérium LaRC (*Laminated and Reinforced Composites*), které bylo poprvé představeno v roce 2002 a označováno LaRC. Následovaly verze LaRC03 a LaRC04. Poslední zmiňovaná verze obsahuje 6 módů porušení.

Vzhledem k velkému počtu kritérií, jejichž schopnost predikce porušení je velmi rozdílná, bylo provedeno první porovnání vybraných kritérií v rámci tzv. *World Wide Failure Exercise* (WWFE I). V rámci tohoto porovnání bylo testováno 19 kritérií, jejichž přehled je uveden v [28] a [35]. Mezi známější zúčastněná kritéria patřilo například kritérium Puck [61] nebo Tsai-Wu. Naopak kritérium Hashin se tohoto porovnání nezúčastnilo, neboť to jeho autor odmítl [26]. Kritéria byla testována za pomoci 14 typů experimentů, přičemž se jednalo o jedno a dvouosé zkoušky. Tomuto zatížení byly podrobeny lamináty s různou skladbou lamin, přičemž se jednalo o tenké lamináty, takže bylo uvažováno s rovinnou napjatostí [29]. V případě jednoosých zkoušek byly výsledkem hodnoty sil nutných k porušení materiálů. V případě dvouosých zkoušek byly výsledkem body v napěťových rovinách, do nichž byly vepsány mezní křivky vycházející z kritérií. Za účelem zachování objektivit bylo vyhodnocení prováděno samotnými autory bez předešlé znalosti experimentálních výsledků. Úkolem bylo porovnání jednotlivých kritérií a stanovení silných a slabých stránek. Na základě vyhodnocení testovacích případů bylo modifikováno 50% zúčastněných kritérií, některá poprvé za předešlých 40 let [26]. Vyhodnocení bylo provedeno v [65], nicméně konkrétní závěr nebyl stanoven, neboť ani jedno kritérium nebylo schopno uspokojivě predikovat porušení ve všech testovaných případech. Jako nejúspěšnější byla stanovena kritéria Puck (dále využíváno v této práci), dále Tsai-Wu, Zinoviev, Cunze a Bogetti. V rámci WWFE I nebyla zahrnuta například 3D kritéria, nebyla uvažováno delaminace a její postupné šíření či ztráta stability tenkých struktur, atd. (kompletní výčet je uveden v [65] nebo [26]). Vzhledem k těmto omezením WWFE I bylo zorganizováno WWFE II a WWFE III. WWFE II bylo zaměřeno na schopnost kritérií predikovat porušení při tříosém zatěžování. Tohoto porovnání se zúčastnilo 19 kritérií, přičemž 10 z nich se zúčastnilo již předešlého WWFE I. Testování proběhlo na 12 různých typech zatížení, kterému bylo podrobeno 5 různých typů laminátů [27]. V rámci WWFE III jsou porovnávány teorie poškození, lomu a mechaniky kontinua vztahující se ke kompozitním materiálům [26].

Kritérium LaRC04 se žádného WWFE nezúčastnilo, nicméně bylo jeho autory v [60] porovnáno s kritérii Puck, Hashin a Sun a zároveň s experimentálními výsledky získanými v rámci WWFE I. Při porovnání mezních křivek v napěťových rovinách σ_{11} - σ_{22} a σ_{11} - σ_{12} je kritérium LaRC04 velmi podobné kritériu Puck.

1.4 Postupné porušování

Většina kritérií porušení se zabývá prvním porušením, nikoliv však jeho šířením. K simulaci tohoto jevu je při využívání metody konečných prvků (MKP) možné přistupovat různými způsoby. Jeden z prvních přístupů byl navržen v práci [51] a prezentován v roce 1995. Model je založen na mechanice poškozování kontinua (*continuum damage mechanics – CDM*) a je zaměřen na jednosměrové ortotropní polymerní laminátové kompozity. Tento model uvažuje rovinnou napjatost a postupné porušení simuluje pomocí degradace matice tuhosti. K tomuto účelu jsou zavedeny tři tzv. degradační parametry, jimiž jsou násobeny jednotlivé materiálové vlastnosti, z nichž je následně dopočtena matice tuhosti. Pro predikci porušení je v tomto modelu využíváno Hashinova kritéria. Tento model byl v práci [64] rozšířen a aplikován na simulaci postupného porušování tkaninových kompozitů. Model navržený v [51] byl rozšířen pro uvažování prostorové napjatosti v práci [18]. Na Puckově kritériu a degradaci materiálových parametrů je založen model navržený v práci [15], který uvažuje prostorovou napjatost. Degradační parametry jsou rozdílné v závislosti na tom, zda došlo k porušení v tahu nebo tlaku a zároveň při mezivláknovém porušení jsou funkcí sklonu lomové roviny. Postupným porušováním kompozitních materiálů se zabývají i práce [82] a [42]. Na rozdíl od výše zmíněných prací jsou zde však degradovány jednotlivé prvky matice tuhosti násobením degradačními maticemi. Jelikož většina komerčních softwarů neumožňuje simulaci postupného porušování kompozitních materiálů, je nutné výše zmíněné modely postupného porušování do MKP softwarů implementovat. Práce [42] se zabývá implementací do softwaru MSC.Marc/Mentat, implementací do softwaru LS-Dyna se zabývá práce [64] a velké množství prací ([15], [39], [38], [36]) se zabývá implementací do softwaru Abaqus.

1.5 Statistický přístup k materiálovým vlastnostem

Vzhledem k tomu, že kompozitní materiály mohou obsahovat mnoho nedokonalostí z výroby v podobě vzduchových bublin, nedokonalého prosycení vláken, příměsí a případného poškození se materiálové vlastnosti liší jak v rámci jednoho zkušebního vzorku, tak vzorek od vzorku. Z tohoto důvodu je k vyhodnocení experimentů vhodné použít statistických metod a naměřené hodnoty aproximovat vhodným rozdělením. Doporučení pro letecký

průmysl [57] uvádějí, že materiálové vlastnosti kompozitu (moduly pružnosti a pevnosti) lze nejlépe aproximovat Normálním rozdělením, Logaritmicky normálním rozdělením nebo Weibullovo rozdělením. K posouzení vhodnosti rozdělení je využíván tzv. *Goodness-of-fit* test. Těchto testů existuje celá řada, nicméně [57] doporučuje pro kompozitní materiály využití Anderson-Darlingova testu. Aproximací naměřených Youngových modulů pružnosti a pevností pomocí normálního rozdělení se zabývá práce [50]. Tento přístup byl implementován do MKP softwaru MSC.Patran/Nastran a byl využit k simulaci únavy materiálu. Každému elementu výpočtové sítě jsou zde náhodně generovány materiálové parametry tak, aby odpovídaly zmíněnému rozdělení. Zároveň je zde upozorňováno na fakt, že při přiřazování pevností materiálu je nutné přistupovat rozdílně, než v případě modulů pružnosti, neboť při měření pevností je vždy změřena minimální pevnost vzorku. Proto je zde navržen dvouúrovňový přístup, kdy je nejprve náhodně vygenerována minimální pevnost pro daný výpočet a ta je přiřazena náhodnému elementu. Na základě této hodnoty jsou vygenerovány pevnosti ostatních elementů. Popisem pevnosti pomocí Weibullova rozdělení [76] se zabývají práce [17], [7] a [75]. Práce [17] se zabývá odhadem parametrů při aproximaci pevnosti jednosměrových uhlíkových vzorků pomocí dvouparametrického Weibullova rozdělení. K tomuto účelu je využívána metoda lineární regrese. V práci [7] je dvouparametrickým Weibullovo rozdělením aproximována ohybová pevnost uhlíkového laminátu se složením $[0/90]_{2S}$ a pro odhad parametrů je využíváno metody maximální věrohodnosti. Stejnou metodu využívá [75], nicméně zde je pomocí Weibullova rozdělení aproximována pevnost bambusového vlákna.

Zatímco ve výpočtech se statistické zpracování materiálových vlastností objevuje spíše sporadicky, v případě kvalifikace materiálů pro letecký průmysl je statistické zpracování materiálových vlastností povinností již po dlouhá léta [19], [71]. Zde je nejčastěji doporučováno provádět statistické zpracování dle [57], popřípadě nověji dle [68].

1.6 Shrnutí poznatků a jejich využití v disertační práci

Spojování jednotlivých komponent do větších sestav je nevyhnutelnou součástí inženýrské praxe. Chování lepených spojů je již poměrně dobře prozkoumáno a tyto spoje jsou hojně využívány. Stejně tak je velké množství prací zaměřeno na spoje využívající pomocného

elementu jako je šroub nebo vysokopevnostní nýt, neboť jsou často využívány v případě potřeby vytvoření vysokopevnostního spoje. Na rozdíl od šroubů a vysokopevnostních nýtů jsou trhací nýty využívány v případě méně namáhaných spojů, popřípadě na vytvoření velmi dlouhých spojů. Celkový počet využitých trhacích nýtů na celé struktuře se tak může pohybovat v řádech tisíců. Z tohoto důvodu je u těchto nýtů velký potenciál v úspoře hmotnosti i v nákladech na jednotlivé nýty.

Chování kompozitních komponent při různých typech zatěžování je velmi komplexní. Materiál vykazuje nelineární chování v průběhu celého zatěžování. Mimo to je velmi obtížné predikovat okamžik prvního porušení. Za tímto účelem vzniklo v minulosti velké množství kritérií porušení. Jejich porovnáním v rámci WWFE bylo zjištěno, že ani jedno kritérium nebylo schopno predikovat porušení ve všech testovaných případech. Nicméně jako jedno z nejúspěšnějších bylo stanoveno kritérium Puck, jež bylo v průběhu let doplněno o různé korekce tak, aby postihovalo například i vliv napětí ve směru vláken na mezivláknové porušení nebo vliv napětí na nelomových rovinách. Z těchto důvodů bylo toto kritérium vybráno pro tuto práci.

Predikce prvního porušení je u kompozitních materiálů velmi náročná, nicméně vzhledem k povaze chování těchto materiálů většinou první porušení neznamená úplné selhání struktury. Proto je velmi vhodné simulovat i postupné porušování. Za tímto účelem vzniklo v minulosti velké množství materiálových modelů, které více či méně úspěšně predikují postupné porušování. Součástí těchto modelů je často velké množství empiricky získaných koeficientů. Jedním z cílů práce bylo tedy navrhnout a implementovat do komerčního softwaru vlastní materiálový model postupného porušování obsahující pouze snadno nastavitelné koeficienty. Zároveň by měl být tento model založen na zmíněném kritériu Puck.

Nedílnou součástí kompozitních materiálů je i proces jejich výroby. Materiálové vlastnosti výsledného kompozitního materiálu jsou tímto procesem silně ovlivněny. Přestože je složení kompozitního materiálu shodné, výsledné materiálové vlastnosti se mohou lišit. Tento fakt je velmi dobře znám v leteckém průmyslu, a proto se zde využívají pouze statisticky spolehlivá data. U simulací se tomu tak velmi často neděje, neboť komerční softwary neumožňují zavedení směrodatné odchylky do vstupních dat. Jelikož byl jedním z cílů práce návrh vlastního materiálového modelu, byla do něj implementována možnost zavedení směrodatné odchylky vstupních dat, aby bylo možné využít všech experimentálně vyšetřených dat a simulace tak byly založeny na statisticky spolehlivých vstupech.

Kapitola 2

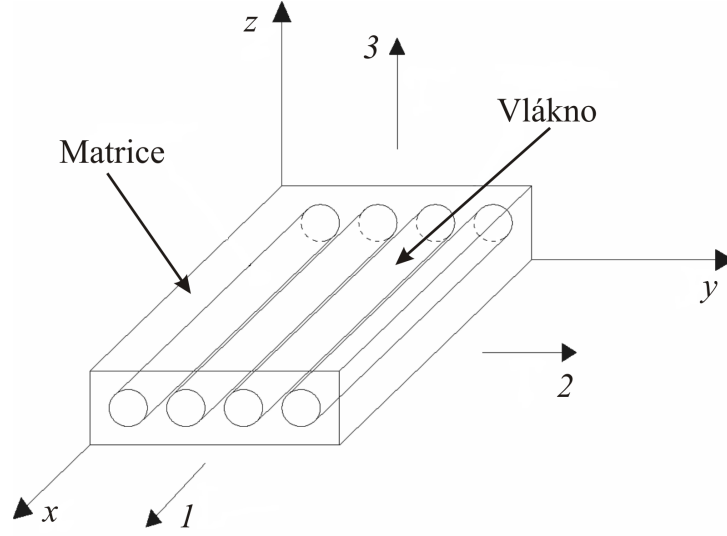
Chování a porušování kompozitních materiálů

2.1 Konstitutivní vztah

Při simulování chování kompozitních materiálů je uvažován ortotropní nebo kvazi-izotropní materiálový model. Uvažujeme-li jednosměrovou laminu kompozitního materiálu v souřadnicovém systému $O(1, 2, 3)$ (viz obrázek 2.1), kde 1 značí směr vláken (*longitudinal*), 2 směr kolmo na vlákna v rovině laminy (*transversal*) a 3 značí směr kolmo rovinu 12 , konstitutivní vztah je potom možné vyjádřit pomocí rovnice (2.1) [46]:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{12} \end{bmatrix}, \quad (2.1)$$

kde σ_{ij} ($i, j = 1, 2, 3$) značí normálová a smyková napětí a ε_{ij} ($i, j = 1, 2, 3$) značí normálové a smykové deformace. Jednotlivé prvky symetrické matice tuhosti \mathbf{C} lze vyjádřit následovně:



Obrázek 2.1: Schematické znázornění jednosměrové laminy.

$$C_{11} = \frac{E_1(1 - \nu_{23}\nu_{32})}{H}, \quad C_{22} = \frac{E_2(1 - \nu_{31}\nu_{13})}{H}, \quad C_{33} = \frac{E_3(1 - \nu_{21}\nu_{12})}{H}, \quad (2.2)$$

$$C_{12} = \frac{E_1(\nu_{21} + \nu_{23}\nu_{31})}{H}, \quad C_{13} = \frac{E_1(\nu_{31} + \nu_{32}\nu_{21})}{H}, \quad C_{23} = \frac{E_2(\nu_{32} + \nu_{31}\nu_{12})}{H},$$

$$C_{44} = G_{23}, \quad C_{55} = G_{13}, \quad C_{66} = G_{12},$$

kde

$$H = 1 - \nu_{12} \cdot \nu_{21} - \nu_{23} \cdot \nu_{32} - \nu_{31} \cdot \nu_{13} - 2 \cdot \nu_{12} \cdot \nu_{23} \cdot \nu_{31}.$$

Ze vztahů (2.2) je patrné, že v případě prostorové napjatosti je k sestavení matice tuhosti zapotřebí 9 materiálových konstant: E_1 , E_2 a E_3 jsou moduly pružnosti v tahu v hlavních směrech anizotropie, G_{12} , G_{13} a G_{23} jsou smykové moduly pružnosti a ν_{12} , ν_{13} a ν_{23} jsou Poissonova čísla, kde první index odpovídá směru působení normálového napětí a druhý odpovídá směru, v němž vzniká deformace.

Jednosměrové kompozitní materiály se vyznačují nelineárním vztahem mezi smykovými napětími σ_{12} a σ_{13} a příslušnými smykovými deformacemi ε_{12} a ε_{13} . Jednou z možností simulace tohoto chování je pomocí vztahu s konstantní asymptotou [44]:

$$\sigma_{ij}(\gamma_{ij}) = \frac{G_{ij}^0 \cdot \gamma_{ij}}{\left[1 + \left(\frac{G_{ij}^0 \cdot |\gamma_{ij}|}{\tau_{ij}^0}\right)^{n_{ij}}\right]^{\frac{1}{n_{ij}}}} \quad i = 1; \quad j = 2, 3, \quad (2.3)$$

kde G_{ij}^0 je počáteční smykový modul, γ_{ij} je zkos ($\gamma_{ij} = \varepsilon_{ij}/2$), τ_{ij}^0 je hodnota asymptoty smykového napětí a n_{ij} je tvarový parametr.

2.2 Kritéria porušení pro kompozitní materiály

Tato podkapitola uvádí teoretický rozbor makromechanických kritérií, která jsou v současnosti hojně využívána v praxi. Kritéria lze rozdělit do dvou kategorií:

- neinteraktivní kritéria,
- interaktivní kritéria.

Výsledek kritérií porušení lze vyjádřit ve formě tzv. indexu porušení FI (*failure index*). Jestliže $0 \leq FI < 1$, k porušení nedochází. Je-li $FI = 1$, kritérium predikuje porušení materiálu.

Zatímco u neinteraktivních kritérií neexistuje vazba mezi normálovými a smykovými složkami napětí, u interaktivních existuje. Interaktivní kritéria lze dále dělit na kritéria, jejichž výsledkem je jeden index porušení, ve kterém jsou zahrnuty všechny složky napětí, a tzv. *Direct mode* kritéria. Ta se vyznačují tím, že popisují několik módů porušení a každý tento mód popisují nezávislou podmínkou [46].

Mezi neinteraktivní kritéria patří například Kritérium maximálního napětí nebo Kritérium maximální deformace. Mezi často využívaná interaktivní kritéria s jedním výsledným indexem porušení patří například Hillovo kritérium, Tsai-Hillovo kritérium, Hoffmanovo kritérium nebo Tsai-Wu kritérium [46]. Do kategorie interaktivních *Direct mode* kritérií se řadí například Hashinovo kritérium [24], Puckovo kritérium [61] nebo kritérium LaRC04 [60].

2.2.1 Kritérium maximálního napětí

Jedná se o jednoduché a v praxi často využívané neinteraktivní kritérium, které je založené na teorii, že k porušení dojde, pokud libovolná složka tenzoru napětí σ_{ij} ($i, j = 1, 2, 3$) překročí pevnost v příslušném směru. Z těchto podmínek lze vyjádřit index porušení v následujících tvarech:

$$\begin{aligned}
 FI_{11} &= \frac{\sigma_{11}}{X^t}, \quad \text{pro } \sigma_{11} > 0, & FI_{11} &= -\frac{\sigma_{11}}{X^c}, \quad \text{pro } \sigma_{11} < 0, \\
 FI_{22} &= \frac{\sigma_{22}}{Y^t}, \quad \text{pro } \sigma_{22} > 0, & FI_{22} &= -\frac{\sigma_{22}}{Y^c}, \quad \text{pro } \sigma_{22} < 0, \\
 FI_{33} &= \frac{\sigma_{33}}{Z^t}, \quad \text{pro } \sigma_{33} > 0, & FI_{33} &= -\frac{\sigma_{33}}{Z^c}, \quad \text{pro } \sigma_{33} < 0, \\
 FI_{12} &= \frac{|\sigma_{12}|}{S_{12}}, & FI_{13} &= \frac{|\sigma_{13}|}{S_{13}}, & FI_{23} &= \frac{|\sigma_{23}|}{S_{23}},
 \end{aligned} \tag{2.4}$$

kde X^t, Y^t a Z^t jsou pevnosti materiálu v tahu ve směrech 1, 2 a 3. X^c, Y^c a Z^c označují pevnosti materiálu v tlaku ve směrech 1, 2 a 3. S_{12}, S_{13} a S_{23} jsou smykové pevnosti materiálu v rovinách 12, 13 a 23.

2.2.2 Hillovo kritérium

Toto interaktivní kritérium bylo odvozeno z von Misesovy podmínky pro izotropní materiály [46]. Základním předpokladem je, že pevnost v tahu a v tlaku je shodná a také že materiál je během plastické deformace nestlačitelný [55]. Index porušení lze v případě uvažování prostorové napjatosti vyjádřit v následujícím tvaru:

$$\begin{aligned}
 FI &= \frac{\sigma_{11}^2}{X^2} + \frac{\sigma_{22}^2}{Y^2} + \frac{\sigma_{33}^2}{Z^2} - \left(\frac{1}{X^2} + \frac{1}{Y^2} - \frac{1}{Z^2} \right) \sigma_{11}\sigma_{22} - \left(\frac{1}{X^2} + \frac{1}{Z^2} - \frac{1}{Y^2} \right) \sigma_{11}\sigma_{33} - \\
 &\quad - \left(\frac{1}{Y^2} + \frac{1}{Z^2} - \frac{1}{X^2} \right) \sigma_{22}\sigma_{33} + \frac{\sigma_{12}^2}{S_{12}^2} + \frac{\sigma_{13}^2}{S_{13}^2} + \frac{\sigma_{23}^2}{S_{23}^2},
 \end{aligned} \tag{2.5}$$

kde X, Y a Z jsou pevnosti materiálu ve směrech 1, 2 a 3, a S_{12}, S_{13} a S_{23} jsou, jako v případě kritéria maximálních napětí, smykové pevnosti materiálu v rovinách 12, 13 a 23.

2.2.3 Puckovo kritérium

Vzhledem k významnosti Puckova kritéria v představované práci je tomuto kritériu věnována zvláštní kapitola (viz kapitola 3).

2.3 Simulace postupného porušování kompozitních materiálů

Porušování a jeho postup je proces, který je silně závislý jak na typu kompozitního materiálu (zvláště na vazbě mezi jednotlivými vlákny), tak na typu zatěžování, které jej způsobuje. Zatímco při tahovém namáhání ve směru vláken dochází k postupnému přetržení vláken, v případě tlakového namáhání dochází ke ztrátě stability vlivem rozdrčení matrice, jež vlákna podpírá. Stejně tak při tahovém namáhání ve směru kolmo na vlákna dochází k vytvoření trhliny, v případě tlakového namáhání dochází k drčení matrice. Z tohoto důvodu je i zde nutné rozlišovat mezi tahovým a tlakovým namáháním jako v případě kritérií porušení.

V MKP systémech je simulace postupného porušování kompozitních materiálů často řešena degradací matice tuhosti. Jeden z prvních postupů, jak uvažovat degradaci matice tuhosti je uveden v [51], a je často označován jako MLT model (Matzenmiller, Lubliner, Taylor). Tento model, vycházející z Hookeova zákona a uvažující rovinnou napjatost, má tvar:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{bmatrix} = \frac{1}{H} \begin{bmatrix} (1 - d_{11})E_{11} & (1 - d_{11})(1 - d_{22})\nu_{21}E_{22} & 0 \\ (1 - d_{11})(1 - d_{22})\nu_{12}E_{11} & (1 - d_{22})E_{22} & 0 \\ 0 & 0 & D(1 - d_{12})G \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{12} \end{bmatrix}$$

$$H = 1 - (1 - d_{11})(1 - d_{22})\nu_{12}\nu_{21} > 1, \quad (2.6)$$

kde d_{11} , d_{22} a d_{12} jsou degradační parametry. U parametrů d_{11} , d_{22} je navíc nutné rozlišovat porušení v důsledku tahu d_{11t} , d_{22t} a tlaku d_{11c} , d_{22c} . Parametry d_{ij} ($i, j = 1, 2$) mohou nabývat hodnot z intervalu $< 0, 1 >$, přičemž $d_{ij} = 0$ značí, že kompozit není porušený a $d_{ij} = 1$ značí úplné porušení v daném směru. Dále platí, že $d_{ij}^{t+\Delta t} = \max(d_{ij}^t, d_{ij}^{t+\Delta t})$.

Postupy pro stanovení parametrů d_{ij} jsou různé. Například [51] uvádí odvození ve tvaru Weibullova rozdělení ve tvaru:

$$d_{ij} = 1 - \exp \left[-\frac{1}{m_{ij}e} \left(\frac{E_{ij}\varepsilon_{ij}}{X_{ij}} \right)^{m_{ij}} \right] \quad i, j = 1, 2, \quad (2.7)$$

kde m_{ij} je materiálová konstanta, kterou je nutné stanovit z tahových, tlakových a smykových zkoušek. E_{ij} je modul pružnosti v tahu nebo ve smyku, a X_{ij} je pevnost laminy v příslušném směru.

V [80] byl vztah (2.7) upraven tak, aby jej bylo možné použít pro libovolné kritérium porušení a zároveň, aby nebyla matice tuhosti degradována ještě předtím, než dojde k porušení. Výsledný vztah má tvar:

$$d_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{pro } FI_k < 1, \\ 1 - \exp \left[\frac{1}{m_{ij}} (1 - FI_k^{m_{ij}}) \right] & \text{pro } FI_k \geq 1, \end{cases} \quad (2.8)$$

kde FI_k značí index porušení daného kritéria.

Kapitola 3

Puckovo kritérium

Kritérium Puck uvažující prostorovou napjatost bylo implementováno jako součást materiálového modelu postupného porušování do konečno prvkového softwaru Abaqus. Tento model postupného porušování je založen na znalosti úhlu natočení lomu v kompozitu, který je jedním z výsledků zmíněného kritéria Puck při uvažování prostorové napjatosti. Mimo jiné bylo pro toto kritérium v průběhu let představeno několik korekcí, jež mají za úkol zlepšení schopnosti predikce porušení tohoto kritéria. Z výše uvedených důvodů byla studii Puckova kritéria věnována následující kapitola.

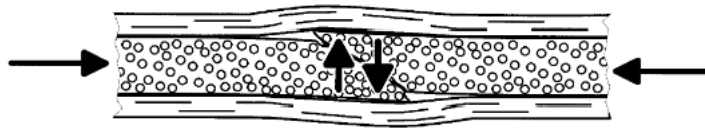
3.1 Základní úvahy

Kritérium porušení Puck se vyznačuje tím, že obsahuje různé konstanty nefyzikálního charakteru. Stejně jako kritérium Hashin, jež bylo úspěšně použito pro analýzu porušení neovíjeného kolíkového spoje v [58], je založeno na Mohrově hypotéze, jež tvrdí, že porušení materiálu je způsobeno jen napětími vyskytujícími se v rovině lomu. Dalšími důležitými úvahami jsou [61]:

- Je nutné používat dvě na sobě nezávislá kritéria porušení, jedno pro porušení vláken a druhé pro mezivláknové porušení.
- V případě laminátu je při posuzování nebezpečnosti trhlin mezi vlákny nutné rozlišovat mezi relativně neškodným tvořením trhlin v důsledku příčných tahových napětí ($\sigma_{22} > 0$), čímž dojde k malému snížení tuhosti, neboť hlavní nosnou funkci mívají

vlákna v sousedních laminách, a mezi porušením v důsledku převažujících příčných tlakových napětí ($\sigma_{22} < 0$), která tvoří pro laminát nebezpečná porušení ve tvaru klínu, který může způsobit delaminaci od sousedních lamin (viz obrázek 3.1).

- Pevnost v tlakové oblasti $\sigma_{22} < 0$ není ovlivňována pevností v tahové oblasti a zároveň pevnost v tahové oblasti $\sigma_{22} > 0$ není ovlivňována pevností v tlakové oblasti. Proto by mezná křivka závislosti σ_{22} na σ_{12} , která tyto pevnosti popisuje, neměla být popsána jednou rovnicí, která by obsahovala jak příčnou tahovou pevnost $R_{\perp}^{(+)}$, tak příčnou tlakovou pevnost $R_{\perp}^{(-)}$.
- Tvoření trhlin mezi vlákny odděluje jednotlivé laminy postupně a ne skokově. Proto by degradace pevnosti kompozitu měla být dělána pozvolně a ne skokově a také rozdílně v závislosti na tom, zda k porušení došlo v důsledku příčného tlakového napětí $\sigma_{22} < 0$, nebo příčného tahového napětí $\sigma_{22} > 0$.



Obrázek 3.1: Delaminace způsobená mezivláknovým porušením vzniklým v důsledku příčných tlakových napětí [62].

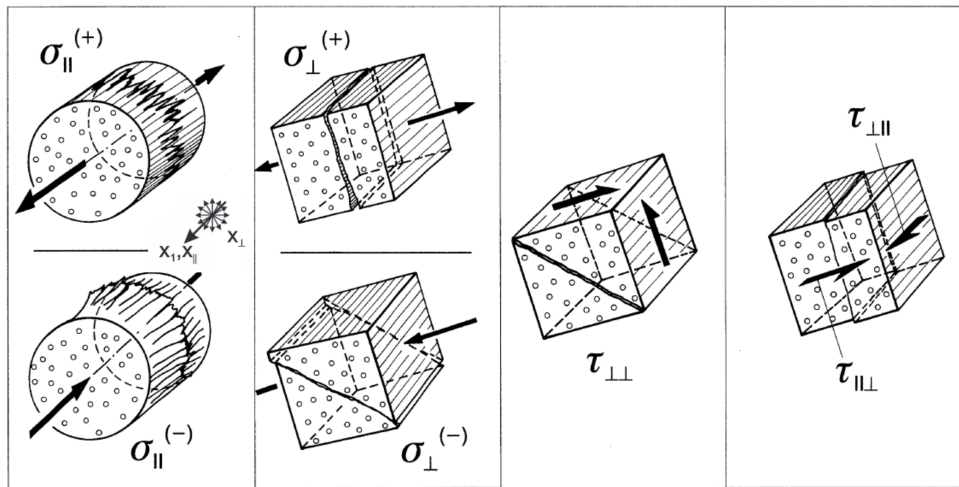
V každém kompozitovém dílu existují již bezprostředně po výrobě miliony malých „poškození“, která jsou zapříčiněna vnitřními napětími vzniklými při chladnutí dílu. Nejdéle při prvních zatěžováních dílu se k nim přidávají další mikropoškození, většinou ve formě malých, okem nepozorovatelných, lomů v matrici a také na rozhraní matrice a vláken. Jelikož jsou tato porušení většinou opticky nerozeznatelná, využívají se ke zjištění jejich průběhu různé neinvazivní zkušební metody (termovize, test akustické emise, atd.). Také vznik neustálené hysterezní smyčky při vícenásobném zatížení informuje o výskytu a rozsahu mikropoškození.

Mikropoškození tohoto typu se mohou při zvyšujícím se nebo opakovaném zatěžování spojit v jeden lom. Při nástupu těchto „makromechanických“ procesů, popsatelných například pomocí napětí σ_{11} , σ_{22} , τ_{21} , začínají „inženýrské“ úvahy.

Jako „mezivláknové porušení“ (*IFF - Inter-fiber fracture*) je označováno lokálně ohraničené porušení, jež prostupuje celou tloušťkou jednotlivé laminy. V praxi se ukázalo, že exis-

tují různé typy těchto mezivláknových porušení, přičemž některá jsou naprosto neškodná, a některá naopak velmi nebezpečná. V každém případě způsobují tato makropoškození ve formě mezivláknových porušení lokální koncentrace napětí, které mohou vést k delaminaci nebo ke zvýšení náchylnosti k porušení vláken, zvláště pak v případě kmitavého zatěžování. Jako „porušení vláken“ (*FF - Fiber fracture*) je v inženýrské praxi označováno nikoliv porušení jednotlivých elementárních vláken, nýbrž téměř současné porušení mnoha tisíc elementárních vláken.

Při odvozování podmínek porušení je uvažován rotačně symetrický element laminy s pravidelným rozložením vláken a matrice. Často je proto používán cylindrický souřadnicový systém. Značení napětí zatěžujících laminu v cylindrickém souřadnicovém systému je znázorněno na obrázku 3.2. Jednotlivá zatěžování napětími jsou nazývána následovně: σ_{\parallel} = podélné zatěžování, σ_{\perp} = příčné zatěžování, $\tau_{\perp\perp}$ = příčně příčné smykové zatěžování, $\tau_{\parallel\perp}$ = podélně příčné smykové zatěžování a $\tau_{\perp\parallel}$ = příčně podélné smykové zatěžování. Zároveň jsou rozlišena tahová (+) a tlaková (-) zatěžování. Příslušné pevnosti $R_{\parallel}^{(+)}$ (= X^t), $R_{\parallel}^{(-)}$ (= X^c), $R_{\perp}^{(+)}$ (= Y^t), $R_{\perp}^{(-)}$ (= Y^c), $R_{\perp\perp}$ (= S_{23}), $R_{\perp\parallel}$ (= S_{13}) jsou všechny udávány jako kladné, včetně pevností tlakových [61].



Obrázek 3.2: Zatěžování laminy – popis pomocí cylindrického souřadnicového systému [61].

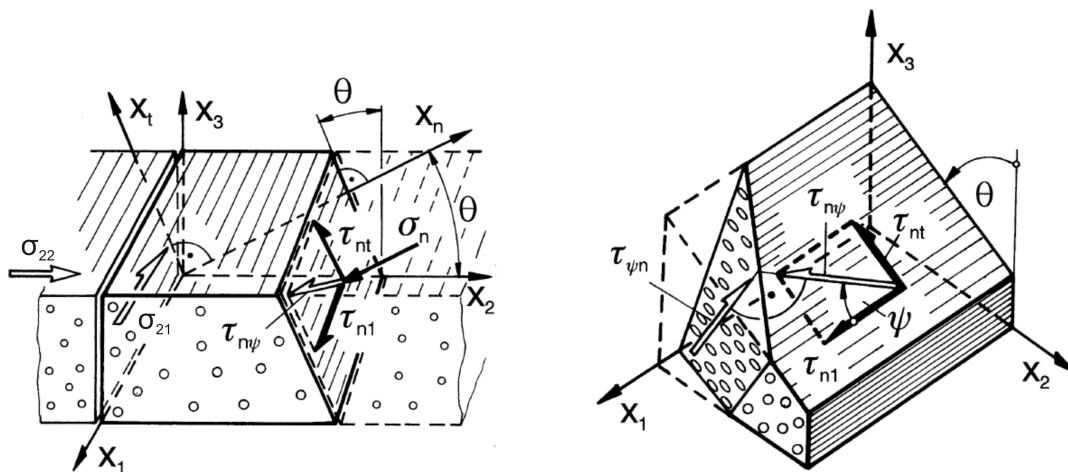
3.2 Mezivláknové porušení (*IFF – Inter-Fibre Failure*)

Podmínky porušení pro mezivláknové porušení jsou založeny na Mohrově pevnostní hypotéze:

Hranice porušení materiálu je určena jen napětími vyskytujícími se v rovině lomu.

3.2.1 Napětí v lomové rovině

Napětí zmiňovaná v této teorii jsou pro případ Puckova kritéria porušení označována jako normálové napětí σ_n a smyková napětí τ_{nt} a τ_{n1} , jež jsou vyvolávána $\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}, \sigma_{21}, \sigma_{31}, \sigma_{23}$ (popřípadě $\sigma_{\perp}, \tau_{\perp\perp}, \tau_{\perp\parallel}$ v případě uvažování cylindrického souřadnicového systému), (viz obrázek 3.3). Na obrázku 3.3 je též znázorněn lomový úhel θ_{fp} ($fp \approx fracture\ plane$).



Obrázek 3.3: Značení napětí v lomové rovině [61].

Napětí σ_n , τ_{nt} a τ_{n1} lze vyjádřit ze vztahů:

$$\begin{aligned}\sigma_n(\theta) &= \sigma_{22} \cos^2 \theta + \sigma_{33} \sin^2 \theta + 2\sigma_{23} \sin \theta \cos \theta, \\ \tau_{nt}(\theta) &= -\sigma_{22} \sin \theta \cos \theta + \sigma_{33} \sin \theta \cos \theta + \sigma_{23} \cdot (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta), \\ \tau_{n1}(\theta) &= \sigma_{31} \sin \theta + \sigma_{21} \cos \theta.\end{aligned}\tag{3.1}$$

Smyková napětí τ_{nt} a τ_{n1} je možné složit do výsledného smykového napětí

$$\tau_{n\psi} = \sqrt{\tau_{nt}^2 + \tau_{n1}^2}.\tag{3.2}$$

3.2.2 Lomový odpor roviny působení napětí

Zde je nutné dávat pozor na to, že body mezní plochy (*Master Fracture Body – MFB*) znázorněné v systému $(\sigma_n, \tau_{nt}, \tau_{n1})$ nepředstavují jen napětí, při nichž se někde v materiálu nachází lom, ale že se u napětí $\sigma_n, \tau_{nt}, \tau_{n1}$ jedná o taková napětí, která se vyskytují na lomové rovně. Kombinace napětí $\sigma_n, \tau_{nt}, \tau_{n1}$ má za následek, že v případě naplnění podmínky porušení vznikne lom ve společné rovině působení těchto tří napětí. Podmínka porušení tedy musí zahrnovat vztah mezi těmito napětími a lomovým odporem roviny působení napětí. K tomu je nutné zavést pojem Lomový odpor roviny působení napětí, který je definován následovně:

Lomový odpor roviny působení napětí je takový odpor, který vytváří daná rovina proti na ní působícímu napětí (σ_n nebo τ_{nt} nebo τ_{n1}) při porušení.

Aby bylo možné odlišit pevnosti R od lomových odporů roviny působení napětí (*Action plane - A*), které mají stejné jednotky jako napětí, je tento odpor značen symbolem R^A . Existují tři lomové odpory roviny působení napětí, jež odpovídají napětím $\sigma_{\perp}, \tau_{\perp\perp}, \tau_{\perp\parallel}$, která vyvolávají napětí $\sigma_n, \tau_{nt}, \tau_{n1}$.

$$\begin{aligned}
R_{\perp}^{(+A)} &= \text{Lomový odpor roviny působení napětí proti porušení v důsledku} \\
&\text{zatěžování příčným tahovým napětím } \sigma_{\perp}^{(+)}. \\
R_{\perp\perp}^A &= \text{Lomový odpor roviny působení napětí proti porušení v důsledku} \\
&\text{zatěžování příčně příčným smykovým napětím } \tau_{\perp\perp}. \\
R_{\perp\parallel}^A &= \text{Lomový odpor roviny působení napětí proti porušení v důsledku} \\
&\text{zatěžování příčně podélným smykovým napětím } \tau_{\perp\parallel}. \\
(R_{\perp}^{(-A)}) &= \infty, \text{ neboť příčné tlakové napětí } \sigma_{\perp}^{(-)} \text{ nemůže způsobit žádné porušení} \\
&\text{ve své rovině působení.}
\end{aligned}$$

Jelikož idealizovaný model kompozitu předpokládá rovnoměrnou rotačně symetrickou stavbu, jsou lomové odpory R^A stejně velké ve všech rovinách rovnoběžných s vlákny. Jsou tedy nezávislé na úhlu θ .

Při stanovování některých lomových odporů nastávají problémy, neboť při zatěžování příčně příčným smykovým napětím $\tau_{\perp\perp}$ nedochází k lomu v rovině působení tohoto napětí, nýbrž v rovině, která je od původní roviny působení odkloněna. Existují ale případy, kdy lomový odpor R^A je identický s pevností R . K tomu dochází v případě, že lom nastává v rovině, ve které působí napětí, jež lom vyvolalo.

K výše zmíněnému dochází v případě zatěžování pouze příčně podélným smykovým napětím $\tau_{\perp\parallel}$. Z toho tedy vyplývá, že

$$R_{\perp\parallel}^A = R_{\perp\perp} = S_{12}. \quad (3.3)$$

V případě zatěžování tahovým napětím $\sigma_{\perp}^{(+)}$ už tomu tak v určitých případech být nemusí, nicméně pro další úvahy bude uvažováno, že

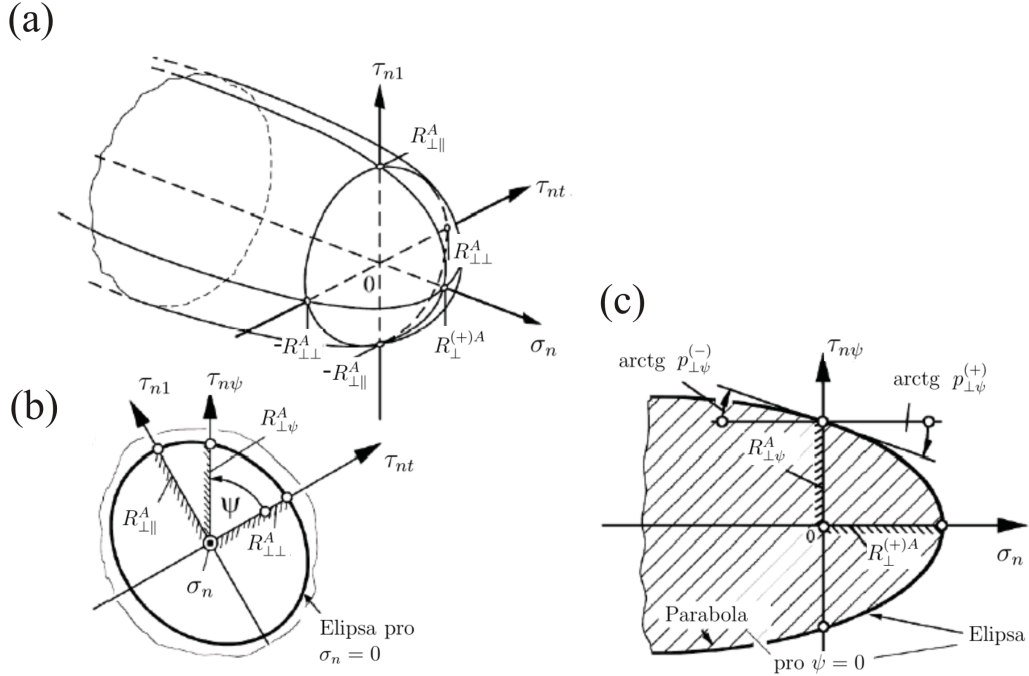
$$R_{\perp}^{(+A)} = R_{\perp}^{(+)} = Y^T. \quad (3.4)$$

Naproti tomu lomový odpor $R_{\perp\perp}^A$ se velmi liší od pevnosti $R_{\perp\perp}$. Bohužel však $R_{\perp\perp}^A$ není možné získat experimentálně. V současnosti se tedy pro výpočet lomového odporu $R_{\perp\perp}^A$ používá vztah [15]:

$$R_{\perp\perp}^A = \frac{R_{\perp}^{(-)}}{2(1 + p_{\perp\perp}^{(-)})}. \quad (3.5)$$

3.2.3 Podmínky porušení

Podmínky porušení pro mezivláknové porušení je možné snadno znázornit v systému $(\sigma_n, \tau_{nt}, \tau_{n1})$, kde generují meznou plochu (*MFB*). Vlivem rozdílných účinků tahového nebo tlakového napětí σ_n na vznik mezivláknového porušení se mezná plocha skládá ze dvou částí, které jsou spojeny v oblasti, kde je $\sigma_n = 0$. Známé pevné body mezní plochy jsou $R_{\perp}^{(+A)}$ na ose σ_n , $\pm R_{\perp}^A$ na ose τ_{nt} a $\pm R_{\perp}^A$ na ose τ_{n1} (viz obrázek 3.4).



Obrázek 3.4: Mezná plocha znázorněná v systému $(\sigma_n, \tau_{nt}, \tau_{n1})$ [61].

Jak napětí τ_{nt} , tak napětí τ_{n1} působí v rovině rovnoběžné s vlákny (viz obrázek 3.3). Odpovídající lomové odpory by se tedy neměly příliš lišit. Proto se uvažuje jednoduché eliptické kritérium porušení pro kombinované $\tau_{nt} - \tau_{n1}$ namáhání při $\sigma_n = 0$ (viz obrázek 3.4b) [15]:

$$\left(\frac{\tau_{n\psi}}{R_{\perp}^A}\right)^2 = \left(\frac{\tau_{nt}}{R_{\perp}^A}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{n1}}{R_{\perp}^A}\right)^2 = 1. \quad (3.6)$$

Dále je mezná plocha popsána pomocí podélných řezů z důvodu, že špička vektoru napětí se pohybuje v podélném řezu mezní plochy. To vede k tomu, že rovnice popisující podélné řezy, jsou jednodušší.

Ty části mezní plochy, kde zatěžování rovinnou napjatostí $(\sigma_{22}, \sigma_{21})$ vede k porušení v rovině, ve které napětí působí ($\theta_{fp} = 0^\circ$), je možné snadno získat experimentálně. Toto je případ celé oblasti, kde $\sigma_{22} > 0$ a malé části oblasti, kde $\sigma_{22} < 0$, přibližně $\sigma_{22} \approx \langle -0, 4 \cdot R_{\perp}^{(-)}, 0 \rangle$. V rámci těchto dvou oblastí je lomový úhel $\theta_{fp} = 0^\circ$, a tím pádem $\sigma_{22} = \sigma_n, \sigma_{21} = \tau_{nt}$ a $\tau_{nt} = 0$. To znamená, že všechna porušení jsou umístěná na podélné „vrstevnici“ mezní plochy v rovině, kde $\tau_{nt} = 0$.

Pro $\sigma_n > 0$ je mezní křivka $\sigma_n - \tau_{n1}$ popsána částí elipsy, která protíná kolmo osu σ_n v bodě $\sigma_n = R_{\perp}^{(+A)}$ a osu τ_{n1} v bodě $\tau_{n1} = R_{\perp\parallel}^A$ se sklonem $\delta\tau_{n1}/\delta\sigma_n = -p_{\perp\parallel}^{(+)}$ (viz obrázek 3.4 (a)). Pro oblast $\sigma_n < 0$ byl vybrán parabolický popis. Ten se shoduje i s Mohrovou teorií, že „posilující“ účinek tlakového napětí σ_n klesá s rostoucím tlakovým napětím σ_n .

Celá mezní plocha je složena z kombinací elips/parabol pro všechny úhly ψ . Pro $\sigma_n > 0$ je výsledkem vrchlík s maximálním bodem $\sigma_n = R_{\perp}^{(+A)}$ na ose σ_n a $\tau_{n\psi} = 0$. V oblasti $\sigma_n < 0$ vypadá mezní plocha jako nekonečný, slabě se rozšiřující trychtýř. To je způsobené tím, že samotné tlakové napětí σ_n nikdy nezpůsobí porušení. Vždy je zapotřebí určité napětí $\tau_{n\psi}$, aby došlo k porušení. Toto napětí se zvyšuje se zvyšujícím se tlakovým napětím σ_n [15].

Výrazy (3.7) a (3.8) popisují mezní plochu, jejíž řezy jsou v poloprostoru $\sigma_n \geq 0$ tvořeny elipsou a v poloprostoru $\sigma_n < 0$ parabolou.

$$\left(\frac{\tau_{n\psi}}{R_{\perp\psi}^A}\right)^2 + c_1 \frac{\sigma_n}{R_{\perp}^{(+A)}} + c_2 \left(\frac{\sigma_n}{R_{\perp}^{(+A)}}\right)^2 = 1 \quad \text{pro } \sigma_n \geq 0, \quad (3.7)$$

$$\left(\frac{\tau_{n\psi}}{R_{\perp\psi}^A}\right)^2 + c \cdot \sigma_n = 1 \quad \text{pro } \sigma_n < 0. \quad (3.8)$$

Elipsa protíná osy ve třech pevných bodech (viz obrázek 3.4(c)), které jsou

$$\begin{bmatrix} \sigma_n \\ \tau_{n\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{\perp}^{(+A)} \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{na ose } \sigma_n \quad \text{a} \quad \begin{bmatrix} 0 \\ \pm R_{\perp\parallel}^A \end{bmatrix} \quad \text{na ose } \tau_{n\psi}. \quad (3.9)$$

S pomocí rovnic (3.2), (3.6) a vyjádření napětí $\tau_{nt} = \tau_{n\psi} \cos \psi$ a $\tau_{n1} = \tau_{n\psi} \sin \psi$ je možné vyjádřit lomový odpor $R_{\perp\psi}^A$:

$$R_{\perp\psi}^A = \left[\left(\frac{\cos \psi}{R_{\perp\perp}^A} \right)^2 + \left(\frac{\sin \psi}{R_{\perp\parallel}^A} \right)^2 \right]^{-\frac{1}{2}}. \quad (3.10)$$

Zatímco elipsa protíná osu σ_n kolmo, „osu“ $\tau_{n\psi}$ protíná pod určitým sklonem, který může být vybírán jen v určitém rozmezí (viz rovnice (3.11)). Doporučené hodnoty budou uvedeny níže.

$$\left(\frac{\delta\tau_{n\psi}}{\delta\sigma_n} \right)_{\sigma_n=0}^{elipsa} = \begin{cases} -p_{\perp\psi}^{(+)} & \text{pro } \tau_{n\psi} > 0, \\ p_{\perp\psi}^{(+)} & \text{pro } \tau_{n\psi} < 0. \end{cases} \quad (3.11)$$

Parabola popisující řezy mezní plochy v oblasti $\sigma_n < 0$ začíná v pevných bodech ($\sigma_n = 0, \tau_{n\psi} = \pm R_{\perp\psi}^A$) se sklonem, který se nepatrně liší od sklonu pro elipsu.

$$\left(\frac{\delta\tau_{n\psi}}{\delta\sigma_n} \right)_{\sigma_n=0}^{parabola} = \begin{cases} -p_{\perp\psi}^{(-)} & \text{pro } \tau_{n\psi} > 0, \\ p_{\perp\psi}^{(-)} & \text{pro } \tau_{n\psi} < 0. \end{cases} \quad (3.12)$$

S pomocí výše zmíněných podmínek je možné vyjádřit konstanty c_1, c_2 a c z rovnic (3.7) a (3.8).

$$c_1 = 2 \cdot \frac{p_{\perp\psi}^{(+)} R_{\perp}^{(+)\text{A}}}{R_{\perp\psi}^A}, \quad (3.13)$$

$$c_2 = 1 - 2 \cdot \frac{p_{\perp\psi}^{(+)} R_{\perp}^{(+)\text{A}}}{R_{\perp\psi}^A}, \quad (3.14)$$

$$c = 2 \cdot \frac{p_{\perp\psi}^{(-)}}{R_{\perp\psi}^A}. \quad (3.15)$$

Pro sklony v případě, že $\psi = 90^\circ$ (tzn. v rovině podélného řezu mezní plochy, kde se vyskytují jen napětí σ_n a τ_{n1} ($\tau_{nt} = 0$), je možné sklony $p_{\perp\psi}^{(+)}$ a $p_{\perp\psi}^{(-)}$ experimentálně změřit. V daném případě se přechází na značení $p_{\perp\parallel}^{(+)}$ a $p_{\perp\parallel}^{(-)}$. V současnosti jsou používány doporučené hodnoty uvedené v tabulce 3.1. Jsou zde uvedené i doporučené hodnoty pro sklony $p_{\perp\perp}^{(+)}$ a $p_{\perp\perp}^{(-)}$ (pro $\psi = 0^\circ$).

Tabulka 3.1: Doporučené hodnoty sklonů mezní plochy [15].

	$p_{\perp\parallel}^{(+)}$	$p_{\perp\parallel}^{(-)}$	$p_{\perp\perp}^{(+)}, p_{\perp\perp}^{(-)}$
GFRP	0,30	0,25	0,20 - 0,25
CFRP	0,35	0,30	0,25 - 0,30

Pro interpolaci sklonů pro úhel $\psi \neq 90^\circ$ a $\psi \neq 0^\circ$ je využíváno hodnot sklonů pro $\psi = 90^\circ$ a $\psi = 0^\circ$ ($p_{\perp\parallel}^{(+)}, p_{\perp\parallel}^{(-)}, p_{\perp\perp}^{(+)}, p_{\perp\perp}^{(-)}$).

$$\frac{p_{\perp\psi}^{(\pm)}}{R_{\perp\psi}^A} = \frac{p_{\perp\perp}^{(\pm)}}{R_{\perp\perp}^A} \cos^2 \psi + \frac{p_{\perp\parallel}^{(\pm)}}{R_{\perp\parallel}^A} \sin^2 \psi, \quad (3.16)$$

kde

$$\cos^2 \psi = \frac{\tau_{nt}^2}{\tau_{nt}^2 + \tau_{n1}^2}, \quad (3.17)$$

$$\sin^2 \psi = \frac{\tau_{n1}^2}{\tau_{nt}^2 + \tau_{n1}^2}. \quad (3.18)$$

S pomocí rovnice (3.6) je kompletně popsána mezní plocha rovnicemi (3.7) a (3.8), což jsou polynomy druhého stupně. Nastavení pravé strany na hodnotu rovno 1 určuje podmínku porušení. To znamená, že napětí σ_n a $\tau_{n\psi}$ spočtená pomocí této podmínky jsou napětí způsobující mezivláknové porušení. Jestliže do levých stran rovnic (3.7) a (3.8) dosadíme menší napětí, než jsou výše vypočtená, vyjde výraz menší než jedna. To znamená, že tato napětí jsou přenositelná, aniž by došlo k mezivláknovému porušení. Výrazy (3.7) a (3.8) však nevyjadřují index porušení. Aby bylo možné vyjádřit index porušení, je nutné výrazy (3.7) a (3.8) vyjádřit ve formě polynomu prvního stupně vzhledem k napětím. Toho lze snadno dosáhnout vydělením výrazů, ve kterých se napětí vyskytuje v první mocnině, výrazem f_{EIFF} a výrazů, ve kterých se napětí vyskytuje v druhé mocnině, výrazem f_{EIFF}^2 . Poté je možné napsat kvadratickou rovnici pro f_{EIFF} ve tvaru [15]

$$f_{EIFF} = \frac{1}{2} \left(\sum L + \sqrt{(\sum L)^2 + 4 \sum Q} \right), \quad (3.19)$$

kde $\sum L$ je suma výrazů, kde se napětí vyskytují v první mocnině, a $\sum Q$ je suma výrazů, kde se napětí vyskytují ve druhé mocnině. Aplikace tohoto výrazu na podmínky porušení (3.7) a (3.8) vede ke dvěma výrazům vyjadřujícím indexy porušení pro mezivláknové porušení [15]:

$$f_{EIFF}(\theta) = \sqrt{\left[\left(\frac{1}{R_{\perp}^{(+)\text{A}}} - \frac{p_{\perp\psi}^{(+)}}{R_{\perp\psi}^{\text{A}}}\right)\sigma_n(\theta)\right]^2 + \left(\frac{\tau_{nt}(\theta)}{R_{\perp\perp}^{\text{A}}}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{n1}(\theta)}{R_{\perp\parallel}^{\text{A}}}\right)^2} + \frac{p_{\perp\psi}^{(+)}}{R_{\perp\psi}^{\text{A}}}\sigma_n(\theta) \quad (3.20)$$

pro $\sigma_n \geq 0$

a

$$f_{EIFF}(\theta) = \sqrt{\left(\frac{\tau_{nt}(\theta)}{R_{\perp\perp}^{\text{A}}}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{n1}(\theta)}{R_{\perp\parallel}^{\text{A}}}\right)^2 + \left(\frac{p_{\perp\psi}^{(-)}}{R_{\perp\psi}^{\text{A}}}\sigma_n\right)^2} + \frac{p_{\perp\psi}^{(-)}}{R_{\perp\psi}^{\text{A}}}\sigma_n(\theta) \quad (3.21)$$

pro $\sigma_n < 0$.

Použitím rovnic (3.20) a (3.21) je možné najít lomový úhel θ_{fp} , pro který platí:

$$f_{EIFF}(\theta_{fp}) = \max_{\theta \in \langle -90^\circ, 90^\circ \rangle} f_{EIFF}(\theta). \quad (3.22)$$

Lomový úhel θ_{fp} je možné najít například pomocí metody zlatého řezu rozšířeného o metodu parabolické interpolace popsané v [77]. V případě použití korekce vlivu napětí ve směru vláken na mezivláknové porušení a korekce vlivu napětí na nelomových rovinách však tuto metodu nelze využít a je nutné vyhodnotit index porušení v celém intervalu $\theta \in \langle -90^\circ, 90^\circ \rangle$ s dělením po 1° [15].

3.3 Porušení vláken (*FF – Fibre Failure*)

3.3.1 Mód porušení

Ve své podstatě jsou lomy, při kterých dojde k porušení vláken, jediná „chtěná“ porušení konstrukčního dílu, neboť vlákna jsou ve skutečnosti nosný element a měla by tedy být využita až na svojí hranici pevnosti před tím, než se někde něco poruší. Vlákna dokážou

díky své vysoké podélné tuhosti přenést vysoká podélná napětí. V příčném směru mohou na vlákna působit jen taková napětí, která dokáží přenést matrice nebo rozhraní mezi maticí a vláknem. Ta jsou z pravidla o řád nižší než napětí přenositelná ve směru vláken. U izotropních skelných vláken se proto „příčná napětí“ $\sigma_{22}, \sigma_{33}, \sigma_{12}, \sigma_{13}, \sigma_{23}$ jeví téměř jako bezvýznamná, u silně anizotropních uhlíkových a aramidových vláken už tomu tak není.

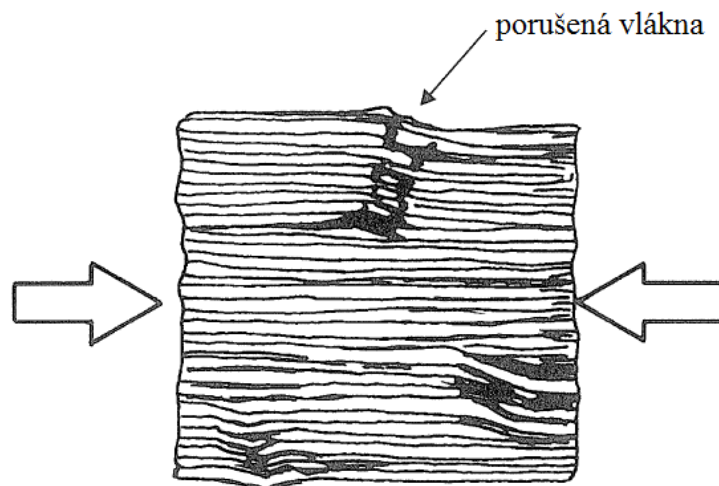
Jak již bylo zmíněno, pod pojmem „porušení vláken“ není myšleno porušení jednotlivých elementárních vláken, nýbrž téměř současné porušení mnoha tisíců elementárních vláken, při němž zmizí schopnost určité části (v řádech cm), nebo dokonce celé laminy, přenášet zatížení. V případě podélného tahového zatížení laminy je možné při porušení hovořit jako o „přetržení“, zatímco při podélném tlakovém napětí dochází při porušení k tomu, že matrice už není schopna podpírat vlákna a tím pádem dojde k jejich vybočení (*kinking*) a zalomení v důsledku ztráty stability. Často se hovoří jako o „vnitřním vybočení“ nebo o „mikrovybočení“. Zde hrají velkou roli i smykové deformace matrice, jež podpírá vlákna, neboť tyto deformace zvyšují tendenci k vybočení vláken.

Z experimentů je patrné, že porušení mnoha tisíců vláken podléhá určitým statistickým zákonům. Jak je možné se snadno přesvědčit při tahové zkoušce, nedochází k současnému přetržení vláken, ale první elementární vlákna začínají praskat již při přibližně 70% až 80% maximální síly nutné k přetržení celého vzorku.

Při porušení vláken není možné hovořit o lomových rovinách, jako tomu bylo u mezivláknového porušení. V místech, kde dojde k porušení vláken, dojde často v důsledku uvolnění velkého množství energie k oddělení spojení mezi vlákny a maticí. Porušení v důsledku tahových zatížení vypadají u vnějších vrstev podobně jako štětec. To znamená, že degradační modely, které po porušení vláken ponechávají určitou tuhost a pevnost v příčném směru, jsou naprosto nerealistické.

V mnoha případech způsobí porušení vláken určité laminy škody i na sousedních laminách. Většinou jde o mezivláknové porušení nebo o delaminace. Může ale také dojít k porušení vláken sousední laminy, v níž bylo napětí blízko hraniční hodnotě.

Jako předstupeň porušení vláken při tlakovém namáhání je možné pozorovat ohraničené oblasti, v nichž dochází k vybočení vláken (viz obrázek 3.5). Mnoho takovýchto oblastí s vybočenými vlákny může růst, zatímco sousední „zdravé“ oblasti musí převzít jejich funkci a přenášet veškerá zatížení. V okamžiku, kdy dojde i k jejich vybočení, dochází k celkovému lomu [61].



Obrázek 3.5: Příklad porušené oblasti, v níž došlo k vybočení vláken [61].

3.3.2 Podmínky porušení

Při odvozování podmínek porušení pro porušení vláken se nebude vycházet z hypotézy pro porušení celé laminy, jako tomu bylo u předchozích podmínek, nýbrž z hypotézy pro porušení vláken, která zní:

Vlákna se v lamině poruší v důsledku působení prostorové napjatosti způsobené napětími $\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}, \sigma_{12}, \sigma_{13}, \sigma_{23}$, právě tehdy, když je v podélném směru vláken dosaženo takového napětí, které odpovídá napětí potřebnému k porušení při jednoosém zatěžování napětím $\sigma_{\parallel}^{(+)}$ nebo $\sigma_{\parallel}^{(-)}$.

Z tohoto budou nejprve odvozeny podmínky porušení pro samostatná vlákna, následně pak porušení vláken v celém lamině. Podmínky porušení pro samostatná vlákna znějí:

$$\sigma_{\parallel F} = R_{\parallel F}^{(+)} \quad \text{pro } \sigma_{\parallel F} > 0, \quad (3.23)$$

$$\sigma_{\parallel F} = -R_{\parallel F}^{(-)} \quad \text{pro } \sigma_{\parallel F} < 0. \quad (3.24)$$

Je nutné pamatovat na to, že pevnosti $R_{\parallel F}^{(+)}$ a $-R_{\parallel F}^{(-)}$ nejsou měřeny jako pevnosti samostatných vláken či jejich svazků, nýbrž jsou měřeny při jednoosé tahové zkoušce celé laminy při zatěžování napětím σ_{11} a následně dopočteny pomocí vztahů pro lineárně elastický materiál [61]:

$$R_{\parallel F}^{(+)} = \frac{R_{\parallel}^{(+)}}{E_{\parallel}} E_{\parallel F} = e_{\parallel}^{(+)} E_{\parallel F} \quad \text{a} \quad R_{\parallel F}^{(-)} = \frac{R_{\parallel}^{(-)}}{E_{\parallel}} E_{\parallel F} = e_{\parallel}^{(-)} E_{\parallel F}. \quad (3.25)$$

Zatímco $R_{\parallel F}^{(+)}$ představuje reálnou tahovou pevnost vláken (v lamině), v případě $R_{\parallel F}^{(-)}$ se nejedná o reálnou tlakovou pevnost, protože při $\sigma_{\parallel F} < 0$ dochází k selhání laminy v důsledku elastické nestability (tzv. mikrovýbočení).

Již v případě, že $\sigma_{11} = 0$ ale $\sigma_{22} \neq 0$ dochází k tomu, že vlivem rozdílných Youngových modulů a Poissonových čísel vláken a matrice dochází ke vzniku napětí ve směru vláken. Přesněji řečeno, je-li $\sigma_{22} > 0$, pak je $\sigma_{\parallel F} < 0$, a nebo je-li $\sigma_{22} < 0$, pak je $\sigma_{\parallel F} > 0$. Toto je shrnuto následujícím vztahem:

$$\varepsilon_{\parallel F} = \frac{\sigma_{\parallel F}}{E_{\parallel F}} - \frac{\nu_{\perp \parallel F}}{E_{\parallel F}} m_{\sigma F} (\sigma_{22} + \sigma_{33}). \quad (3.26)$$

Koeficient $m_{\sigma F}$ zohledňuje, že vlivem rozdílných Youngových modulů vláken a matrice (ve směrech 22 a 33) dochází k nerovnoměrnému rozložení napětí σ_{22} a σ_{33} – ve vláknech je o něco vyšší než v matrici. Koeficient $m_{\sigma F}$ je střední zvětšující faktor (*magnification factor*, m) příčného napětí (index σ) pro vlákna (index F). Pro skelná vlákna se volí 1,3, pro uhlíková vlákna 1,1 [61].

Deformace ve směru vláken jsou stejné jako deformace laminy:

$$\varepsilon_{\parallel F} = \varepsilon_{11}. \quad (3.27)$$

Díky tomu je možné pomocí rovnice (3.26) vypočítat podélné napětí $\sigma_{\parallel F}$:

$$\sigma_{\parallel F} = \varepsilon_{11} E_{\parallel F} + \nu_{\perp \parallel F} m_{\sigma F} (\sigma_{22} + \sigma_{33}). \quad (3.28)$$

V případě, že toto napětí dosáhne hodnoty napětí ve vláknech při porušení jednoosým zatěžováním na tah popřípadě na tlak, poruší se vlákna i při kombinovaném namáhání. Podmínky porušení napětím je možné za předpokladu lineárně-elastického chování vláken zapsat následovně:

$$\sigma_{\parallel F} = R_{\parallel F}^{(+)} = e_{\parallel}^{(+)} E_{\parallel F}, \quad \text{popř.} \quad \sigma_{\parallel F} = R_{\parallel F}^{(-)} = -e_{\parallel}^{(-)} E_{\parallel F}. \quad (3.29)$$

Tím získáme podmínku pro porušení vláken v lamině při kombinovaném namáhání:

$$\frac{1}{e_{\parallel}^{(+)}} \left[\varepsilon_{11} + \frac{\nu_{\perp\parallel F}}{E_{\parallel F}} m_{\sigma F} (\sigma_{22} + \sigma_{33}) \right] = 1 \quad \text{pro} \quad [\dots] \geq 0, \quad (3.30)$$

$$\frac{1}{e_{\parallel}^{(-)}} \left[\varepsilon_{11} + \frac{\nu_{\perp\parallel F}}{E_{\parallel F}} m_{\sigma F} (\sigma_{22} + \sigma_{33}) \right] = -1 \quad \text{pro} \quad [\dots] < 0. \quad (3.31)$$

Při použití Hookeova elastického zákona:

$$\varepsilon_{11} = \frac{\sigma_{11}}{E_{\parallel}} - \frac{\nu_{\perp\parallel}}{E_{\parallel}} (\sigma_{22} + \sigma_{33}) \quad (3.32)$$

je možné rovnice (3.30) a (3.31) přepsat do podmínky porušení:

$$\frac{1}{\pm R_{\parallel}^{(\pm)}} \left[\sigma_{11} - \left(\nu_{\perp\parallel} - \nu_{\perp\parallel F} \cdot m_{\sigma F} \frac{E_{\parallel}}{E_{\parallel F}} \right) (\sigma_{22} + \sigma_{33}) \right] = 1 \quad \text{s} \quad \begin{cases} R_{\parallel}^{(+)} & \text{pro} \quad [\dots] \geq 0, \\ R_{\parallel}^{(-)} & \text{pro} \quad [\dots] < 0. \end{cases} \quad (3.33)$$

Jelikož je tato rovnice v první mocnině, může být přímo přepsána do rovnice vyjadřující index porušení [61]

$$f_{EFF} = \frac{1}{\pm R_{\parallel}^{(\pm)}} \left[\sigma_{11} - \left(\nu_{\perp\parallel} - \nu_{\perp\parallel F} \cdot m_{\sigma F} \frac{E_{\parallel}}{E_{\parallel F}} \right) (\sigma_{22} + \sigma_{33}) \right] \quad \text{s} \quad \begin{cases} R_{\parallel}^{(+)} & \text{pro} \quad [\dots] \geq 0, \\ R_{\parallel}^{(-)} & \text{pro} \quad [\dots] < 0. \end{cases} \quad (3.34)$$

3.4 Vlivy na mezivláknové porušení za hranicí platnosti Mohrovy hypotézy

3.4.1 Korekce vlivu napětí ve směru vláken na mezivláknové porušení

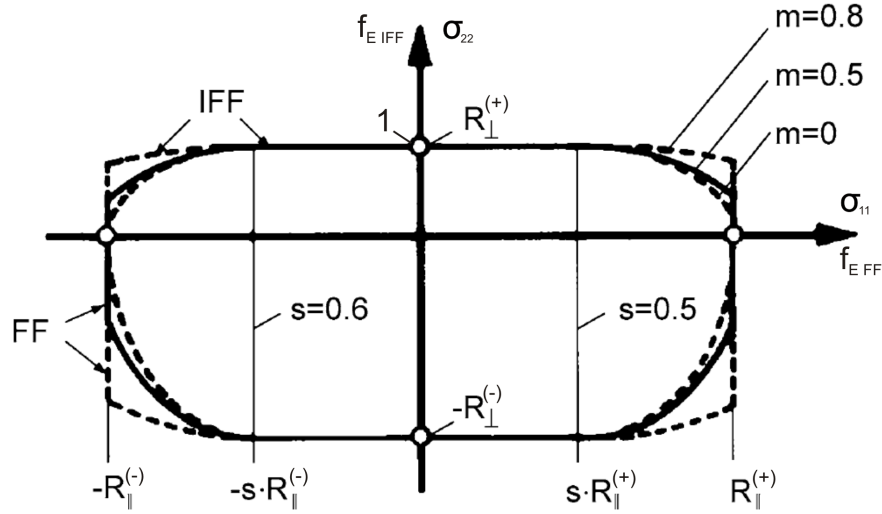
Mohrova hypotéza tvrdí, že napětí σ_{11} nemůže způsobit mezivláknové porušení, neboť rovina jeho působení je kolmá na všechny možné lomové roviny. Tím pádem nejsou

napětí $\sigma_n, \tau_{nt}, \tau_{n1}$ závislá na napětí σ_{11} . Experimenty však prokázaly množství efektů, při kterých v důsledku působení napětí σ_{11} dochází ke snížení mezivláknové pevnosti [61]. Nejdůležitějším je statistický rozptyl pevnosti vláken. Makroskopické porušení vláken je uvažováno tak, že v jednom okamžiku dojde k porušení velkého množství vláken. Ze statistického pohledu však dojde k porušení určitého počtu vláken ještě před dosažením pevnosti materiálu ($|\sigma_{11}| = R_{\parallel}$). Výsledkem těchto vláknových mikroporušení je odlepení matrice od vláken [16], což snižuje pevnost materiálu ve směru kolmém na vlákna.

Za účelem zahrnutí vlivu napětí σ_{11} do kritéria mezivláknového porušení je zaváděn korekční faktor $\eta_{w1} \in \langle 0, 1 \rangle$ ($w = \text{weakening}$, $1 \hat{=} \text{korekce vlivem } \sigma_{11}$). Tímto faktorem jsou redukovány lomové odpory rovin působení napětí. Většinou je využíván stejný korekční faktor jak pro tahovou oblast napětí $\sigma_{11} > 0$, tak pro tlakovou oblast napětí $\sigma_{11} < 0$. Za účelem jednoduchosti je tento faktor volen stejný pro redukci všech lomových odporů rovin působení napětí ($R_{\perp}^{(+)A}, R_{\perp\perp}^A$ a $R_{\perp\parallel}^A$). Tato úvaha má za následek, že úhel lomové roviny θ_{fp} není funkcí korekčního faktoru η_{w1} a ani napětí σ_{11} není funkcí úhlu natočení roviny působení napětí θ . Určování lomové roviny tedy může být prováděno stejným způsobem jako v případě, kdy není uvažována tato korekce [15].

Vliv korekčního faktoru η_{w1} lze nejjednodušeji popsat při uvažování lomové křivky pro rovinnou napjatost $\sigma_{11} - \sigma_{22}$ (viz obrázek 3.6). V každém kvadrantu je křivka složena z přímky v intervalu $\langle 0, s \cdot R_{\parallel} \rangle$ a částí elipsy na intervalu $(s \cdot R_{\parallel}, |\sigma_{11}| = R_{\parallel})$. V oblasti vláknového porušení ($|\sigma_{11}| = R_{\parallel}$) dosahuje úroveň přenositelného napětí σ_{22} svého minima, hodnoty $m \cdot R_{\perp}$. Parametry m a s je možné volit libovolně a i rozdílné pro tlakovou a tahovou oblast napětí σ_{11} . Nicméně bez důsledné experimentální analýzy je vhodné tyto parametry volit $m = s = 0.5$ [15]. Křivku je možné i přetransformovat do tvaru závislosti $f_{EIFF}(\sigma_{22})$ na $f_{EFF}(\sigma_{11})$ vydělením napětí σ_{22} pevností $R_{\perp}^{(+)}$ nebo $-R_{\perp}^{(-)}$, a napětí σ_{11} pevností $R_{\parallel}^{(+)}$ nebo $-R_{\parallel}^{(-)}$. Křivky odpovídající tahovému i tlakovému napětí σ_{11} se v tomto případě vyskytují v prvním kvadrantu. Dále při uvažování shodných parametrů m a s pro tahovou a tlakovou oblast napětí σ_{11} jsou tyto křivky identické.

Při uvažování výše zmíněné hypotézy, tj. že vysoká napětí σ_{11} (způsobující vysoké indexy porušení f_{EFF}) oslabují odolnost materiálů vůči mezivláknovému porušení ve všech akčních rovinách stejným způsobem, je možné úvahy dále provádět bez rozlišování, zda napětí σ_{22} či libovolná kombinace napětí vede k mezivláknovému porušení. Jelikož první kvadrant grafu na obrázku 3.6 zobrazuje vztah mezi odolnostmi materiálu proti me-



Obrázek 3.6: Tvar lomové křivky při uvažování rovinné napjatosti $\sigma_{11} - \sigma_{22}$ v případě zahrnutí vlivu napětí σ_{11} na mezivláknové porušení jakožto funkce parametrů s a m [40].

zivláknovému porušení a proti porušení vláken, je nutné index porušení f_{EIFF} (reprezentující odolnostmi materiálu proti mezivláknovému porušení) redukovat výrazem $(\eta_{w1})^{-1}$:

$$f_{EIFF_{w1}} = \frac{f_{EIFF}(\theta_{fp})}{\eta_{w1}}, \quad (3.35)$$

kde pro korekční faktor η_{w1} byl na intervalu $f_{EFF} \in \langle s, 1 \rangle$ odvozen následující výraz [40]:

$$\eta_{w1} \left(\frac{f_{EIFF}}{f_{EFF}} \right) = \frac{c \left(a \sqrt{c^2(a^2 - s^2) + 1} + s \right)}{(ca)^2 + 1}, \quad (3.36)$$

$$\text{kde } c = \frac{f_{EIFF}(\theta_{fp})}{f_{EFF}} \text{ a } a = \frac{1 - s}{\sqrt{1 - m^2}}.$$

Rovnice (3.36) je platná za předpokladu, že platí:

$$\frac{1}{s} \geq \frac{f_{EIFF}(\theta_{fp})}{f_{EFF}} \geq m,$$

neboť pro $\frac{f_{EIFF}(\theta_{fp})}{f_{EFF}} > \frac{1}{s}$ je uvažováno, že napětí σ_{11} nemá vliv na mezivláknové porušení ($\eta_{w1} = 1$) a v případě platnosti výrazu $\frac{f_{EIFF}(\theta_{fp})}{f_{EFF}} < m$ nedochází k mezivláknovému porušení [15].

3.4.2 Korekce vlivu napětí na nelomových rovinách

Tato korekce zahrnuje fakt, že k mezivláknovému porušení nedochází náhle, ale od určitého zatížení, které sice nezpůsobí makromechanické porušení, ale způsobí mikromechanické porušení. Dojde-li u normalizovaného indexu porušení pro mezivláknové porušení definovaného jako

$$f'_{EIFF}(\theta) = \frac{f_{EIFF}(\theta)}{f_{EIFF}(\theta_{fp})} \quad (3.37)$$

k překročení hraniční hodnoty $f'_{EIFF_{thr}} \approx 0,5$, dochází k mikroporušení v matici či na rozhraní matrice a vlákna. S rostoucím indexem porušení postupně narůstá i počet těchto mikroporušení. Všeobecně mají tedy mikroporušení vzniklá od jednoho či více zátěžných stavů zeslabující efekt na lomové odpory rovin R^A platící pro všechny řezy rovnoběžné s vlákny [15].

Mimo to obsahuje každý kompozit určité množství vad ve formě prasklin vzniklých při procesu vytvrzování, plochých bublin a nebo lokálně nedokonalého navázání matrice na vlákna, přičemž tyto nedokonalosti mají určitou orientaci. S velkou pravděpodobností tedy roviny jiné než lomová rovina, jež je definována pomocí úhlu θ_{fp} , obsahují určité množství vad, jež mohou způsobit porušení i přes to, že index porušení $f_{EIFF}(\theta)$ v této rovině není nejvyšší. Toto se nazývá pravděpodobnostní efekt. Právě tento efekt zvyšuje neurčitost v predikci lomového úhlu.

Mikroporušení a pravděpodobnostní efekt se vyskytují zároveň a proto jsou i při analýze uvažovány společně a jejich vliv je zaveden pomocí korekčního faktoru η_{m+p} ($m \approx micro\text{--}damage, p \approx probabilistic$). Na základě výše uvedených úvah bylo formulováno následující tvrzení:

Lze očekávat, že uvažování mikroporušení a pravděpodobnostního efektu, snižujících mezivláknová napětí, povede ke zvýšení počtu rovin působení napětí, ve kterých bude relativně vysoký index porušení [15].

Zeslabení vlivem mikroporušení a pravděpodobnostního efektu lze snadno demonstrovat při uvažování kombinovaného namáhání vlivem napětí $\sigma_{22} - \sigma_{33}$ a proměnným poměrem těchto napětí. Na obrázku 3.7 (a) jsou znázorněny lomové křivky, přičemž čárkovaně je vyznačena teoretická křivka predikovaná pomocí výše popsaného kritéria a plnou linkou je

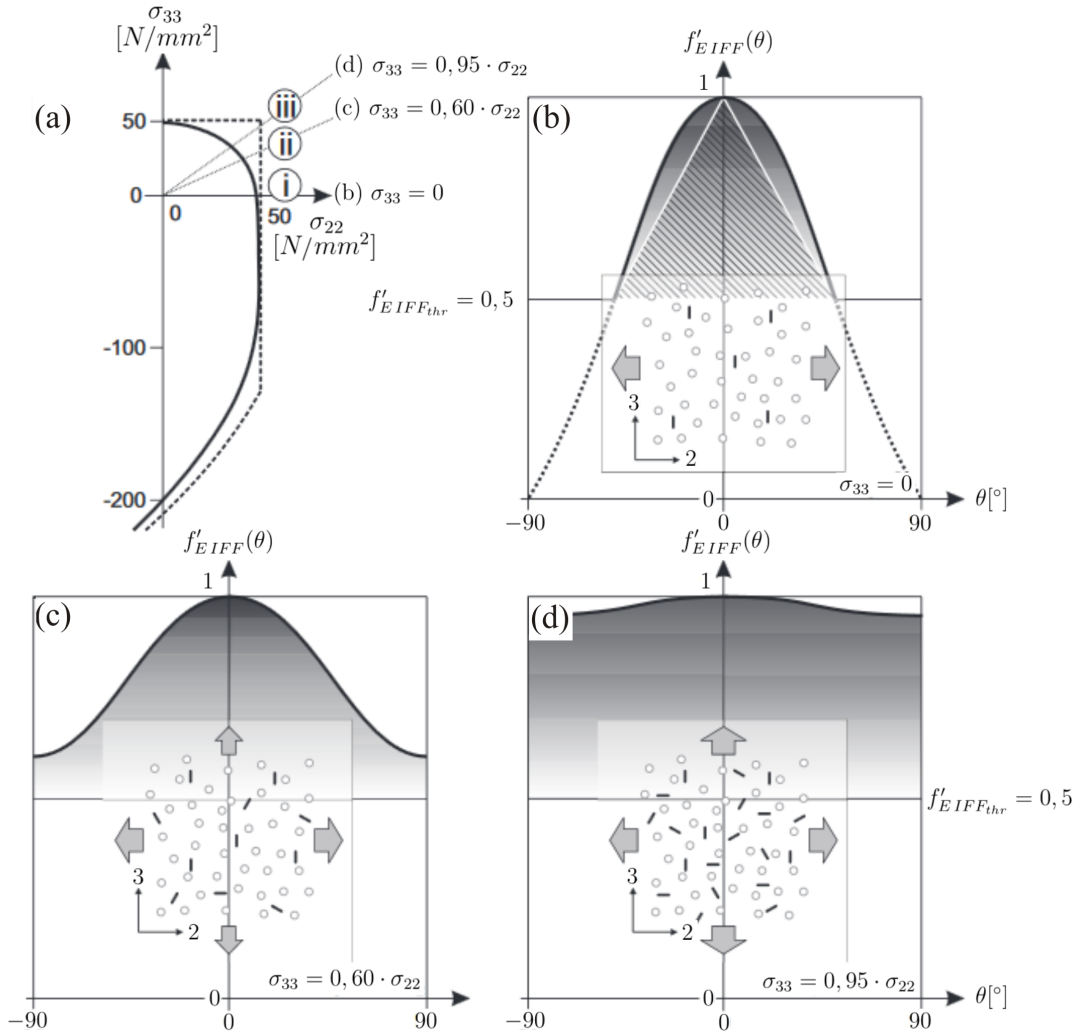
vyznačena experimentálně vyšetřená křivka, jež zahrnuje vliv mikroporušení a pravděpodobnostní efekt. Na obrázcích 3.7 (b)-(d) je znázorněna závislost indexu porušení na úhlu natočení roviny působení napětí při měnícím se poměru napětí mezi σ_{33} a σ_{22} . Na obrázku 3.7 (b) je naznačen případ, kdy napětí $\sigma_{33} \approx 0$ a působí jen napětí σ_{22} . V daném případě existuje jen malé množství rovin s vysokým indexem porušení v okolí lomové roviny definované lomovým úhlem $\theta_{fp} = 0^\circ$. Pouze v těchto rovinách se projeví vliv nedokonalostí (mikroporušení i pravděpodobnostní efekt). Proto je přiřazený korekční faktor η_{m+p} nepatrně nižší než 1. Z obrázků 3.7 (c) a 3.7 (d) je patrné, že s rostoucím poměrem napětí σ_{33} a σ_{22} roste počet rovin působení napětí, jejichž index porušení překročí hraniční hodnotu $f'_{EIFF_{thr}}$ a kde se tedy projeví vliv nedokonalostí. Přiřazený korekční faktor η_{m+p} je výrazně nižší než 1, v případě poměru napětí σ_{33}/σ_{22} blízcího se k 1 je korekční faktor $\eta_{m+p} \approx 0,7$ (viz obrázek 3.7 (a) iii).

Odvození η_{m+p} je založeno na následujících úvahách [40]:

- Lomová rovina definovaná úhlem θ_{fp} je rovina, pro níž je vypočten maximální index porušení ($[f_{EIFF}(\theta)]_{max} = f_{EIFF}(\theta_{fp})$) (viz rovnice 3.20 a 3.21).
- Napětí při mezivláknovém porušení jsou získána korekcí lomových napětí snížením korekčním faktorem $\eta_{m+p} < 1$ (viz rovnice (3.39)). Lomová napětí jsou spočtena pomocí $f_{EIFF}(\theta_{fp})$ za využití Mohrovy hypotézy. Odpovídajícím způsobem jsou indexy porušení $f_{EIFF}(\theta_{fp})$ povýšeny na vyšší hodnoty $f_{EIFF_{m+p}}$.

$$f_{EIFF_{m+p}} = \frac{f_{EIFF}(\theta_{fp})}{\eta_{m+p}} \quad \text{nebo} \quad = \frac{f_{EIFF_{w1}}}{\eta_{m+p}} \quad (3.38)$$

$$\{\sigma\}_{m+p} = \{\sigma\}_{fr}^{Mohr} \cdot \eta_{m+p} = \frac{\{\sigma\}}{f_{EIFF}(\theta_{fp})} \cdot \eta_{m+p} = \frac{\{\sigma\}}{f_{EIFF_{m+p}}} \quad (3.39)$$



Obrázek 3.7: (a) Tvar lomové křivky při uvažování rovinné napjatosti $\sigma_{22} - \sigma_{33}$. Lomová křivka znázorněná bez uvažování korekčního faktoru η_{m+p} pomocí čárkované linky a při uvažování korekčního faktoru pomocí plné linky. (b)-(d) závislost indexu porušení na úhlu natočení roviny působení napětí při měnícím se poměru mezi napětími σ_{33} a σ_{22} . Vyšrafovaná oblast na obrázku (b) reprezentuje S_{ref} [15].

Plochu S pod křivkou normalizovaného indexu porušení $f'_{EIFF}(\theta)$ všech příslušných rovin působení napětí lze vyjádřit následovně:

$$S = \int_*^{\theta} (f'_{EIFF}(\theta) - f'_{EIFF_{thr}}) d\theta \approx \sum_{0^{\circ}}^{179^{\circ}} (f'_{EIFF}(\theta) - f'_{EIFF_{thr}}) \cdot \Delta\theta \quad (3.40)$$

* všechny roviny, pro které platí $f'_{EIFF}(\theta) \geq f'_{EIFF_{thr}}$.

Rovnice (3.40) je platná pro inkrement úhlu $\Delta\theta = 1^\circ$. Výraz pro výpočet η_{m+p} byl Puckem definován následovně:

$$\eta_{m+p} = 1 - \Delta_{max} \frac{S - S_{ref}}{S_{max} - S_{ref}} \quad (3.41)$$

kde $S_{max} = 90^\circ$ a $S_{ref} = 30^\circ$ [40]. Hodnota $\Delta_{max} = \langle 0, 15, 0, 25 \rangle$ slouží ke kalibraci korekčního faktoru η_{m+p} .

Kromě korekce materiálových pevností je doporučena i oprava sklonů mezní plochy $p_{\perp\parallel}^{(+)}$, $p_{\perp\parallel}^{(-)}$, $p_{\perp\perp}^{(+)}$ a $p_{\perp\perp}^{(-)}$. Nicméně doposud byla na základě experimentálních výsledků odvozena pouze korekce pro $p_{\perp\parallel}^{(-)}$:

$$\frac{p_{\perp\parallel cor}^{(-)}}{p_{\perp\parallel}^{(-)}} = 1 + 0,6 \cdot \frac{\Delta_{max}}{p_{\perp\parallel}^{(-)}}, \quad (3.42)$$

kde $0,15 \leq \Delta_{max} \leq 0,25$ a $0,25 \leq p_{\perp\parallel}^{(-)} \leq 0,35$. Pro ostatní hodnoty sklonů zatím není známá korekce. Korigované pevnosti $R_{\perp cor}^{(+)}$, $R_{\perp cor}^{(-)}$ a $R_{\parallel cor}$, na jejichž základě by měla být prováděna analýza zahrnující korekční faktor η_{m+p} , jsou vyjádřeny pomocí následujícího výrazu:

$$R_{cor} = \frac{R}{\eta_{m+p}} \quad (3.43)$$

Hodnoty η_{m+p} ve jmenovateli by měly být spočteny z případů jednoosého zatěžování tahovým napětím $\sigma_{\perp}^{(+)}$, tlakovým napětím $\sigma_{\perp}^{(-)}$ a smykovým napětím $\tau_{\perp\parallel}$ pomocí rovnic (3.40) a (3.41). Fakt, že výpočet $f'_{EIFF}(\theta)$ je založen na korigovaných pevnostech vede k nutnosti zavedení numerického řešení problému.

Obecně je doporučeno využívat korekci faktorem η_{m+p} i v případě, že její výpočet je založen na nekorigovaných materiálových parametrech, neboť i v tomto případě bude predikce porušení přesnější, než v případě bez použití tohoto faktoru.

Kapitola 4

Teoretický základ statistického vyhodnocení materiálových parametrů

Variabilita materiálových parametrů kompozitních materiálů je způsobena různými faktory, jako je variabilita základních složek, variabilita mezi jednotlivými dávkami výroby způsobená operátory, samotnou vnitřní variabilitou v rámci dávky a také variabilitou způsobenou testováním. Tuto variabilitu je nutné uvažovat při návrhu konstrukce z kompozitních materiálů a zahrnout ji do výpočtů.

Hlavním cílem je vypočítat 99% percentil s 95% intervalem spolehlivosti (dále označován jako A-báze), 90% percentil s 95% intervalem spolehlivosti (dále označován jako B-báze), popřípadě Faktor variability materiálu (tzv. *Material variability factor*), přičemž použité metody pro výpočet jsou závislé na vstupních datech. Vstupní data, která nemohou být přiřazena určité skupině, popřípadě data přiřazená skupinám, jež mají zanedbatelné rozdíly mezi sebou, nazýváme nestrukturovanými daty. V opačném případě data nazýváme strukturovanými.

Procedura výpočtu A- nebo B-báze je patrná z vývojového diagramu na obrázku 4.1. Jednotlivé metody a testy jsou předmětem rozboru v následujících podkapitolách.

4.1 Test Maximálních normovaných residuí (MNR test)

MNR test, často taktéž nazývaný Grubbsův test, je využíván pro nalezení vybočujících pozorování (dále jen *outlier*) za předpokladu, že data podléhají Normálnímu rozdělení (v opačném případě je využíván Dixonův test [74]).

Při uvažování nestrukturovaných dat s hodnotami x_1, x_2, \dots, x_n lze hodnotu čísla *MNR* vyjádřit jako:

$$MNR = \max_i \frac{|x_i - \bar{x}|}{s}, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (4.1)$$

kde \bar{x} označuje střední hodnotu a s směrodatnou odchylku. Tato hodnota je porovnávána s kritickou hodnotou (*CV* – *critical value*), jež je pro soubor dat s počtem n vyjádřena jako:

$$CV = \frac{n-1}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{t^2}{n-2+t^2}}, \quad (4.2)$$

kde

$$t = [1 - \alpha/2n]. \quad (4.3)$$

α se nazývá hladina významnosti a její doporučená hodnota je $\alpha = 0,05$. Je-li číslo *MNR* menší než *CV*, může být vyvozeno, že v souboru dat nebyl detekován žádný *outlier*. V opačném případě je vzorek, pro nějž je hodnota $|x_i - \bar{x}|$ nejvyšší, detekován jako *outlier*. V daném případě by měl být vzorek odstraněn a test by měl být proveden znovu [57].

4.2 K-vzorkový Anderson-Darlingův test

K-vzorkový Anderson-Darlingův test je neparametrická statistická procedura sloužící k otestování hypotézy, zda data v populaci složené ze dvou a více skupin dat jsou identické, tj. že data v populaci se chovají jako by byla vzata z jedné velké skupiny. Pro ověření této

hypotézy je nutné vyčíslit číslo ADK z dat populace z_1, z_2, \dots, z_L dle následující rovnice [57]:

$$ADK = \frac{n-1}{n^2(k-1)} \sum_{i=1}^k \left[\frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^L h_j \frac{(nF_{ij} - n_i H_j)^2}{H_j(n - H_j) - nh_j/4} \right], \quad (4.4)$$

kde

- n = je počet zkombinovaných dat (počet dat v populaci),
- n_i = je počet dat ve skupině,
- k = je počet skupin,
- L = je pozorování v populaci dat,
- h_j = je počet pozorování v populaci dat rovnajících se hodnotě z_j ,
- H_j = je počet pozorování v populaci dat menších než hodnota z_j plus jedna polovina počtu pozorování rovnajících se hodnotě z_j ,
- F_{ij} = je počet pozorování v i skupině dat jež jsou menší než hodnota z_j plus jedna polovina počtu pozorování v dané skupině dat rovnajících se hodnotě z_j .

Číslo ADK je porovnáváno s kritickou hodnotou ADC :

$$ADC = 1 + \sigma_n \left[1,645 + \frac{0,678}{\sqrt{k-1}} - \frac{0,362}{k-1} \right], \quad (4.5)$$

kde

$$\sigma_n^2 = Var(ADK) = \frac{an^3 + bn^2 + cn + d}{(n-1)(n-2)(n-3)(k-1)^2}, \quad (4.6)$$

přičemž

$$a = (4g - 6)(k - 1) + (10 - 6g)S, \quad (4.7)$$

$$b = (2g - 4)k^2 + 8Tk + (2g - 14T - 4)S - 8T + 4g - 6, \quad (4.8)$$

$$c = (6T + 2g - 2)k^2 + (4T - 4g + 6)k + (2T - 6)S + 4T, \quad (4.9)$$

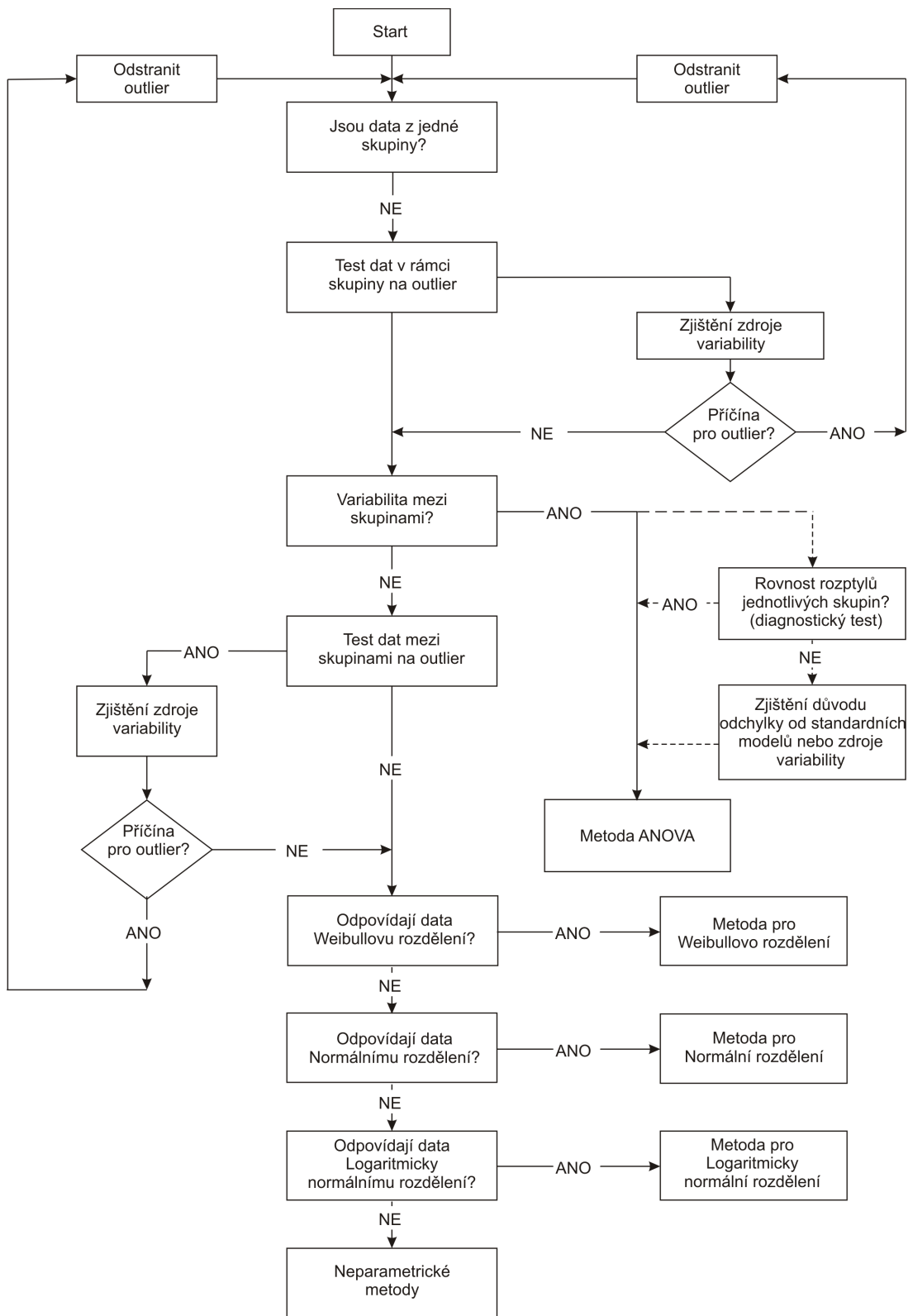
$$d = (2T + 6)k^2 - 4Tk, \quad (4.10)$$

$$S = \sum_{i=1}^k \frac{1}{n_i}, \quad (4.11)$$

$$T = \sum_{i=1}^{n-1} \frac{1}{i}, \quad (4.12)$$

$$g = \sum_{i=1}^{n-2} \sum_{j=i+1}^{n-1} \frac{1}{(n-i)j}. \quad (4.13)$$

V případě, že ADK je menší než kritická hodnota ADC , je možné vyvodit závěr (s pětiprocentní pravděpodobností omylu), že hypotéza je platná a tedy že populace dat se chová tak, jako by byla složena z jedné velké skupiny dat.



Obrázek 4.1: Vývojový diagram zobrazující výpočtovou proceduru pro určení A- nebo B-báze [57].

4.3 Anderson-Darlingův *goodness-of-fit* test

Pro každé rozdělení je využíván Anderson-Darlingův test, neboť tento test je velmi citlivý na rozdíly v okrajových oblastech rozdělení. Tento test porovnává distribuční funkci daného rozdělení s distribuční funkcí testovaných dat. Testovaná data jsou nejprve převedena do obvyklého vyjádření pro příslušné rozdělení. Tzv. *Observed significance level (OSL)*, jenž je založen na Anderson-Darlingově testovací hodnotě (AD), je vypočten pro testovaná data. Číslo OSL vyjadřuje pravděpodobnost získání hodnoty AD alespoň tak velké, jako kdyby byla předpokládána hypotéza, že testovaná data přímo podléhají příslušnému rozdělení. Je-li číslo OSL menší nebo rovno hodnotě 0,05, výše zmíněná hypotéza je zamítnuta (při uvažování 5% možnosti omylu) [57].

4.3.1 *Goodness-of-fit* test pro dvouparametrické Weibullovo rozdělení

Pro testování dvouparametrického Weibullovo rozdělení je uvažováno porovnání Weibullovo distribuční funkce, která nejlépe odpovídá datům s distribuční funkcí dat. S využitím odhadů Weibullových parametrů tvaru $\hat{\beta}$ a měřítka $\hat{\alpha}$, jež lze spočítat například pomocí metody nejmenších čtverců, lze spočítat:

$$z_{(i)} = [x_{(i)}/\hat{\alpha}]^{\hat{\beta}}, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (4.14)$$

Anderson-Darlingova testovací hodnota lze vyjádřit:

$$AD = \sum_{i=1}^n \frac{1-2i}{n} [\ln [1 - \exp(-z_{(i)})] - z_{(n+1-i)}] - n \quad (4.15)$$

a OSL má tvar

$$OSL = 1 / \{1 + \exp[-0,10 + 1,24 \ln(AD^*) + 4,48AD^*]\}, \quad (4.16)$$

kde

$$AD^* = \left(1 + \frac{0,2}{\sqrt{n}}\right) AD. \quad (4.17)$$

Platí-li $OSL \leq 0,05$, je možné vyvodit závěr (s 5% možností omylu), že data nepodléhají dvouparametrickému Weibullovu rozdělení [57].

Není-li vyloučeno, že hodnoty podléhají dvouparametrickému Weibullovu rozdělení, je možné vyjádřit hodnotu B-báze ve tvaru:

$$B = \hat{q} \exp \left\{ \frac{-V}{\hat{\beta} \sqrt{n}} \right\}, \quad (4.18)$$

kde

$$\hat{q} = \hat{\alpha}(0, 10536)^{\frac{1}{\beta}} \quad (4.19)$$

a V je tabulková hodnota, jež je funkcí počtu dat n [57]. Pro výpočet A-báze je rovnice (4.19) přepsána do tvaru:

$$\hat{q} = \hat{\alpha}(0, 01005)^{\frac{1}{\beta}}. \quad (4.20)$$

4.3.2 *Goodness-of-fit* test pro Normální rozdělení

Pro testování Normálního rozdělení je uvažováno porovnání distribuční funkce Normálního rozdělení, která nejlépe odpovídá datům s distribuční funkcí dat. Uvažujme

$$z_{(i)} = \frac{x_{(i)} - \bar{x}}{s}, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (4.21)$$

kde $x_{(i)}$ je i -té nejmenší pozorování, \bar{x} je střední hodnota a s reprezentuje směrodatnou odchylku.

Anderson-Darlingova testovací hodnota má tvar:

$$AD = \sum_{i=1}^n \frac{1-2i}{n} \{ \ln [F_0(z_{(i)})] + \ln [1 - F_0(z_{(n+1-i)})] \} - n, \quad (4.22)$$

kde F_0 je distribuční funkce normálního rozdělení. Číslo OSL má následně tvar

$$OSL = 1 / \{ 1 + \exp[-0,48 + 0,78 \ln(AD^*) + 4,58AD^*] \}, \quad (4.23)$$

kde

$$AD^* = \left(1 + \frac{0,2}{\sqrt{n}}\right) AD. \quad (4.24)$$

Platí-li $OSL \leq 0,05$, je možné vyvodit závěr (s 5% možností omylu), že data nepodléhají Normálnímu rozdělení.

Není-li vyloučeno, že hodnoty podléhají Normálnímu rozdělení, je možné vyjádřit hodnotu A- a B-báze ve tvaru:

$$A = \bar{x} - k_A s, \quad (4.25)$$

$$B = \bar{x} - k_B s, \quad (4.26)$$

kde hodnoty k_A a k_B jsou funkcí počtu dat n [57].

4.3.3 *Goodness-of-fit* test pro Logaritmicky normální rozdělení

Logaritmicky normální rozdělení je odvozeno z Normálního rozdělení. Data podléhají tomuto rozdělení, pokud platí, že přirozený logaritmus dat podléhá Normálnímu rozdělení.

Za účelem testování, zda data podléhají Logaritmicky normálnímu rozdělení, je hodnota $z_{(i)}$ vyjádřena následovně:

$$z_{(i)} = \frac{\ln(x_{(i)}) - \bar{x}_L}{s_L}, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (4.27)$$

kde $x_{(i)}$ je i -té nejmenší pozorování, \bar{x}_L a s_L jsou střední hodnota a směrodatná odchylka z hodnot $\ln(x_{(i)})$ [57].

Anderson-Darlingova testovací hodnota je následně spočtena z rovnice (4.22) a hodnota OSL z rovnice (4.23). Hodnoty A- a B-báze se počítají analogicky s Normálním rozdělením.

4.4 Jednofaktorová analýza rozptylu (*one-way ANOVA*)

Jednofaktorová analýza rozptylu může být použita pro výpočet hodnoty B-báze v případě negativního výsledku K-vzorkového Anderson-Darlingova testu. Pro realizaci analýzy musejí být splněny následující předpoklady [57]:

1. data z jednotlivých skupin podléhají Normálnímu rozdělení,
2. rozptyly jednotlivých skupin jsou stejné,
3. střední hodnoty jednotlivých skupin podléhají Normálnímu rozdělení.

V současné době neexistuje žádný test pro ověření první podmínky. Pro ověření druhé podmínky je doporučováno využití Levenova testu shodnosti rozptylů. Taktéž v případě třetí podmínky neexistuje spolehlivý test, pokud není k dispozici dostatečný počet skupin (alespoň 20) [57].

4.4.1 Výpočet A- nebo B-báze

Pro výpočet hodnoty A- nebo B-báze je nutné provést následující výpočty:

$$n^* = \sum_{i=1}^k n_i^2/n, \quad (4.28)$$

$$n' = (n - n^*)/(k - 1), \quad (4.29)$$

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^k n_i \bar{x}_i/n, \quad (4.30)$$

$$MSB = \sum_{i=1}^k \frac{n_i(\bar{x}_i - \bar{x})^2}{k - 1}, \quad (4.31)$$

$$MSE = \frac{1}{n-k} \sum_{i=1}^k (n_i - 1) s_i^2, \quad (4.32)$$

kde n_i je počet dat v i -té skupině, n označuje celkový počet dat v rámci všech k skupin. n' se nazývá efektivní velikost skupiny, \bar{x}_i a s_i jsou střední hodnota a směrodatná odchylka i -té skupiny. \bar{x} značí celkovou střední hodnotu. MSB se nazývá meziskupinový průměrný čtverec a MSE se nazývá vnitřní průměrný čtverec.

Dále je potřeba vyjádřit směrodatnou odchylku všech dat

$$S = \sqrt{\frac{MSB}{n'} + \left(\frac{n' - 1}{n'}\right) MSE}, \quad (4.33)$$

a taktéž je nutné definovat poměr průměrných čtverců:

$$u = \frac{MSB}{MSE}. \quad (4.34)$$

Limitní toleranční faktor je následně vyjádřen jako:

$$T = \frac{k_0 - \frac{k_1}{\sqrt{n'}} + (k_1 - k_0)w}{1 - \frac{1}{\sqrt{n'}}}, \quad (4.35)$$

kde

$$w = \sqrt{\frac{u}{u + n' - 1}}, \quad (4.36)$$

a parametry k_0 a k_1 jsou nazývány limitní toleranční faktory pro náhodný vzorek z normálního rozdělení s počtem vzorků n a k . Jedná se o tabulkové hodnoty, jež jsou rozdílné pro výpočet A- a B-báze. Hodnoty jsou zmíněné například v [57].

Hodnotu A- nebo B-báze je poté možné vyjádřit následovně:

$$A = \bar{x} - TS \quad \text{nebo} \quad B = \bar{x} - TS. \quad (4.37)$$

4.4.2 Levenův test shodnosti rozptylů

Jedním z předpokladů pro možnost aplikace *ANOVA* metody je rovnost rozptylů jednotlivých skupin. Pro ověření zmíněného předpokladu je hojně využíván Levenův test. Za účelem provedení tohoto testu musejí být data transformována do tvaru:

$$w_{ij} = |x_{ij} - \tilde{x}_i|, \quad (4.38)$$

kde \tilde{x}_i je medián z n_i hodnot i -té skupiny. Na takto transformovaná data je nutné aplikovat F-test. Je-li výsledná hodnota větší nebo rovna tabulkové hodnotě kvantilu F-rozdělení, hodnoty rozptylů jednotlivých skupin se výrazně liší [57].

4.4.3 F-test

F-test je využíván pro testování rovnosti středních hodnot (při aplikaci Levenova testu rovnosti rozptylů) jednotlivých skupin. Za účelem otestování hypotézy, zda jednotlivé skupiny mají shodné střední hodnoty, je nutné vyčíslit testovací statistiku F :

$$F = \frac{\sum_{i=1}^k n_i (\bar{x}_i - \bar{x})^2 / (k - 1)}{\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} (x_{ij} - \bar{x}_i)^2 / (n - k)}, \quad (4.39)$$

kde \bar{x}_i je střední hodnota z n_i hodnot v i -té skupině a \bar{x} je střední hodnota ze všech n dat. Je-li hodnota testovací statistiky F větší než hodnota $1 - \alpha$ kvantilu F-rozdělení, je možné vyvodit závěr (s $\alpha\%$ možností omylu), že střední hodnoty k skupin se nerovnejí [57].

4.5 Faktor variability materiálu (*Material variability factor*)

Za účelem prokázání schopnosti libovolné struktury odolat předepsanému zatížení za jakýchkoliv okolností je často předepsané zatížení násobeno různými faktory [19]. Jedním z nich je i faktor variability materiálu (tzv. *Material variability factor* – *MVF*). Tento faktor je využíván za účelem prokázání, že k selhání struktury nedojde pouze v důsledku variability materiálových vlastností použitého materiálu.

Za účelem výpočtu MVF je nutné vyjádřit variační koeficient (*Coefficient of Variation*):

$$CoV = \frac{s}{\bar{x}}, \quad (4.40)$$

kde s je směrodatná odchylka a \bar{x} je střední hodnota. Pro standardní kovové materiály se hodnota CoV obvykle pohybuje mezi 0,03 a 0,07. Pro kompozitní materiály se může hodnota CoV pohybovat okolo 0,13 nebo i výše v případě málo kontrolovaného procesu výroby [3].

Hodnotu MVF lze následně vyjádřit jako:

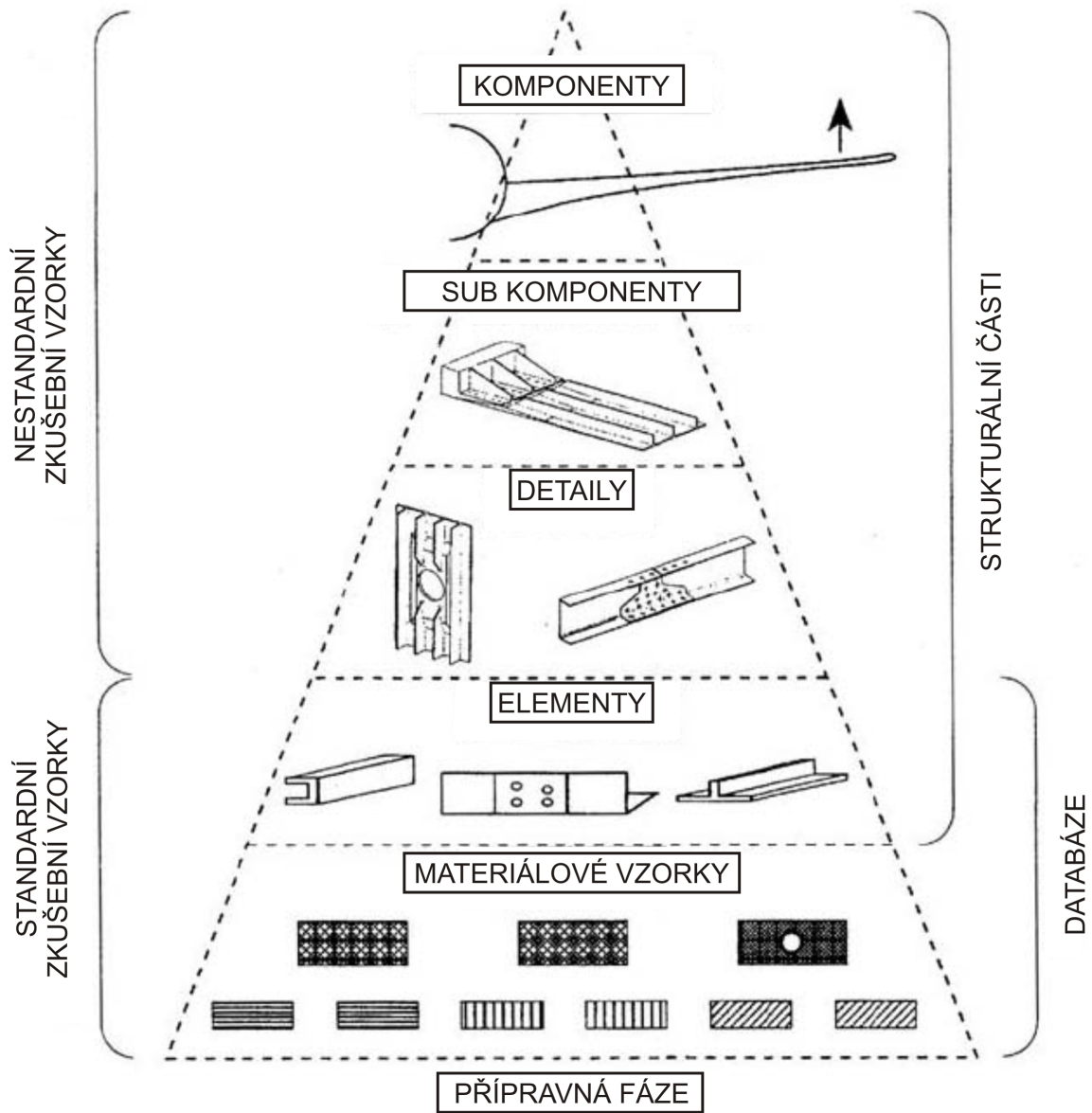
$$MVF = \frac{1}{1 - [k(CoV - CoV_B)]}, \quad (4.41)$$

kde CoV je variační koeficient materiálových vlastností materiálu použitého pro strukturu a CoV_B je variační koeficient tradičního výchozího kovového dílu. Hodnotu CoV_B lze vypočítat na základě dat z [69]. V případě, že nejsou nutná data k dispozici, je akceptovatelné uvažovat hodnotu pro hliníkový plech u kterého se $CoV_B = 0,03$ [3].

Kapitola 5

Identifikace materiálových vlastností a simulace chování kompozitních materiálů

Vyšetřování porušování kompozitních komponent a jejich spojů bylo prováděno v souladu s takzvaným *Building block* přístupem (viz obrázek 5.1). Tento přístup spočívá ve velkém množství testů nutných k získání databáze materiálových vlastností (standardní zkušební vzorky). S rostoucí komplexitou zkušebních vzorků (nestandardní zkušební vzorky) následně ubývá jejich počet [70]. Nejinak je tomu i v případě simulací a výpočtů, kde se vzrůstající komplexitou je zakládáno na výsledcích a poznatcích získaných z předchozí úrovně testování a výpočtů.



Obrázek 5.1: Schematický nákres tzv. *Building block* přístupu [70].

Vzhledem k tomu, že práce je zaměřena na kompozitové komponenty a jejich spojení pomocí trhacích nýtů, bylo zvoleno následující přiřazení do jednotlivých úrovní:

1. Přípravná fáze

- Materiálový model pro simulaci postupného porušování.

2. Materiálové vzorky

- Výroba kompozitu.
- Identifikace materiálových vlastností.

3. Elementy

- Vyšetření tuhosti a pevnosti laminátu.

4. Detaily

- Vyšetření součinitele smykového tření mezi kompozitovými komponentami.
- Vyšetření předpětí nýtu.
- Vyšetření míry plastických deformací způsobených nýtovacím procesem.

5. Sub komponenty

- Vyšetření vlivu tolerance mezi dírou a nýtem na tuhost a únosnost jednostřížného spoje s jedním nýtem.
- Numerická simulace chování jednostřížného spoje s jedním nýtem.

6. Komponenty

- Spojení kompozitových komponent se třemi nýty.

Vě všech úrovních s výjimkou úrovně Detaily se jednalo o přípravu, provedení a vyhodnocení experimentu a následnou validaci výpočtových modelů pomocí naměřených dat. Jelikož první tři úrovně (Přípravná fáze, Materiálové vzorky a Elementy) se týkají výhradně kompozitových komponent, je popis jednotlivých bodů uveden v této kapitole. Čtvrtá až šestá úroveň (Detaily, Sub komponenty a Komponenty) se týká spojů, a proto je logicky řazena do vlastní šesté kapitoly.

5.1 Materiálový model pro simulaci postupného porušování

V rámci vlastní práce byl vyvinut, implementován a následně testován materiálový model postupného porušování při uvažování prostorového stavu napjatosti. Implementace do MKP softwaru Abaqus byla realizována pomocí subroutiny UMAT [67] vytvořené v programovacím jazyce Fortran.

Pro simulaci nelineárního chování byl zvolen vztah s konstantní asymptotou dle rovnice (2.3). Dále bylo v materiálovém modelu uvažováno se statistikou vstupních materiálových vlastností.

Pro predikci porušení bylo využito Puckova kritéria porušení pro prostorovou napjatost, jež je popsáno v kapitole 3. Toto kritérium bylo zvoleno na základě dobrých výsledků, jež prokázalo WWFE [29]. Dále je výsledkem tohoto kritéria i lomový úhel θ_{fr} , na kterém je založena degradace matice tuhosti simulující postupné porušování materiálu. Ve vytvořeném modelu je možné volit mezi klasickou variantou Puckova kritéria bez korekcí a variantou s korekcemi zahrnujícími vliv napětí ve směru vláken na mezivláknové porušení a vliv napětí na nelomových rovinách. V souladu s Puckovým kritériem je i degradace matice tuhosti rozdělena v závislosti na tom, zda došlo k mezivláknovému porušení nebo k porušení vláken.

5.1.1 Implementace statistiky vstupních materiálových vlastností do materiálového modelu

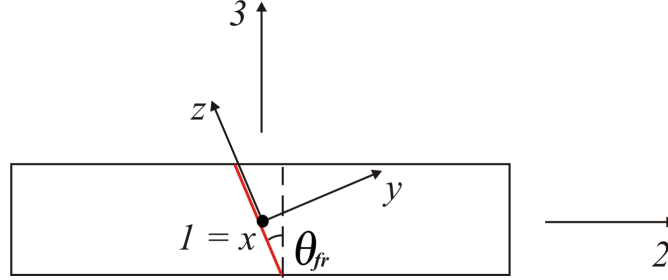
Do materiálového modelu byla implementována možnost využití statistiky tuhostních a pevnostních materiálových vlastností. Při inicializaci počátečních hodnot pro výpočet matice tuhosti a pevností v daném integračním bodě byla tato matice počítána na základě materiálových vlastností počítaných dle vzorce:

$$X = \bar{x} + r \cdot s, \quad (5.1)$$

kde X reprezentuje danou vstupní materiálovou vlastnost, \bar{x} a s značí příslušnou střední hodnotu a směrodatnou odchylku. Číslo r je náhodná hodnota z intervalu $r \in \langle -1, 1 \rangle$.

5.1.2 Degradace matice tuhosti při mezivláknovém porušení

Za účelem zjednodušení degradace matice tuhosti \mathbf{C} , v subrutině UMAT nazývané **DD-SDDE**, je tato matice transformována ze souřadnicového systému laminy $O(1, 2, 3)$ do souřadnicového systému lomové roviny $O(x, y, z)$ popsaných na obrázku 5.2.



Obrázek 5.2: Schematické znázornění souřadnicového systému laminy $O(1, 2, 3)$ a souřadnicového systému lomové roviny $O(x, y, z)$.

Transformace matice \mathbf{C} příslušející systému $O(1, 2, 3)$ na matici \mathbf{C}' příslušející systému $O(x, y, z)$ je provedena pomocí vztahu:

$$\mathbf{C}'(\theta_{fr}) = \mathbf{T}_\sigma \cdot \mathbf{C} \cdot \mathbf{T}_\epsilon^{-1}, \quad (5.2)$$

kde

$$\mathbf{T}_\sigma = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c^2 & s^2 & 0 & 0 & 2sc \\ 0 & s^2 & c^2 & 0 & 0 & -2sc \\ 0 & 0 & 0 & c & s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -s & c & 0 \\ 0 & -sc & sc & 0 & 0 & c^2 - s^2 \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

je matice transformace napětí a \mathbf{T}_ϵ^{-1} je invertovaná matice transformace deformací daná vztahem:

$$\mathbf{T}_\varepsilon = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c^2 & s^2 & 0 & 0 & sc \\ 0 & s^2 & c^2 & 0 & 0 & -sc \\ 0 & 0 & 0 & c & s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -s & c & 0 \\ 0 & -2sc & 2sc & 0 & 0 & c^2 - s^2 \end{bmatrix}. \quad (5.4)$$

V rovnicích (5.3) a (5.4) je zavedena substituce $c = \cos \theta_{fr}$ a $s = \sin \theta_{fr}$.

Nenulové prvky matice \mathbf{C}' , označované jako C'_{ij} , jsou následně násobeny výrazem $(1 - d_{ij})$. Degradací parametry $d_{ij} \in \langle 0, 1 \rangle$ a liší se pro porušování způsobené tahovým nebo tlakovým namáháním (viz tabulka 5.1). Z důvodů konvergence numerického výpočtu bylo nutné vybrané degradační parametry ponížít z hodnoty 1,0 na hodnotu 0,9.

Tabulka 5.1: Degradací parametry v případě mezivláknového porušení.

	Porušení tahem	Porušení tlakem
d_{11}	0,0	0,0
d_{22}	0,9	0,3
d_{33}	0,0	0,0
d_{44}	0,9	1,0
d_{55}	0,0	0,0
d_{66}	0,9	1,0
d_{12}	0,9	0,0
d_{13}	0,0	0,0
d_{23}	0,9	0,0
d_{16}	1,0	1,0
d_{26}	1,0	1,0
d_{36}	1,0	1,0
d_{45}	1,0	1,0

Po degradaci matice \mathbf{C}' je tato matice transformována zpět ze systému $O(x, y, z)$ do systému $O(1, 2, 3)$ pomocí transformačních matic:

$$\mathbf{C}''(\theta_{fr}, d_{ij}) = \mathbf{T}_\sigma^{-1} \cdot \mathbf{C}'(\theta_{fr}, d_{ij}) \cdot \mathbf{T}_\varepsilon. \quad (5.5)$$

5.1.3 Degradace matice tuhosti při porušení vláken

V případě porušení vláken není transformace matice tuhosti \mathbf{C} potřeba, proto jsou nenulové prvky této matice, označované jako C_{ij} , přímo násobeny výrazem $(1 - d_{ij})$. Degradací parametry $d_{ij} \in \langle 0, 1 \rangle$ a liší se pro porušování způsobené tahovým nebo tlakovým namáháním jako v případě mezivláknového porušení (viz tabulka 5.2). Z důvodů konvergence numerického výpočtu bylo nutné vybrané degradační parametry ponížít z hodnoty 1,0 na hodnotu 0,9.

Tabulka 5.2: Degradací parametry v případě porušení vláken.

	Porušení tahem	Porušení tlakem
d_{11}	0,9	0,6
d_{22}	0,9	0,6
d_{33}	0,9	0,6
d_{44}	0,9	0,7
d_{55}	0,9	0,7
d_{66}	0,9	0,7
d_{12}	0,9	0,7
d_{13}	0,9	0,7
d_{23}	0,9	0,7
d_{16}	1,0	1,0
d_{26}	1,0	1,0
d_{36}	1,0	1,0
d_{45}	1,0	1,0

5.1.4 Delaminace

V průběhu testování modelu bylo zjištěno, že v některých případech je nutné uvažovat i porušování ve formě delaminace. Často totiž po prvním porušení ve formě mezivláknového

porušení dochází k šíření trhliny právě ve formě delaminace. Proto byl navržen a implementován i zjednodušený přístup pro simulaci delaminace.

Za tímto účelem je při tvorbě vrstvených prvků výpočtového modelu vždy mezi dvě ortotropní vrstvy vložena vrstva izotropního materiálu představujícího tenkou vrstvu matrice. Pro predikci porušení matrice je využito kritéria maximálních napětí, které je sice původně navrženo pro ortotropní materiály, nicméně v dané situaci výhodně poskytuje informaci o směru působení napětí, které způsobilo porušení. Normálová napětí jsou porovnávána s tahovou a tlakovou pevností matrice, smykové složky napětí jsou porovnávány s pevností matrice ve smyku.

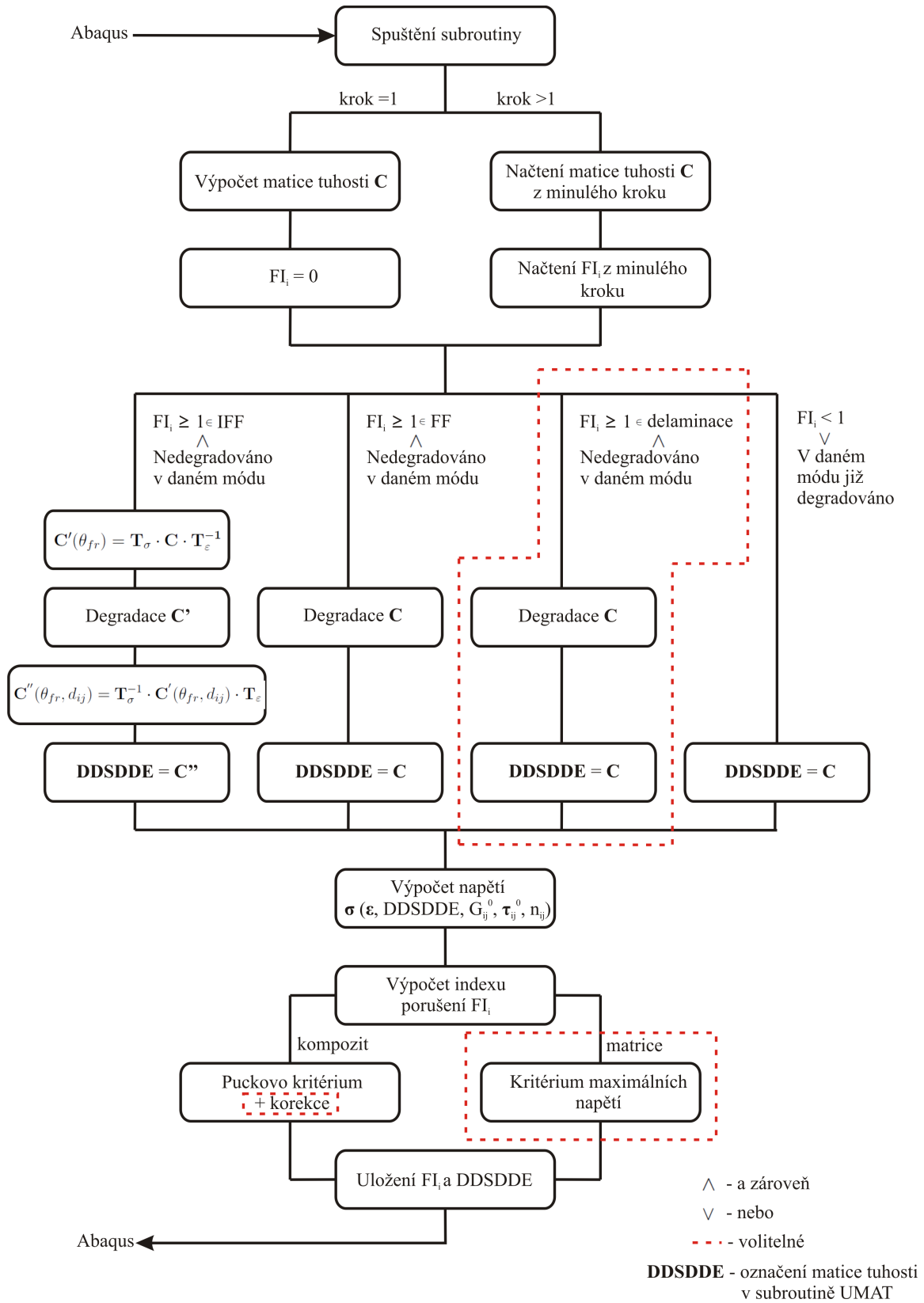
V případě, že dojde k porušení, jsou nenulové prvky matice tuhosti \mathbf{C} násobeny výrazem $(1 - d_{ij})$ jako v případě degradace při porušení vláken. V daném případě nebylo rozlišováno mezi porušením v důsledku tahových nebo tlakových zatížení (viz tabulka 5.3). Stejně jako u mezivláknového porušení i porušení vláken bylo nutné v degradačních parametry ponížít z hodnoty 1,0 na hodnotu 0,9.

Tabulka 5.3: Degradační parametry v případě delaminace.

	Porušení tahem/tlakem
d_{11}	0,9
d_{22}	0,9
d_{33}	0,9
d_{44}	0,9
d_{55}	0,9
d_{66}	0,9
d_{12}	0,9
d_{13}	0,9
d_{23}	0,9

Posloupnost jednotlivých výpočtů je znázorněna v diagramu na obrázku 5.3.

Schopnost predikce a simulace porušení výše zmíněného modelu byla testována při simulaci různých typů zatěžování kompozitních struktur a spojů popsaných v disertační práci.

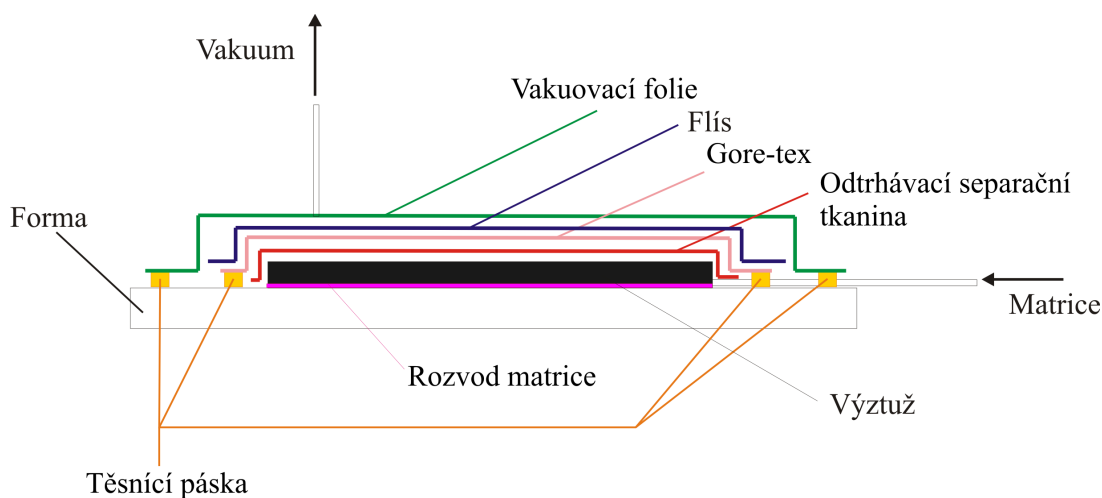


Obrázek 5.3: Vývojový diagram pro výpočet postupného porušování.

5.2 Výroba kompozitu

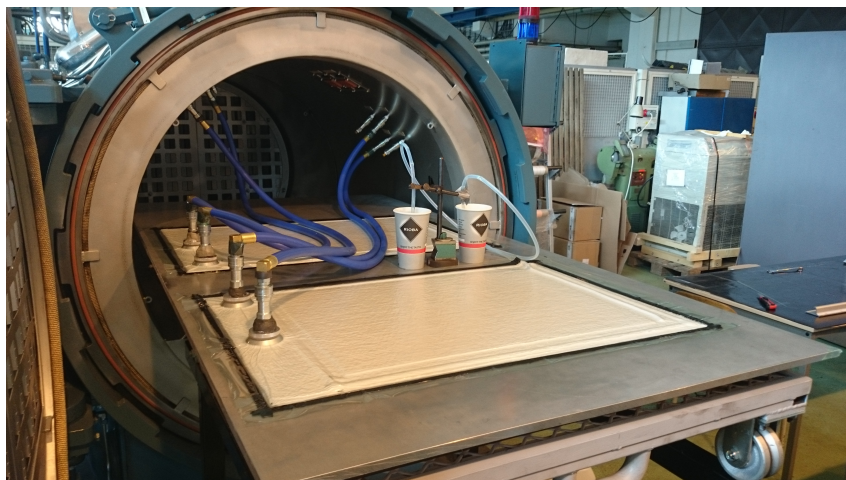
Za účelem přípravy zkušebních vzorků byly autorem vyráběny kompozitové desky z jednosměrové netkané textilie (*NCF – non-crimped fabric*) Saertex s výztuží z vláken TENAX-J IMS60 E13 24K, jež byla prosycena epoxidovou pryskyřicí typu MSG L285. Pro infiltraci pryskyřice byla zvolena technologie zvaná VAP[®], jež je patentována společností Airbus.

Technologie VAP[®] se vyznačuje tím, že na suchou výztuž je položena odtrhávací tkanina a přes ní průmyslová gore-texová membrána, jež je utěsněná. Ta propouští přebytečný vzduch, ale nepropouští matrici. Pro rozvod vakua je na tuto membránu položen flís a vše je utěsněno vakuovací folií (viz obrázek 5.4). Matrice je poté natažena do suché výztuže pomocí vakua jako v případě běžných infúzních technologií [2]. Výhodou oproti těmto technologiím je rovnoměrnější rozdělení matrice a vyšší objemový podíl vláken. Dále není nutné používat záchytný systém přebytečné matrice, z čehož plyne její menší spotřeba.



Obrázek 5.4: Schematický náčrt výroby kompozitních materiálů pomocí technologie VAP[®].

Pomocí této technologie byly v autoklávu ASC Econoclave vyráběny desky ve formátu A2 sestávající z osmi vrstev zmíněné textilie (viz obrázek 5.5). Pro účely identifikace materiálových vlastností byly vyráběny desky s výsledným složením vrstev $[0_8^0]$ a pro ostatní účely byly vyráběny desky s výsledným složením vrstev $[0^\circ/90^\circ/+45^\circ/-45^\circ]_S$ (viz obrázek 5.6).

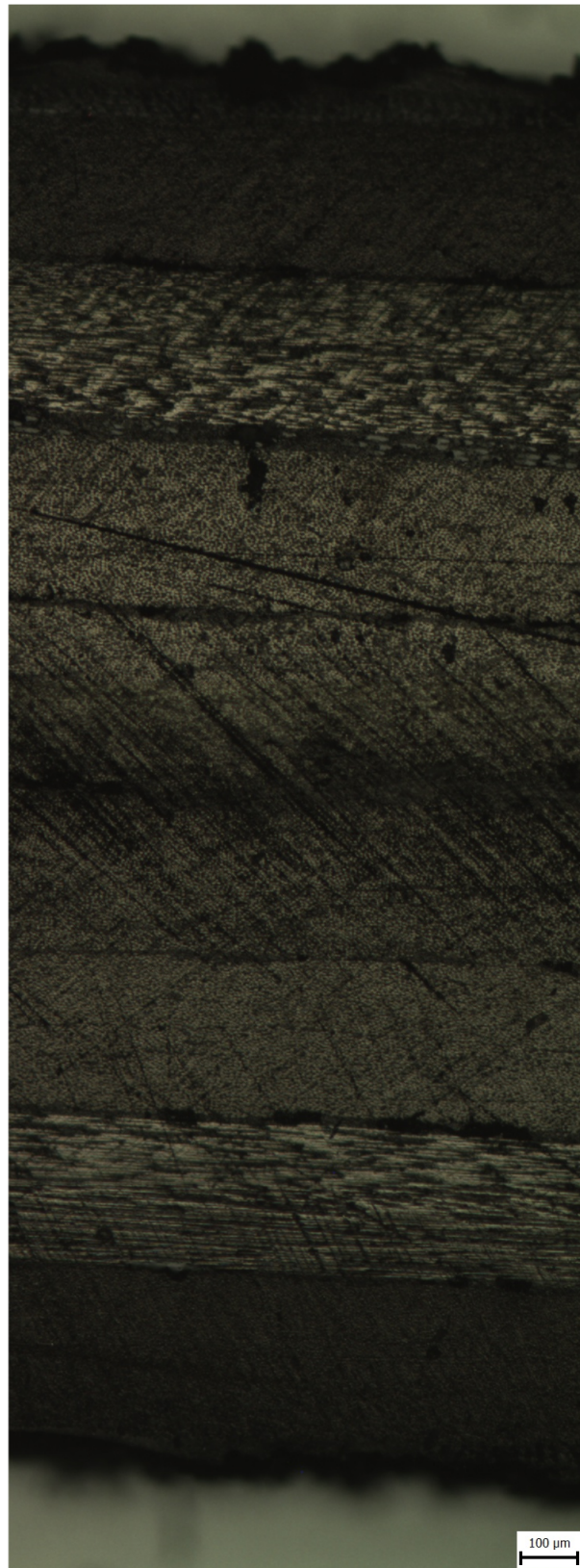


Obrázek 5.5: Infiltrace pryskyřice do uhlíkové výztuže pomocí metody VAP[®] – paralelní výroba desek se složením vrstev $[0_8]$ a $[0^\circ/90^\circ/+45^\circ/-45^\circ]_S$.



Obrázek 5.6: Hotová kompozitová deska.

Vyrobené desky byly podrobeny analýze objemového podílu vláken a tloušťky. Vzhledem k použité technologii vykazovaly desky vysoký průměrný objemový podíl vláken $V_f = 62,4\%$. Výsledná průměrná tloušťka desek byla $t = 2,4$ mm. Desky byly dále podrobeny inspekci pod mikroskopem Olympus BX51 za účelem zjištění, zda matrice neobsahuje nadměrné množství vzduchových bublin (viz obrázek 5.7). Ani při zvětšení na úroveň rozeznatelnosti jednotlivých vláken však nebyly žádné vzduchové bubliny pozorovány.



Vrstva 0°

Vrstva 90°

Vrstva +45°

Vrstva -45°

Vrstva -45°

Vrstva +45°

Vrstva 90°

Vrstva 0°

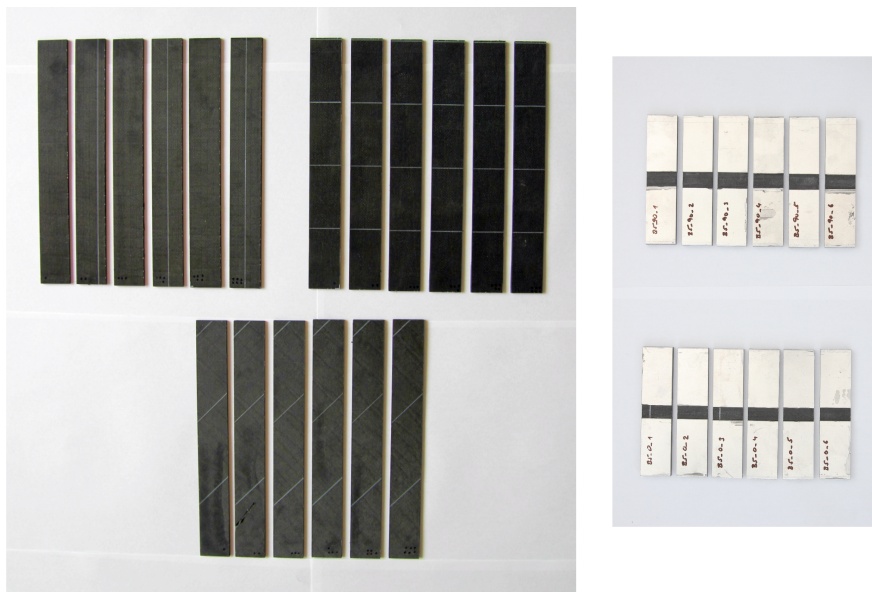
Obrázek 5.7: Příklad řezu uhlíkovou deskou se složením vrstev $[0^\circ/90^\circ/+45^\circ/-45^\circ]_S$.

5.3 Identifikace materiálových vlastností

5.3.1 Zkušební vzorky

Za účelem identifikace materiálových vlastností bylo vyrobeno 5 kusů kompozitových desek s jednosměrovou orientací vláken. Každá deska byla připravována separátně, aby při identifikaci byla pokryta variabilita výroby. Tento počet byl volen za účelem simulace kvalifikace nového materiálu pro letectví. Z každé desky byla zhotovena samostatná skupina zkušebních vzorků. Každá skupina vzorků sestávala z 5 typů vzorků, přičemž 3 typy byly určeny pro tahové zkoušky a 2 typy pro tlakové zkoušky. Od každého typu vzorku příslušejícího dané skupině bylo připraveno 6 kusů.

Vzorky určené pro tahové zatížení byly připraveny za účelem určení tahových a smykových materiálových vlastností. Jednotlivé vzorky byly nařezány s pomocí vodního paprsku tak, že výsledné rozměry byly dle doporučení [4] 200,0 mm × 25,0 mm × 2,4 mm. Orientace vláken byla volena 0°, 90° a 45° přičemž orientace 0° byla rovnoběžná s nejdélší stranou vzorku (viz obrázek 5.8 vlevo). Vzorky s orientací vláken 0° byly opatřeny hliníkovými příložkami lepenými dvousložkovým epoxidovým lepidlem Araldite AV138 s tvrdidlem HV998.



Obrázek 5.8: Příklad sady tahových vzorků (vlevo) a tlakových vzorků (vpravo). Tahové vzorky s orientací vláken 0° jsou vyobrazeny před nalepením příložek.

Vzorky určené pro tlakové zatížení byly nařezány s pomocí vodního paprsku tak, že výsledné rozměry byly 105,0 mm × 25,0 mm × 2,4 mm. Orientace vláken byla volena 0° a 90° přičemž orientace 0° byla rovnoběžná s nejdelší stranou vzorku. Vzorky byly opatřeny hliníkovými příložkami lepenými dvousložkovým epoxidovým lepidlem Araldite AV138 s tvrdidlem HV998. Mezi příložkami zůstala 10 mm dlouhá měřená oblast, přičemž tato délka byla volena za účelem vyloučení ztráty stability vzorku při tlakovém zatížení (viz obrázek 5.8 vpravo).

Všechny vzorky byly před provedením experimentů označeny a změřeny. U tahových vzorků s orientací vláken 90° a 45° byla zjištěna hmotnost (u ostatních to nebylo možné z důvodu nalepení příložek ještě před rozřezáním vodním paprskem) a vypočtena průměrná hodnota objemového podílu vláken. Výsledné hodnoty uvedené v tabulce 5.4 odpovídají objemovým podílům jednotlivých desek.

Tabulka 5.4: Objemový podíl vláken jednotlivých kompozitových desek.

Číslo desky	Objemový podíl vláken
	V_f [%]
1	60,7
2	64,1
3	61,6
4	61,6
5	62,5
Stř. hodnota	62,1
Směr. odch.	1,3

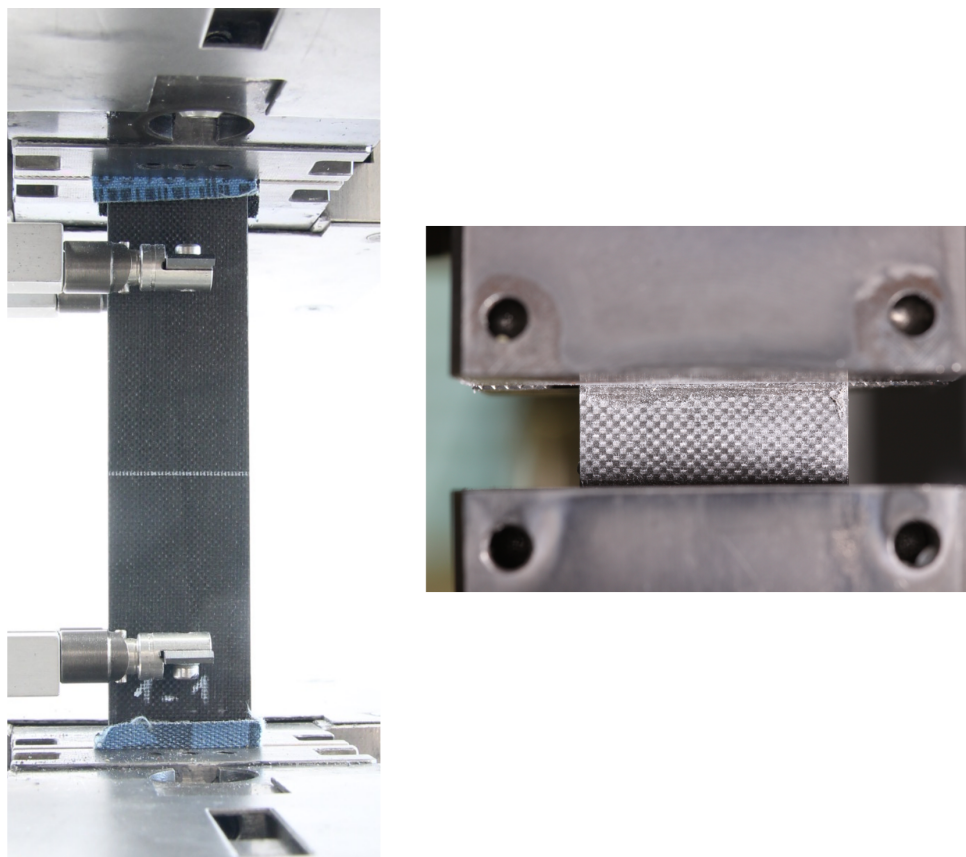
5.3.2 Experimenty a vyhodnocení

Všechny experimenty byly prováděny ve zkušebním trhacím stroji Zwick/Roell Z050 s výjimkou experimentů prováděných s tahovými vzorky s orientací 0°, kde z důvodů vysoké pevnosti vzorků bylo nutné využít výkonnější stroj Zwick/Roell Z250. Celkem bylo provedeno 150 experimentů.

V případě tahových i tlakových zkoušek bylo zatěžováno pomocí konstantně vzrůstajícího

posuvu horní čelisti trhacího stroje. Síla byla měřena pomocí siloměru. V případě experimentů prováděných v trhacím stroji Zwick/Roell Z050 byl použit siloměr s maximální měřitelnou silou 50 kN, v případě trhacího stroje Zwick/Roell Z250 se jednalo o siloměr s maximální měřitelnou silou 250 kN.

V případě tahových experimentů bylo protažení vzorku měřeno pomocí mechanického extenzometru (viz obrázek 5.9 vlevo). V případě tlakových experimentů nebylo možné z důvodu prostorových omezení pro měření protažení vzorku využít extenzometr (viz obrázek 5.9 vpravo). Pomocí extenzometru byl proto měřen posuv horní pohyblivé čelisti. Aby byla vyloučena chyba způsobená posuvem spodní čelisti a upevnění vzorku, byla změřena tuhost bez upnutého vzorku. Tuhost z příslušné oblasti (odpovídající oblasti vyhodnocení tuhosti vzorků) byla následně od naměřených výsledků tuhostí vzorků odečtena. Parametry experimentů jsou shrnuty v tabulce 5.5.

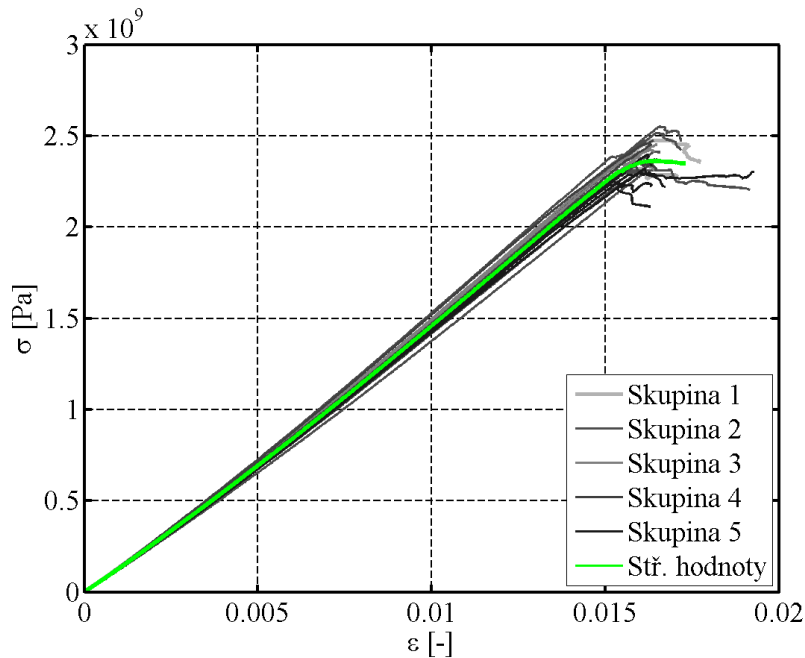


Obrázek 5.9: Příklad upevnění do čelistí tahových vzorků (vlevo) a tlakových vzorků (vpravo).

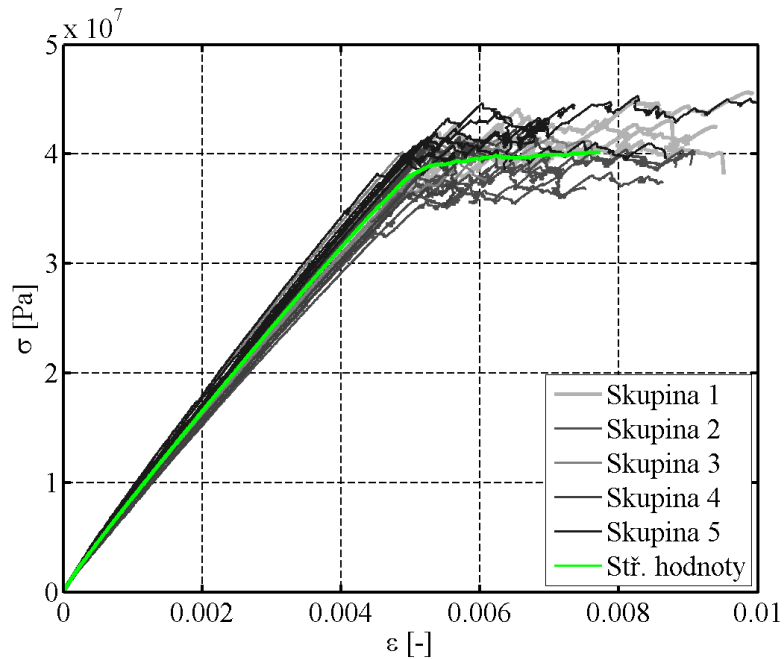
Tabulka 5.5: Testovací matice

Typ experimentu	Orientace vláken	Rychlost zatěžování [mm/min]	Délka měřené oblasti [mm]	Počet vzorků
Tah	0°	2,0	50	5×6 ks
Tah	90°	2,0	60	5×6 ks
Tah	45°	2,0	60	5×6 ks
Tlak	0°	1,5	10	5×6 ks
Tlak	90°	1,5	10	5×6 ks

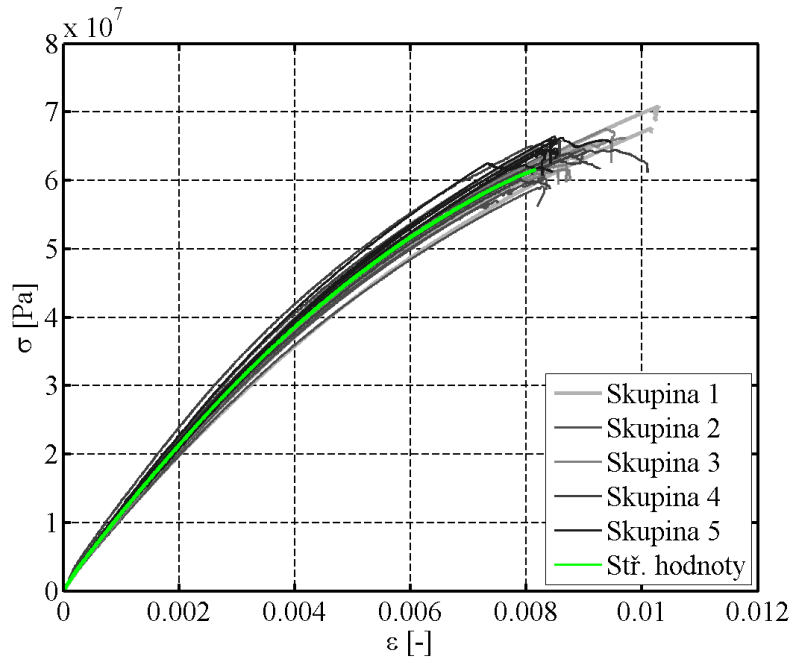
Na základě experimentů a naměřených geometrických parametrů zkušebních vzorků byly vytvořeny křivky závislosti nominálního napětí na deformaci (viz obrázky 5.10 - 5.14). Pro jednotlivé typy experimentu a orientace vláken byla vždy vypočtena křivka středních hodnot.



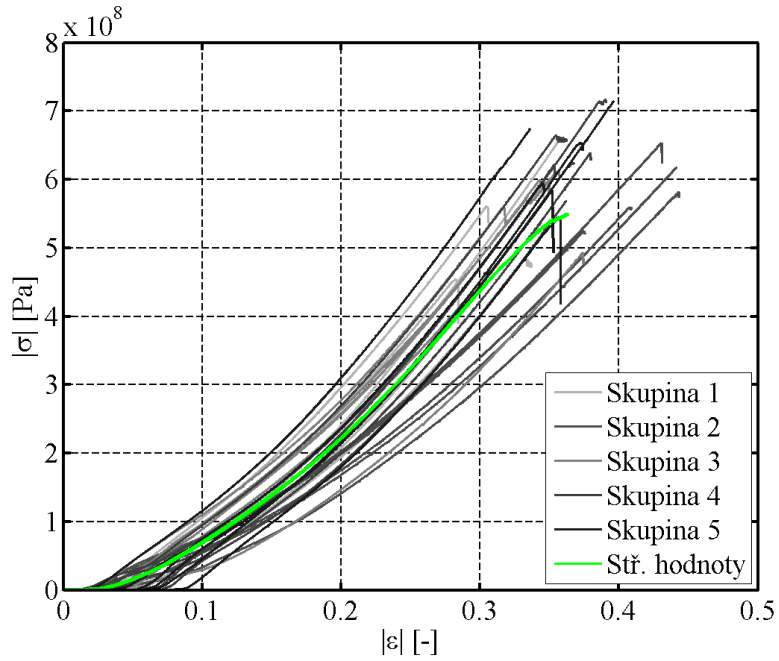
Obrázek 5.10: Závislosti nominálního napětí na deformaci tahových vzorků s orientací vláken 0°.



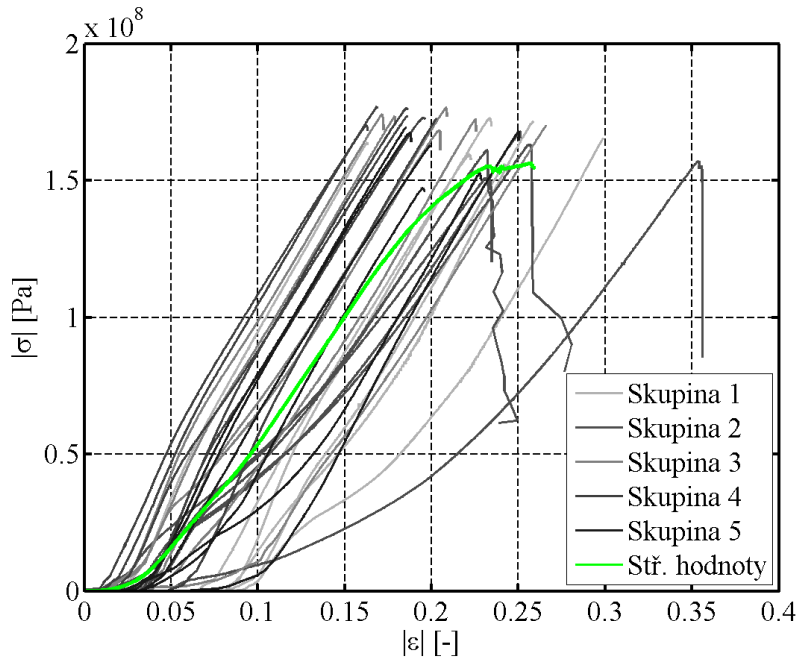
Obrázek 5.11: Závislosti nominálního napětí na deformaci tahových vzorků s orientací vláken 90° .



Obrázek 5.12: Závislosti nominálního napětí na deformaci tahových vzorků s orientací vláken 45° .



Obrázek 5.13: Závislosti nominálního napětí na deformaci tlakových vzorků s orientací vláken 0° .



Obrázek 5.14: Závislosti nominálního napětí na deformaci tlakových vzorků s orientací vláken 90° .

Z jednotlivých křivek byl pro každý vzorek vyhodnocen modul pružnosti a pevnost. Moduly pružnosti byly u tahových vzorků s orientací vláken 0° a 90° vyhodnocovány v oblasti mezi 25% - 50% z maximální pevnosti daného vzorku [4]. U vzorků s orientací vláken 45° byl v důsledku nelinearity kompozitů ve smyku vyhodnocován počáteční modul pružnosti a byla tedy zvolena oblast mezi 2,5% - 5,0% z maximální pevnosti daného vzorku. U tlakových vzorků byla v důsledku silně nekonzistentní tuhosti na začátku experimentu, jež byla způsobena usazováním vzorku v čelistech (viz obrázky 5.13 a 5.14), zvolena oblast až těsně před porušením vzorku, tj. oblast mezi 85% - 95% z maximální pevnosti daného vzorku. Tímto faktorem je ovlivněn i tvar křivky středních hodnot.

Vyhodnocené hodnoty (data) byly zpracovány v souladu s vývojovým diagramem zobrazeným na obrázku 4.1. Data v rámci skupin byla otestována pomocí MNR testu na přítomnost *outlieru*. Dále byl proveden K-vzorkový Anderson-Darlingův test za účelem identifikace, zda se jedná o strukturovaná nebo nestrukturovaná data. V případě negativního výsledku testu a potvrzení, že se jedná o strukturovaná data, byl aplikován přístup *ANOVA*. V opačném případě byl aplikován meziskupinový MNR test a Anderson-Darlingovy *goodness-of-fit* testy. Výsledné hodnoty statistického zpracování jsou shrnuty v tabulkách 5.6 a 5.7, přičemž tabulka 5.6 obsahuje hodnoty modulů pružnosti a tabulka 5.7 obsahuje hodnoty pevností měřeného kompozitu. Kompletní vyhodnocení je vyobrazeno v příloze A.

Tabulka 5.6: Naměřené hodnoty modulů pružnosti.

Typ exp./ orient. vl.	Označení hodnoty	Střední hodnota [Pa]	Směrodatná odchylka [Pa]	B-báze [Pa]	MVF [-]	Typ vyhodnocení
Tah/ 0°	E_{11}^t	1,496E+11	3,710E+09	1,394E+11	0,99	ANOVA
Tah/ 90°	E_{22}^t	7,763E+09	2,077E+08	7,278E+09	0,99	Weibullovo r.
Tah/ 45°	G_{12}^0	1,140E+10	6,275E+08	9,919E+09	1,05	Weibullovo r.
Tlak/ 0°	E_{11}^c	6,358E+09	1,718E+09	9,506E+08	1,75	ANOVA
Tlak/ 90°	E_{22}^c	1,346E+09	1,259E+08	9,938E+08	1,13	ANOVA

Poznámka: $\nu_{12} = 0,3367$

Tabulka 5.7: Naměřené hodnoty pevností.

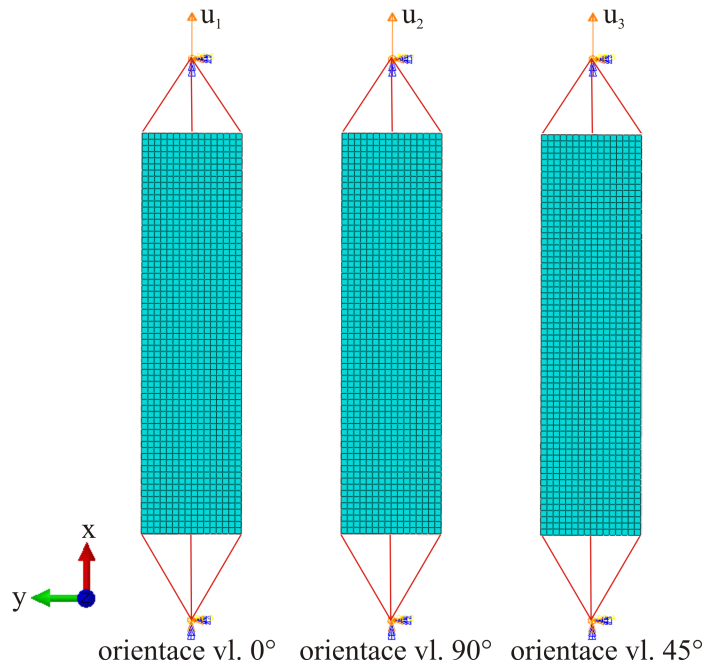
Typ exp./ orient. vl.	Označení hodnoty	Střední hodnota [Pa]	Směrodatná odchylka [Pa]	B-báze [Pa]	MVF [-]	Typ vyhodnocení
Tah/ 0°	X^t	2,402E+09	1,011E+08	2,112E+09	1,02	ANOVA
Tah/ 90°	Y^t	4,116E+07	1,747E+06	3,626E+07	1,02	ANOVA
Tah/ 45°	S_{12}	6,416E+07	2,610E+06	5,738E+07	1,02	ANOVA
Tlak/ 0°	X^c	5,850E+08	7,395E+07	4,342E+08	1,21	Weibullovo r.
Tlak/ 90°	Y^c	1,664E+08	7,337E+06	1,521E+08	1,03	Weibullovo r.

5.3.3 Validace a optimalizace materiálových vlastností pro výpočtové modely

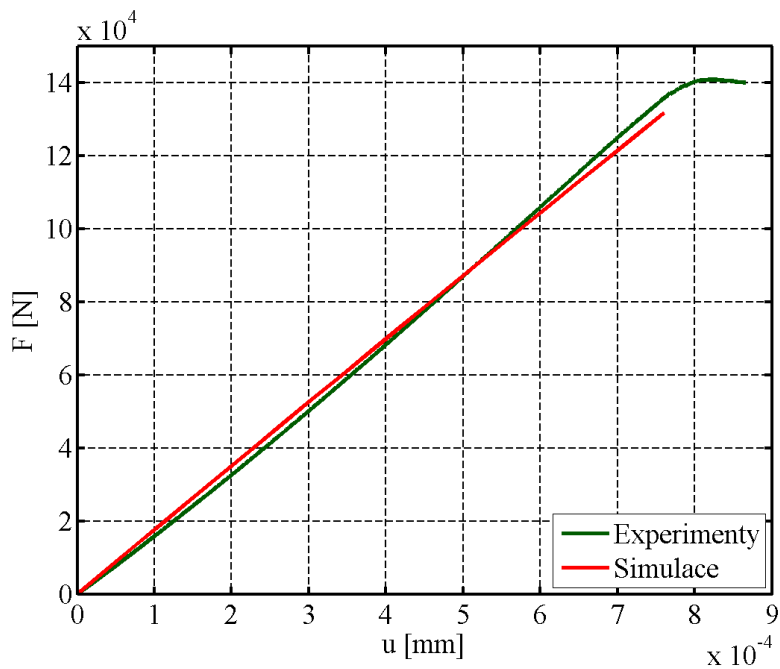
Za účelem validace a optimalizace naměřených materiálových vlastností byly vytvořeny výpočtové modely v MKP softwaru Abaqus. Vzhledem k výše uvedeným nepřesnostem při měření u tlakových experimentů, nebyly naměřené tlakové moduly pružnosti E_{11}^c a E_{22}^c uvažovány pro další práci. Moduly pružnosti v tlaku byly uvažovány shodné jako moduly pružnosti v tahu.

Vzhledem k výše uvedeným úvahám byly simulovány pouze tahové experimenty. Pro simulaci tahových experimentů s orientací vláken 0° , 90° a 45° byl vytvořen jeden výpočtový model obsahující 3 jednotlivé vzorky simulující každý typ simulovaného experimentu. Výpočtový model byl vytvořen pomocí lineárních objemových vrstvených prvků, přičemž každá vrstva v rámci jednoho elementu obsahovala 12 integračních bodů. Okrajové podmínky simulující upnutí do čelistí trhačích stroje byly simulovány pomocí referenčních bodů připojených ke koncům vzorků pomocí vazby typu *equation*. Spodním referenčním bodům byly zamezeny všechny stupně volnosti, horním referenčním bodům byly předepsány posuvy ve směru osy x a zamezeny všechny ostatní stupně volnosti (viz obrázek 5.15). Posuvy ve směru osy x byly voleny za účelem zachování stability výpočtu při optimalizaci na základě experimentů tak, aby byly nižší, než byly posuvy při experimentech způsobující porušení vzorků.

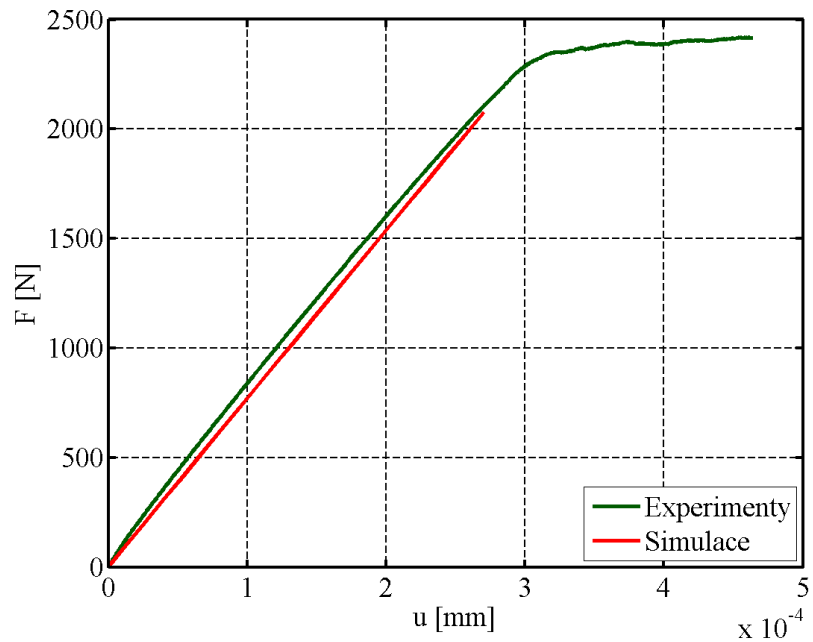
Jelikož pro úplný popis použitého materiálového modelu je zapotřebí 20 materiálových vlastností a změřeno bylo pouze 9 materiálových vlastností, bylo nutné zbylé hodnoty doplnit na základě zjednodušujících úvah, specifikace od výrobce a optimalizace. Souhrn všech materiálových vlastností pro úplný popis materiálového modelu je uveden v tabulce 5.8. Je zde uveden i způsob, jakým byly vlastnosti získány. Porovnání křivek závislosti síly F na protažení měřené oblasti u , jež byly získány pomocí simulací využívajících uvedené materiálové vlastnosti, s experimentálně vyšetřenými křivkami je znázorněno v grafech na obrázcích 5.16 až 5.18.



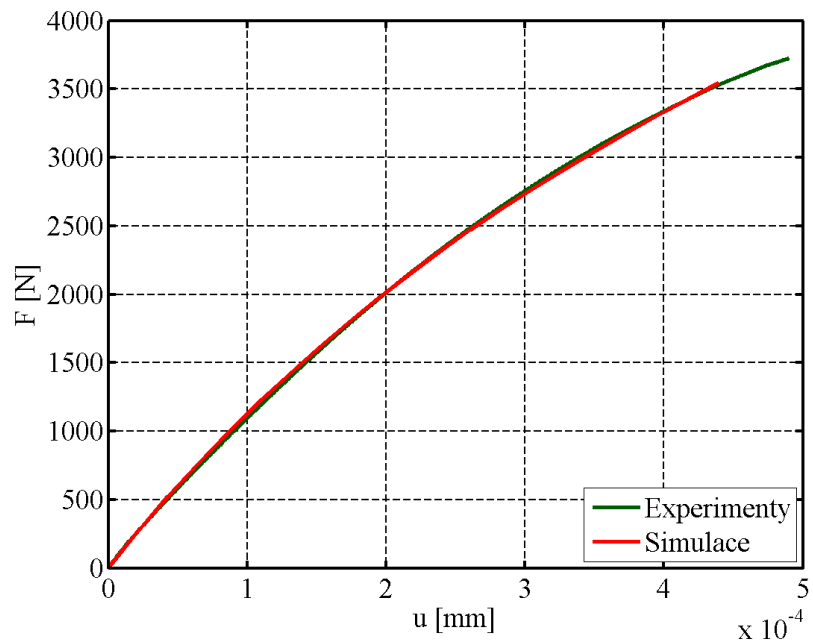
Obrázek 5.15: Okrajové podmínky výpočtového modelu simulujícího experimenty s tahovými vzorky.



Obrázek 5.16: Porovnání křivek závislosti síly na protažení měřené oblasti pro křivky získané pomocí experimentů a numerických simulací u vzorků s orientací vláken 0° .



Obrázek 5.17: Porovnání křivek závislosti síly na protažení měřené oblasti pro křivky získané pomocí experimentů a numerických simulací u vzorků s orientací vláken 90° .



Obrázek 5.18: Porovnání křivek závislosti síly na protažení měřené oblasti pro křivky získané pomocí experimentů a numerických simulací u vzorků s orientací vláken 45° .

Tabulka 5.8: Materiálové vlastnosti použité pro výpočtové modely.

Název	Střední hodnota		Směrodatná odchylka		Metoda vyšetření
E_{11}	1,496E+11	[Pa]	3,710E+09	[Pa]	Experiment (viz tabulka 5.6)
E_{22}	7,763E+09	[Pa]	2,077E+08	[Pa]	Experiment (viz tabulka 5.6)
E_{33}	7,763E+09	[Pa]	2,077E+08	[Pa]	Experiment (shodné s E_{22})
ν_{12}	0,3367	[-]	-	[-]	Optimalizace
ν_{13}	0,3747	[-]	-	[-]	Optimalizace
ν_{23}	0,3743	[-]	-	[-]	Optimalizace
G_{12}^0	1,140E+10	[Pa]	6,275E+08	[Pa]	Experiment (viz tabulka 5.6)
τ_{12}^0	9,147E+07	[Pa]	-	[Pa]	Optimalizace
n_{12}	0,7754	[-]	-	[-]	Optimalizace
G_{13}^0	1,140E+10	[Pa]	6,275E+08	[Pa]	Experiment (shodné s G_{12}^0)
τ_{13}^0	9,147E+07	[Pa]	-	[Pa]	Optimalizace (shodné s τ_{12}^0)
n_{13}	0,7754	[-]	-	[-]	Optimalizace (shodné s n_{12})
G_{23}	3,037E+09	[Pa]	-	[Pa]	Optimalizace
X^t	2,402E+09	[Pa]	1,011E+08	[Pa]	Experiment (viz tabulka 5.7)
X^c	5,850E+08	[Pa]	7,395E+07	[Pa]	Experiment (viz tabulka 5.7)
Y^t	4,116E+07	[Pa]	1,747E+06	[Pa]	Experiment (viz tabulka 5.7)
Y^c	1,664E+08	[Pa]	7,337E+06	[Pa]	Experiment (viz tabulka 5.7)
S^L	6,416E+07	[Pa]	2,610E+06	[Pa]	Experiment (viz tabulka 5.7)
E_m	3,000E+09	[Pa]	-	[Pa]	Specifikace výrobce
ν_m	0,4000	[-]	-	[-]	Specifikace výrobce

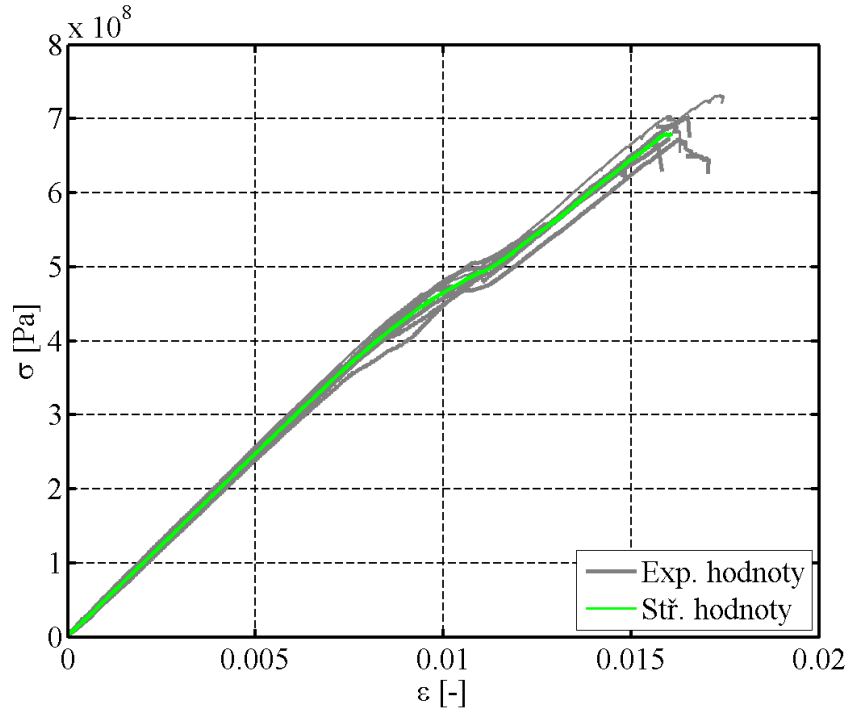
5.4 Vyšetření tuhosti a pevnosti laminátu

Dalším krokem bylo ověření funkčnosti materiálového modelu popsaného v podkapitole 5.1 a verifikace materiálových vlastností uvedených v tabulce 5.8 v případě predikce chování laminátu. Za tímto účelem byly porovnány experimenty s numerickou simulací.

5.4.1 Experimenty se vzorky laminátu

Za účelem experimentálního vyšetření tuhosti a pevnosti laminátu bylo z laminátových desek, popsaných v podkapitole 5.2, vyřezáno s pomocí vodního paprsku 8 zkušebních vzorků. Vzorky měly shodný rozměr jako vzorky určené k identifikaci materiálových vlastností, tj. $200,0 \text{ mm} \times 25,0 \text{ mm} \times 2,4 \text{ mm}$. Výsledná skladba vzorků byla $[90^\circ/0^\circ/-45^\circ/+45^\circ]_S$ (skladba kompozitové desky potočená o 90°) přičemž orientace 0° byla paralelní s nejdelší stranou vzorku.

Experimenty byly prováděny v trhacím stroji Zwick/Roell Z050. Síla byla zaznamenávána pomocí 50 kN siloměru, protažení pomocí mechanického extenzometru, přičemž délka měřené oblasti byla 60 mm. Tahové zatěžování bylo aplikováno pomocí konstantně rostoucího posuvu horní čelisti rychlostí 2,0 mm/min. Na základě experimentů a naměřených geometrických parametrů zkušebních vzorků byly vytvořeny křivky závislosti ekvivalentního napětí na deformaci, z nichž byla vytvořena jedna křivka středních hodnot (viz obrázek 5.19). U zobrazeného ekvivalentního napětí je pro zjednodušení předpokládán homogenní materiál, tj. je uvažováno rovnoměrné rozložení napětí v průřezu. K danému zobrazení bylo přistoupeno z důvodu vyloučení rozdílnosti geometrických parametrů vzorků ze zobrazených křivek.

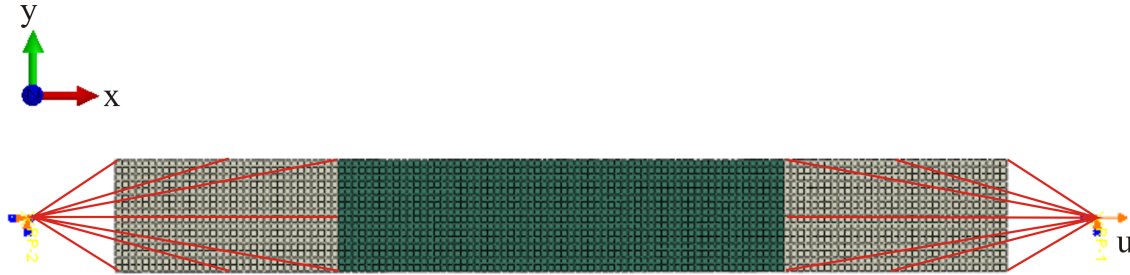


Obrázek 5.19: Závislosti ekvivalentního napětí na deformaci vzorků laminátu.

5.4.2 Numerická simulace chování laminátu

Výpočtový model numerické simulace byl vytvořen pomocí MKP softwaru Abaqus.

Geometrické parametry výpočtového modelu byly zvoleny jako střední hodnoty hodnot naměřených u zkušebních vzorků. Velikost elementů a materiálové vlastnosti dle tabulky 5.8 byly shodné s výpočtovými modely sloužícími k validaci a optimalizaci materiálových vlastností. Na rozdíl od zmíněného modelu, výpočtový model pro simulaci chování laminátu byl vytvořen včetně materiálu, jenž byl při experimentech umístěn v čelistech zkušebního stroje. Pro tuto oblast nebyla u materiálu uvažována možnost porušení (na obrázku 5.21 vyznačeno šedou barvou). Důvodem bylo vyloučení inicializace trhliny v důsledku okrajových podmínek. Zmíněné oblasti byly spojeny s referenčními body pomocí vazby typu *equation*. Levému referenčnímu bodu byly fixovány všechny stupně volnosti, pravému referenčnímu bodu byl předepsán posuv ve směru osy x a zamezeny všechny ostatní stupně volnosti.



Obrázek 5.20: Okrajové podmínky výpočtového modelu simulujícího chování laminátu.

Jelikož materiálový model, prezentovaný v podkapitole 5.1, umožňuje různé kombinace simulace postupného porušování (založeno na Puckově kritériu s uvažováním nebo bez uvažování korekcí) a možnost simulace delaminace, byly při výpočtech uvažovány následující nastavení materiálového modelu:

Typ 1 - bez uvažování delaminace, Puckovo kritérium bez korekcí,

Typ 2 - bez uvažování delaminace, Puckovo kritérium s korekcemi,

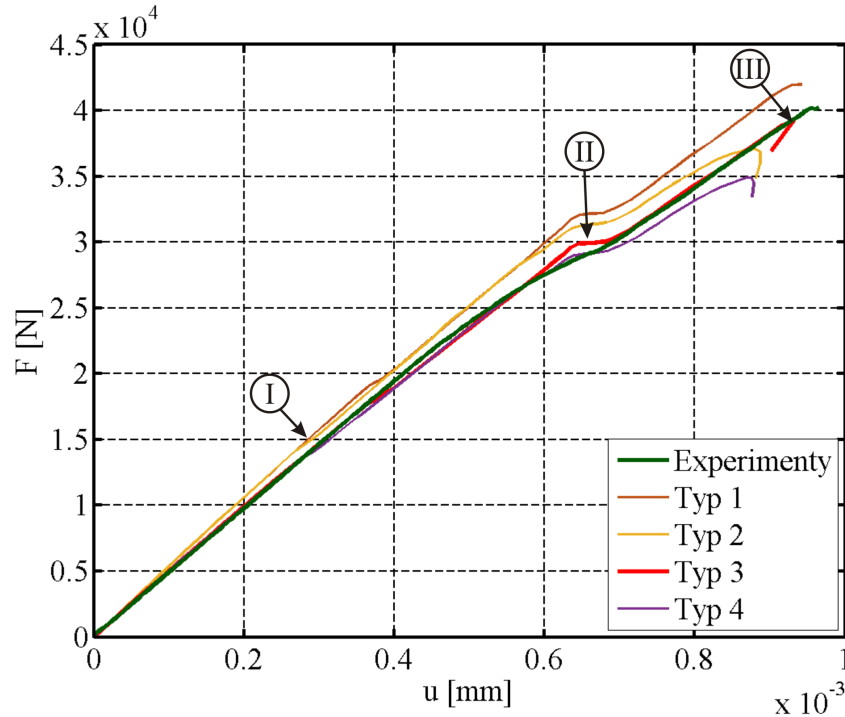
Typ 3 - uvažování delaminace, Puckovo kritérium bez korekcí,

Typ 4 - uvažování delaminace, Puckovo kritérium s korekcemi.

V grafu na obrázku 5.21 je znázorněno porovnání křivek závislosti zatěžovací síly F na protažení měřené oblasti u jednotlivých simulací s křivkou středních hodnot získanou z experimentů. V tabulce 5.9 je shrnuto porovnání predikce maximální přenositelné síly F_{max} s experimentálními výsledky.

Tabulka 5.9: Porovnání maximálních přenositelných sil.

	F_{max} [N]	Odchylka [%]
Experiment	40034,1	-
Typ 1	41992,1	4,9
Typ 2	37083,4	-7,4
Typ 3	39309,6	-1,8
Typ 4	34914,1	-12,8



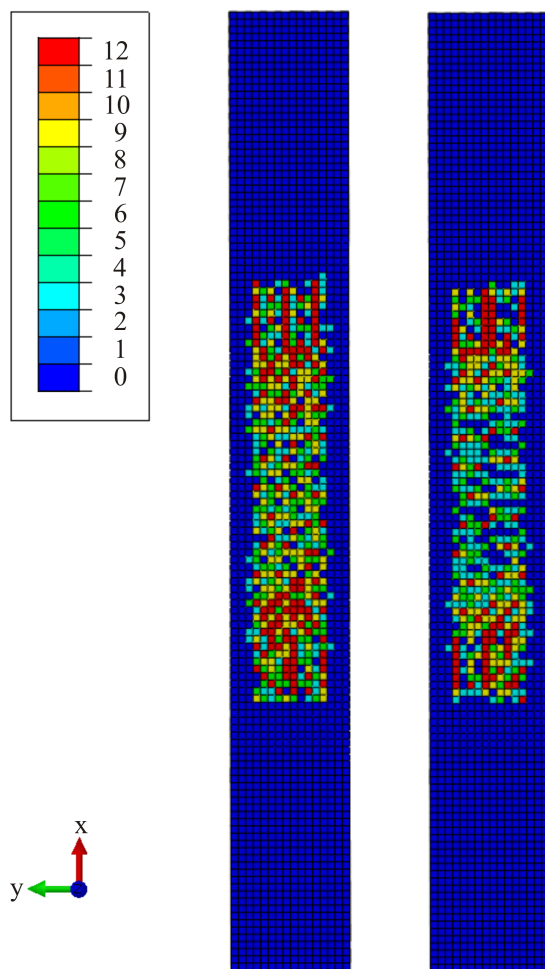
Obrázek 5.21: Porovnání křivek závislosti zatěžovací síly na protažení měřené oblasti laminátu v případě numerických simulací a experimentů.

Z tabulky i grafu je patrné, že všechny výpočtové modely vykazují velmi dobrou shodu s experimenty. Modely bez uvažování delaminace (typ 1 a typ 2) však vykazují vyšší tuhost, než bylo vyšetřeno pomocí experimentů. Model typu 1 dále predikuje i vyšší pevnost a je tedy nekonzervativní. Nejlepší shodu v simulaci tuhosti, postupného porušování i v predikci maximální přenositelné síly vykazuje výpočtový model s nastavením typu 3. Z tohoto důvodu bylo zmíněné nastavení využíváno u dalších výrazně komplexnějších výpočtových modelů.

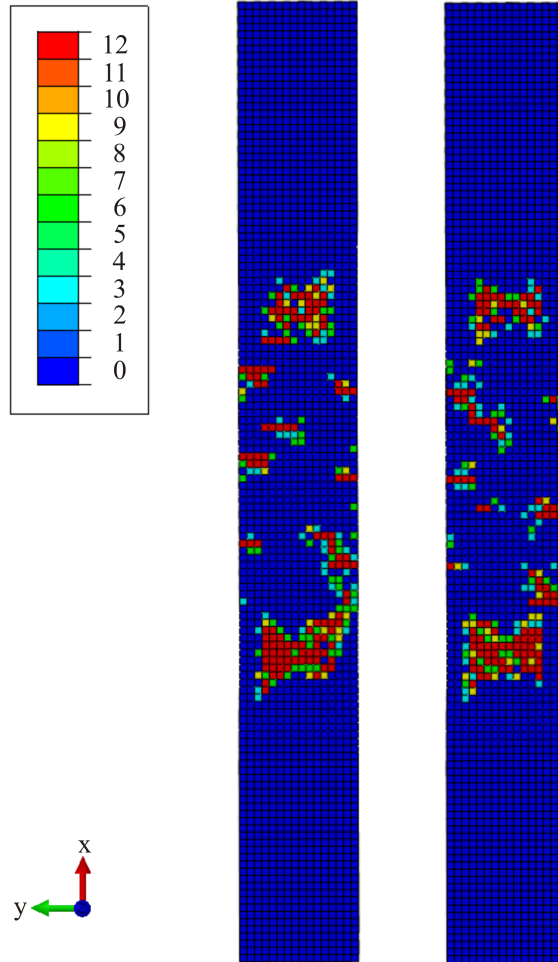
Dle výpočtového modelu začíná docházet k postupnému porušování vrstev orientovaných pod úhlem 90° , -45° a $+45^\circ$ módem mezivláknového porušení v oblasti označené číslem I v grafu na obrázku 5.21 (tj. při zatížení 15000 N) vlivem tahových a smykových napětí. Se zvyšujícím se zatížením dochází k postupnému porušení daných vrstev v celém vzorku. Jelikož výpočtový model postihuje i jev dočasného výrazného poklesu tuhosti vzorku v oblasti zatížení okolo 30000 N (označeno číslem II v grafu na obrázku 5.21), bylo možné tento jev identifikovat. Dle výpočtového modelu je zmíněný jev způsoben náhlým porušením vrstev s orientací 90° módem porušení vláken vlivem tlakového napětí (vizualizace porušení

na obrázku 5.22). Toto tlakové napětí je způsobeno zúžením vzorku v příčném směru. V tomto směru jsou orientována vlákna vrstev s orientací 90° , jež mají v daném směru nejvyšší tuhost ze všech vrstev. Po porušení těchto vrstev tlakovým napětím je umožněno vrstvám s orientací 0° přiblížení v příčném směru. Po jejich přiblížení dochází k obnově tuhosti vzorku.

Číslem III je v grafu obrázku 5.21 označen okamžik, kdy vlivem porušení většiny vláken ve vrstvách s orientací 0° módem porušení vláken způsobeným tahovým napětím, dochází k úplnému přetržení vzorku (vizualizace porušení na obrázku 5.23).



Obrázek 5.22: Vizualizace porušení obou vrstev s orientací 90° módem porušení vláken (graf na obrázku 5.21, okamžik II) – základní modrá barva značí žádné porušení, ostatní barvy označují porušení dle počtu integračních bodů, v nichž došlo k porušení (1-12).



Obrázek 5.23: Vizualizace porušení obou vrstev s orientací 0° módem porušení vláken (graf na obrázku 5.21, okamžik III) – základní modrá barva značí žádné porušení, ostatní barvy označují porušení dle počtu integračních bodů, v nichž došlo k porušení (1-12).

5.5 Shrnutí kapitoly

V úvodní části se kapitola zabývá popisem a implementací vlastního materiálového modelu sloužícího k simulaci postupného porušování u kompozitních materiálů, přičemž tento model je založen na statistice vstupních materiálových vlastností kompozitu. Dále tento model využívá kritérium Puck s uvažování prostorové napjatosti pro predikci porušení. Druhá část kapitoly se zabývá výrobou kompozitního materiálu, jenž byl využit pro všechny experimenty prováděné v rámci této práce. Nechybí zde ani experimentální identifikace materiálových vlastností pomocí statistického přístupu a následná validace výpočtových modelů, jež jsou založeny na identifikovaných materiálových vlastnostech.

Kapitola 6

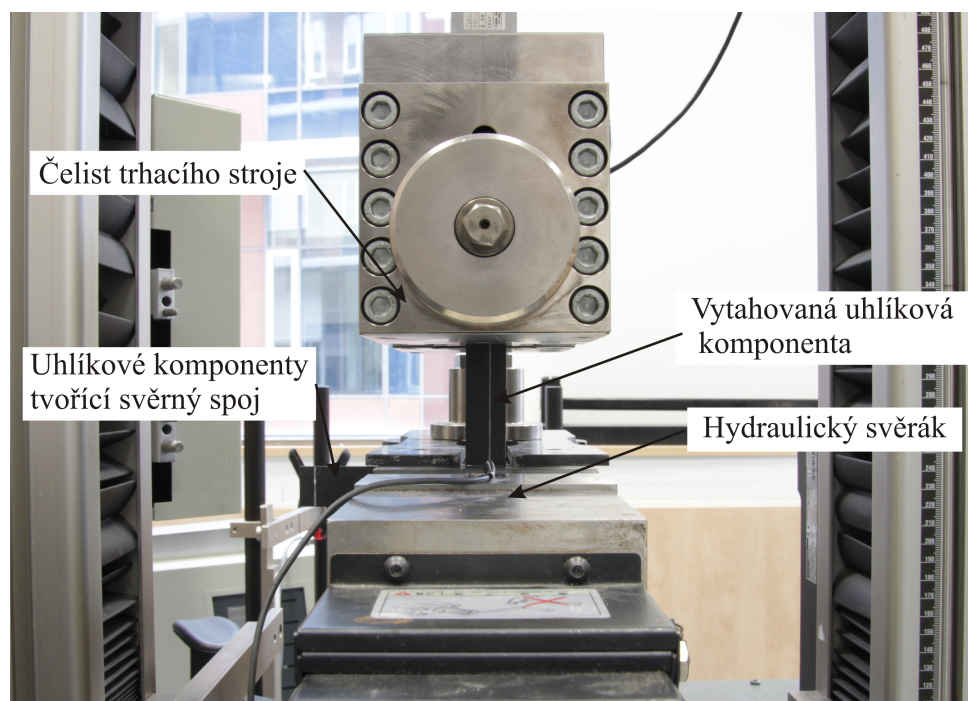
Vyšetření chování jednosřizných nýtových spojů s kompozitovými komponentami

6.1 Součinitel smykového tření mezi kompozitovými komponentami

Aby bylo možné vytvořit výpočtový model spojení dvou kompozitových komponent, bylo nutné znát součinitel smykového tření kombinace tohoto materiálu. Za účelem vyšetření tohoto součinitele byl navržen experiment, jenž spočíval v sevření jedné kompozitové komponenty mezi dvě další pomocí hydraulického svěráku. Předpětí svěráku bylo měřeno pomocí silové buňky. Po aplikaci předpětí byla prostřední komponenta vytahována ze svěrného spoje a byla měřena síla, kdy dojde k iniciaci pohybu vytahované komponenty (viz obrázek 6.1).

Síla nutná k iniciaci pohybu komponenty byla měřena při různých předpětích, aby byl vyšetřen vliv závislosti součinitele smykového tření na normálové síle. Celkem bylo provedeno 15 experimentů. Výsledný součinitel smykového tření se pohyboval v rozmezí 0,42 – 1,14 bez závislosti na předpětí. Střední hodnota součinitele smykového tření byla stanovena 0,84 se směrodatnou odchylkou 0,3. Vzhledem k výrobnímu postupu kompozitu byly třecí plochy velmi drsné v důsledku použití odtrhávací látky (viz obrázek 6.2). Proto

naměřená hodnota představuje součinitel smykového tření daného povrchu a materiálu.



Obrázek 6.1: Znázornění experimentálního zařízení.

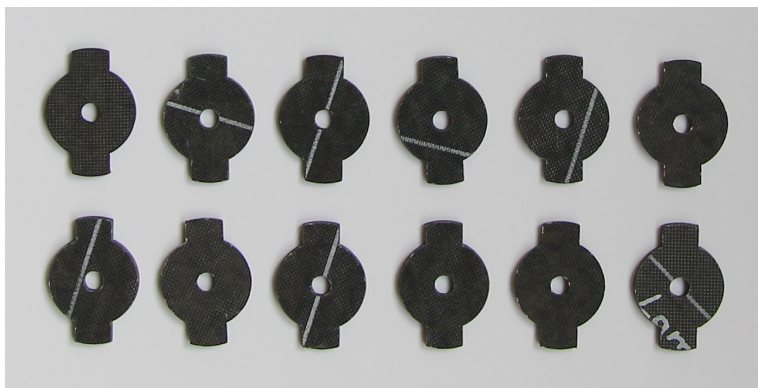


Obrázek 6.2: Detail povrchu třecích ploch.

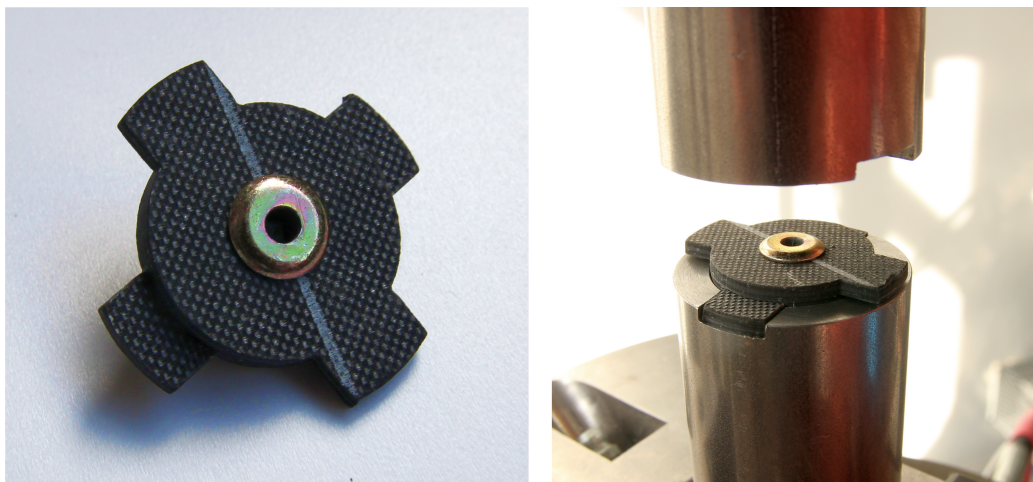
6.2 Předpětí nýtu

Po vyšetření všech potřebných vlastností spojovaného kompozitu bylo nutné identifikovat vlastnosti spojovacího elementu – trhacího nýtu. Pro disertační práci byly vybrány vysokopevnostní ocelové trhací nýty s označením TIBULB. Podrobeny byly analýze dva různé průměry nýtu, $D = 4,8$ mm a $D = 6,4$ mm. Zatímco materiálové vlastnosti nýtu jsou udávány výrobcem, svěrná síla udávána není, neboť závisí na mnoha faktorech jako např. tloušťce, tuhosti a pevnosti spojovaného materiálu nebo na nastavení nýtovacího zařízení. Z tohoto důvodu je vždy nutné svěrnou sílu nýtu určit individuálně. Za tímto účelem byla navržena metoda, jež byla založena na měření velikosti momentu nutného k pootočení dvou komponent spojených trhacím nýtem, přičemž osa otáčení byla shodná s osou nýtu.

Z vyrobených kompozitových desek byla vodním paprskem vyříznuta mezikruží s přídavnými výstupky a vnějším průměrem rovnajícím se pětinašobku průměru testovaného nýtu, tj. 24 mm v případě menšího nýtu a 32 mm v případě nýtu většího (viz obrázek 6.3). Zkušební vzorky byly vždy sestaveny z dvou uhlíkových mezikruží a trhacího nýtu (viz obrázek 6.4 vlevo). Pro každý typ nýtu bylo připraveno 6 zkušebních vzorků. Přídavné výstupky sloužily k upnutí do přípravku umístěného v trhacím stroji Instron 8802T (viz obrázek 6.4 vpravo), přičemž výstupky byly vzájemně pootočený vůči sobě o 90° , aby nedocházelo k jejich vzájemnému tření. Pomocí trhacího stroje byl měřen kroutící moment nutný k pootočení jednotlivých mezikruží vůči sobě. Zatížení bylo aplikováno pomocí konstantně narůstajícího kroutícího momentu rychlostí 200 Nm/min.



Obrázek 6.3: Příklad sady uhlíkových mezikruží připravených ke snýtování nýtem o průměru $D = 4,8$ mm.



Obrázek 6.4: Příklad zkušebního vzorku po snýtování (vlevo) a zkušební vzorek umístěný v přípravku v trhacím stroji (vpravo).

Z naměřených křivek závislosti kroutícího momentu na úhlu natočení znázorněných na obrázcích 6.5 a 6.6 byly vyhodnoceny momenty nutné k iniciaci pootočení zkušebních vzorků (viz tabulka 6.1). Výsledné hodnoty byly testovány pomocí MNR testu, přičemž ani u jednoho průměru nýtu nebyl žádný vzorek identifikován jako *outlier*. Z naměřených hodnot bylo při uvažování zjednodušujícího předpokladu, že distribuce svěrné síly je po celé ploše zkušebního vzorku stejná, možné svěrnou sílu vyjádřit pomocí vztahu:

$$N = \frac{M}{f \cdot r_s}, \quad (6.1)$$

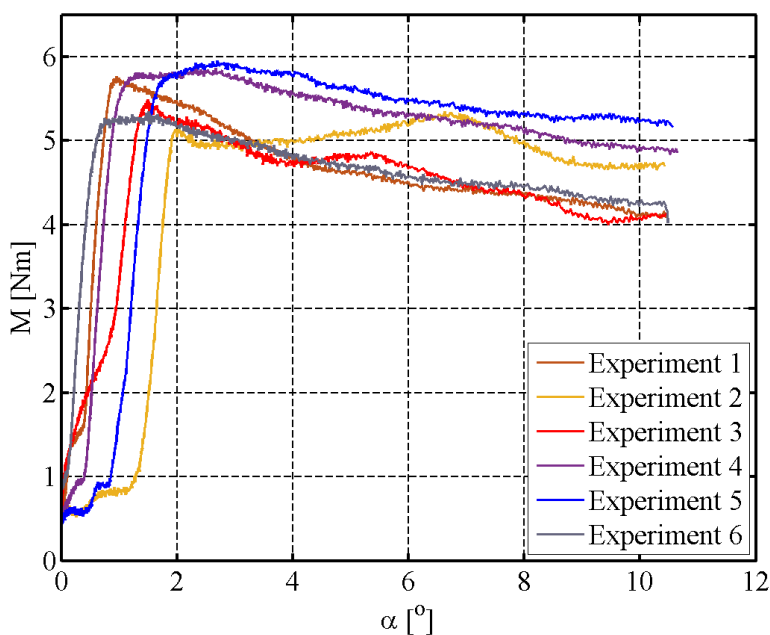
kde M je změřený moment, f je součinitel smykového tření a r_s je účinný poloměr vyjádřený ze vztahu:

$$r_s = \frac{2}{3} \cdot \frac{r_2^3 - r_1^3}{r_2^2 - r_1^2}. \quad (6.2)$$

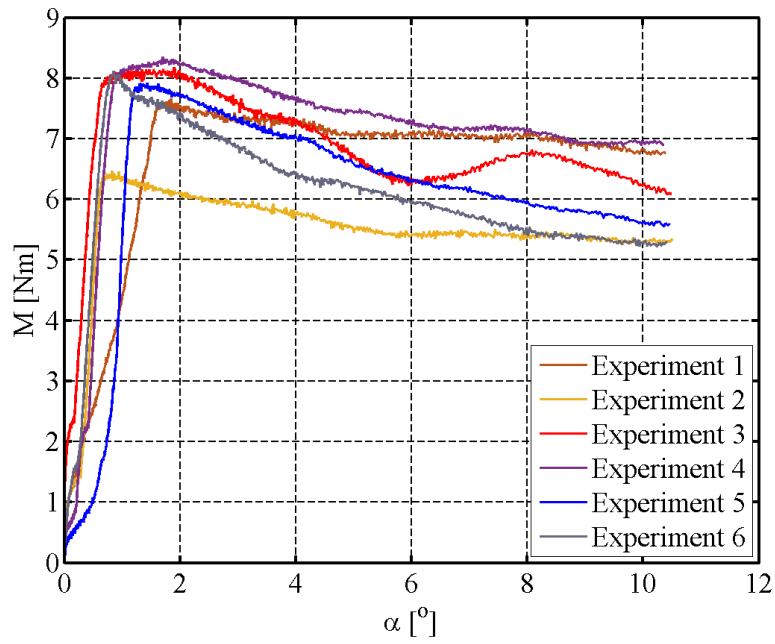
Parametry r_2 a r_1 vyjadřují vnější a vnitřní poloměr mezikružích, mezi kterými dochází ke tření [30]. Vypočtené hodnoty středních hodnot svěrných sil jsou shrnuty v tabulce 6.1.

Tabulka 6.1: Naměřené hodnoty momentů nutných k inicializaci pootočení zkušebních vzorků a výsledná svěrná síla trhacích nýtů.

Experiment	Moment [Nm]	
	Nýt $D = 4,8$ mm	Nýt $D = 6,4$ mm
1	5,77	7,66
2	5,14	6,46
3	5,50	8,15
4	5,81	8,35
5	5,96	9,93
6	5,35	8,12
Stř. hodnota [Nm]	5,59	8,11
Směr. odch. [Nm]	0,31	1,12
Svěrná síla [N]	804,4	876,0



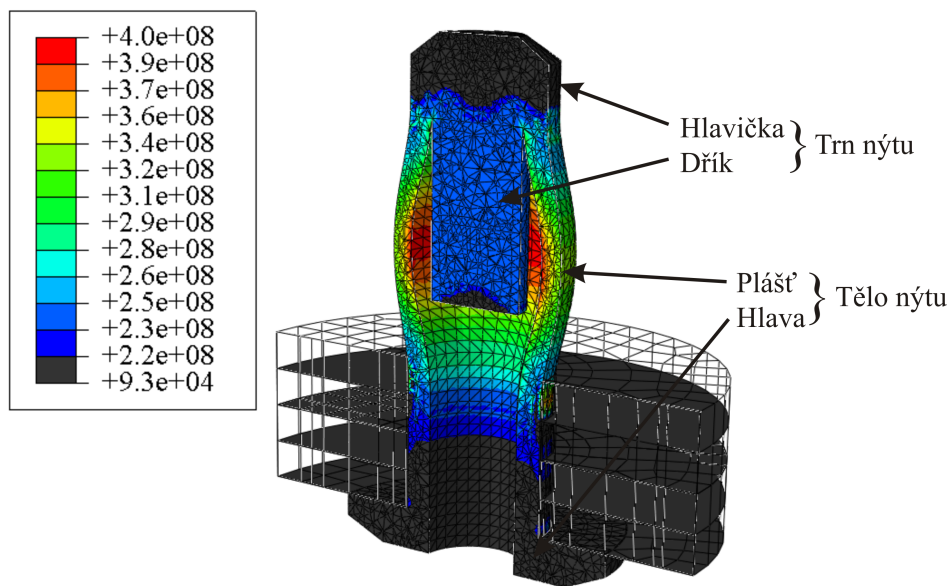
Obrázek 6.5: Závislost zatěžovacího momentu na úhlu natočení pro vzorky s nýtem o průměru $D = 4,8$ mm.



Obrázek 6.6: Závislost zatěžovacího momentu na úhlu natočení pro vzorky s nýtem o průměru $D = 6,4$ mm.

6.3 Míra plastických deformací způsobených nýtovacím procesem

Jelikož je trhací nýt vyráběn v nesnýtovaném tvaru, bylo nutné před samotným zahájením přípravy výpočtového modelu pro jednostranný spoj zjistit míru plastických deformací, jež jsou způsobeny samotným procesem nýtování. Za tímto účelem byl vytvořen výpočtový model nesnýtovaného nýtu a simulován proces nýtování (viz obrázek 6.7). U modelu byly uvažovány velké deformace a bilineární elasto-plastický materiálový model s izotropním zpevněním. Model sestával z těla a trnu nýtu a dvou mezikruží, jež simulovaly okrajové podmínky pro samotný nýt. Jelikož v průběhu procesu nýtování dochází k velkému přetvoření, bylo možné vždy simulovat pouze část procesu. Pomocí této simulace bylo zjištěno, že nejkritičtějším okamžikem v rozvoji plastických deformací je začátek procesu nýtování, kdy dojde k rozvoji plastických deformací v téměř celém těle nýtu (s výjimkou hlavy) a části trnu nýtu (s výjimkou hlavičky). Z tohoto důvodu byl pro zjednodušení ve výpočtových modelech nýtového spoje uvažován elasto-plastický materiálový model u hlavy a hlavičky. V případě pláště a dříku byl uvažován výhradně plastický materiálový model.



Obrázek 6.7: Řez simulace nýtovacího procesu pro nýt o průměru $D = 4,8$ mm se znázorněnými napětími za mezí kluzu (215 MPa).

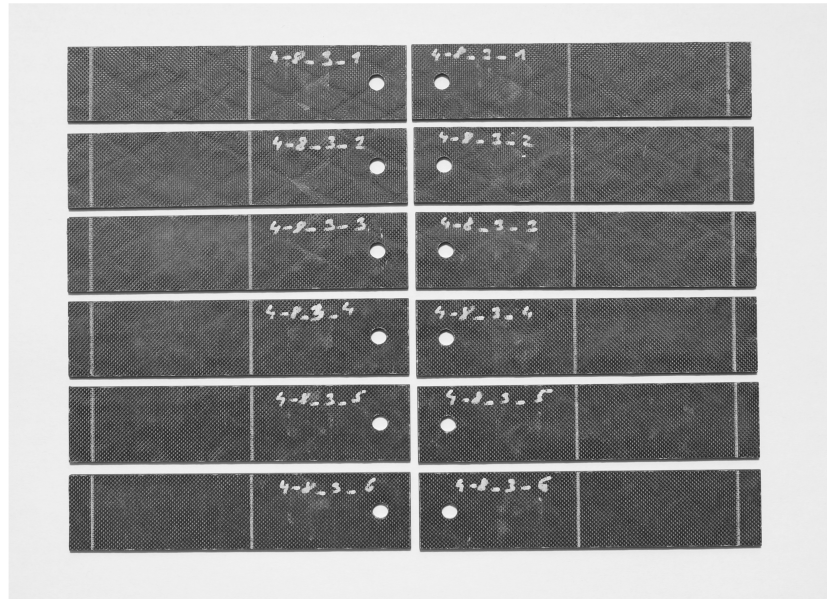
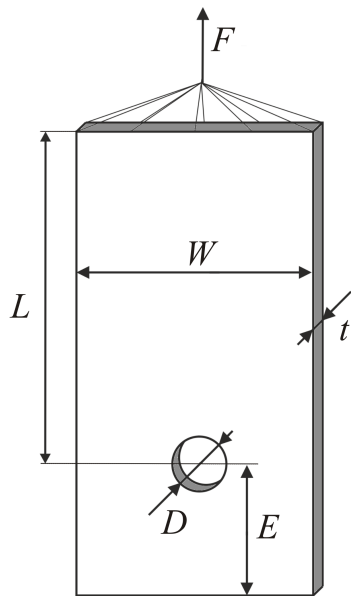
6.4 Vliv tolerance mezi dírou a nýtem na tuhost a únosnost jednostřižného spoje s jedním nýtem

Na základě rešerše současného stavu bylo zjištěno, že tolerance mezi dírou a nýtem má u kolíkového spoje a nýtového spoje využívajícího vysokopevnostní nýty typu HI-LOCK vysoký vliv na tuhost a pevnost daného spoje ([47], [48], [52], [53], [54], [66], [81]). Jelikož k trhacím nýtům nebyla podobná studie nalezena, byl tento vliv u používaných nýtů experimentálně vyšetřen. Pro experimenty byly zvoleny tolerance mezi dírou a nýtem 0%, 1%, 2% a 3%, přičemž pod pojmem tolerance mezi dírou a nýtem je uvažováno procentuální vyjádření o kolik je průměr díry větší než průměr nýtu. Experimenty byly opět prováděny pro dva průměry nýtu, $D = 4,8$ mm a $D = 6,4$ mm.

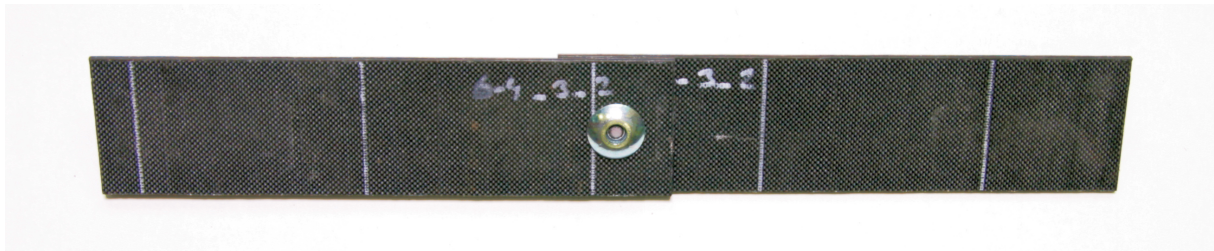
6.4.1 Příprava vzorků a experimenty

Komponenty pro přípravu vzorků byly vyřezány pomocí vodního paprsku z výše uvedených kompozitových desek. Komponenty byly připraveny tak, že výsledná skladba byla $[90^\circ/0^\circ/-45^\circ/+45^\circ]_S$, přičemž orientace 0° byla paralelní s nejdelsí stranou komponenty. Rozměry komponent byly stanoveny na základě průměru nýtu, přičemž vzdálenost hrany $E = 2D$ (zvoleno na základě výsledků diplomové práce autora [8]), šířka komponenty $W = 5D$ a délka komponenty $L = 10D$ (viz obrázek 6.8 vlevo). K celkové délce komponent bylo přidáno 50 mm sloužících k upnutí do trhacího stroje. Výsledné rozměry komponent byly $107,6$ mm \times $24,0$ mm \times $2,4$ mm v případě nýtu o průměru $D = 4,8$ mm a $126,8$ mm \times $32,0$ mm \times $2,4$ mm v případě nýtu o průměru $D = 6,4$ mm. Díry pro nýty s tolerancí 0%, 1%, 2% a 3% byly vystružovány (viz obrázek 6.8 vpravo).

Zkušební vzorky byly vytvořeny spojením dvou komponent pomocí příslušného trhacího nýtu, aby tvořily jednostřižný spoj (viz obrázek 6.9). Pro každý průměr nýtu a toleranci bylo připraveno 6 zkušebních vzorků.



Obrázek 6.8: Popis geometrie kompozitových komponent (vlevo) a příklad sady kompozitových komponent připravených k vytvoření zkušebních vzorků (vpravo).



Obrázek 6.9: Příklad zkušebního vzorku s nýtem o průměru $D = 6,4$ mm a tolerancí díry a nýtu 2%.

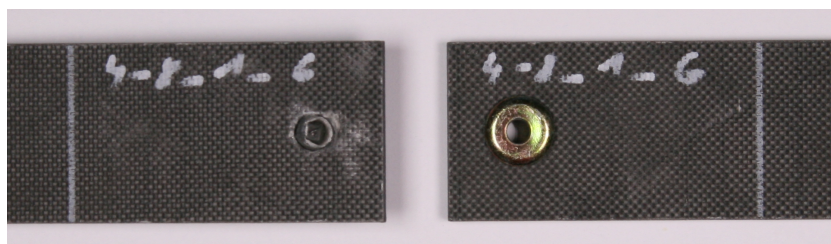
Zkušební vzorky byly podrobeny tahovému zatížení v trhacím stroji Zwick/Roell Z050. Zatěžování bylo realizováno pomocí konstantně vzrůstajícího posuvu horní čelisti trhacího stroje 2 mm/min. Síla byla měřena pomocí 50 kN siloměru a protažení pomocí mechanického extenzormetru, přičemž délka měřené oblasti byla 60 mm. Jelikož konce zkušebních vzorků neleží v jedné rovině, bylo nutné jednotlivé čelisti trhacího stroje vůči sobě vyosít, aby nedocházelo k předzatížení vzorku ohybem již při upnutí.

6.4.2 Spoje s jedním nýtem o průměru $D = 4,8$ mm

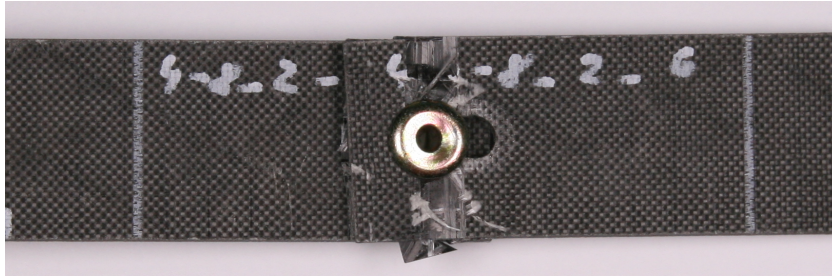
Grafy naměřených křivek závislosti síly F na protažení měřené oblasti vzorku u pro jednotlivé tolerance díry a nýtu jsou zobrazeny na obrázcích 6.12 až 6.15. Pro každou toleranci díry a nýtu byla dopočtena křivka průměrných hodnot, jež je také znázorněna na uvedených obrázcích. Z grafů byly dále vyhodnoceny maximální přenositelné síly pro jednotlivé vzorky. Tyto hodnoty a jejich statistické zpracování jsou uvedeny v tabulce 6.2.

Během provádění experimentů byly pozorovány dva módy porušení. U 15 vzorků došlo k porušení vzorku vlivem porušení nýtu (viz obrázek 6.10), u 9 vzorků byl pozorován mód porušení otláčení kompozitu (viz obrázek 6.11). Nicméně závislost módu porušení na toleranci díry a nýtu nebyla pozorována. Stejně tak nebyl pozorován vliv módu porušení na maximální přenositelnou sílu zkušebního vzorku. Vliv byl pozorován pouze v chování vzorku po dosažení maximální přenositelné síly. Zatímco při porušení módem přetržení nýtu docházelo k rychlému poklesu tuhosti a následnému přetržení vzorku, u módu porušení otláčení kompozitu docházelo k postupnému poklesu tuhosti. Nedošlo však k úplnému přetržení vzorku. V případě porušení otláčením se tedy jedná o spojení typu bezpečný při poruše (tzv. *fail-safe*).

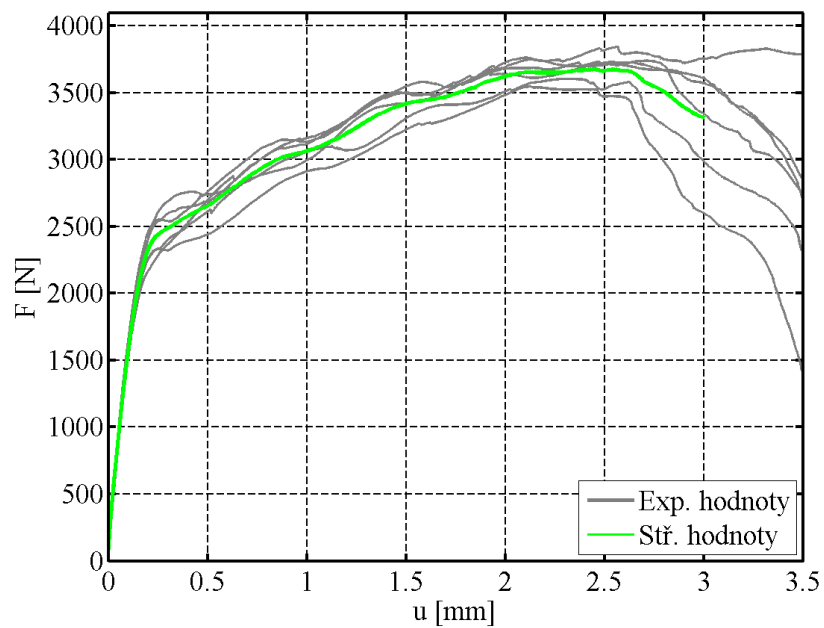
V grafu na obrázku 6.16 je znázorněno porovnání křivek průměrných hodnot pro jednotlivé tolerance díry a nýtu. Dále je zde znázorněna křivka průměrných hodnot z průměrných hodnot za účelem znázornění odchylky jednotlivých křivek. Z uvedeného porovnání je patrné, že vliv tolerance díry a nýtu je v případě průměru nýtu $D = 4,8$ mm zanedbatelný. Odchylka mezi nejvyšší a nejnižší průměrnou maximální přenositelnou silou pro jednotlivé tolerance díry a nýtu je 2,4%.



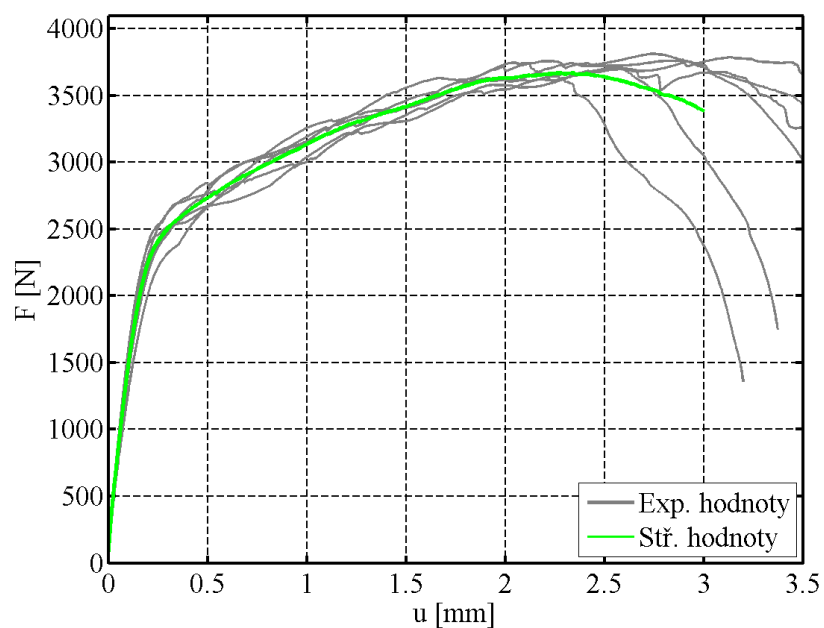
Obrázek 6.10: Porušení vzorku s nýtem o průměru $D = 4,8$ mm vlivem porušení nýtu.



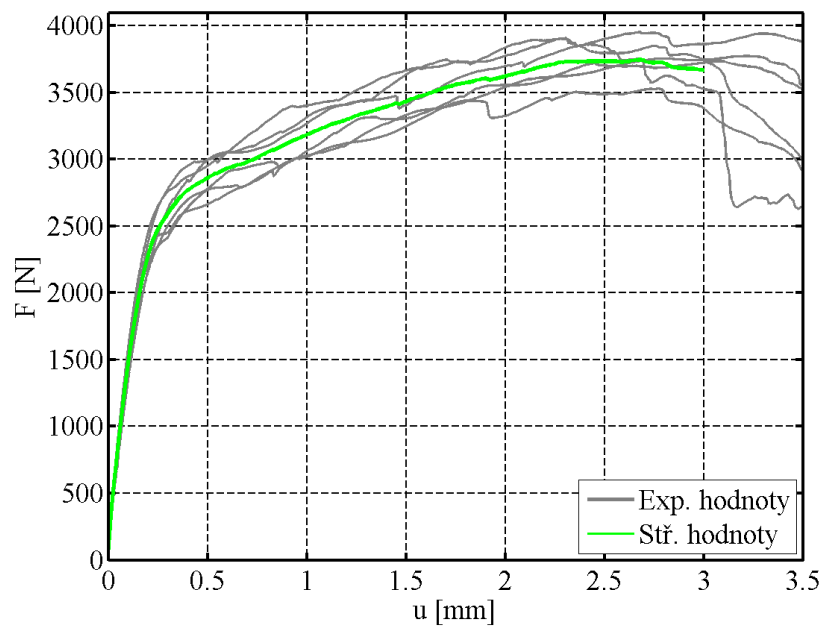
Obrázek 6.11: Porušení vzorku s nýtem o průměru $D = 4,8$ mm módem otláčení kompozitu.



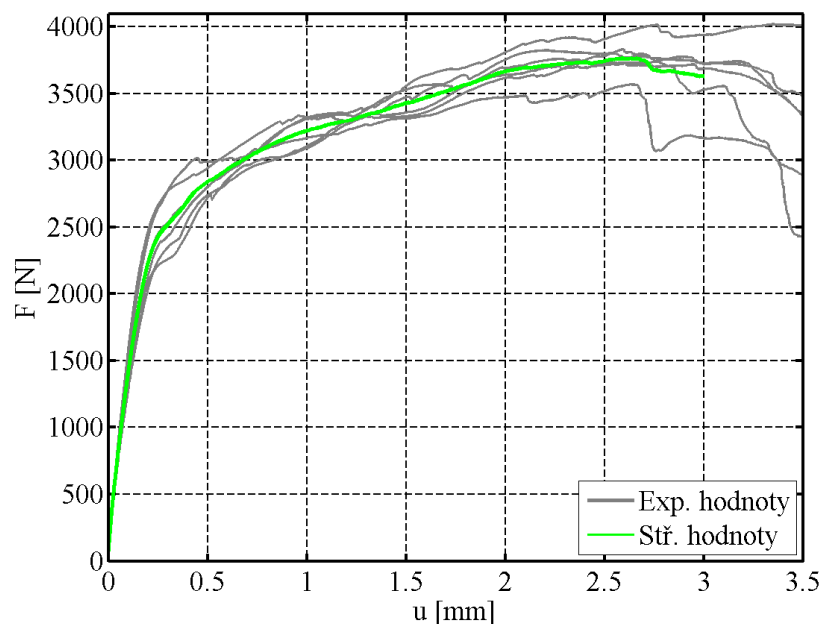
Obrázek 6.12: Závislost síly na protažení měřené oblasti vzorku s nýtem o průměru $D = 4,8$ mm a tolerancí díry a nýtu 0%.



Obrázek 6.13: Závislost síly na protažení měřené oblasti vzorku s nýtem o průměru $D = 4,8$ mm a tolerancí díry a nýtu 1%.



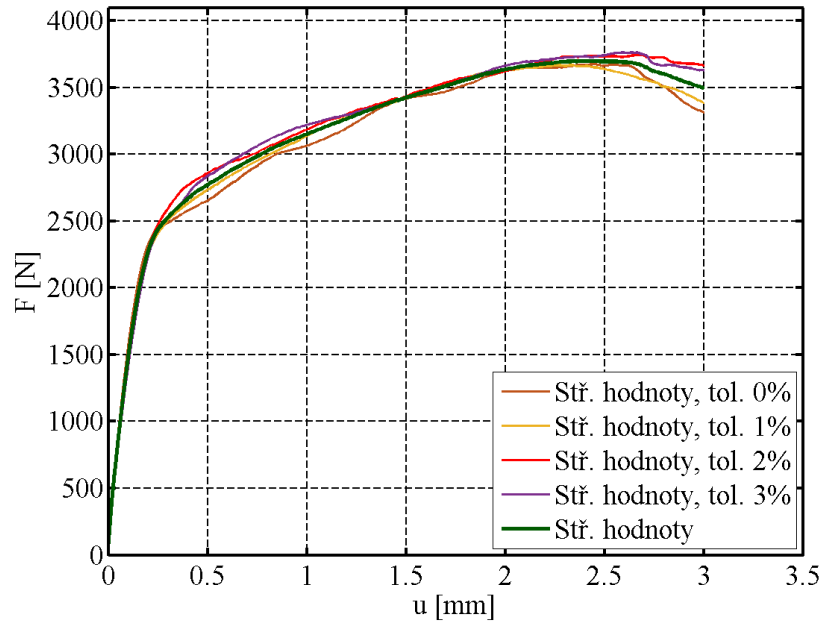
Obrázek 6.14: Závislost síly na protažení měřené oblasti vzorku s nýtem o průměru $D = 4,8$ mm a tolerancí díry a nýtu 2%.



Obrázek 6.15: Závislost síly na protažení měřené oblasti vzorku s nýtem o průměru $D = 4,8$ mm a tolerancí díry a nýtu 3%.

Tabulka 6.2: Naměřené hodnoty maximálních přenositelných sil spoje s jedním nýtem o průměru $D = 4,8$ mm s tolerancemi mezi dírou a nýtem 0%, 1%, 2% a 3% a statistické zpracování naměřených hodnot.

Číslo vzorku	Maximální přenositelná síla [N]			
	Tolerance 0%	Tolerance 1%	Tolerance 2%	Tolerance 3%
1	3605,5	3699,6	3953,8	3742,9
2	3847,1	3814,1	3736,7	3826,1
3	3549,4	3788,4	3774,8	3776,4
4	3731,0	3747,2	3904,6	3569,7
5	3737,6	3765,9	3534,1	3837,5
6	3753,5	3651,4	3865,5	4025,5
Stř. hodnota [N]	3704,0	3744,4	3794,9	3796,3
Směr. odch. [N]	108,1	59,9	151,0	148,1
B-báze [N]	3379,0	3564,3	3340,7	3351,0



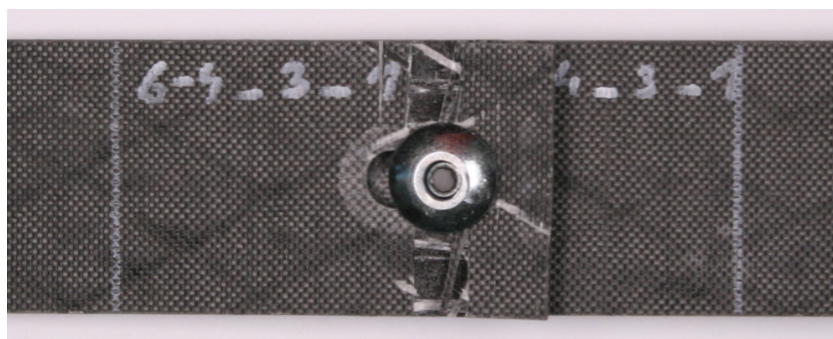
Obrázek 6.16: Porovnání křivek středních hodnot závislosti síly na protažení měřené oblasti vzorků s nýtem o průměru $D = 4,8$ mm.

6.4.3 Spoje s jedním nýtem o průměru $D = 6,4$ mm

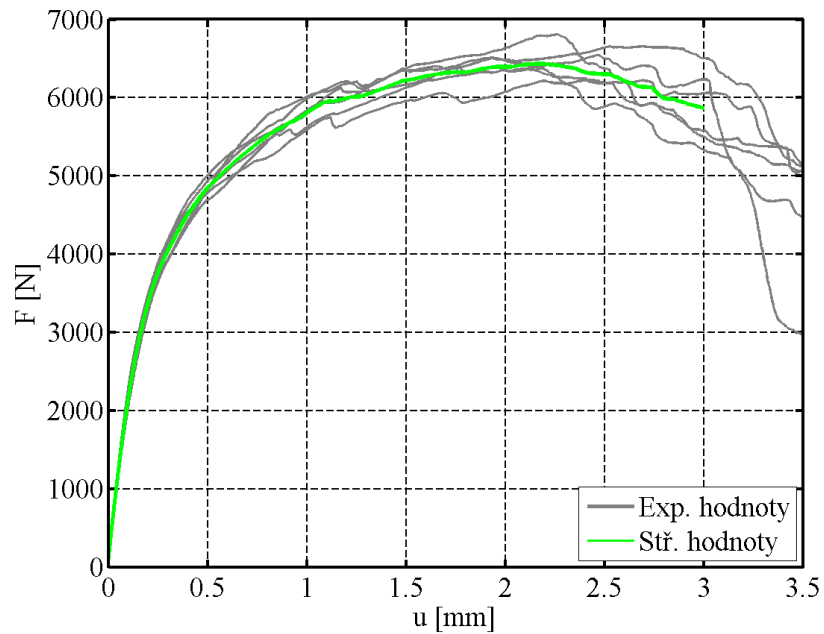
Grafy naměřených křivek závislosti síly F na protažení měřené oblasti vzorku u pro jednotlivé tolerance díry a nýtu jsou zobrazeny na obrázcích 6.18 až 6.21. Pro každou toleranci díry a nýtu byla dopočtena křivka průměrných hodnot, jež je také znázorněna na uvedených obrázcích. Tvar křivky průměrných hodnot v grafu na obrázku 6.19 (tj. tolerance díry a nýtu 1%) je silně ovlivněn nestandardním chováním vzorků číslo 3 a 5, u kterých ve srovnání s ostatními došlo k předčasnému porušení. Jelikož u těchto vzorků nebyla nalezena žádná viditelná anomálie, byly tyto vzorky ponechány v souboru výsledných dat. Z grafů byly dále vyhodnoceny maximální přenositelné síly pro jednotlivé vzorky. Tyto hodnoty a jejich statistické zpracování jsou uvedeny v tabulce 6.3. I zde je patrná nižší maximální přenositelná síla vzorků číslo 3 a 5 u tolerance díry a nýtu 1%.

Během provádění experimentů byl pozorován pouze mód porušení otláčení kompozitu (viz obrázek 6.17). Mód porušení vlivem porušení nýtu, jež byl pozorován u nýtu s průměrem $D = 4,8$ mm, nebyl u nýtu o průměru $D = 6,4$ mm pozorován. Tento typ spoje lze tedy označit za bezpečný při poruše.

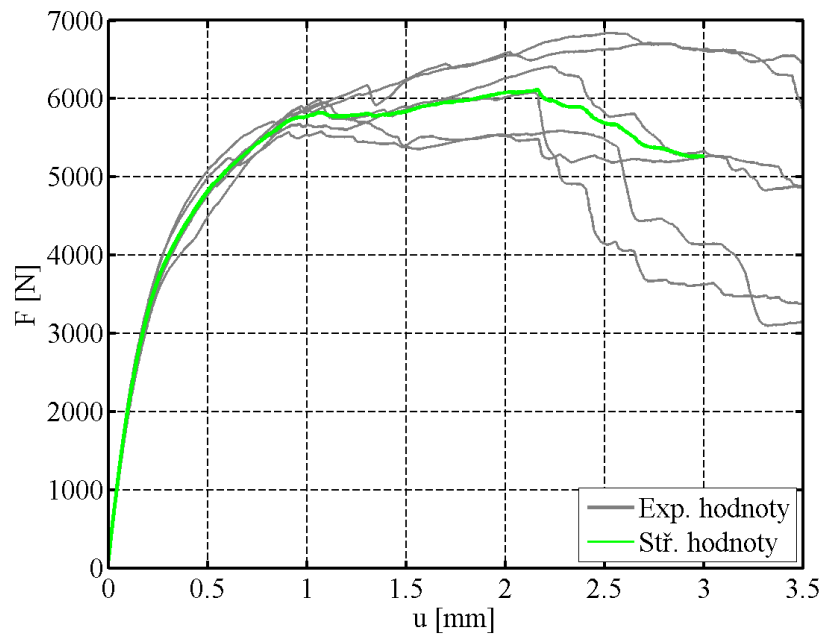
V grafu na obrázku 6.22 je znázorněno porovnání křivek průměrných hodnot pro jednotlivé tolerance díry a nýtu. Dále je zde znázorněna křivka průměrných hodnot z průměrných hodnot za účelem znázornění odchylky jednotlivých křivek. Z uvedeného porovnání je patrné, že vliv tolerance díry a nýtu na chování spoje je i v případě průměru nýtu $D = 6,4$ mm zanedbatelný. Odchylka mezi nejvyšší a nejnižší průměrnou maximální přenositelnou silou pro jednotlivé tolerance díry a nýtu je 5,4%. Tato hodnota je však silně ovlivněna zmíněnou anomálií u vzorků číslo 3 a 5 u tolerance díry a nýtu 1%. Již při odstranění vzorku číslo 5 ze souboru výsledných dat klesne zmíněná odchylka na 3,3%.



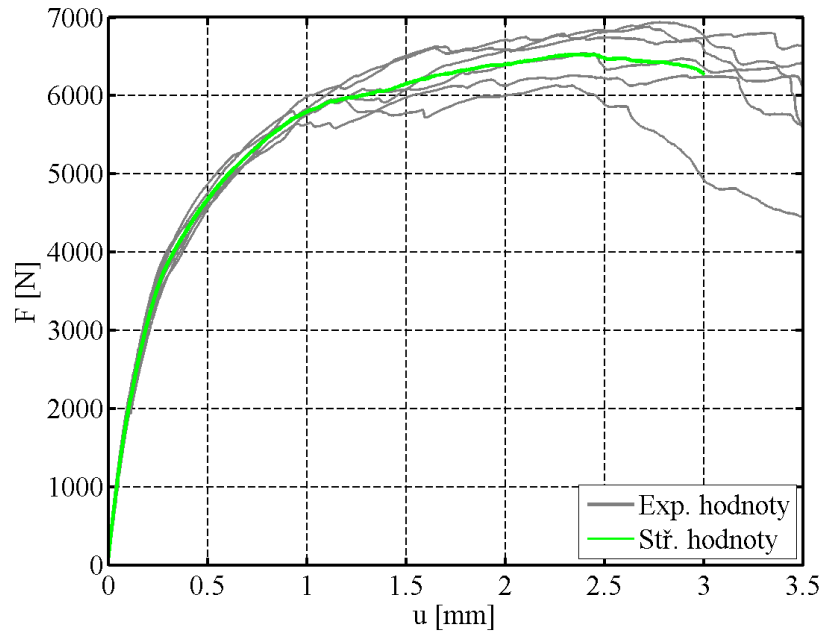
Obrázek 6.17: Porušení vzorku s nýtem o průměru $D = 6,4$ mm módem otláčení kompozitu.



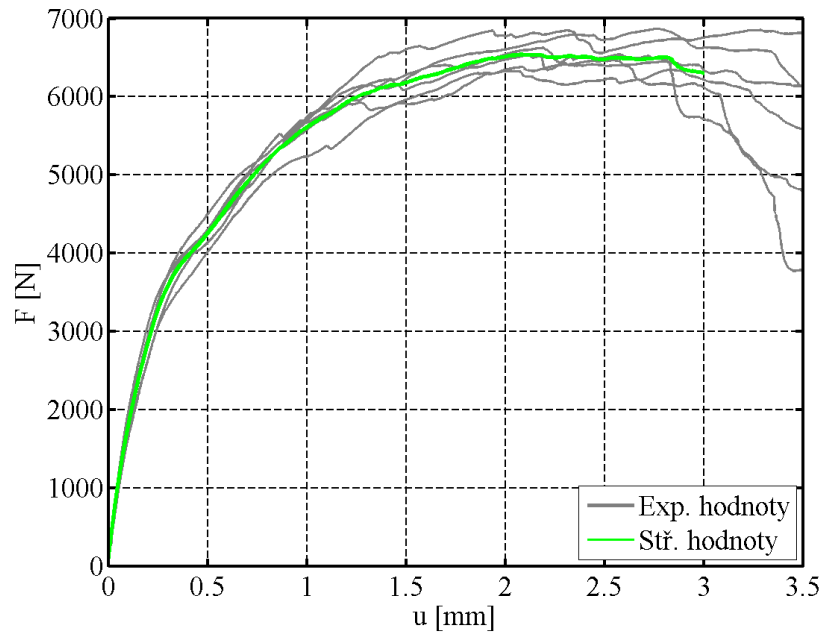
Obrázek 6.18: Závislost síly na protažení měřené oblasti vzorku s nýtem o průměru $D = 6,4$ mm a tolerancí díry a nýtu 0%.



Obrázek 6.19: Závislost síly na protažení měřené oblasti vzorku s nýtem o průměru $D = 6,4$ mm a tolerancí díry a nýtu 1%.



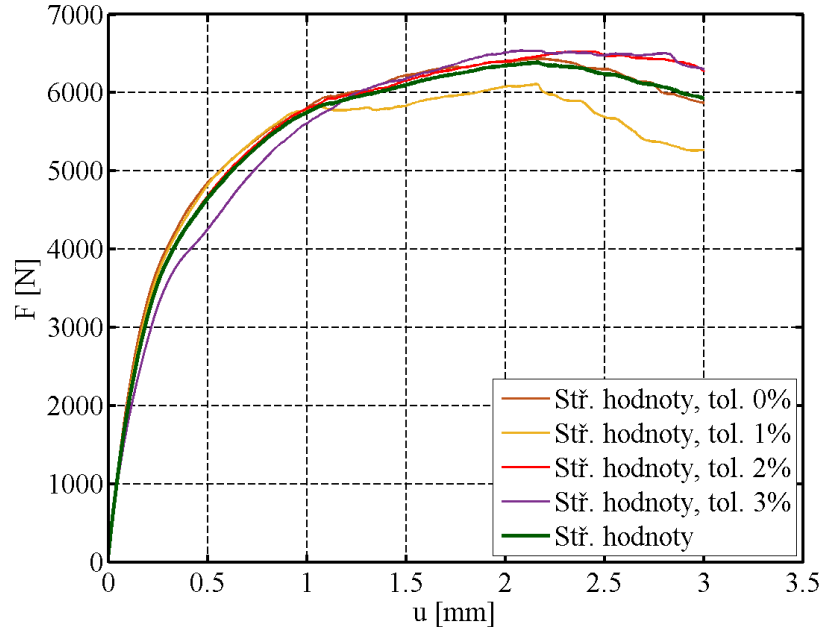
Obrázek 6.20: Závislost síly na protažení měřené oblasti vzorku s nýtem o průměru $D = 6,4$ mm a tolerancí díry a nýtu 2%.



Obrázek 6.21: Závislost síly na protažení měřené oblasti vzorku s nýtem o průměru $D = 6,4$ mm a tolerancí díry a nýtu 3%.

Tabulka 6.3: Naměřené hodnoty maximálních přenositelných sil spoje s jedním nýtem o průměru $D = 6,4$ mm s tolerancemi mezi dírou a nýtem 0%, 1%, 2% a 3% a statistické zpracování naměřených hodnot.

Číslo vzorku	Maximální přenositelná síla [N]			
	Tolerance 0%	Tolerance 1%	Tolerance 2%	Tolerance 3%
1	6547,3	6842,1	6883,9	6541,4
2	6659,1	6079,8	6939,0	6471,4
3	6812,8	5948,0	6804,1	6625,5
4	6403,8	6701,7	6134,9	6853,3
5	6519,1	5584,3	6547,5	6876,0
6	6229,0	6417,2	6266,2	6335,4
Stř. hodnota [N]	6528,5	6262,2	6595,9	6617,2
Směr. odch. [N]	201,8	478,5	336,9	214,1
B-báze [N]	5921,7	4823,3	5582,8	5973,4



Obrázek 6.22: Porovnání křivek středních hodnot závislosti síly na protažení měřené oblasti vzorků s nýtem o průměru $D = 6,4$ mm.

6.5 Numerická simulace chování jednostřížného spoje s jedním nýtem

Numerická simulace chování jednostřížného spoje s jedním nýtem je velmi komplexní úlohou, ve které je nutné uvažovat velké množství faktorů. Aby bylo možné využívat navržený výpočtový model i v běžné inženýrské praxi, kde je často nutné simulovat velké množství nýtů, byly navrženy dva typy výpočtových modelů:

1. Výpočtový model s detailním nýtem – model zahrnující všechny důležité faktory ovlivňující tuhost a pevnost spoje.
2. Výpočtový model se simulací nýtu pomocí 1D elementu – zjednodušený model, kde chování nýtu a jeho nejbližšího okolí je nahrazeno 1D elementem.

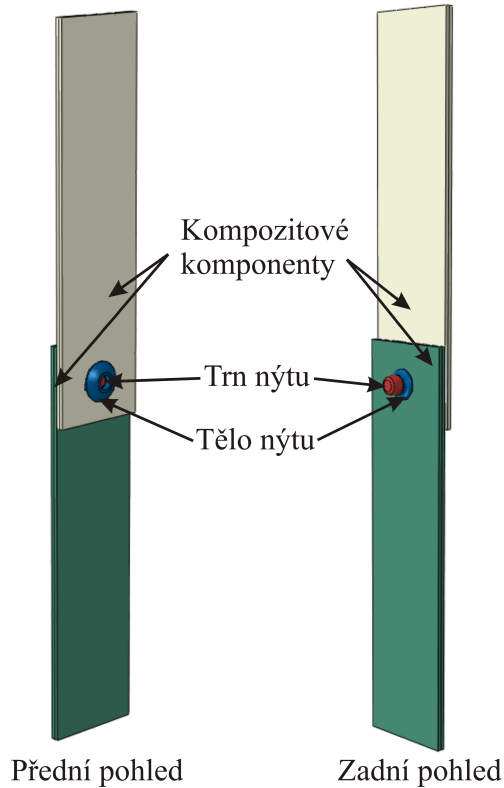
Zatímco první jmenovaný model slouží k detailnímu popisu a simulaci porušení spoje, druhý výpočtový model je vzhledem k jednoduchosti určen k použití ve větších výpočtových sestavách při zachování reálného chování spoje.

6.5.1 Výpočtový model s detailním nýtem

Výpočtový model s detailním nýtem byl vytvořen tak, aby reálně simuloval všechny části jednostřížného spoje i jejich vzájemnou interakci. Model sestával ze čtyř různých částí – 2 kompozitových komponent, těla nýtu a trnu nýtu (viz obrázek 6.23).

Zvolený přístup k simulaci jednotlivých částí spoje a jejich vzájemné interakci je popsán v následujících bodech:

- **Kompozitové komponenty** – Komponenty byly vytvořeny stejným přístupem, jako tomu bylo v případě simulace chování kompozitu popsaného v podkapitole 5.4. Modely komponent sestávaly z vrstevných čtyř-uzlových prvků. Materiálové vlastnosti, nelineární chování materiálu ve smyku a postupné porušování byly simulovány s využitím vlastního materiálového modelu popsaného v podkapitole 5.1. Pro výpočet bylo využito nastavení materiálového modelu Typu 3, tj. s uvažováním delaminace a využitím Puckova kritéria bez korekcí. Stejně jako v případě výpočtového



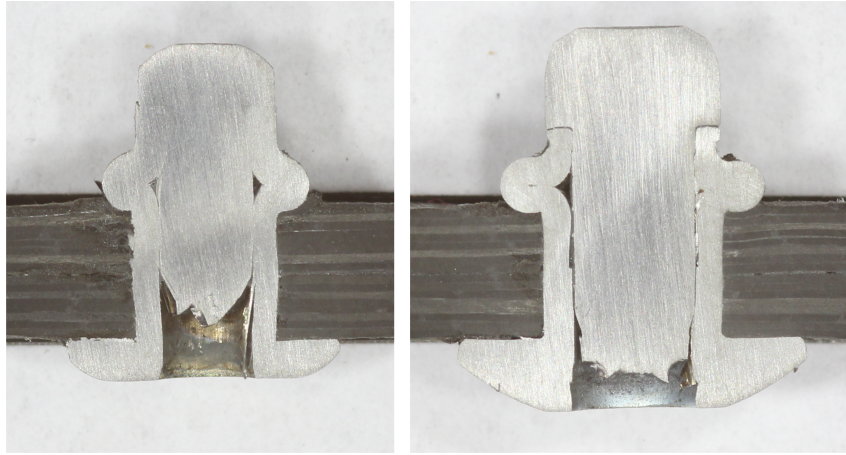
Obrázek 6.23: Jednotlivé části výpočtového modelu s detailním nýtem.

modelu pro simulaci chování laminátu i zde byl simulován materiál, jenž je při experimentech umístěn v čelistech trhacího stroje. Pro tyto oblasti nebyla u materiálu uvažována možnost porušení.

- **Tělo a trn trhacího nýtu** – Geometrie obou částí nýtu v okamžiku po snýtování byla zjištěna z příčných řezů reálných nýtů (viz obrázek 6.24).

Z obrázku je patrné, že geometrie jednotlivých nýtů je odlišná pro různé průměry nýtu. Proto je pro každý nýt nutné uvažovat rozdílnou geometrii.

Pro simulaci nýtu ve snýtovaném stavu byla geometrie těla nýtu rozdělena na čtyři části: hlavičku, dřík, plášť a hlavu (viz obrázek 6.7). U hlavy a hlavičky byl uvažován bilineární elasto-plastický materiálový model s izotropním zpevněním. V případě pláště a dříku byl uvažován plastický materiál již od začátku simulace. Zde byl uvažován lineární průběh závislosti napětí na deformacích, přičemž byl uvažován stejný modul zpevnění, jako v případě zmíněného bilineárního modelu. Geometrie všech částí nýtu byla reprezentována lineárními tetraedry.

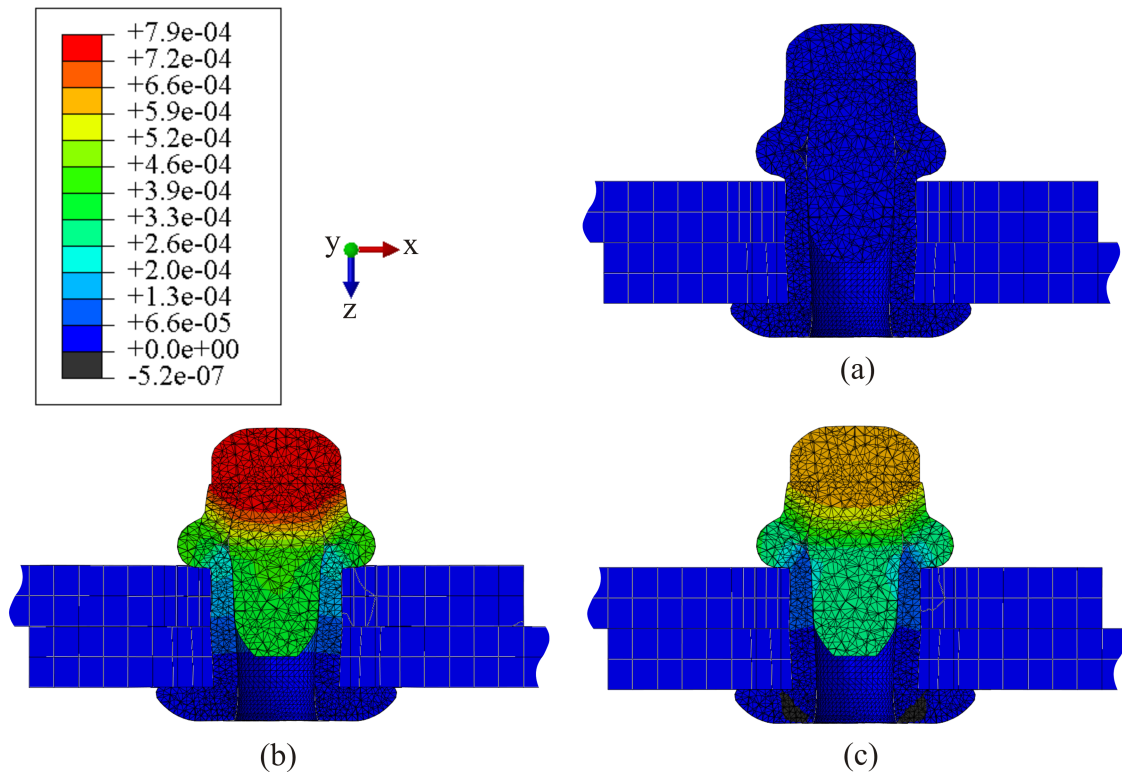


Obrázek 6.24: Skutečná geometrie nýtu po snýtování pro nýt o průměru $D = 4,8$ mm (vlevo) a pro nýt o průměru $D = 6,4$ mm (vpravo).

- **Interakce jednotlivých kompozitových komponent** – Mezi jednotlivými kompozitovými komponenty byl uvažován kontakt s uvažováním tření. Pro simulaci tření byl použit statický součinitel smykového tření, jenž byl experimentálně vyšetřen (viz podkapitola 6.1).
- **Interakce kompozitových komponent a nýtu** – Mezi kompozitovými komponenty a částmi nýtu byl uvažován kontakt. Vliv tření byl mezi těmito částmi uvažován jako zanedbatelný. Proto u tohoto kontaktu nebylo uvažováno tření za účelem snížení výpočtové náročnosti.
- **Interakce mezi tělem a trnem nýtu** – V průběhu výpočtů bylo zjištěno, že vzájemné působení těla a trnu nýtu má výrazný vliv na tuhost spoje. Proto zde byl uvažován kontakt s uvažováním tření. Statický součinitel byl na základě rešerše stanoven 0,65.
- **Předpětí nýtu** – K aplikaci předpětí nýtu nebylo možné využít běžných nástrojů k aplikaci předpětí šroubu, jež jsou implementovány v komerčních softwarech. Důvodem je fakt, že tyto nástroje fungují na principu přiblížení sousedních uzlů v místě dříku šroubu. Tím je způsobeno tahové napětí v dříku a aplikace předpětí šroubu. U trhacího nýtu je však princip aplikace předpětí jiný, neboť nýtovacím procesem dojde k rozvoji elasto-plastických deformací, jež jsou způsobeny tlakovým zatížením. Po uvolnění nýtu utržením trnu nýtu a jeho uvolnění z nýtovacího zařízení dojde

k uvolnění elastických deformací. Dále dojde k částečnému uvolnění plastických deformací tak, aby síla způsobená nýtem a síla způsobená spojovanými komponentami byly v rovnováze.

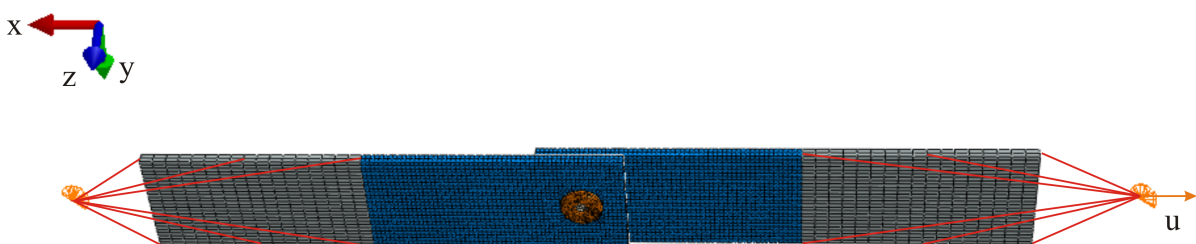
Tímto způsobem bylo předpětí simulováno i ve výpočtovém modelu. Výpočet byl rozdělen na tři kroky. V prvním kroku byl nýt, jehož geometrie byla prodloužena o předpokládanou vzdálenost stlačení (viz obrázek 6.25 (a)), zatížen tlakovým namáháním (viz obrázek 6.25 (b)). V druhém kroku došlo k uvolnění zatížení, aby došlo k vyrovnání sil způsobených nýtem a kompozitovými komponenty (viz obrázek 6.25 (c)). Všechny parametry musely být naladěny tak, aby na konci druhého kroku došlo k vyrovnání sil při předem definované síle, tj. při síle 804,4 N v případě nýtu o průměru $D = 4,8$ mm a při síle 876,0 N v případě nýtu o průměru $D = 6,4$ mm (viz podkapitola 6.2). Ve třetím kroku bylo aplikováno vlastní namáhání jednostřížného spoje.



Obrázek 6.25: Průběh simulace předpětí trhacího nýtu. Simulace nýtu před začátkem zatěžování (a), na konci prvního výpočtového kroku (b) a na konci druhého zatěžovacího kroku (c). Zobrazeny jsou posuvy ve směru osy z [m].

Okrajové podmínky v průběhu zatěžování nýtového spoje (tj. v průběhu třetího kroku) byly aplikovány shodným přístupem jako v případě simulace chování kompozitu popsaného v podkapitole 5.4. Okrajové podmínky byly tedy aplikovány na krajní části kompozitních komponent. Tyto oblasti byly spojeny s referenčními body pomocí vazby typu *equation* (symbolicky reprezentováno pomocí červených linek na obrázku 6.26). Levému referenčnímu bodu byly fixovány všechny stupně volnosti, pravému referenčnímu bodu byl předepsán posuv ve směru osy x a fixovány všechny ostatní stupně volnosti (viz obrázek 6.26).

Jelikož bylo v podkapitole 6.4 experimentálně vyšetřeno, že vliv tolerance díry a nýtu je u statického zatěžování zanedbatelný, byl pro simulace vybrán vždy jen model s tolerancí díry a nýtu 1% pro každý průměr nýtu.



Obrázek 6.26: Okrajové podmínky výpočtového modelu simulujícího chování jednostřížného spoje s jedním nýtem.

6.5.2 Výpočtový model se simulací nýtu pomocí 1D elementu

U výpočtového modelu se simulací nýtu pomocí 1D elementu byl kladen velký důraz na jednoduchost výpočtového modelu při zachování reálné simulace tuhosti spoje. Z tohoto důvodu byly následující faktory, jež byly u detailního modelu zohledněny, reprezentovány 1D elementem:

- postupné porušování kompozitu,
- elasto-plastické chování trhacího nýtu,
- tření mezi jednotlivými kompozitovými komponentami,

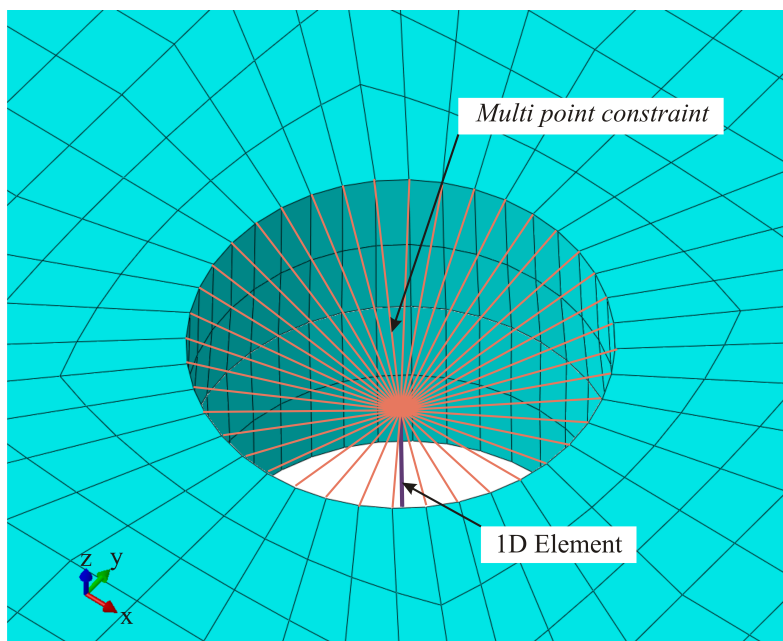
- interakce kompozitových komponent a nýtu,
- předpětí nýtu.

Samotné spojení kompozitových komponent bylo realizováno pomocí 1D elementu typu *Bushing* (viz obrázek 6.27), jemuž byla pomocí tabulky přiřazena tuhost. Ve směru osy elementu byla tuhost k_{axial} zjednodušeně spočtena analyticky pomocí rovnice:

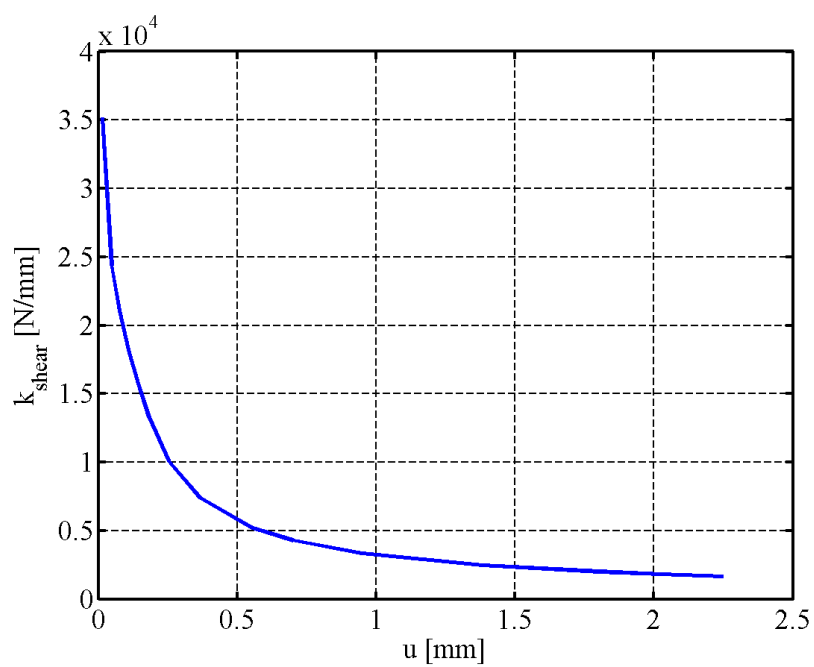
$$k_{axial} = \frac{EA}{l}, \quad (6.3)$$

kde E je modul pružnosti materiálu nýtu, A je průřez nýtu a l je svěrná délka. V obou hlavních kolmých směrech na osu elementu byly identifikovány závislosti tuhosti k_{shear} na prodloužení elementu v daném směru u s ohledem na simulovaný experiment. Identifikovaná závislost tuhosti k_{shear} na prodloužení elementu v daném směru u je pro případ výpočtového modelu s nýtem o průměru $D = 4,8$ mm znázorněna na obrázku 6.28 a pro případ výpočtového modelu s nýtem o průměru $D = 6,4$ mm na obrázku 6.29. 1D element se zmíněnými tuhostmi byl připojen ke kompozitovým komponentám pomocí vazby typu *Multi point constraint*.

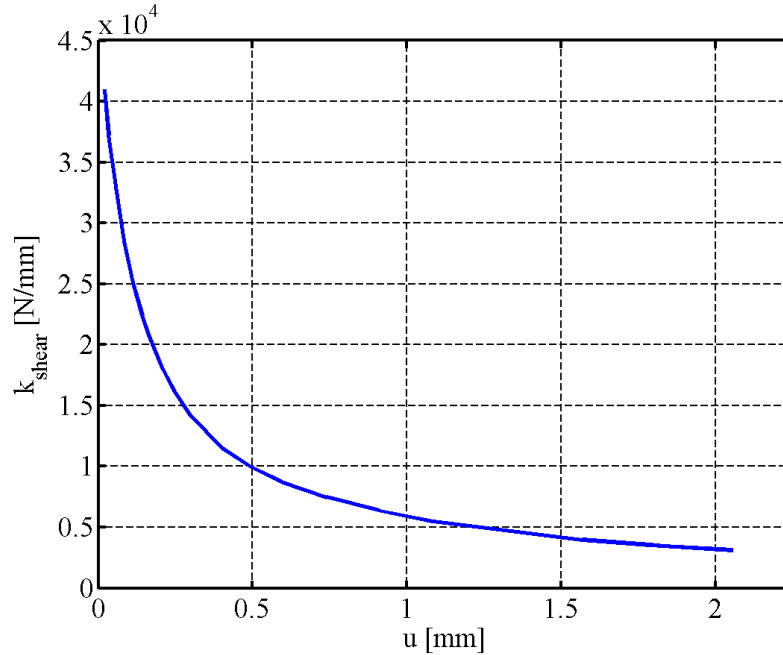
Okrajové podmínky i výpočtová síť kompozitových komponent byla identická s výpočtovým modelem s detailním nýtem.



Obrázek 6.27: Znázornění připojení 1D elementu ke kompozitovým komponentám pomocí vazby typu *Multi point constraint*. Tato vazba je pro přehlednost znázorněna symbolicky.



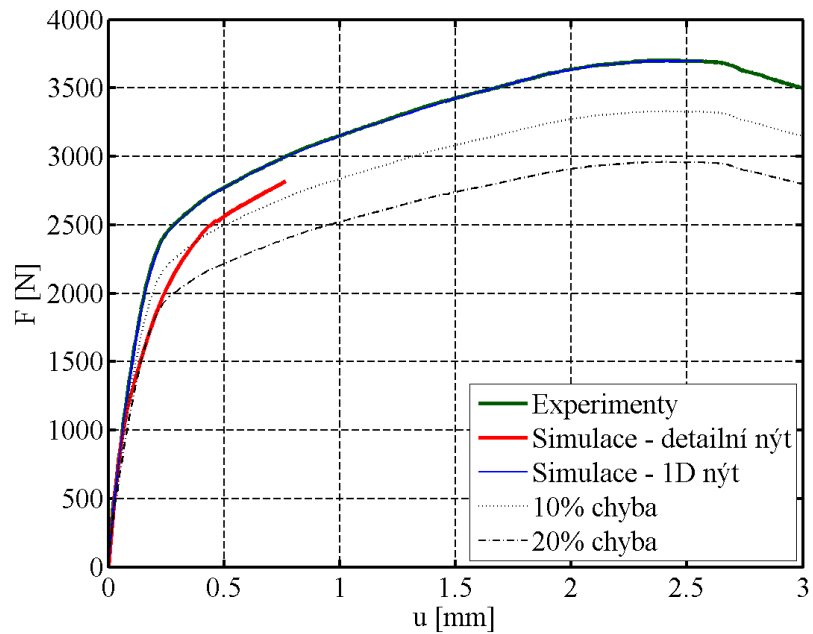
Obrázek 6.28: Identifikovaná závislost tuhosti na prodloužení elementu pro případ výpočtového modelu s nýtem o průměru $D = 4,8 \text{ mm}$.



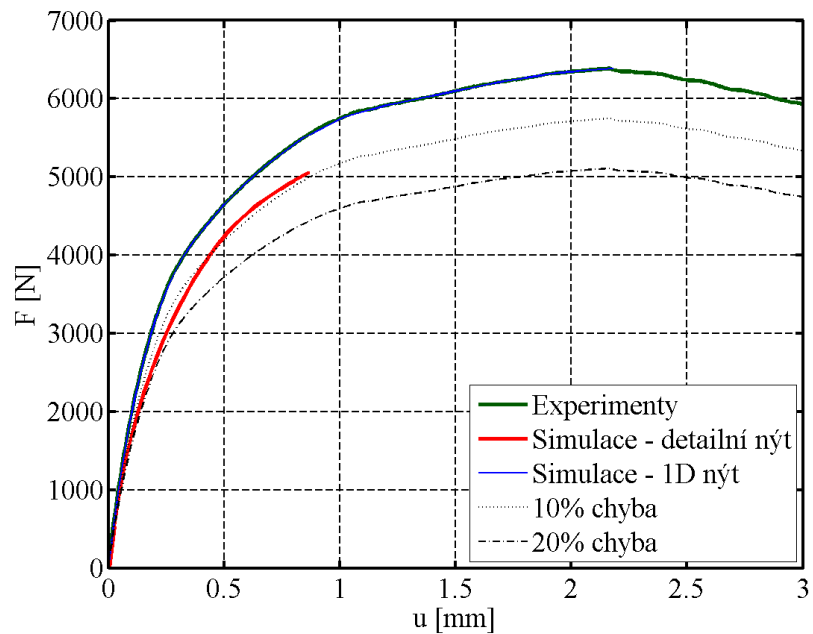
Obrázek 6.29: Identifikovaná závislost tuhosti na prodloužení elementu pro případ výpočtového modelu s nýtem o průměru $D = 6,4$ mm.

6.5.3 Vyhodnocení a validace výpočtových modelů

Oba výpočtové modely byly porovnány s příslušnými křivkami závislosti síly F na protažení měřených oblastí vzorků u . Na obrázku 6.30 je znázorněno porovnání výpočtových modelů simulujících jednostřížný spoj s nýtem o průměru $D = 4,8$ mm a tolerancí díry a nýtu 1%. Na obrázku 6.31 je znázorněno porovnání výpočtových modelů simulujících jednostřížný spoj s nýtem o průměru $D = 6,4$ mm a tolerancí díry a nýtu 1%. V obou grafech jsou znázorněny i křivky odchylky od experimentální křivky o 10% a 20%. Vzhledem k tomu, že u výpočtových modelů se simulací nýtu pomocí 1D elementu byla tuhost tohoto elementu identifikována dle experimentů, splývají křivky závislosti síly F na protažení měřených oblastí vzorků u vyšetřené pomocí experimentu a zmíněného výpočtového modelu v jednu křivku.



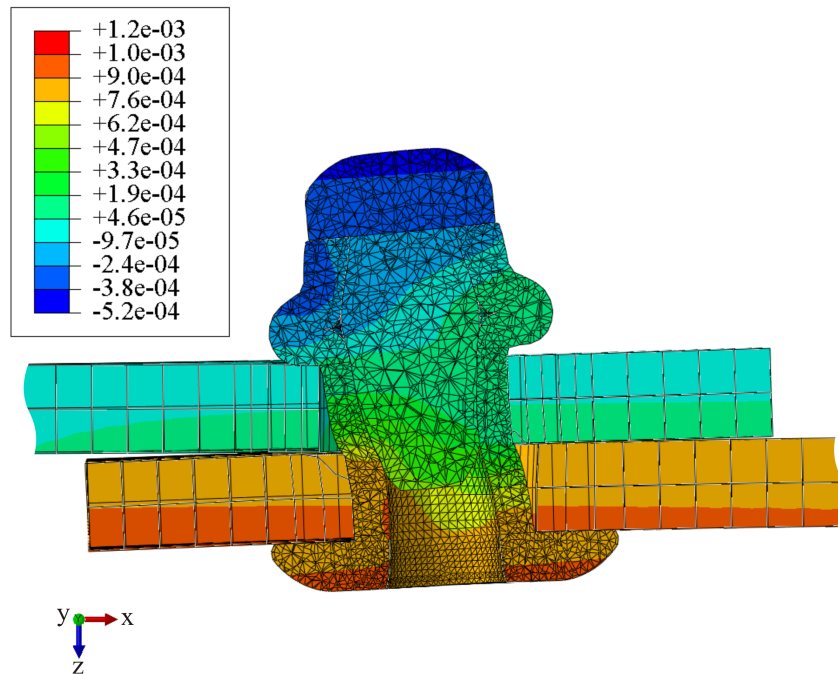
Obrázek 6.30: Porovnání výsledků numerických simulací a experimentů pro jednotřížný spoj s nýtem o průměru $D = 4,8$ mm a tolerancí díry a nýtu 1%.



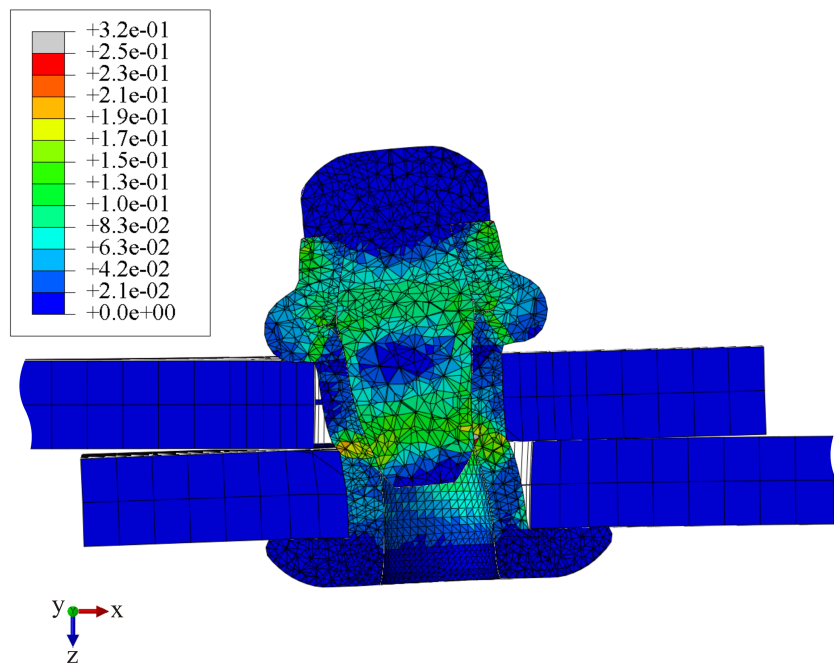
Obrázek 6.31: Porovnání výsledků numerických simulací a experimentů pro jednotřížný spoj s nýtem o průměru $D = 6,4$ mm a tolerancí díry a nýtu 1%.

Výsledky jednotlivých typů výpočtových modelů budou diskutovány samostatně:

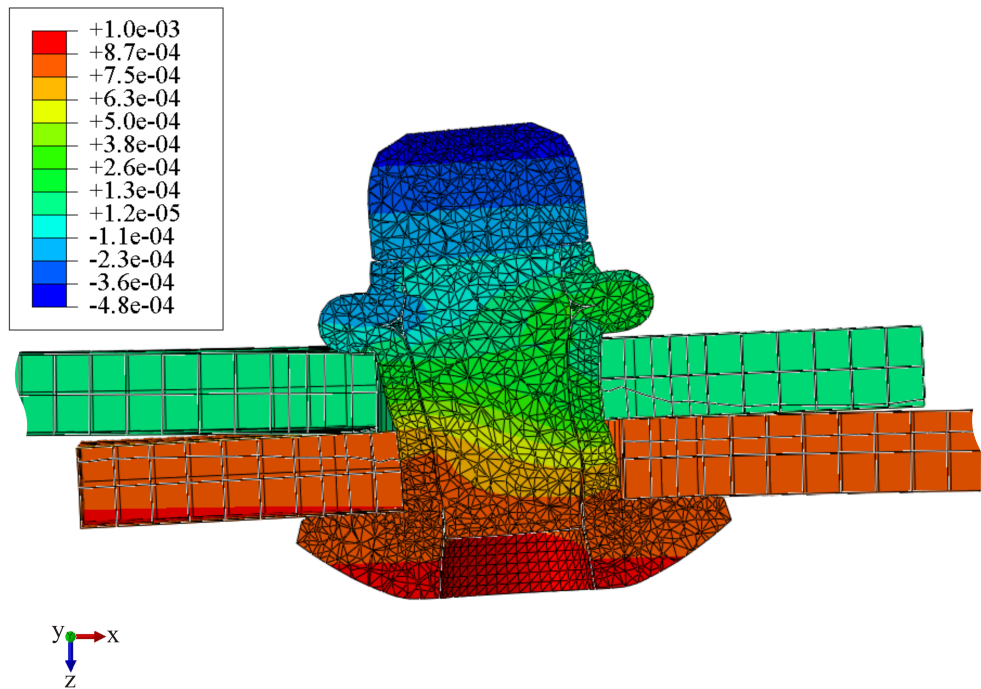
1. **Výpočtový model s detailním nýtem** - tyto modely byly schopné predikovat chování spoje pouze do protažení měřené oblasti vzorku o přibližně 0,8 mm ve směru zatěžování. V tomto okamžiku již docházelo k velkým posuvům a deformacím nýtu, jež jsou patrné na obrázcích 6.32 a 6.33 v případě nýtu o průměru $D = 4,8$ mm a na obrázcích 6.34 a 6.35 v případě nýtu o průměru $D = 6,4$ mm. Zatímco u nýtu o průměru $D = 4,8$ mm dochází k největším plastickým deformacím u těla nýtu v oblasti přechodu mezi kompozitovými komponentami, u nýtu o průměru $D = 6,4$ mm jsou největší plastické deformace predikovány na trnu nýtu. Tyto rozdíly jsou pravděpodobně způsobeny rozdílným poměrem průměru nýtu a tloušťky spojovaných komponent. Dále byla v okamžiku protažení měřené oblasti vzorku o 0,8 mm predikována velká míra porušení většiny vrstev kompozitu obou komponent v blízkosti nýtů. Nejdůležitějšími vrstvami byly vrstvy s orientací 0° (vždy druhá a sedmá vrstva), jejichž porušení je predikováno módem otlačení (viz obrázek 6.36 a obrázek 6.37). Na obrázcích 6.38 a 6.39 je znázorněno porovnání celkového přetvoření vzorků predikovaného pomocí numerických simulací a pomocí experimentů. Zde je patrné, že výpočtové modely velmi reálně simulují i celkové chování vzorků včetně odléhání jednotlivých kompozitových komponent od sebe.
2. **Výpočtový model s 1D nýtem** - Při porovnání tohoto typu modelu s experimenty je u obou průměrů nýtu patrné, že tuhost navrženého řešení výpočtového modelu je téměř identická s experimentálně vyšetřenými křivkami. Tento fakt je důsledkem toho, že tuhost výpočtového modelu je nastavena dle daného experimentu. Díky tomuto řešení je tak možné reálnou tuhost přesně přenést do výpočtového modelu.



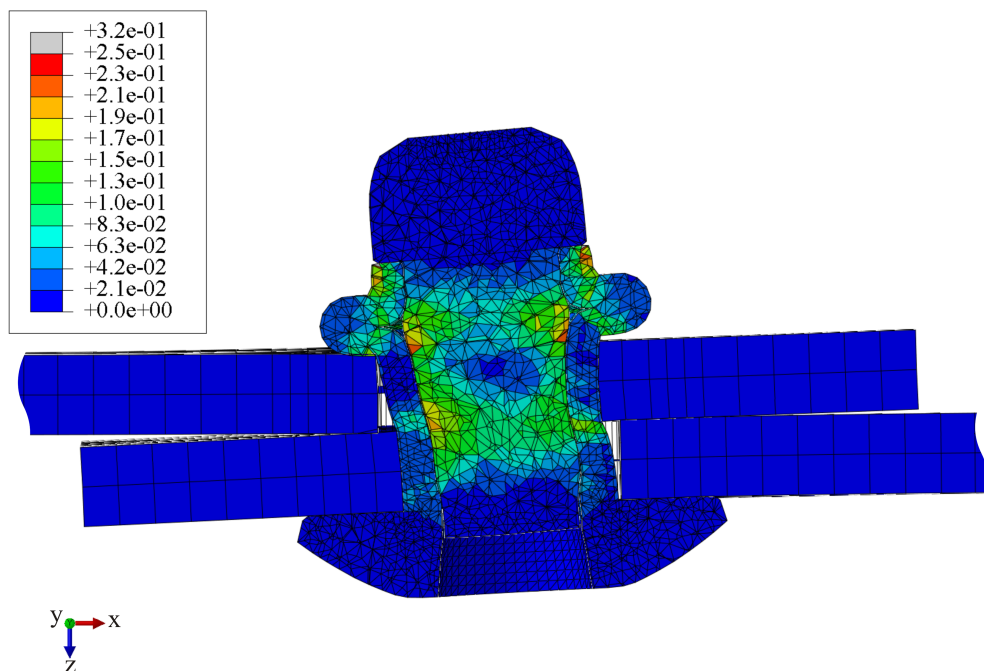
Obrázek 6.32: Posuvy ve směru osy x [m] při protažení měřené oblasti vzorku o 0,8 mm v případě nýtu o průměru $D = 4,8$ mm.



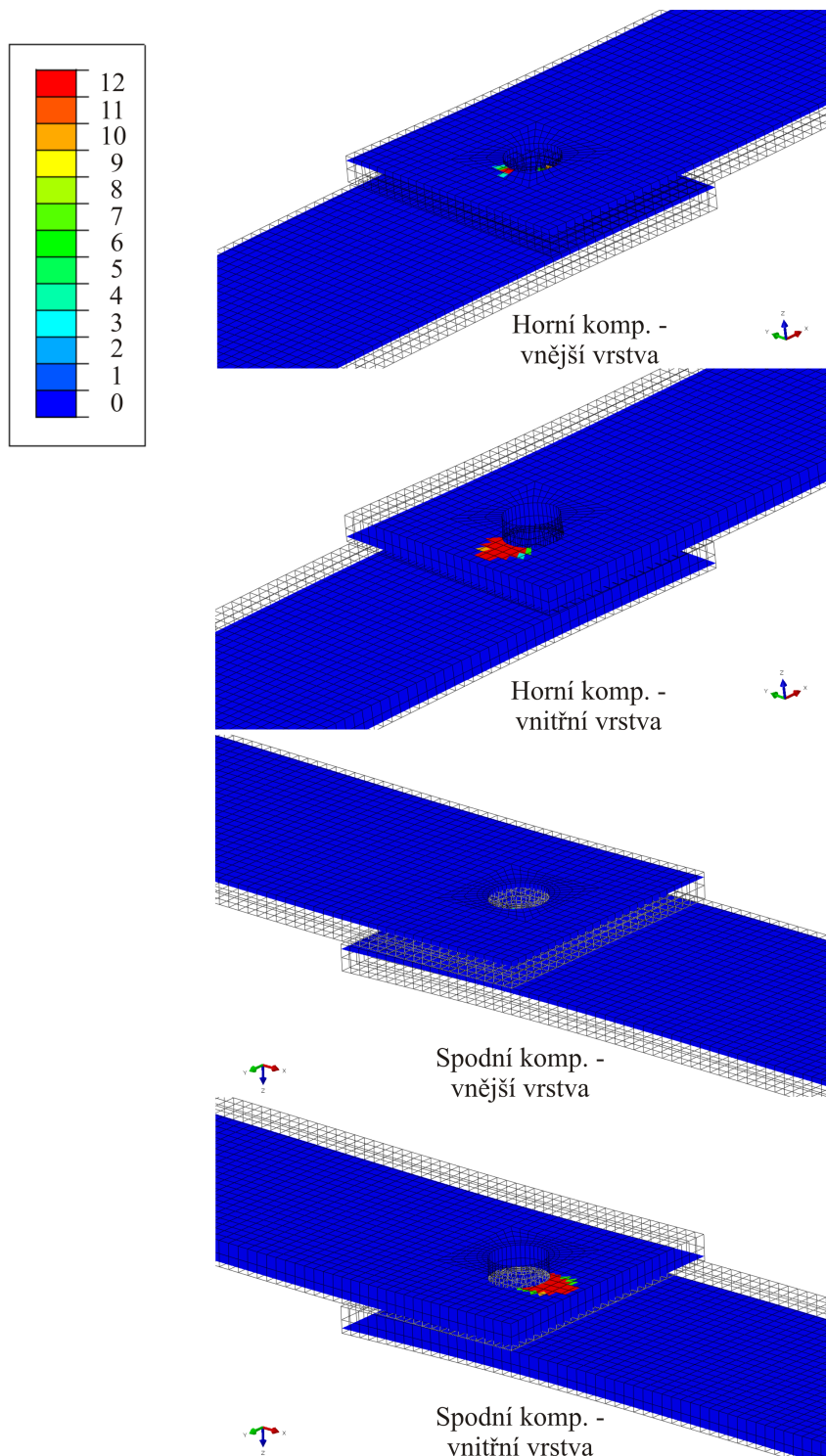
Obrázek 6.33: Plastické deformace při protažení měřené oblasti vzorku o 0,8 mm v případě nýtu o průměru $D = 4,8$ mm.



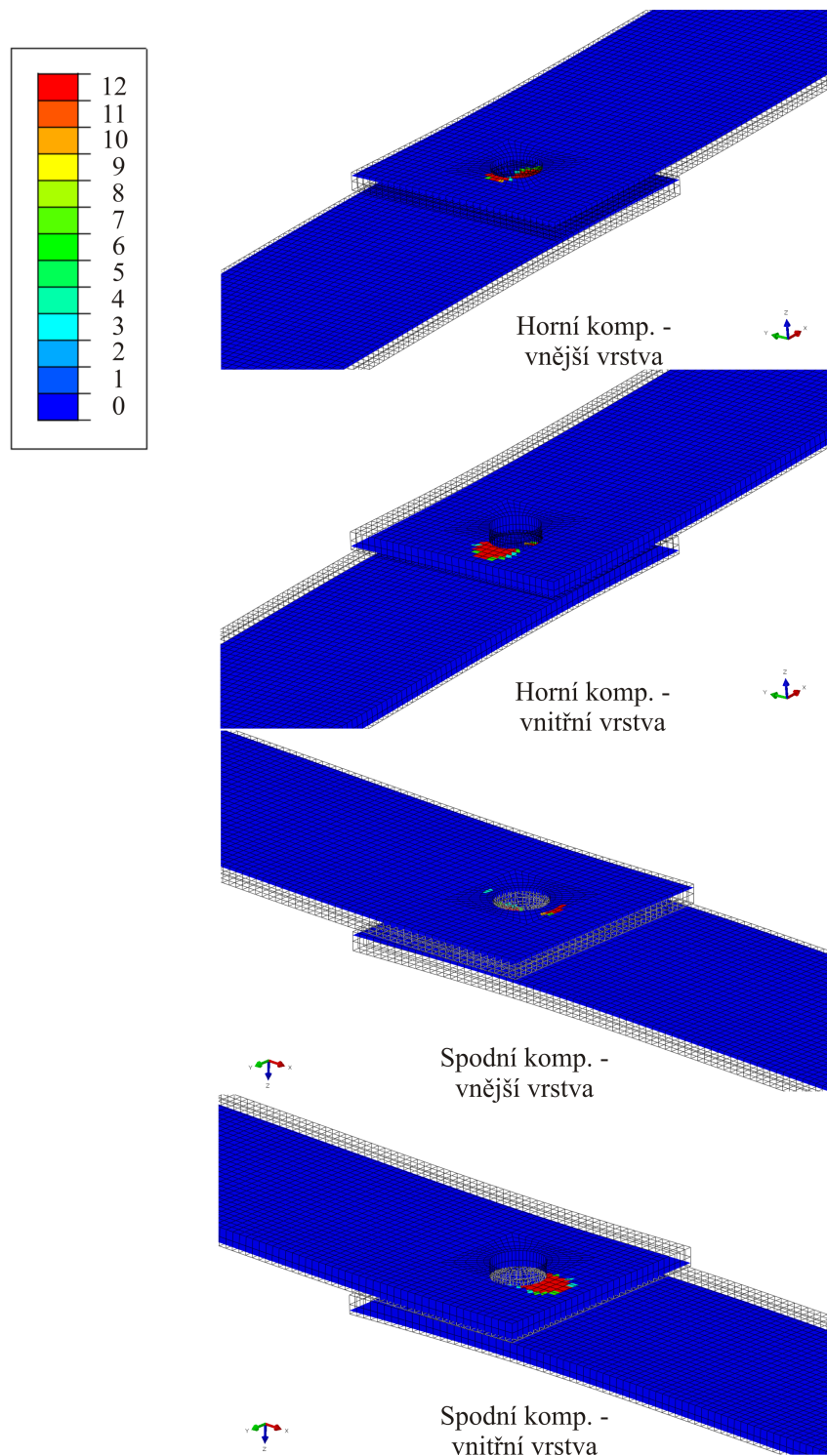
Obrázek 6.34: Posuvy ve směru osy x [m] při protažení měřené oblasti vzorku o 0,8 mm v případě nýtu o průměru $D = 6,4$ mm.



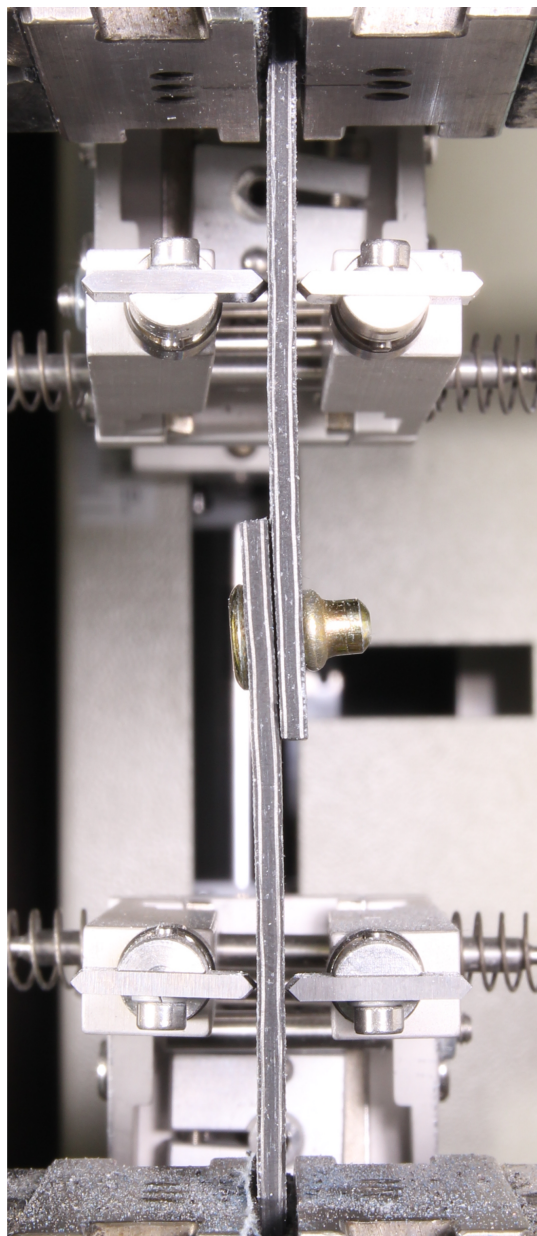
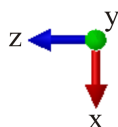
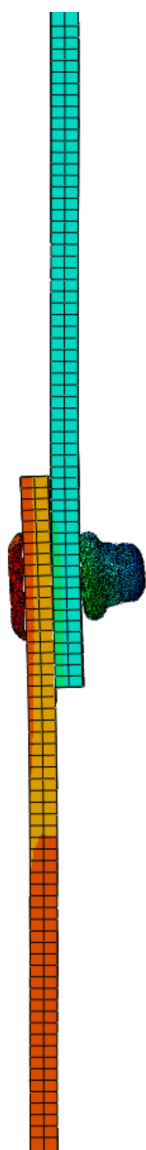
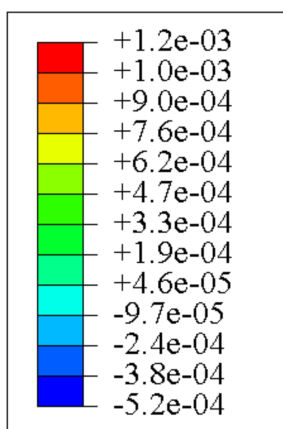
Obrázek 6.35: Plastické deformace při protažení měřené oblasti vzorku o 0,8 mm v případě nýtu o průměru $D = 6,4$ mm.



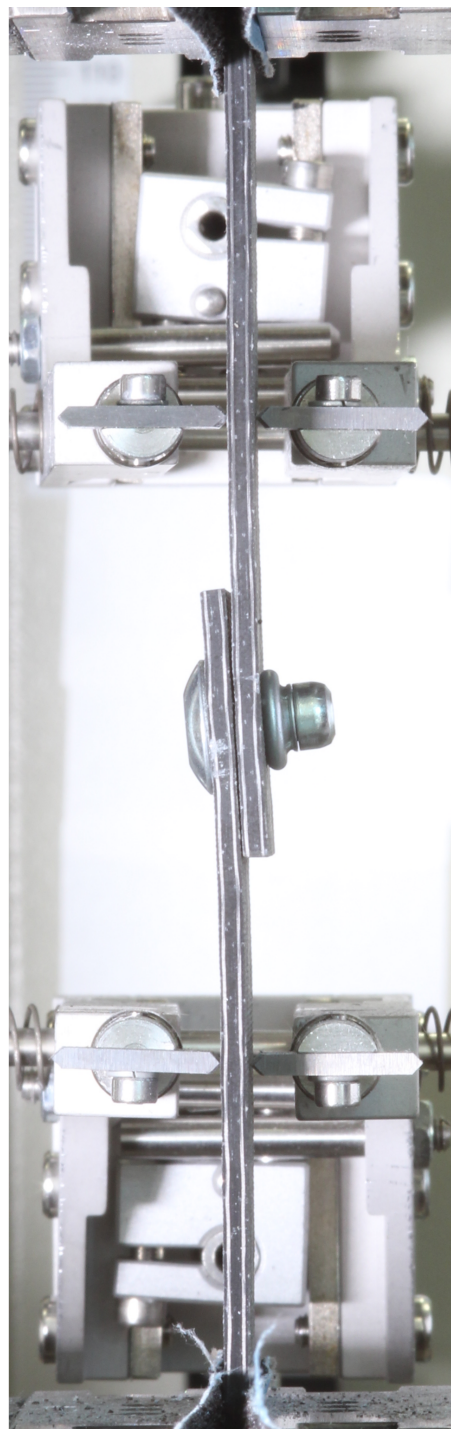
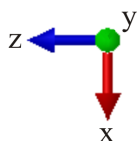
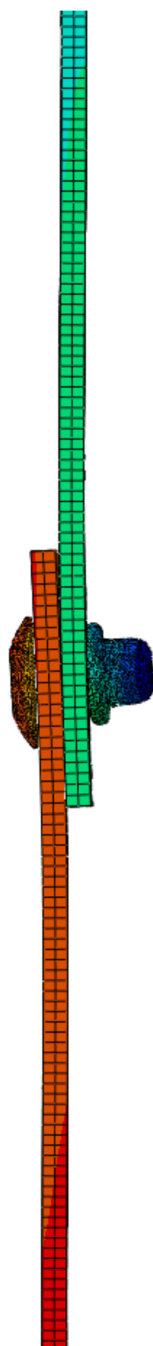
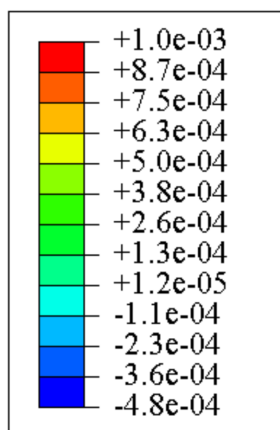
Obrázek 6.36: Predikce porušení kritických vrstev kompozitních komponent u výpočtového modelu s nýtem o průměru $D = 4,8$ mm při protažení měřené oblasti vzorku o 0,8 mm. Základní modrá barva značí žádné porušení, ostatní barvy označují porušení dle počtu integračních bodů, v nichž došlo k porušení (1-12).



Obrázek 6.37: Predikce porušení kritických vrstev kompozitních komponent u výpočtového modelu s nýtem o průměru $D = 6,4$ mm při protažení měřené oblasti vzorku o 0,8 mm. Základní modrá barva značí žádné porušení, ostatní barvy označují porušení dle počtu integračních bodů, v nichž došlo k porušení (1-12).



Obrázek 6.38: Vizualizace chování výpočtového modelu (vlevo) a zkušebního vzorku podrobeného experimentu (vpravo) při protažení měřené oblasti vzorku o 0,8 mm v případě nýtu o průměru $D = 4,8$ mm. U simulace jsou znázorněny posuvy ve směru osy x [m].



Obrázek 6.39: Vizualizace chování výpočtového modelu (vlevo) a zkušebního vzorku podrobeného experimentu (vpravo) při protažení měřené oblasti vzorku o 0,8 mm v případě nýtu o průměru $D = 6,4$ mm. U simulace jsou znázorněny posuvy ve směru osy x [m].

Při porovnání křivek predikovaných pomocí výpočtových modelů je patrné, že u obou průměrů nýtu nedochází nikde v průběhu zatěžování k odchylce větší než 20%. Porovnání reakčních sil vyšetřené experimentálně a pomocí numerických simulací v okamžiku protažení měřené oblasti vzorku o 0,8 mm je prezentováno v tabulce 6.4 a v tabulce 6.5. Je zde vyjádřena i odchylka jednotlivých numerických simulací od příslušných experimentů. Důležitou vlastností všech výpočtových modelů je fakt, že vždy predikují nižší tuhost.

Tabulka 6.4: Reakční síly vyšetřené pomocí experimentů a výpočtových modelů v okamžiku protažení měřené oblasti vzorku o 0,8 mm v případě vzorků s nýtem o průměru $D = 4,8$ mm.

	Reakční síla [N]	Odchylka [%]
Experimenty - průměr	2996,6	-
Simulace - detailní nýt	2816,9	-6,0%
Simulace - 1D nýt	2996,6	0,0%

Tabulka 6.5: Reakční síly vyšetřené pomocí experimentů a výpočtových modelů v okamžiku protažení měřené oblasti vzorku o 0,8 mm v případě vzorků s nýtem o průměru $D = 6,4$ mm.

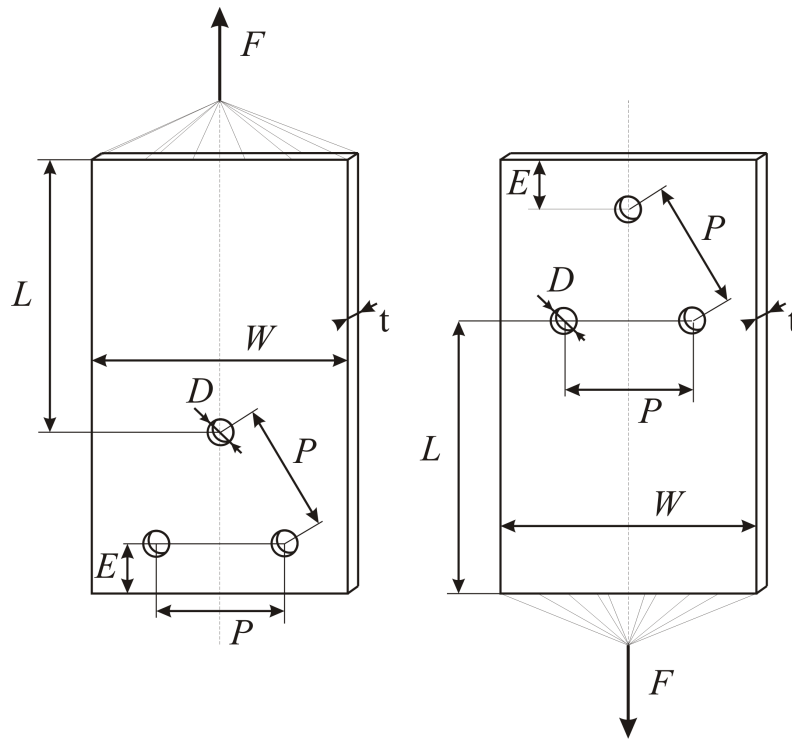
	Reakční síla [N]	Odchylka [%]
Experimenty - průměr	5544,9	-
Simulace - detailní nýt	5051,6	-8,9%
Simulace - 1D nýt	5538,5	-0,1%

6.6 Spojení kompozitových komponent se třemi nýty

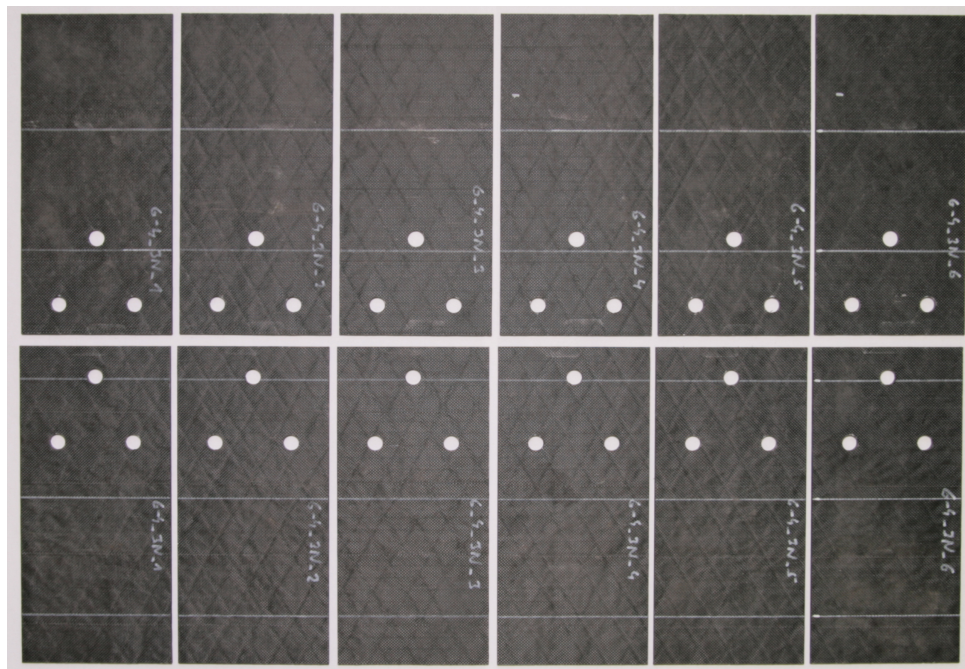
Za účelem ověření principů využitých u výpočtových modelů simulujících chování jednotřížného spoje s jedním nýtem byly navrženy experimenty, jimiž byl ověřován předpoklad validity výpočtového modelu i v případě většího počtu nýtů. Proto byly navrženy experimenty se zkušebními vzorky, kde spojení kompozitových komponent zajišťovaly tři trhací nýty. Pro tyto experimenty byly vytvořeny výpočtové modely, jež byly následně validovány zmíněnými experimenty.

6.6.1 Příprava vzorků a experimenty

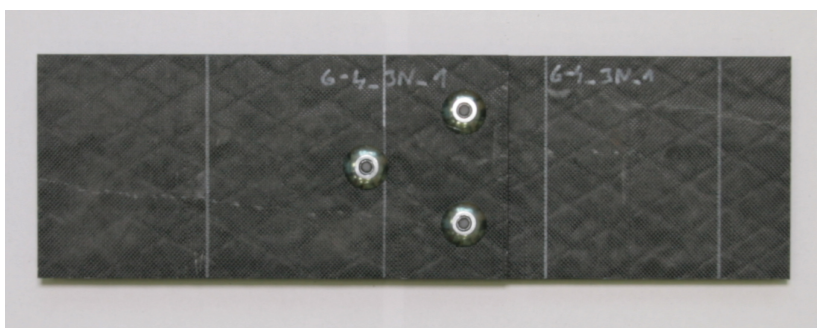
Stejně jako v případě vzorků s jedním nýtem, i u vzorků pro tři nýty byly vzorky připraveny pro dva průměry nýtu, pro $D = 4,8$ mm a $D = 6,4$ mm. Na základě předchozích zjištění zde byla uvažována pouze jedna tolerance mezi nýtem a dírou, a to tolerance 1%. Kompozitové komponenty s geometrií znázorněnou na obrázku 6.40 byly nařezány pomocí vodního paprsku z kompozitových desek, jejichž výroba je popsána v podkapitole 5.2. Díry pro nýty byly vytvořeny pomocí výstružníku. Rozměry vzorku vztahené k průměru nýtu byly zvoleny následovně: vzdálenost první řady nýtů od kraje komponenty $E = 2D$, šířka vzorku $W = 10D$, vzdálenost druhé řady nýtů od místa aplikace zatížení $L = 10D$ a vzájemná vzdálenost nýtů $P = 5D$. Tloušťka komponent vycházela z tloušťky kompozitové desky, tj. $t = 2,4$ mm. K rozměru L bylo v případě nýtu o průměru $D = 4,8$ mm přičteno 40 mm a v případě nýtu o průměru $D = 6,4$ mm bylo přičteno 30 mm, jež sloužili k upevnění do čelistí trhacího stroje. Za účelem spojení komponent do jednoho vzorku pomocí tří nýtů bylo nutné díry vytvořit zrcadlově (viz obrázek 6.40 vlevo a vpravo a obrázek 6.41). Zkušební vzorky tedy sestávaly ze dvou kompozitových komponent a třech nýtů (viz obrázek 6.42). Pro každý průměr nýtu byla připravena sada 6 vzorků.



Obrázek 6.40: Popis geometrie kompozitových komponent při uvažování třech nýtů.



Obrázek 6.41: Příklad sady kompozitových komponent připravených k vytvoření zkušebních vzorků.

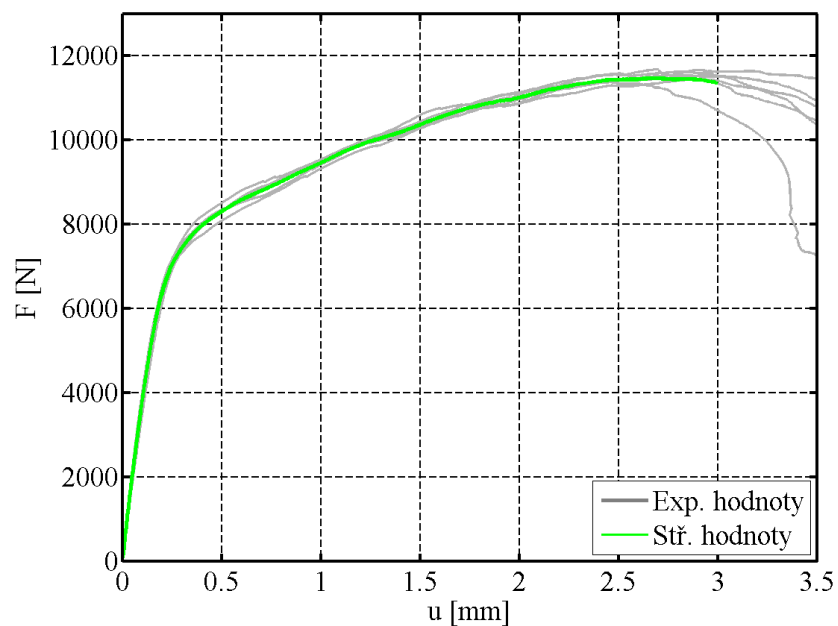


Obrázek 6.42: Příklad zkušební vzorku s nýty o průměru $D = 6,4$ mm.

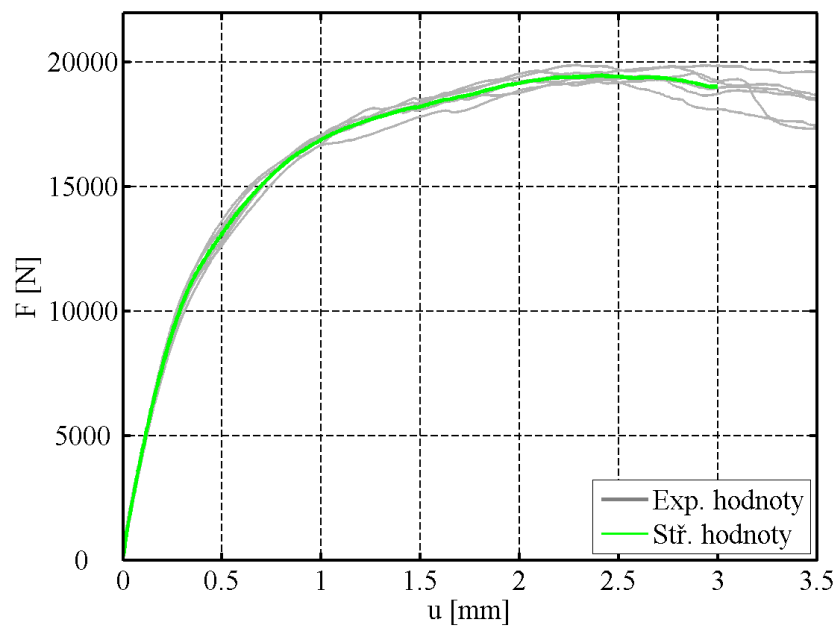
Experimenty byly stejně jako v případě zkušebních vzorků s jedním nýtem prováděny v trhačím stroji Zwick/Roell Z050. Zatěžování bylo identické se zmíněnými testy, tj. pomocí konstantně narůstajícího posuvu příčnicku trhačího stroje rychlostí 2 mm/min. Síla byla měřena pomocí 50 kN siloměru, prodloužení vzorku pomocí mechanického extenzometru, přičemž u vzorků s průměrem nýtů $D = 4,8$ mm byla délka měřené oblasti 60 mm a v případě vzorků s průměrem nýtů $D = 6,4$ mm byla délka měřené oblasti 80 mm. Křivky závislosti síly F na protažení měřené oblasti u jsou v případě vzorků s průměrem nýtů $D = 4,8$ mm znázorněny na obrázku 6.43 a v případě vzorků s průměrem nýtů $D = 6,4$ mm na obrázku 6.44. V obou grafech je znázorněna i křivka průměrných hodnot.

Při porovnání grafů na obrázcích 6.43 a 6.44 s odpovídajícími grafy zatěžování vzorků s jedním nýtem (6.13 popřípadě 6.19) je patrné, že chování vzorků s jedním a třemi nýty je podobné. V případě vzorků s nýtem o průměru $D = 4,8$ mm dochází k náhlému poklesu tuhosti při protažení přibližně $u = 0,25$ mm. Dále však vzorky mají téměř konstantní tuhost až do protažení přibližně $u = 2$ mm. V případě vzorků s nýtem o průměru $D = 6,4$ mm však není pozorován žádný náhlý pokles. Tuhost postupně klesá v oblasti protažení vzorku od přibližně $u = 0,25$ mm až do přibližně $u = 1,5$ mm. Tyto jevy se shodně projevují jak u vzorků s jedním nýtem, tak u vzorků se třemi nýty.

Z grafů byly vyhodnoceny i maximální přenositelné síly zkušebních vzorků, jež jsou uvedeny v tabulce 6.6. Pro porovnání je zde uvedena i teoretická hodnota získaná přenásobením průměrné hodnoty maximální přenositelné síly naměřené u vzorků s jedním nýtem. Při porovnání těchto hodnot s hodnotami naměřenými je patrné, že se neliší o více než 5%, což značí vhodnost navržené vzdálenosti nýtů $P = 5D$, aby nedocházelo k vzájemnému ovlivňování chování nýtu.



Obrázek 6.43: Závislost síly na protažení měřené oblasti vzorků s nýty o průměru $D = 4,8$ mm.



Obrázek 6.44: Závislost síly na protažení měřené oblasti vzorků s nýty o průměru $D = 6,4$ mm.

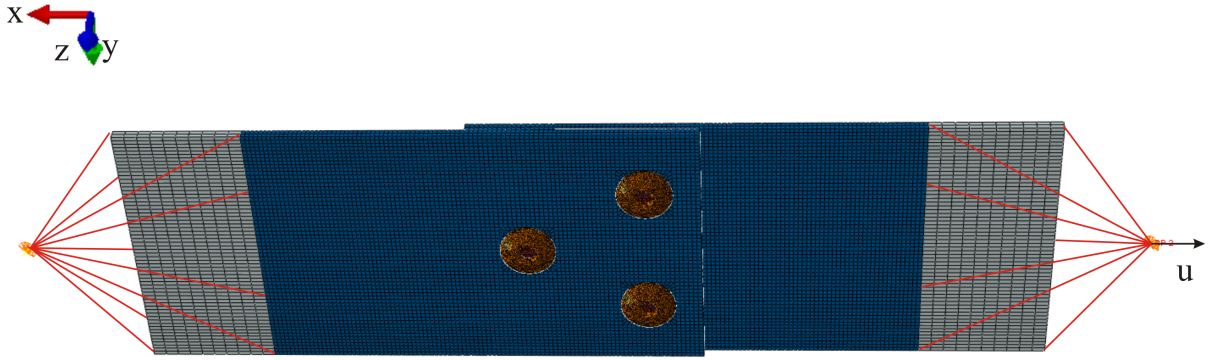
Tabulka 6.6: Naměřené hodnoty maximálních přenositelných sil spojů se třemi nýty a statistické zpracování naměřených hodnot.

Číslo vzorku	Maximální přenositelná síla [N]	
	Vzorky s nýty	Vzorky s nýty
	$D = 4,8 \text{ mm}$	$D = 6,4 \text{ mm}$
1	11372,6	19609,6
2	11536,2	19466,1
3	11679,0	19667,2
4	11624,4	19874,3
5	11450,6	19892,4
6	11485,1	19302,9
Stř. hodnota [N]	11524,6	19635,5
Směr. odch. [N]	113,2	229,8
B-báze [N]	11184,2	18944,4
Teor. stř. hodn. 3x1 nýt [N]	11233,3	18786,5

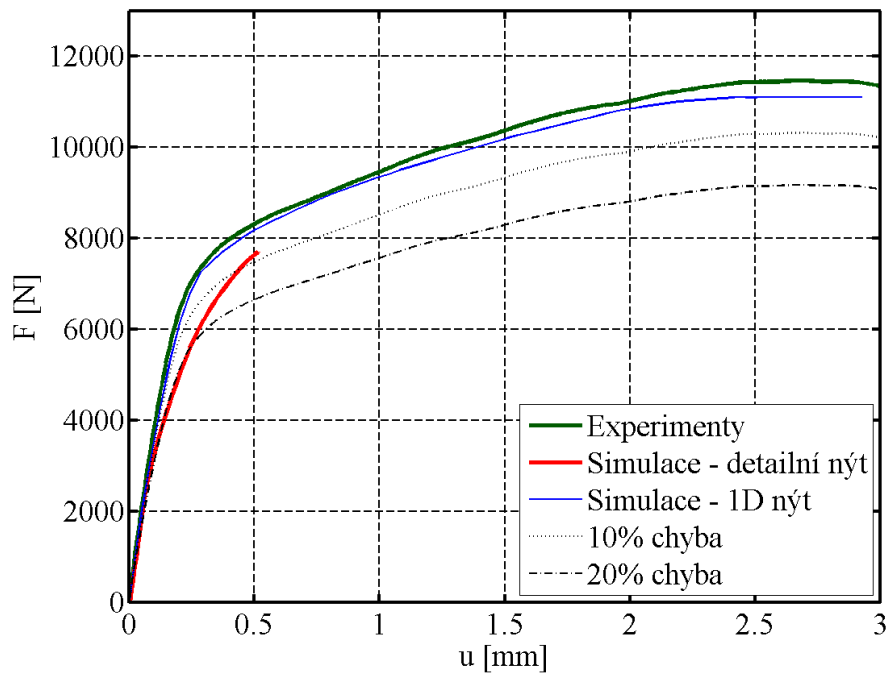
6.6.2 Numerická simulace jednostrážného spoje se třemi nýty

Výpočtové modely byly vytvořeny identickým přístupem, jaký byl prezentován u simulace chování jednostrážného spoje s jedním nýtem. Pro každý průměr nýtu byl vytvořen jak model s detailními nýty, tak model se simulací nýtů pomocí 1D elementu. Klíčové aspekty výpočtového modelu s detailními nýty jsou detailně popsány v podkapitole 6.5.1. V případě výpočtového modelu se simulací nýtů pomocí 1D elementu je detailní popis uveden v podkapitole 6.5.2. Tuhostní parametry 1D elementu byly využity identické, jež byly identifikovány u spoje s jedním nýtem (viz graf na obrázku 6.28 a 6.29). Okrajové podmínky byly aplikovány pomocí vazby typu *equation*, stejně jako u výše zmíněných modelů. Výpočtový model s detailními nýty je znázorněn na obrázku 6.45.

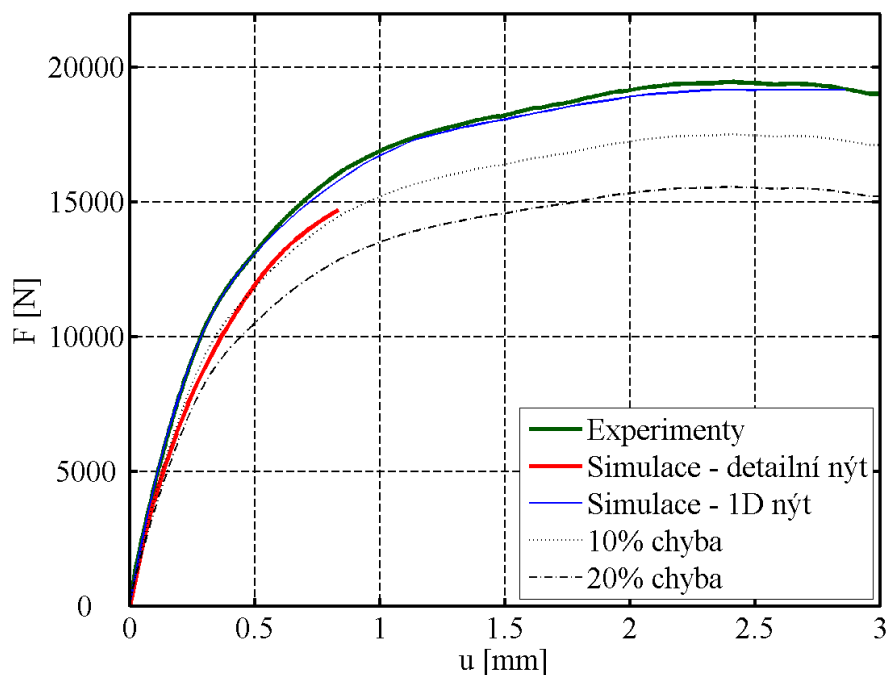
Křivky závislosti síly F na protažení měřené oblasti u získané pomocí jednotlivých výpočtových modelů byly porovnány s experimentálně vyšetřenými křivkami. Křivky jsou v případě použití nýtů o průměru $D = 4,8 \text{ mm}$ znázorněny na obrázku 6.46 a v případě nýtů o průměru $D = 6,4 \text{ mm}$ na obrázku 6.47.



Obrázek 6.45: Okrajové podmínky výpočtového modelu simulujícího chování jednostřížného spoje se třemi nýty.



Obrázek 6.46: Porovnání výsledků numerických simulací a experimentů pro jednostřížný spoj se třemi nýty o průměru $D = 4,8$ mm.



Obrázek 6.47: Porovnání výsledků numerických simulací a experimentů pro jednostřížný spoj se třemi nýty o průměru $D = 6,4$ mm.

Z obou grafů na obrázcích 6.46 a 6.47 je patrné, že výpočtové modely s detailními nýty se nikdy v průběhu zatěžování neodchylují od experimentů o více než 20%. U výpočtového modelu s detailními nýty o průměru $D = 4,8$ mm byly pozorovány problémy s konvergencí, jež byly způsobeny plasticitou nýtů. Tímto výpočtovým modelem bylo možné simulovat chování spoje pouze do protažení přibližně $u = 0,5$ mm, zatímco u výpočtového modelu s nýty o průměru $D = 6,4$ mm není plasticita nýtů tak dominantní. Toto umožňuje výpočtovému modelu simulovat chování spoje až do protažení přibližně $u = 0,8$ mm. Výpočtové modely se simulací nýtů pomocí 1D elementu vykazovaly excelentní shodu s experimenty stejně, jako tomu bylo v případě simulací jednostřížných spojů s jedním nýtem.

Porovnání reakčních sil vyšetřených experimentálně a pomocí numerických simulací v okamžiku protažení měřené oblasti vzorku $u = 0,5$ mm, popřípadě $u = 0,8$ mm, je prezentováno v tabulce 6.7 a v tabulce 6.8. Důležitou vlastností všech výpočtových modelů je fakt, že vždy predikují nižší tuhost.

Tabulka 6.7: Reakční síly vyšetřené pomocí experimentů a výpočtových modelů v okamžiku protažení měřené oblasti vzorku o 0,5 mm v případě vzorků se třemi nýty o průměru $D = 4,8$ mm.

	Reakční síla [N]	Odchylka [%]
Experimenty - průměr	8343,5	-
Simulace - detailní nýt	7691,1	-7,8%
Simulace - 1D nýt	8218,8	-1,5%

Tabulka 6.8: Reakční síly vyšetřené pomocí experimentů a výpočtových modelů v okamžiku protažení měřené oblasti vzorku o 0,8 mm v případě vzorků se třemi nýty o průměru $D = 6,4$ mm.

	Reakční síla [N]	Odchylka [%]
Experimenty - průměr	16044,6	-
Simulace - detailní nýt	14702,7	-8,4%
Simulace - 1D nýt	15783,6	-1,6%

Z výše uvedených výsledků je patrné, že principy simulace jednostřížného spoje s jedním nýtem je možné při dodržení uvedených geometrických parametrů aplikovat i u řady více jednostřížných spojů s řadou nýtů. Z hlediska výpočtové náročnosti se pro tento účel hodí výpočtový model s 1D nýtem, jímž je možné přenést detailní chování jednotlivých nýtů i do velkých a výpočtově náročných výpočtových (globálních) modelů uvažujících chování nýtované struktury.

V inženýrské praxi tak lze využít oba výpočtové modely současně, přičemž výpočtový model s detailním nýtem je možné využít k identifikaci porušení a poškození jednotlivých částí spoje v průběhu zatěžování a na základě této znalosti je možné stanovit maximální akceptovatelné zatížení spoje. Při následném využití výpočtového modelu s 1D nýtem v globálním modelu nýtované struktury je možné znalost chování spoje i maximálního akceptovatelného zatížení využít pro stanovení kritičnosti jednotlivých částí simulované struktury.

6.7 Shrnutí kapitoly

Úvod kapitoly se zabývá popisem vyšetření kritických faktorů, jejichž znalost je nutná pro simulaci nýtového spoje. Je zde popsáno vyšetření součinitele smykového tření mezi kompozitovými komponentami, vyšetření předpětí trhacího nýtu a vyšetření míry plastických deformací způsobených nýtovacím procesem. Druhá část kapitoly je zaměřena na experimentální vyšetření vlivu tolerance mezi dírou a nýtem na tuhost a únosnost spoje. Další část kapitoly se zabývá popisem tvorby výpočtového modelu nýtového spoje s jedním nýtem, přičemž je prezentován jak detailní model simulující všechna porušení a poškození spoje, tak zjednodušený model, který je možné využít ve velkých výpočtových modelech s vysokým počtem simulovaných nýtů při zachování reálného chování spoje. Závěrečná část kapitoly se zabývá nýtovým spojem se třemi nýty, kde je pomocí experimentů a numerických simulací validovaná schopnost výpočtových modelů s jedním nýtem simulovat i více nýtové spoje.

Závěr

Předkládaná práce se zabývá problematikou vyšetření tuhosti a pevnosti spojů kompozitových komponent. V úvodu je čtenář seznámen se samotnou definicí kompozitního materiálu. Tato definice je následována krátkým průřezem historií kompozitních materiálů, která je vzhledem k zaměření práce soustředěna na letecký průmysl.

První kapitola shrnuje současný stav problematiky spojů kompozitních materiálů a simulace jejich porušování. Uveden je zde přehled spojovacích technik využívaných u kompozitních materiálů. Kromě lepených spojů je zde kladen důraz na rozbor současného stavu spojování kompozitních materiálů při využití pomocného elementu. Součástí rešerše současného stavu je i porovnání kritérií porušení kompozitních materiálů v rámci tzv. *World Wide Failure Exercise* [29] a vyhodnocení nejúspěšnějších kritérií v rámci tohoto porovnání. Také je zde uveden přehled simulace postupného porušování kompozitních materiálů. V závěru této kapitoly je popsán současný stav využívání statistického přístupu při vyhodnocování materiálových vlastností kompozitních materiálů a jeho implementace do komerčních softwarů.

Druhá kapitola je věnována obecné teorii kompozitních materiálů. Jsou zde shrnuty konstitutivní vztahy pro výpočet matice tuhosti z jednotlivých materiálových charakteristik laminy. Taktéž je zde uveden i vztah popisující nelineární chování kompozitu ve smyku. Nechybí zde ani rozbor základních kritérií porušení, jež jsou nejčastěji implementována v komerčních softwarech. V závěru kapitoly je popsán základní model pro simulaci postupného porušování kompozitních materiálů využívající degradace jednotlivých prvků matice tuhosti.

Jelikož je předkládaná práce založena na použití kritéria porušení Puck, je rozboru tohoto kritéria věnována třetí kapitola. Je zde uveden rozbor kritéria pro prostorovou napjatost, přičemž v úvodu jsou zmíněny základní úvahy, které jsou následovány důkladným roz-

borem jednotlivých módů porušení – mezivláknového porušení a porušení vláken. U jednotlivých módů porušení jsou vždy uvedeny jednotlivé předpoklady využití pro odvození rovnic vyjadřujících tzv. index porušení. Kritérium Puck bylo v průběhu let doplněno o korekce, jež mají za úkol v některých případech zlepšit schopnost predikce porušení u daného kritéria. Rozbor těchto korekcí je proveden v závěru kapitoly, neboť tyto korekce byly v práci taktéž testovány.

V práci je mimo jiné prezentována i výroba kompozitního materiálu využívaného na zkušební vzorky. Z tohoto důvodu je čtvrtá kapitola zaměřena na rozbor statistického zpracování dat získaných pomocí identifikace materiálových vlastností zmíněného kompozitního materiálu. Je zde popsán celý průběh statistického zpracování, jež začíná popisem metody na určení vzorků, které se z libovolného důvodu odchyľují od ostatních. Dále je zde popsána metoda pro určení hypotézy, zda je možné výsledky z různých skupin sloučit do jedné skupiny. Na základě výsledku je poté možné buď přiřadit statistické rozdělení nebo pokračovat analýzou rozptylů. Obě varianty jsou v této kapitole popsány. V jejím závěru je uveden příklad způsobu vyjádření faktoru variability materiálu.

Kapitola pátá se zabývá identifikací materiálových vlastností a simulací chování kompozitního materiálu. V úvodu je uveden popis vlastního materiálového modelu postupného porušování založeného jak na statisticky zpracovaných vstupních datech, která zahrnují i jejich směrodatnou odchylku, tak na kritériu porušení Puck. Tento model byl implementován pomocí subroutiny do komerčního softwaru Abaqus a následně použit ve všech v práci prezentovaných výpočtech. Dále je v kapitole popsán proces vlastní výroby kompozitních materiálů (jednosměrových i laminátů), které byly použity na všechny zkušební vzorky použité v práci. Nechybí zde ani identifikace materiálových vlastností na jednosměrovém kompozitním materiálu a statistické zpracování výsledků experimentů. Výsledky experimentů i schopnost simulace postupného porušování materiálového modelu jsou dále validovány pomocí numerické simulace chování a porušování laminátu při tahovém zatížení. Tímto tématem se zabývá závěr páté kapitoly.

Poslední šestá kapitola je zaměřena na popis vyšetření chování jednostřížných nýtových spojů s kompozitovými komponentami. Úvod kapitoly je zaměřen na popis vyšetření jednotlivých klíčových faktorů nezbytných pro úspěšné pochopení a následně i úspěšnou simulaci chování tohoto spoje. Patří sem vyšetření součinitele smykového tření mezi jednotlivými kompozitovými komponentami i vyšetření předpětí trhacího nýtu. Za tímto účelem

byla navržena a aplikována speciální metoda. Mezi zmíněné faktory patří i vyšetření míry plastických deformací trhacího nýtu vzniklých během samotného procesu nýtování. Popsaný proces je založen na numerických simulacích. Velká část zmíněné kapitoly je zaměřena na experimentální vyšetření vlivu tolerance mezi dírou a jedním trhacím nýtem na tuhost a pevnost spoje. Experimentální část je následována prezentací tvorby výpočtových modelů simulujících chování i porušování vybraných experimentů. Jsou zde popsány dva způsoby simulace. První způsob je zaměřen na detailní simulaci všech částí spoje, druhý navrhuje způsob zjednodušení výpočtové náročnosti při zachování reálného chování spoje. Závěr kapitoly se zabývá popisem chování jednostřížného spoje s více nýty. Pomocí experimentů byly opět ověřeny výpočtové modely, jež byly založeny na zjištěních získaných při simulacích i experimentech s jednostřížnými spoji s jedním nýtem. Je zde tak prezentována schopnost přechodu jednotlivých detailních modelů k modelům globálním.

Zhodnocení cílů disertační práce

V následující podkapitole bude provedeno zhodnocení cílů disertační práce uvedených v úvodu této práce:

1. *Vyšetřit materiálové parametry ze statistického hlediska.*

Autorem práce bylo vyrobeno velké množství kompozitových desek sloužících k výrobě zkušebních vzorků. Část těchto desek byla použita pro experimentální identifikaci materiálových parametrů, mezi které patřily objemový podíl vláken a moduly pružnosti a pevnosti. Všechna naměřená data byla statisticky zpracována. Prezentováno bylo kompletní vyhodnocení s cílem určení středních hodnot, směrodatných odchylek, B-bází a faktorů variability materiálu u vyhodnocovaných dat. Tyto výsledné hodnoty byly dále využity v práci.

2. *Do vlastního materiálového modelu uvažujícího postupné porušování implementovat model uvažující rozptyl materiálových parametrů v rámci kompozitového dílu.*

Byl navržen a implementován vlastní materiálový model do komerčního softwaru Abaqus. Vstupními daty jsou experimentálně vyšetřená data, tj. střední hodnoty a směrodatné odchylky. Při výpočtu matice tuhosti a stanovení pevností je využito pseudonáhodné veličiny, díky níž je ze střední hodnoty a směrodatné odchylky

vypočtena skutečná hodnota pro výpočet. Hodnoty matice tuhosti a pevností se pro každý integrační bod liší. Tím je docíleno simulace variace materiálových parametrů ve skutečném kompozitním materiálu. Dále tento model uvažuje nelineární chování kompozitu ve smyku. Pro predikci porušení je využito kritérium porušení Puck, jež je součástí implementovaného materiálového modelu. U kritéria je možné volit mezi variantou bez korekcí a s korekcemi. Pro simulaci postupného porušování byl navržen přístup založený na degradaci tuhosti matice tuhosti, přičemž byl kladen důraz na to, aby model neobsahoval žádné těžko stanovitelné degradační koeficienty.

3. *Vytvořit a validovat numerický model popisující chování nýtových spojů a tento model využít k vyšetření vlivu tolerancí mezi dírami a nýty na chování a únosnost spoje.*

Pro validaci výpočtových modelů byla nejdříve provedena série experimentů s jednostřížným spojem s jedním nýtem a různými tolerancemi mezi dírou a nýtem. Na základě vyhodnocení experimentů bylo zjištěno, že u jednostřížných spojů s trhačím nýtem se neprojevil vliv tolerance mezi dírou a nýtem, jako je tomu v případě vysokopevnostních nýtů s plným dřikem, jak je uváděno v literatuře. Pro tvorbu výpočtového modelu tedy byla zvolena jedna tolerance mezi dírou a nýtem. Tento výpočtový model byl porovnán s experimentálně vyšetřenými daty. Za účelem ověření metodiky simulace nýtového spoje bylo dále provedeno porovnání experimentů a numerických simulací s jednostřížným spojem a třemi nýty. Ve všech případech, tj. u jednoho i třech nýtů, vykazovaly výpočtové modely velmi dobrou shodu s experimentálně vyšetřenými výsledky.

4. *Navrhnout metodiku pro idealizaci lokálního (detailního) modelu nýtového spoje v modelu globálním.*

Autor v práci prezentuje možnost zjednodušené simulace chování nýtového spoje pomocí 1D elementu. Tento způsob nahrazuje samotný nýt i některé interakce ve spoji pomocí 1D elementu, jemuž je možné přiřadit nezávisle tuhost ve třech směrech. Pomocí porovnání s experimentálně vyšetřenými výsledky chování nýtového spoje je možné nastavit tuhost tak, aby si křivky závislosti síly na protažení vzorku vyšetřené pomocí simulace a experimentů odpovídaly. Postup vyšetření tuhosti je prezentován na jednostřížném spoji s jedním nýtem. Schopnost přechodu navrženého řešení z lokálního modelu ke globálnímu, tj. od jednoho nýtu k řadě nýtů, je validována po-

mocí porovnání křivek závislosti síly na protažení vzorků se třemi nýty vyšetřenými experimentálně a pomocí numerických simulací.

Přínos práce

Teoretickým přínosem práce je vlastní materiálový model uvažující statistiku vstupních materiálových dat a umožňující simulaci postupného porušování. Konkrétně byl navržen nelineární model využívající pro predikci porušení kritérium porušení Puck s uvažováním prostorové napjatosti, přičemž u kritéria je možnost využití korekcí. Na výstupech kritéria Puck s uvažováním prostorové napjatosti je založen model postupného porušování, jenž se vyznačuje snadnou identifikací degradačních parametrů. Mimo jiné model postupného porušování umožňuje i zjednodušenou simulaci delaminace. Celý materiálový model byl implementován do komerčního softwaru Abaqus pomocí subroutiny UMAT. Ve všech testovaných případech vykazovaly simulace využívající tento materiálový model velmi dobrou shodu s experimenty.

Praktickým přínosem práce je návrh metodiky numerické simulace jednostřížného nýtového spoje využívajícího trhací nýt. Metodika zahrnuje ukázkou vyšetření jednotlivých klíčových parametrů potřebných k tvorbě detailního výpočtového modelu, jenž se velmi dobře shoduje s experimenty. Práce prokazuje, že u trhacích nýtů v rámci předepsaných mezí nemá tolerance mezi dírou a nýtem pozorovatelný vliv na chování spoje, neboť trhací nýt je schopen tuto toleranci vyplnit. Investice do tvorby díry pro nýt je tedy možné na základě těchto zjištění zredukovat. Dále práce zahrnuje metodiku tvorby zjednodušeného výpočtového modelu nýtového spoje. Tato metodika umožňuje na základě omezeného počtu experimentů přenést reálné chování nýtového spoje do velkého výpočtového modelu. Ve své další práci by se autor rád zaměřil na další rozvoj simulace chování nýtového spoje. Hlavními body by měly být simulace proměnného a cyklického zatížení, jež se v praxi velmi často vyskytují.

Literatura

- [1] Airbus. Cost effectiveness, 2015. <http://www.a350xwb.com/cost-effectiveness/>.
- [2] Airbus. Vap, 2015. <http://www.vap-info.com>.
- [3] General Aviation Manufacturers Association. *Gama publication no. 13, Acceptable practices document, cabin interior monument structural substantiation methods*. General Aviation Manufacturers Association, 2009.
- [4] ASTM. *ASTM D3039/ D3039M, Standard Test Method for Tensile Properties of Polymer Matrix Composite Materials*. ASTM, 2008.
- [5] GE Aviation. The ge90 engine, 2019. <https://www.geaviation.com/commercial/engines/ge90-engine>.
- [6] M.D. Banea and L.F.M. da Silva. Adhesively bonded joints in composite materials: an overview. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part L: Journal of Materials Design and Applications*, 2009.
- [7] E. Barbero, J. Fernández-Sáez, and C. Navarro. Statistical analysis of the mechanical properties of composite materials. *Composites Part B: Engineering, Vol. 31*, 2000.
- [8] L. Bek. *Pevnostní analýza laminátu s dírou pro spoje kovovými elementy*, diplomová práce, 2012.
- [9] J.-M. Berthelot. *Composite Materials*. Springer Verlag, 1998.
- [10] Boeing. Boeing 787 from the ground up, 2015. http://www.boeing.com/commercial/aeromagazine/articles/qtr_4.06/-article_04.2.html.

- [11] W.-H. Chen, S.-S. Lee, and J.-T. Yeh. Three-dimensional contact stress analysis of a composite laminate with bolted joint. *Composite Structures*, Vol. 30, 1995.
- [12] M. Chishti, Ch.H. Wang, R.S. Thomson, and A. Orifici. Progressive Damage in Single Lap Countersunk Composite Joints. *Materials Science and Engineering*, Vol. 10, 2010.
- [13] L.F.M. da Silva, P.J.C das Neves, R.D. Adams, and J.K. Spelt. Analytical models of adhesively bonded joints – Part I: Literature survey. *International Journal of Adhesion & Adhesives*, Vol. 29 , Elsevier, 2009.
- [14] L.F.M. da Silva, P.J.C das Neves, R.D. Adams, A. Wang, and J.K. Spelt. Analytical models of adhesively bonded joints – Part II: Comparative study. *International Journal of Adhesion & Adhesives*, Vol. 29 , Elsevier, 2009.
- [15] M. Deuschle. *3D Failure Analysis of UD Fibre Reinforced Composites: Puck's Theory within FEA*. PhD thesis, Universität Stuttgart, 2010.
- [16] M. Deuschle, F.H. Wittel, H. Gerhard, G. Busse, and B.H. Kröplin. Investigation of progressive failure in composites by combined simulated and experimental photoelasticity. *Computational Materials Science*, Vol. 38, 2006.
- [17] M.H. Dirikolu, A. Aktas, and B. Birgören. Statistical Analysis of Fracture Strength of Composite Materials Using Weibull Distribution. *Turk. J. Eng. Environ. Sci*, Vol. 26, 2002.
- [18] M.V. Donadon, L. Iannucci, B.G. Falzon, and J.M. Hodgkinson S.F.M de Almeida. A progressive failure model for composite laminates subjected to low velocity impact damage. *Computers and Structures*, Vol. 86 , Elsevier, 2008.
- [19] EASA. *Certification Specifications for Large Aeroplanes CS-25*. European Aviation Safety Agency, 2007.
- [20] E. Hájek, P. Reif, and F. Valenta. *Pružnost a Pevnost I*. ČVUT, Praha, 1988.
- [21] L.J. Hart-Smith. Adhesive-bonded double-lap joints. *Research Report, NASA/CR 112235*, 1973.

- [22] L.J. Hart-Smith. Adhesive-bonded scarf and stepper-lap joints. *Research Report, NASA/CR 112237*, 1973.
- [23] L.J. Hart-Smith. Adhesive-bonded single-lap joints. *Research Report, NASA/CR 112236*, 1973.
- [24] Z. Hashin. Fatigue Failure Criteria for Unidirectional Fiber composites . *Journal of Applied Mechanics, Vol. 48*, 1981.
- [25] S. Heimbs and T. Bergmann. Bearing Mode Absorber - On the Energy Absorption Capability of Pulling a Bolt through a Composite or Sandwich Plate. *Procedia Engineering 88, Elsevier*, 2014.
- [26] M.J. Hinton. Failure Criteria in Fibre Reinforced Polymer Composites: Can any of the Predictive Theories be Trusted. *NAFEMS World Congress, Boston*, 2011.
- [27] M.J. Hinton and A.S. Kaddour. The Second World-Wide Failure Exercise: Benchmarking of Failure Criteria under Triaxial Stresses for Fibre-Reinforced Polymer Composites. *16th International Conference on Composite Materials, Kyoto, Japan*, 2007.
- [28] M.J. Hinton, A.S. Kaddour, and P.D. Soden. A comparison of the predictive capabilities of current failure theories for composite laminates, judged against experimental evidence. *Composites Science and Technology, Vol. 62, Elsevier*, 2002.
- [29] M.J. Hinton, A.S. Kaddour, and P.D. Soden. *Failure Criteria in Fibre Reinforced Polymer Composites: The World-Wide Failure Exercise*. 2004.
- [30] M. Holubec. *Spojka pomocného pohonu*, diplomová práce, 2008.
- [31] W. Hufenbach, L.A. Dobrzański, M. Gude, J. Konieczny, and A. Czulak. Optimisation of the rivet joints of the CFRP composite material and aluminium alloy. *Journal of Achievements in Materials and Manufacturing Engineering, Vol. 20*, 2007.
- [32] Industrie Ausschuss Struktur Berechnungsunterlagen (IASB). *Handbuch Strukturbe-rechnung (HSB) - Fundamentals and Methods for Aeronautical Design and Analyses*. 2014.

- [33] T. Ireman. Three-dimensional stress analysis of bolted composite single-lap joints. *Composite Structures 43, Elsevier*, 1998.
- [34] T. Ireman. Three-dimensional stress analysis of bolted single-lap composite joints. *Composite Structures, Vol. 43*, 1998.
- [35] A.S. Kaddour, M.J. Hinton, and P.D. Soden. A comparison of the predictive capabilities of current failure theories for composite laminates: additional contributions. *Composites Science and Technology, Vol. 64, Elsevier*, 2004.
- [36] A.I. Khan. Progressive Failure Analysis of Laminated Composite Structures. *Virginia Tech*, 2014.
- [37] Jeong Kim, J.-Ch. Yoon, and B.-S. Kang. Finite element analysis and modeling of structure with bolted joints. *Applied Mathematical Modelling, Vol. 31*, 2007.
- [38] N.F. Knight. Factors Influencing Progressive Failure Analysis Predictions for Laminated Composite Structure. *Research Report, AIAA/092407*.
- [39] N.F. Knight. User-Defined Material Model for Progressive Failure Analysis. *Research Report, NASA/CR-2006-214526*, 2006.
- [40] M. Knops. *Analysis of Failure in Fibre Polymer Laminates - The Theory of Alfred Puck*. Springer Verlag, 2008.
- [41] R. Kottner. *Spojování kompozitních a kovových strojních částí z hlediska tuhosti a pevnosti*, disertační práce, 2007.
- [42] T. Kroupa. *Poškození kompozitů vlivem rázu*, disertační práce, 2006.
- [43] J. Krystek. *Porušování kompozitních komponent při různých typech zatížení*, disertační práce, 2013.
- [44] J. Krystek, T. Kroupa, and R. Kottner. Identification of mechanical properties from tensile and compression tests of unidirectional carbon composite. *48th International Scientific Conference: Experimental Stress Analysis*, 2010.
- [45] Composite Lab. History of composites, 2019. <http://compositeslab.com/composites-101/history-of-composites/>.

- [46] V. Laš. *Mechanika kompozitních materiálů*. Západočeská univerzita v Plzni, 2008.
- [47] V. P. Lawlor, M. A. McCarthy, and W. F. Stanley. Experimental study on the effect of clearance on single-bolt, single-shear, composite bolted joints. *Journal of Plastics, Rubber and Composites* 31 No.9, 2002.
- [48] V. P. Lawlor, M. A. McCarthy, and W. F. Stanley. An experimental study of bolt-hole clearance effects in double-lap, multi-bolt composite joints. *Composite Structures* 71, Elsevier, 2005.
- [49] J. Li, Y. Yan, T. Zhang, and Z. Liang. Experimental study of adhesively bonded CFRP joints subjected to tensile loads. *International Journal of Adhesion & Adhesives*, Vol. 57, Elsevier, 2015.
- [50] W. Lian and W. Yao. Fatigue life prediction of composite laminates by FEA simulation method. *Internal Journal of Fatigue*, 2010.
- [51] A. Matzenmiller, J. Lubliner, and R.L. Taylor. A constitutive model for anisotropic damage in fiber-composites. *Mechanics of Materials*, Vol. 20, 1995.
- [52] C.T. McCarthy and M.A. McCarthy. Three-dimensional finite element analysis of single-bolt, single-lap composite bolted joints: Part II – effects of bolt-hole clearance. *Composite Structures*, Vol. 71, 2005.
- [53] M. A. McCarthy and C. T. McCarthy. Finite element analysis of the effect of clearance on single-shear, composite bolted joints. *Journal of Plastics, Rubber and Composites*, 2003.
- [54] M.A. McCarthy, C.T. McCarthy, V.P. Lawlor, and W.F. Stanley. Three-dimensional finite element analysis of single-bolt, single-lap composite bolted joints: Part I – model development and validation. *Composite Structures*, Vol. 71, 2005.
- [55] MSC.Software. MSC.Marc Volume A: Theory and User Information, Version 2005. 2005.
- [56] M.C.Y. Niu. *Composite Airframe Structures*. AD Adaso/Adastra Engineering LLC, 2010.

- [57] U.S. Department of Defense. *Military Handbook - MIL-HDBK-17-1F: Composite Materials Handbook; Volume 1. Polymer matrix composites guidelines for characterization of structural materials*. U.S. Department of Defense, 2002.
- [58] B. Okutan and K. Ramazan. The Failure Strength for Pin-Loaded Multi-Directional Fiber-Glass Reinforced Epoxy Laminate. *Journal of Composite Materials, Vol. 36*, 2002.
- [59] E. Persson, I. Eriksson, and L. Zackrisson. Effects of hole machining defects on strength and fatigue life of composite laminates. *Composites, Vol. 28A*, 1997.
- [60] S.T. Pinho, C.G. Dávila, P.P. Camanho, L. Iannucci, and P. Robinson. Failure Models and Criteria for FRP Under In-Plane or Three-Dimensional Stress States Including Shear Non-Linearity. *Research Report, NASA/TM-2005-213530*, 2005.
- [61] A. Puck. *Festigkeitsanalyse von Faser-Matrix-Laminaten: Modelle für die Praxis*. Carl Hanser Verlag, München, Wien, 1996.
- [62] A. Puck and H. Shürmann. Failure analysis of frp laminates by means of physically based phenomenological models. *Composites Science and Technology, Vol. 62*, 2002.
- [63] H. Schürmann. *Konstruieren mit Faser-Kunststoff Verbunden*. Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 2007.
- [64] K. Schweizerhof, K. Weimer, T. Münz, and T. Rottner. Crashworthiness Analysis with Enhanced Composite Material Models in LS-DYNA – Merits and Limits. *In Proceedings of the 5th International LS-DYNA Users Conference, Spouthfield, Michigan*, 1998.
- [65] P.D. Soden, A.S. Kaddour, and M.J. Hinton. Recommendations for designers and researchers resulting from the world-wide failure exercise. *Composites Science and Technology, Vol. 64, Elsevier*, 2004.
- [66] W. F. Stanley, M. A. McCarthy, and V. P. Lawlor. Measurement of load distribution in multi-bolt, composite joints, in the presence of varying clearance. *Journal of Plastics, Rubber and Composites 31 No.9*, 2002.
- [67] Dassault Systemes. *Abaqus 6.12 PDF Documentation*. 2012.

- [68] Wichita State University. *Composite Material Handbook-17 (CMH-17)*. Wichita State University, 2013.
- [69] Federal Aviation Administration U.S. Department of Transportation. *MMPDS-01, Metallic Materials Properties Development and Standardization*. U.S. Department of Transportation, Federal Aviation Administration, 2003.
- [70] Federal Aviation Administration U.S. Department of Transportation. *Circular Advisory, Composite Aircraft Structure*. U.S. Department of Transportation, Federal Aviation Administration, 2009.
- [71] Federal Aviation Administration U.S. Department of Transportation. *Federal Aviation Regulations - Part 25, Airworthiness standards: Transport category Airplanes*. U.S. Department of Transportation, Federal Aviation Administration, 2018.
- [72] A. P. Vassilopoulos. *Fatigue and Fracture of Adhesively-Bonded Composite Joints*. Woodhead Publishing, 2015.
- [73] A.P. Vassilopoulos and T. Keller. *Fatigue of Fiber-reinforced composites*. Springer Verlag Limited, 2011.
- [74] Fakulta veterinární hygieny a ekologie. Skripta pro předmět biostatistika, 2018. <https://cit.vfu.cz/statpotr/POTR/Teorie/Predn2/extremy.htm>.
- [75] F. Wang and J. Shao. Modified Weibull Distribution for Analyzing the Tensile Strength of Bamboo Fibers. *Polymers, Vol. 6*, 2014.
- [76] W. Weibull. A statistical distribution function of wide applicability. *ASME Journal of Applied Mechanics*, 1951.
- [77] J. Wiegand, N. Petrinic, and B. Elliott. An algorithm for determination of the fracture angle for the three-dimensional Puck matrix failure criterion for UD composites. *Composites Science and Technology, Vol. 68*, 2008. 0266-3538.
- [78] Wikipedia. Airbus a380, 2015. https://en.wikipedia.org/wiki/Airbus_A380.
- [79] Wikipedia. Bakelite, 2019. <https://en.wikipedia.org/wiki/Bakelite>.

- [80] C.-F. Yen. Ballistic impact modelling of composite materials. *7th International LS-DYNA Users Conference, Dearborn, Michiga*, 2006.
- [81] J. Yun, J. Choi, and J. Kweon. A study on the strength improvement of the multi-bolted joint. *Composite Structures 108, Elsevier*, 2014.
- [82] R. Zemčík. *Non-stationary progressive failure analysis of fiber-reinforced composites*, disertační práce, 2004.

Soupis publikací autora

- [v1] Luftfahrttechnisches Handbuch (LTH). Handbuch Struktur Berechnung (HSB). Od roku 2016 člen komise Industrie-Ausschus Struktur-Berechnungsunterlagen (IASB) zodpovědné za vydávání HSB. 2019.
- [v2] L. Bek, R. Kottner a V. Laš. Experimental Investigation of Clearance Effect on Single-lap Joint Using Blind Rivet . *56th international conference on Experimental Stress Analysis* – rozšířený abstrakt. Harrachov 2018. S. 17-22, ISBN: 978-15-108-6534-1.
- [v3] L. Bek, R. Kottner a V. Laš. Experimentální vyšetření svěrné síly trhacího nýtu. *Mechanika kompozitních materiálů a konstrukcí* – rozšířený abstrakt. Plzeň 2018. S. 17-22, ISBN: 978-80-261-0776-7.
- [v4] L. Bek, R. Kottner, J. Krystek a V. Laš. Calculation of B-Basis Values from Composite Material Strength Parameters Obtained from Measurements of Non-Identical Batches. *55th international conference on Experimental Stress Analysis* – rozšířený abstrakt. Košice 2017. S. 477-485, ISBN: 978-80-553-3167-6.
- [v5] L. Bek a R. Zemčík. Model of Progressive Failure of Composite Materials using 3D Puck Failure Criterion. *Materials and Technology* – Článek. 2016. Roč. 3, č. 50, s. 319-322, ISSN: 1580-2949.
- [v6] L. Bek, R. Kottner, J. Krystek a V. Laš. Statistical based approach to material identification of composite materials. *54th international conference on Experimental Stress Analysis* – rozšířený abstrakt. Plzeň 2016. ISBN: 978-80-261-0624-1.
- [v7] L. Bek, V. Hrdlička a R. Kottner. Návrh a výroba kompozitního luku. *Polymerní kompozity 2015* – rozšířený abstrakt a poster. Kurdějov 2015. ISBN: 978-80-905224-2-8.

- [v8] L. Bek, R. Kottner, J. Krystek a T. Kroupa. Experimental and Numerical Investigation of Critical Buckle Load of Composite Specimens. *Applied Mechanics and Materials*, 2015. Č. 732., s. 85-90, ISSN: 1660-9336.
- [v9] L. Bek a R. Zemčík. Model of Progressive Failure of Composite Materials using 3D Puck Failure Criterion. *22st International Conference on Materials and Technology – abstrakt a poster*. Portorož 2014. ISBN: 978-961-92518-7-4.
- [v10] R. Kottner, L. Bek a J. Krystek. Comparison of numerical simulation and experiment in case of bending test of composite rectangular tubes. *30. konference Computational Mechanics 2014 – rozšířený abstrakt*. Špičák, 2014. ISBN: 978-80-261-0429-2.
- [v11] J. Krystek, L. Bek, R. Kottner a T. Kroupa. Influence of geometric parameters of a pin joint of a carbon/epoxy composite plate on its load capacity. *Materiali in Tehnologije*, Vol. 48. 2014. ISSN: 1580-2949.
- [v12] L. Bek, R. Kottner a J. Krystek. Comparison of critical buckle load for composite strip in case of experiment and numerical simulation. *29. konference Computational Mechanics 2013 – rozšířený abstrakt*. Špičák, 2013. ISBN: 978-80-261-0282-3.
- [v13] R. Kottner, L. Bek, J. Krystek, T. Kroupa a V. Lašová. Failure analysis of pin joint of carbon/epoxy composite plate. *Advanced Materials Research*. 2012. ISSN: 1662-8985.
- [v14] J. Krystek, L. Bek, J. Bartošek, R. Zemčík a R. Kottner. Experimental determination of strength of pinned-joint carbon-epoxy laminate. *50. konference Experimental stress analysis 2012 – rozšířený abstrakt*. Praha, 2012. ISBN: 978-80-01-05060-6.
- [v15] L. Bek, J. Krystek a R. Kottner. Strength analysis of pin loaded composite plate. *14. mezinárodní konference Applied Mechanics 2012 – rozšířený abstrakt*. Plzeň, 2012. ISBN: 978-80-261-0097-3.
- [v16] J. Krystek, R. Kottner a L. Bek. Comparison of strength behaviour of unidirectional high modulus carbon composite and high strength carbon composite subjected to biaxial loading. *19th Conference on Materials and Technology – rozšířený abstrakt*. Portorož, 2011. ISBN: 978-961-92518-4-3.
- [v17] J. Krystek, R. Kottner, L. Bek a V. Laš. Validation of the adjusted strength criterion LaRC04 for uni-directional composite under combination of tension and pressure. *Applied and Computational Mechanics*, Vol. 4. 2010. ISSN: 1802-680X.

- [v18] L. Bek a R. Kottner. Užitný vzor – Přípravek pro měření pevnosti kolíkových spojů. Číslo přihlášky: 2012-26225.
- [v19] L. Bek a R. Kottner. Užitný vzor – Stůl s přírubou pro trhací stroj do 50 kN. Číslo přihlášky: 2011-24370.
- [v20] L. Bek a R. Kottner. Užitný vzor – Hydraulické tlakové čelisti pro víceosé zatěžování v trhacím stroji. Číslo přihlášky: 2011-24450.
- [v21] L. Bek a R. Kottner. Funkční vzorek – Stůl s přírubou pro trhací stroj do 50 kN.

Příloha A

Statistické zpracování výsledků experimentů

Tabulka A.1: Vyhodnocení modulů pružnosti tahových vzorků s orientací vláken 0°.

Jednotlivé skupiny [Pa]	Skupinový MNR test [-]	Seřazené hodnoty [Pa]	Anderson-Darlingův test [-]	F test [-]	Výpočty
Vyřazen	$MNR = 1,112$ $CV = 1,154$	1,448E+11	$ADK = 1,976$ $ADC = 1,631$	$F = 1,86$ $\gamma_1 = 4$ $\gamma_2 = 22$ $CV = 2,82$	$n^* = 5,667$ [-] $n' = 5,333$ [-] $\bar{x} = 1,496E+11$ [Pa] $MSB = 4,316E+19$ [Pa ²] $MSE = 6,984E+18$ [Pa ²] $S = 3,710E+09$ [Pa] $u = 6,180$ [-] $w = 0,767$ [-] $t = 2,751$ [-] $B = 1,394E+11$ [Pa] $MVF = 0,991$ [-]
Vyřazen		1,448E+11			
Vyřazen		1,452E+11			
1,464E+11		1,455E+11			
1,496E+11		1,464E+11			
1,508E+11	1,466E+11				
1,455E+11	1,477E+11				
1,518E+11	1,477E+11				
1,532E+11	1,478E+11				
1,563E+11	1,482E+11				
1,565E+11	1,488E+11				
1,580E+11	1,496E+11				
1,466E+11	1,500E+11				
1,478E+11	1,503E+11				
1,488E+11	1,506E+11				
1,503E+11	1,508E+11				
1,506E+11	1,508E+11				
1,535E+11	1,512E+11				
1,477E+11	1,513E+11				
1,500E+11	1,518E+11				
1,508E+11	1,523E+11				
1,512E+11	1,524E+11				
1,513E+11	1,532E+11				
1,523E+11	1,535E+11				
1,448E+11	1,563E+11				
1,448E+11	1,565E+11				
1,452E+11	1,580E+11				
1,477E+11					
1,482E+11					
1,524E+11					

Legenda

Skupina 1
Skupina 2
Skupina 3
Skupina 4
Skupina 5

Tabulka A.2: Vyhodnocení pevností tahových vzorků s orientací vláken 0°.

Jednotlivé skupiny [Pa]	Skupinový MNR test [-]	Seřazené hodnoty [Pa]	Anderson-Darlingův test [-]	F test [-]	Výpočty
Vyřazen	$MNR = 1,154$ $CV = 1,154$	2.200E+09	$ADK = 2,669$ $ADC = 1,631$	$F = 1,14$ $\gamma_1 = 4$ $\gamma_2 = 22$ $CV = 2,82$	$n^* = 5,667$ [-] $n' = 5,333$ [-] $\bar{x} = 2,402E+09$ [Pa] $MSB = 3,580E+16$ [Pa ²] $MSE = 4,309E+15$ [Pa ²] $S = 1,011E+08$ [Pa] $u = 8,308$ [-] $w = 0,811$ [-] $t = 2,875$ [-] $B = 2,112E+09$ [Pa] $MVF = 1,022$ [-]
Vyřazen		2.265E+09			
Vyřazen		2.305E+09			
2.380E+09		2.310E+09			
2.385E+09		2.328E+09			
2.478E+09	2.329E+09				
2.394E+09	2.336E+09				
2.417E+09	2.351E+09				
2.509E+09	$MNR = 1,291$	2.354E+09			
2.563E+09	$CV = 1,887$	2.377E+09			
2.581E+09		2.380E+09			
2.632E+09		2.380E+09			
2.328E+09		2.381E+09			
2.329E+09		2.385E+09			
2.336E+09	$MNR = 1,339$	2.394E+09			
2.377E+09	$CV = 1,887$	2.398E+09			
2.432E+09		2.409E+09			
2.446E+09		2.417E+09			
2.354E+09		2.432E+09			
2.380E+09		2.446E+09			
2.398E+09	$MNR = 1,308$	2.460E+09			
2.409E+09	$CV = 1,887$	2.462E+09			
2.460E+09		2.478E+09			
2.462E+09		2.509E+09			
2.200E+09		2.563E+09			
2.265E+09		2.581E+09			
2.305E+09	$MNR = 1,593$	2.632E+09			
2.310E+09	$CV = 1,887$				
2.351E+09					
2.381E+09					

Legenda

Skupina 1
Skupina 2
Skupina 3
Skupina 4
Skupina 5

Tabulka A.3: Vyhodnocení modulů pružnosti tahových vzorků s orientací vláken 90°.

Jednotlivé skupiny [Pa]	Skupinový MNR test [-]	Seřazené hodnoty [Pa]	Anderson-Darlingův test [-]	Meziskupinový MNR test [-]	Výpočty
7,575E+09	MNR = 1,594 CV = 1,887	7,375E+09	ADK = 1,612 ADC = 1,641	MNR = 1,869 CV = 2,908	$\bar{x} = 7,763E+09$ [Pa] $s = 2,077E+08$ [Pa] $\hat{\alpha} = 7,864E+09$ [-] $\hat{\beta} = 40,980$ [-] $OSL_w^{2)} = 0,127$ [-] $B = 7,278E+09$ [Pa] $MVF = 0,994$ [-] $OSL_n^{2)} = 0,463$ [-] $OSL_{Ln}^{3)} = 0,485$ [-]
7,735E+09		7,464E+09			
7,705E+09		7,469E+09			
7,673E+09		7,512E+09			
7,555E+09		7,550E+09			
7,867E+09		7,555E+09			
7,779E+09	7,574E+09				
7,464E+09	7,575E+09				
7,606E+09	MNR = 1,239 CV = 1,887	7,606E+09			
7,469E+09	7,666E+09				
7,787E+09	7,673E+09				
7,512E+09	7,684E+09				
7,550E+09	7,705E+09				
7,574E+09	7,735E+09				
7,813E+09	MNR = 1,271 CV = 1,887	7,767E+09			
8,133E+09	7,779E+09				
7,785E+09	7,785E+09				
8,078E+09	7,787E+09				
8,000E+09	7,813E+09				
7,666E+09	7,822E+09				
7,998E+09	MNR = 1,620 CV = 1,887	7,841E+09			
7,375E+09	7,867E+09				
7,841E+09	7,965E+09				
7,684E+09	7,987E+09				
8,049E+09	7,998E+09				
7,767E+09	8,000E+09				
7,987E+09	MNR = 1,415 CV = 1,887	8,049E+09			
7,822E+09	8,078E+09				
7,965E+09	8,087E+09				
8,087E+09	8,133E+09				

Legenda

Skupina 1
Skupina 2
Skupina 3
Skupina 4
Skupina 5

Poznámky:

- 1) OSL_w – výpočet OSL dle Weibullova rozdělení
- 2) OSL_n – výpočet OSL dle Normálního rozdělení
- 3) OSL_{Ln} – výpočet OSL dle Logaritmičky normálního rozdělení

Tabulka A.4: Vyhodnocení pevností tahových vzorků s orientací vláken 90°.

Jednotlivé skupiny [Pa]	Skupinový MNR test [-]	Seřazené hodnoty [Pa]	Anderson-Darlingův test [-]	F test [-]	Výpočty
4,170E+07	<i>MNR</i> = 1,484 <i>CV</i> = 1,887	3,850E+07	<i>ADK</i> = 2,449 <i>ADC</i> = 1,641	<i>F</i> = 1,00 <i>γ</i> ₁ = 4 <i>γ</i> ₂ = 25 <i>CV</i> = 2,76	<i>n</i> * = 6,000 [-] <i>n</i> ' = 6,000 [-] <i>x̄</i> = 4,116E+07 [Pa] <i>MSB</i> = 1,118E+13 [Pa ²] <i>MSE</i> = 1,425E+12 [Pa ²] <i>S</i> = 1,747E+06 [Pa] <i>u</i> = 7,845 [-] <i>w</i> = 0,782 [-] <i>t</i> = 2,806 [-] <i>B</i> = 3,626E+07 [Pa] <i>MVF</i> = 1,023 [-]
4,228E+07		3,862E+07			
4,336E+07		3,888E+07			
4,349E+07		3,909E+07			
4,356E+07		3,911E+07			
4,433E+07		3,956E+07			
3,850E+07	<i>MNR</i> = 1,310 <i>CV</i> = 1,887	3,965E+07			
3,888E+07		3,973E+07			
3,956E+07		4,000E+07			
3,973E+07		4,007E+07			
4,058E+07		4,043E+07			
4,070E+07		4,058E+07			
3,909E+07	<i>MNR</i> = 1,314 <i>CV</i> = 1,887	4,070E+07			
3,911E+07		4,076E+07			
4,043E+07		4,114E+07			
4,076E+07		4,127E+07			
4,129E+07		4,127E+07			
4,197E+07		4,129E+07			
3,862E+07	<i>MNR</i> = 1,453 <i>CV</i> = 1,887	4,149E+07			
4,000E+07		4,170E+07			
4,007E+07		4,197E+07			
4,127E+07		4,228E+07			
4,149E+07		4,247E+07			
4,247E+07		4,289E+07			
3,965E+07	<i>MNR</i> = 1,534 <i>CV</i> = 1,887	4,328E+07			
4,114E+07		4,336E+07			
4,127E+07		4,337E+07			
4,289E+07		4,349E+07			
4,328E+07		4,356E+07			
4,337E+07		4,433E+07			

Legenda

Skupina 1
Skupina 2
Skupina 3
Skupina 4
Skupina 5

Tabulka A.5: Vyhodnocení modulů pružnosti tahových vzorků s orientací vláken 45°.

Jednotlivé skupiny [Pa]	Skupinový MNR test [-]	Seřazené hodnoty [Pa]	Anderson-Darlingův test [-]	Meziskupinový MNR test [-]	Výpočty
1,181E+10	$MNR = 1,586$ $CV = 1,887$	9,820E+09	$ADK = 1,590$ $ADC = 1,641$	$MNR = 2,511$ $CV = 2,908$	$\bar{x} = 1,140E+10$ [Pa] $s = 6,275E+08$ [Pa] $\hat{\alpha} = 1,169E+10$ [-] $\hat{\beta} = 19,327$ [-] $OSL_w^{2)} = 0,204$ [-] $B = 9,919E+09$ [Pa] $MVF = 1,047$ [-] $OSL_n^{2)} = 0,705$ [-] $OSL_{L_n}^{3)} = 0,709$ [-]
1,125E+10		1,061E+10			
1,146E+10		1,066E+10			
1,061E+10		1,066E+10			
1,130E+10		1,080E+10			
1,105E+10	1,082E+10				
1,222E+10	1,090E+10				
1,129E+10	1,095E+10				
1,187E+10	1,105E+10				
1,153E+10	1,106E+10				
1,128E+10	1,123E+10				
1,066E+10	1,125E+10				
1,090E+10	1,128E+10				
9,820E+09	1,129E+10				
1,082E+10	1,130E+10				
1,142E+10	1,142E+10				
1,123E+10	1,144E+10				
1,106E+10	1,146E+10				
1,205E+10	1,153E+10				
1,207E+10	1,157E+10				
1,080E+10	1,162E+10				
1,257E+10	1,181E+10				
1,275E+10	1,184E+10				
1,066E+10	1,187E+10				
1,162E+10	1,198E+10				
1,184E+10	1,205E+10				
1,095E+10	1,207E+10				
1,144E+10	1,222E+10				
1,198E+10	1,257E+10				
1,157E+10	1,275E+10				
	$MNR = 1,305$ $CV = 1,887$				
	$MNR = 1,717$ $CV = 1,887$				

Legenda

Skupina 1
Skupina 2
Skupina 3
Skupina 4
Skupina 5

Poznámky:

- 1) OSL_w – výpočet OSL dle Weibullova rozdělení
- 2) OSL_n – výpočet OSL dle Normálního rozdělení
- 3) OSL_{L_n} – výpočet OSL dle Logaritmicky normálního rozdělení

Tabulka A.6: Vyhodnocení pevností tahových vzorků s orientací vláken 45°.

Jednotlivé skupiny [Pa]	Skupinový MNR test [-]	Seřazené hodnoty [Pa]	Anderson-Darlingův test [-]	F test [-]	Výpočty
7,079E+07	<i>MNR</i> = 1,514 <i>CV</i> = 1,715	5,930E+07	<i>ADK</i> = 2,558 <i>ADC</i> = 1,636	<i>F</i> = 1,61 <i>γ</i> ₁ = 4 <i>γ</i> ₂ = 23 <i>CV</i> = 2,80	<i>n</i> * = 5,643 [-] <i>n</i> ' = 5,589 [-] <i>x̄</i> = 6,416E+07 [Pa] <i>MSB</i> = 1,914E+13 [Pa ²] <i>MSE</i> = 4,125E+12 [Pa ²] <i>S</i> = 2,610E+06 [Pa] <i>u</i> = 4,640 [-] <i>w</i> = 0,709 [-] <i>t</i> = 2,597 [-] <i>B</i> = 5,738E+07 [Pa] <i>MVF</i> = 1,020 [-]
Vyřazen		6,003E+07			
6,596E+07		6,010E+07			
6,813E+07		6,171E+07			
6,583E+07		6,190E+07			
6,443E+07	6,242E+07				
6,378E+07	6,256E+07				
6,265E+07	6,263E+07				
5,930E+07	<i>MNR</i> = 1,720 <i>CV</i> = 1,887	6,265E+07			
6,190E+07		6,274E+07			
6,274E+07		6,299E+07			
6,480E+07		6,378E+07			
6,171E+07		6,399E+07			
6,491E+07	<i>MNR</i> = 1,591 <i>CV</i> = 1,887	6,443E+07			
6,010E+07		6,448E+07			
6,710E+07		6,453E+07			
6,263E+07		6,476E+07			
6,242E+07		6,480E+07			
6,568E+07	<i>MNR</i> = 1,676 <i>CV</i> = 1,887	6,491E+07			
6,399E+07		6,568E+07			
6,256E+07		6,580E+07			
6,299E+07		6,583E+07			
6,453E+07		6,589E+07			
6,003E+07	<i>MNR</i> = 1,200 <i>CV</i> = 1,715	6,596E+07			
6,580E+07		6,647E+07			
6,647E+07		6,710E+07			
Vyřazen		6,813E+07			
6,476E+07		7,079E+07			
6,448E+07					
6,589E+07					

Legenda

Skupina 1
Skupina 2
Skupina 3
Skupina 4
Skupina 5

Tabulka A.7: Vyhodnocení modulů pružnosti tlakových vzorků s orientací vláken 0°.

Jednotlivé skupiny [Pa]	Skupinový MNR test [-]	Seřazené hodnoty [Pa]	Anderson-Darlingův test [-]	F test [-]	Výpočty
5,794E+09	<i>MNR</i> = 1,828 <i>CV</i> = 1,887	3,811E+09	<i>ADK</i> = 3,680 <i>ADC</i> = 1,641	<i>F</i> = 1,37 <i>γ</i> ₁ = 4 <i>γ</i> ₂ = 25 <i>CV</i> = 2,76	<i>n</i> * = 6,000 [-] <i>n</i> ' = 6,000 [-] <i>x̄</i> = 6,358E+09 [Pa] <i>MSB</i> = 1,452E+19 [Pa ²] <i>MSE</i> = 6,385E+17 [Pa ²] <i>S</i> = 1,718E+09 [Pa] <i>u</i> = 22,734 [-] <i>w</i> = 0,905 [-] <i>t</i> = 3,147 [-] <i>B</i> = 9,506E+08 [Pa] <i>MVF</i> = 1,746 [-]
5,803E+09		3,838E+09			
6,368E+09		3,950E+09			
6,689E+09		4,108E+09			
6,875E+09		4,220E+09			
8,499E+09		4,287E+09			
3,811E+09	<i>MNR</i> = 1,677 <i>CV</i> = 1,887	4,329E+09			
3,838E+09		4,628E+09			
3,950E+09		5,482E+09			
4,108E+09		5,794E+09			
4,287E+09		5,803E+09			
4,628E+09		6,272E+09			
4,220E+09	<i>MNR</i> = 1,258 <i>CV</i> = 1,887	6,368E+09			
4,329E+09		6,449E+09			
5,482E+09		6,543E+09			
6,272E+09		6,689E+09			
6,449E+09		6,853E+09			
6,543E+09		6,875E+09			
7,153E+09	<i>MNR</i> = 1,238 <i>CV</i> = 1,887	6,991E+09			
7,419E+09		7,045E+09			
7,749E+09		7,153E+09			
7,840E+09		7,419E+09			
8,630E+09		7,529E+09			
8,692E+09		7,749E+09			
6,853E+09	<i>MNR</i> = 1,647 <i>CV</i> = 1,887	7,840E+09			
6,991E+09		8,079E+09			
7,045E+09		8,499E+09			
7,529E+09		8,630E+09			
8,079E+09		8,692E+09			
8,809E+09		8,809E+09			

Legenda

Skupina 1

Skupina 2

Skupina 3

Skupina 4

Skupina 5

Tabulka A.8: Vyhodnocení pevností tlakových vzorků s orientací vláken 0°.

Jednotlivé skupiny [Pa]	Skupinový MNR test [-]	Seřazené hodnoty [Pa]	Anderson-Darlingův test [-]	Meziskupinový MNR test [-]	Výpočty
4,853E+08	$MNR = 1,622$ $CV = 1,887$	4,249E+08	$ADK = 1,436$ $ADC = 1,641$	$MNR = 2,165$ $CV = 2,908$	$\bar{x} = 5,850E+08$ [Pa] $s = 7,395E+07$ [Pa] $\hat{\alpha} = 6,169E+08$ [-] $\hat{\beta} = 9,037$ [-] $OSL_w^{1)}$ = 0,738 [-] $B = 4,342E+08$ [Pa] $MVF = 1,207$ [-]
4,792E+08		4,628E+08			
4,628E+08		4,792E+08			
5,569E+08		4,853E+08			
6,659E+08		5,057E+08			
5,833E+08	5,065E+08				
6,124E+08	5,250E+08				
6,001E+08	5,436E+08				
6,659E+08	5,449E+08				
5,436E+08	5,560E+08				
5,250E+08	5,569E+08				
5,057E+08	5,733E+08				
5,065E+08	5,826E+08				
5,826E+08	5,830E+08				
4,249E+08	5,833E+08				
6,211E+08	5,853E+08				
5,853E+08	5,924E+08				
5,560E+08	5,954E+08				
6,734E+08	6,001E+08				
6,421E+08	6,124E+08				
5,733E+08	6,211E+08				
5,954E+08	6,340E+08				
7,209E+08	6,421E+08				
6,548E+08	6,494E+08				
5,830E+08	6,548E+08				
5,924E+08	6,659E+08				
6,340E+08	6,659E+08				
7,237E+08	6,734E+08				
6,494E+08	7,209E+08				
5,449E+08	7,237E+08				
5,733E+08	6,211E+08				$OSL_n^{2)}$ = 0,735 [-] $OSL_{L_n}^{3)}$ = 0,547 [-]
5,954E+08	6,340E+08				
6,421E+08	6,421E+08				
6,548E+08	6,494E+08				
6,659E+08	6,659E+08				
7,209E+08	7,209E+08				
7,237E+08	7,237E+08				

Legenda

Skupina 1
Skupina 2
Skupina 3
Skupina 4
Skupina 5

Poznámky:

- 1) OSL_w – výpočet OSL dle Weibullova rozdělení
- 2) OSL_n – výpočet OSL dle Normálního rozdělení
- 3) OSL_{L_n} – výpočet OSL dle Logaritmičky normálního rozdělení

Tabulka A.9: Vyhodnocení modulů pružnosti tlakových vzorků s orientací vláken 90°.

Jednotlivé skupiny [Pa]	Skupinový MNR test [-]	Seřazené hodnoty [Pa]	Anderson-Darlingův test [-]	F test [-]	Výpočty
1,343E+09	<i>MNR</i> = 1,464 <i>CV</i> = 1,887	1,112E+09	<i>ADK</i> = 2,798 <i>ADC</i> = 1,641	<i>F</i> = 2,63 <i>γ</i> ₁ = 4 <i>γ</i> ₂ = 25 <i>CV</i> = 2,76	<i>n</i> * = 6,000 [-] <i>n</i> ' = 6,000 [-] <i>x̄</i> = 1,346E+09 [Pa] <i>MSB</i> = 5,762E+16 [Pa ²] <i>MSE</i> = 7,488E+15 [Pa ²] <i>S</i> = 1,259E+08 [Pa] <i>u</i> = 7,696 [-] <i>w</i> = 0,779 [-] <i>t</i> = 2,798 [-] <i>B</i> = 9,938E+08 [Pa] <i>MVF</i> = 1,127 [-]
1,358E+09		1,126E+09			
1,401E+09		1,144E+09			
1,480E+09		1,238E+09			
1,491E+09		1,244E+09			
1,691E+09		1,246E+09			
1,112E+09	<i>MNR</i> = 1,513 <i>CV</i> = 1,887	1,282E+09			
1,126E+09		1,287E+09			
1,144E+09		1,290E+09			
1,246E+09		1,307E+09			
1,287E+09		1,309E+09			
1,311E+09		1,311E+09			
1,355E+09	<i>MNR</i> = 1,653 <i>CV</i> = 1,887	1,318E+09			
1,369E+09		1,343E+09			
1,374E+09		1,355E+09			
1,379E+09		1,357E+09			
1,406E+09		1,358E+09			
1,432E+09		1,358E+09			
1,238E+09	<i>MNR</i> = 1,211 <i>CV</i> = 1,887	1,369E+09			
1,282E+09		1,374E+09			
1,290E+09		1,379E+09			
1,307E+09		1,401E+09			
1,309E+09		1,401E+09			
1,358E+09		1,406E+09			
1,244E+09	<i>MNR</i> = 1,470 <i>CV</i> = 1,887	1,419E+09			
1,318E+09		1,432E+09			
1,357E+09		1,480E+09			
1,401E+09		1,491E+09			
1,419E+09		1,553E+09			
1,553E+09		1,691E+09			

Legenda

Skupina 1
Skupina 2
Skupina 3
Skupina 4
Skupina 5

Tabulka A.10: Vyhodnocení pevností tlakových vzorků s orientací vláken 90°.

Jednotlivé skupiny [Pa]	Skupinový MNR test [-]	Seřazené hodnoty [Pa]	Anderson-Darlingův test [-]	Meziskupinový MNR test [-]	Výpočty
1,638E+08	MNR = 1,464 CV = 1,887	1,491E+08	ADK = 1,604 ADC = 1,641	MNR = 2,358 CV = 2,908	\bar{x} = 1,664E+08 [Pa] s = 7,337E+06 [Pa] $\hat{\alpha}$ = 1,696E+08 [-] $\hat{\beta}$ = 29,193 [-] $OSL_w^{2)}$ = 0,650 [-] B = 1,521E+08 [Pa] MVF = 1,026 [-] $OSL_n^{2)}$ = 0,090 [-] $OSL_{L_n}^{3)}$ = 0,054 [-]
1,524E+08		1,524E+08			
1,747E+08		1,537E+08			
1,591E+08		1,565E+08			
1,682E+08		1,571E+08			
1,631E+08		1,591E+08			
1,593E+08	1,593E+08	MNR = 1,513 CV = 1,887			
1,565E+08	1,631E+08				
1,705E+08	1,638E+08				
1,571E+08	1,647E+08				
1,647E+08	1,651E+08				
1,651E+08	1,659E+08				
1,713E+08	MNR = 1,653 CV = 1,887	1,665E+08	ADK = 1,604 ADC = 1,641	MNR = 2,358 CV = 2,908	$\hat{\alpha}$ = 1,696E+08 [-] $\hat{\beta}$ = 29,193 [-] $OSL_w^{2)}$ = 0,650 [-] B = 1,521E+08 [Pa] MVF = 1,026 [-] $OSL_n^{2)}$ = 0,090 [-] $OSL_{L_n}^{3)}$ = 0,054 [-]
1,716E+08		1,670E+08			
1,665E+08		1,677E+08			
1,768E+08		1,679E+08			
1,710E+08		1,682E+08			
1,677E+08		1,693E+08			
1,764E+08	1,702E+08	MNR = 1,211 CV = 1,887			
1,702E+08	1,705E+08				
1,715E+08	1,708E+08				
1,679E+08	1,710E+08				
1,670E+08	1,713E+08				
1,765E+08	1,715E+08				
1,537E+08	MNR = 1,470 CV = 1,887	1,716E+08	ADK = 1,604 ADC = 1,641	MNR = 2,358 CV = 2,908	$\hat{\alpha}$ = 1,696E+08 [-] $\hat{\beta}$ = 29,193 [-] $OSL_w^{2)}$ = 0,650 [-] B = 1,521E+08 [Pa] MVF = 1,026 [-] $OSL_n^{2)}$ = 0,090 [-] $OSL_{L_n}^{3)}$ = 0,054 [-]
1,659E+08		1,734E+08			
1,491E+08		1,747E+08			
1,734E+08		1,764E+08			
1,708E+08		1,765E+08			
1,693E+08		1,768E+08			

Legenda

Skupina 1
Skupina 2
Skupina 3
Skupina 4
Skupina 5

Poznámky:

- 1) OSL_w – výpočet OSL dle Weibullova rozdělení
- 2) OSL_n – výpočet OSL dle Normálního rozdělení
- 3) OSL_{L_n} – výpočet OSL dle Logaritmičticky normálního rozdělení