

**ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI**

**FAKULTA ELEKTROTECHNICKÁ**

Katedra aplikované elektroniky a telekomunikací

# **DIPLOMOVÁ PRÁCE**

**Software pro kalibraci částicových detektorů**

## **Prohlášení**

Prohlašuji, že jsem tuto diplomovou práci vypracoval samostatně, s použitím odborné literatury a pramenů uvedených v seznamu, který je součástí této diplomové práce.

Dále prohlašuji, že veškerý software, použitý při řešení této diplomové práce, je legální.

.....

podpis

V Plzni dne 30.5.2019

Pavel Štěpnička

## **Anotace**

Tato diplomová práce se zabývá popisem návrhu a vývoje software pro kalibraci částicových detektorů z rodiny Medipix. V práci jsou popsány softwarové algoritmy a numerické metody použité pro výpočet kalibrační funkce. Kalibrační software umožní uživateli projít celým procesem od zpracování vstupních dat, přes jejich vizualizace a možnou úpravu, až po výpočet kalibračních bodů, potažmo křivek.

## **Klíčová slova**

Medipix, Timepix, Kalibrace, Software, Ionizující záření, Hybridní pixelový detektor

## **Abstract**

The diploma thesis deals with the description of design and development of software for calibration of particle detectors from Medipix family. It explains the software algorithms and numeric methods used to calculate the calibration function. The calibration software makes it possible to manage the entire calibration process – raw data processing, visualization, modification and generating calibration matrixes.

## **Keywords**

Medipix, Timepix, Calibration, Software, Ionizing radiation, Hybrid pixel detector

# Obsah

<b>1</b>	<b>ÚVOD</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>CÍLE DIPLOMOVÉ PRÁCE</b>	<b>2</b>
<b>3</b>	<b>IONIZUJÍCÍ ZÁŘENÍ</b>	<b>2</b>
3.1	ZÁŘENÍ A	3
3.2	ZÁŘENÍ B	3
3.3	ZÁŘENÍ Γ	3
3.4	INTERAKCE RENTGENOVÝCH FOTONŮ	3
3.4.1	<i>Fotoelektrický jev</i>	4
3.4.2	<i>Comptonův jev</i>	5
<b>4</b>	<b>PRINCIP DETEKCE ČÁSTIC</b>	<b>5</b>
4.1	MRTVÁ DOBA DETEKTORU	6
4.1.1	<i>Paralyzující mrtvá doba</i>	6
4.1.2	<i>Neparalyzující mrtvá doba</i>	6
4.2	GEIGER-MÜLLERŮV POČÍTAČ	7
4.3	SCINTILAČNÍ DETEKTORY	8
4.4	POLOVODIČOVÉ PÍXELOVÉ DETEKTORY	8
4.4.1	<i>Timepix</i>	9
4.5	MÓDY POLOVODIČOVÉHO DETEKTORU	11
4.5.1	<i>Medipix mód</i>	11
4.5.2	<i>ToT mód (Time-over-Threshold)</i>	11
4.5.3	<i>Timepix mód (Time-of-Arrival)</i>	12
<b>5</b>	<b>ENERGETICKÁ KALIBRACE</b>	<b>12</b>
5.1	ENERGETICKÉ ROZLIŠENÍ DETEKTORU	13
5.2	GAUSSOVA KŘIVKA S CHYBOVOU FUNKCÍ	13
5.3	KALIBRAČNÍ KŘIVKA	14
5.4	KALIBRACE RENTGENOVÝM ZÁŘENÍM	15
<b>6</b>	<b>FUNKCE KALIBRAČNÍHO PROGRAMU</b>	<b>16</b>
6.1	MULTIPLATFORMNÍ SOFTWARE	17
6.1.1	<i>Platforma .NET</i>	18
6.2	VSTUPNÍ SOUBORY	18
6.3	VÝBĚR VHODNÝCH PÍXELOVÝCH UDÁLOSTÍ	19
6.3.1	<i>Clustery</i>	20
6.4	VÝBĚR OKNA PRO GAUSSOVU FUNKCI	20
6.4.1	<i>Plovoucí výběrové okno</i>	21
6.5	PÍXELOVÁ MAPA	22
6.6	VÝPOČET KALIBRAČNÍCH KOEFICIENTŮ	23
6.6.1	<i>Metoda nejmenší čtverců</i>	23
6.6.2	<i>Jacobiho iterační metoda</i>	25
<b>7</b>	<b>MĚŘENÍ VSTUPNÍCH DAT</b>	<b>27</b>
7.1	MĚŘENÍ POMOCÍ RENTGENOVÉ FLUORESCENCE	27
7.2	MĚŘENÍ POMOCÍ ZDROJE IONIZUJÍCÍHO ZÁŘENÍ	29
<b>8</b>	<b>SROVNÁNÍ STANDARTNÍCH KALIBRAČNÍCH SOFTWAREŮ</b>	<b>30</b>
8.1	SROVNÁNÍ ČASOVÉ NÁROČNOSTI	30
8.2	SROVNÁNÍ KVALITY VÝSTUPŮ	31
<b>9</b>	<b>ZÁVĚR</b>	<b>33</b>

<b>10</b>	<b>PŘÍLOHA .....</b>	<b>34</b>
<b>11</b>	<b>SEZNAM SYMBOLŮ A ZKRATEK .....</b>	<b>36</b>
<b>12</b>	<b>SEZNAM LITERATURY A INFORMAČNÍCH ZDROJŮ.....</b>	<b>37</b>
<b>13</b>	<b>SEZNAM POUŽITÝCH VZORCŮ.....</b>	<b>38</b>
<b>14</b>	<b>SEZNAM OBRÁZKŮ.....</b>	<b>38</b>

# 1 Úvod

Ionizující záření je se součástí vesmíru už od jeho počátku. Zkoumáním jeho vlastností a interakcí s okolím nám umožňuje přiblížit se k pochopení samotného vesmíru a jeho principům. Začátkem minulého století se ionizující záření dostalo do prvních aplikací a to nejen ve výzkumu, ale i například v lékařství. Nepostradatelným prvkem pro výzkum ionizujícího záření je možnost jeho detekce. V průběhu let se metody a techniky průběžně vyvíjely od prvních ionizačních komor až po moderní polovodičové detektory. S rozvojem elektroniky a její integrací do stále menších rozměrů. Cílem této práce je přispět k výzkumu ionizujícího záření, tím že, optimalizuje kalibrační proces nutný pro správnou funkci detektorů.

Předkládaná diplomová práce je zaměřena na detailní popis vývoje softwaru pro energetickou kalibraci pixelových částicových detektorů rodiny Medipix/Timepix, použitých algoritmů a numerických metod.

## 2 Cíle diplomové práce

Cílem mé diplomové práce bylo navrhnout a vytvořit softwarový nástroj, který bude schopen kalibrovat polovodičové částicové detektory rodiny Medipix/Timepix. Tento program by se měl optimalizovat časovou náročnost výpočtu kalibračních koeficientů a jejich kvalitu. Načíst surová data uložena v textovém formátu. Měl by umět najít clusterly ze vstupních dat a uložit jen ty clusterly, které jsou vhodné pro kalibraci (jednopixelové události). Uživatel by měl mít možnost parametrizovat programové koeficienty. Tzv. nastavení časových oken pro určování clusterů. Nastavení hodinové základy detektoru (pro určení časování) atd. Jedním z dalších požadavků je umožnit uživateli průběžné vyhodnocení (vizualizace) dat tak, aby uživatel mohl rozhodnout, zda průběžné výsledky jsou vyhovující. Následujícím požadavkem je možnost exportovat výsledná data a grafy. Softwarový nástroj by měl být spustitelný na platformě Windows a Linux.

Dalším cílem této práce je nasnímat vstupní data a ty následně zpracovat vytvořeným softwarovým nástrojem. Vypočtené a změřené hodnoty následně porovnat s ostatními softwarovými nástroji.

## 3 Ionizující záření

Ionizační záření je takové, které je svojí energií schopno ionizovat své prostředí. Ionizační záření dělíme na čtyři základní druhy:  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  a neutronové záření. Možnost výskytu ionizujícího záření je široká, od přírodních radioizotopů až po kosmické záření.



### **3.1 Záření $\alpha$**

Zdrojem  $\alpha$  záření, neboli  $\alpha$  částic, jsou těžká nestabilní jádra atomů. Částice  $\alpha$  je nejčastěji tvořena jádrem helia, tvořený dvěma protony a dvěma neutrony.

### **3.2 Záření $\beta$**

Zdrojem  $\beta$  záření jsou přeměny radioaktivních jader, kdy počet nukleonů v jádře zůstává stejný, mění se pouze neutron na kladně nabitý proton nebo naopak. Tyto transformace jsou doprovázeny emisí elektronu a antineutrína nebo pozitronu a neutrína.

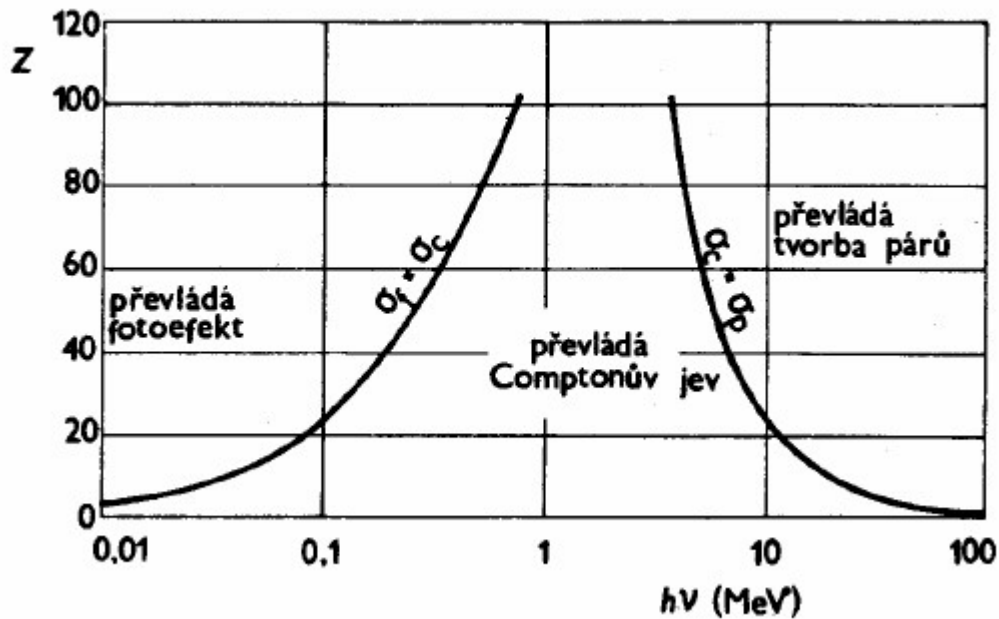
### **3.3 Záření $\gamma$**

Záření  $\gamma$  je vysokoenergetické elektromagnetické záření, řádově energie jednoho fotonu 10keV. Záření  $\gamma$  často vzniká společně se zářením  $\alpha$  a  $\beta$ , kdy de-excitovaná jádra atomu, přechází na nižší energetickou hladinu a v důsledku dochází k vyzáření  $\gamma$  fotonu.

### **3.4 Interakce rentgenových fotonů**

V případě rentgenových fotonů dochází k několika typům interakcí. Jednou z interakcí je absorpce, která se nazývá fotoelektrický jev (viz kap. 3.4.1). Rozptyl fotonu probíhá jako koherentní rozptyl – Rayleighův rozptyl nebo jako nekoherentní rozptyl – Comptonův rozptyl (viz kap. 3.4.2). Při vyšších energiích řádově MeV dochází i k tvorbě pozitron-elektronových párů.

Pro potřeby kalibrace pixelových detektorů je nejdůležitější fotoelektrický jev, při kterém excitované fotony mají svojí charakteristickou energii.



Obrázek 1: Zastoupení interakcí v souvislosti na protonovém čísle materiálu  $Z$  a na energii (převzato z [9])

### 3.4.1 Fotoelektrický jev

Fotoelektrický jev je interakce, při které dochází přenosu energie dopadajícího fotonu elektronu na vnitřní elektronové vrstvě (vrstva blíže k jádru) atomu materiálu. Pokud dopadající energie je větší než energie vazebná elektronu na dané vrstvě, vnitřní elektron se uvolní. Energie uvolněného elektronu  $E_k$  je dána rozdílu energie dopadajícího fotonu  $h\nu$  a vazebné energie elektronu na dané vrstvě  $E_v$ .

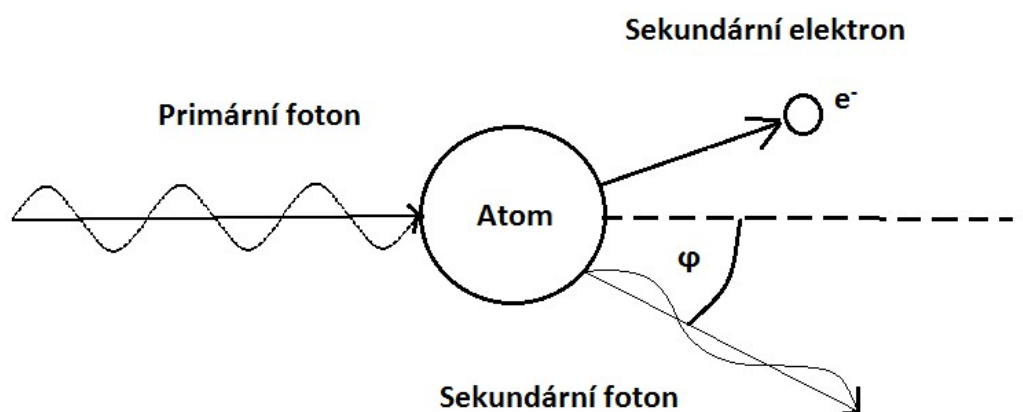
$$E_k = h\nu - E_v \quad (3)$$

Fotoefekt je více pravděpodobný při nižších energiích dopadajících fotonů, ale současně musí být energie větší, než je vazebná energie elektronu na dané slupce. Současně má fotoefekt vyšší pravděpodobnost vzniku pro materiály s vyšším protonovým číslem.

### 3.4.2 Comptonův jev

Comptonův jev nebo také Comptonův rozptyl je fyzikální děj, popisující interakci mezi zářením gama ( $\gamma$ ) a atomy, kdy se mění vlnová délka záření a tedy i energie. Změna vlnové délky je způsobena předáním části elektromagnetické energie atomům nebo jejich elektronům. Na Obrázek 1 je ilustrativní schéma Comptonova jevu.

Comptonův rozptyl je nekoherentní rozptyl, kdy excitované fotony mají pouze část energie původního fotonu a proto, je zcela nevhodné pro účely kalibrace pixelových detektorů.



Obrázek 1: Comptonův rozptyl (Převzato z [9])

## 4 Princip detekce částic

Principů detekce nabitých částic, potažmo ionizujícího záření je několik, zde v této práci se budu zabývat principem založeným na ionizaci polovodičové vrstvy. Pro úplnost zde uvedu několik dalších principů a obecných vlastností detektorů.

## 4.1 Mrtvá doba detektoru

Mrtvá doba detektoru, v angličtině známé pod pojmem pile-up efekt, je údaj detektoru, který udává, po jak dlouhou dobu od začátku detekce částice nelze správně detekovat další částici. Po tuto dobu je detektor necitlivý k částicím vstupujících do snímací části detektoru, nebo dochází k složení dvou a více signálů od částic. Mrtvá doba se dělí na dva poddruhy, které jsou znázorněny na Obrázek 4.

### 4.1.1 Paralyzující mrtvá doba

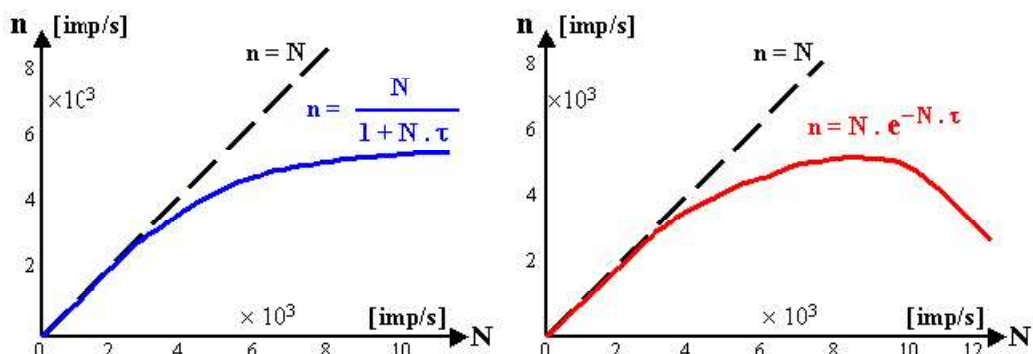
Paralyzující mrtvá doba je taková, že při pile-up efektu dochází k natažení mrtvé doby. Vztah mezi snímanou četností  $n$  a skutečnou četností impulsů  $N$  je dána rovnicí (1). Při překročení počtu událostí (detekování částic) za jednotku času, dochází ke snížení schopnosti detekovat události.

$$n = N * e^{-N * \tau} \text{ [imp/s]}, (1)$$

### 4.1.2 Neparalyzující mrtvá doba

Neparalyzující doba je taková, že pile-up efektu částice dopadající do snímací části nejsou detekovány a zároveň nemají negativní vliv na činnost detektoru. Po uplynutí mrtvé doby je detektor opět schopen detekovat další částici. Vztah mezi snímanou četností  $n$  a skutečnou četností impulsů  $N$  je dána rovnicí (2). Počet detekovaných událostí roste lineárně s nárůstem intenzity záření  $N$  do doby nasycení.

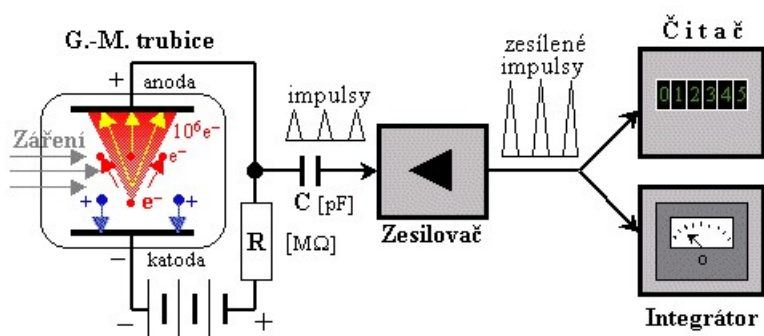
$$n = \frac{N}{1 + N * \tau} \text{ [imp/s]}, (2)$$



Obrázek 4: Vliv mrtvé doby detektoru na odezвовou funkci detektoru. Vlevo: Neparalyzující mrtvá doba. Vpravo: Paralyzující mrtvá doba (Převzato z [4])

## 4.2 Geiger-Müllerův počítač

G-M je zařízení složené z ionizační komory (Geiger-Müllerovy trubice) a čítače pulsů. Trubice je obvykle vyplněna héliem, neonem nebo argonem s příměsí například par metylalkoholu či bromu, což jsou inertní plyny. Na elektrody je přivedeno vysoké napětí (500 až 1000V). Pokud ionizující záření dopadá do prostoru trubice, trubice se stává vodivou. Dojde k ionizaci inertního plynu a k následnému nárůstu proudu mezi elektrodami. Detekci tohoto proudu na snímacím odporu lze detekovat pulsy. G-M počítač umí detekovat pouze přítomnost ionizujícího záření a jeho intenzitu, nikoliv však energii. Použití nalezneme v jednoduchých aplikacích, například jako měřiče kontaminace.



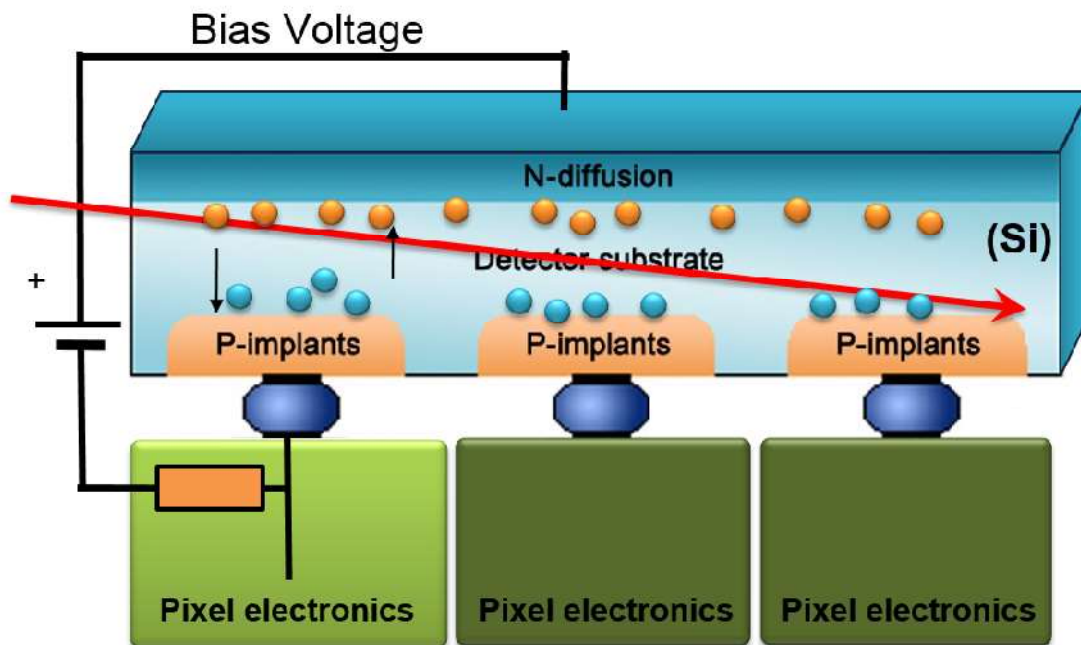
Obrázek 18: Schéma principu GM počítače (Převzato z [7])

### **4.3 Scintilační detektory**

Scintilační detektor je založen na principu převodu energie nabitých částic na mnohonásobně větší počet fotonů. Tyto fotony jsou ve viditelném spektru. Část těchto fotonů je detekovaná ve fotonásobiči a následně pomocí fotonásobiče převedena na elektrický signál. Elektrický signál je dále zpracováván následující elektronikou. Původní energie částice lze zpětně zjistit, protože energie dopadajících fotonů je přímo úměrná energii částici.

### **4.4 Polovodičové pixelové detektory**

Z elektrického hlediska, je polovodičový detektor jako závěrně polarizovaná dioda připojena ke zdroji stejnosměrného napětí, který má napětí řádově 100V. Princip polovodičového detektoru je znázorněn na Obrázek 3, kde je červenou šipkou reprezentován směr letu nabitě částice skrz závěrně polarizovanou diodu. Tato nabitá částice interaguje s polovodičovým PN přechodem a předává svojí energii do materiálu. Tím vznikají páry elektron-díra, čímž vzniká proudový impulz, který je následně zpracováván detektorovou elektronikou.



Obrázek 3: Princip detekce ionizujícího záření (převzato z [1])

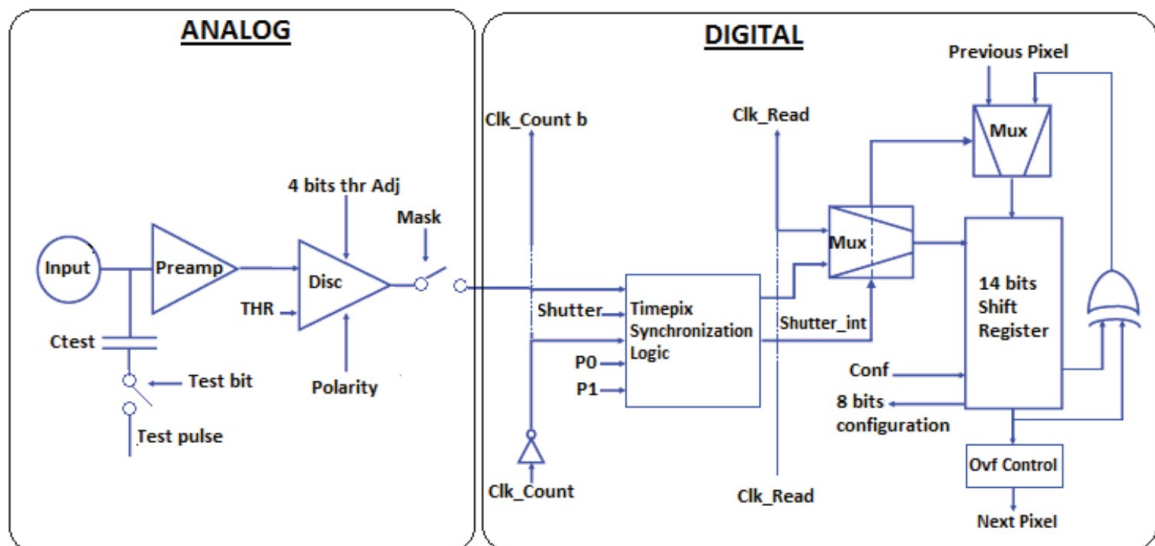
#### 4.4.1 Timepix

Detektory Timepix jsou hybridní pixelové detektory. Hlavní částí detektoru je aktivní vrstva polovodičové vrstvy, která je rozdělena do matice jednotlivých pixelů. Celkem celá matice obsahuje 256 x 256 pixelů na ploše 14 x 14 mm<sup>2</sup>. Každý z pixelů je připojen na vlastní elektroniku, která dále analogový signál z pixelu zpracovává (Obrázek 4).

Elektronika pro každý pixel je složena ze dvou částí. První částí je analogový obvod, který slouží k předzpracování pulsů ze senzoru. Předzpracováním je myšleno, například nábojový zesilovač, který je na Obrázek 4 (Preamp). Zesilovač tvaruje analogový vstupní signál, kompenzuje klidový proud vstupní části a dává možnost nastavení rychlosti odezvy a zároveň lze na zesilovač připojit testovací signál. Tento signál slouží ke kalibraci detektoru bez přítomnosti ionizujícího záření. Další částí analogového obvodu je

komparátor prahového napětí (treshold) a jeho výstup už následně vstupuje do digitální části obvodu. Vstup do digitální části může být vymaskován. Tato možnost se používá, pokud pixel se vyhodnotí jako špatný. Na úkor rozlišení lze dosáhnout přesnějšího měření.

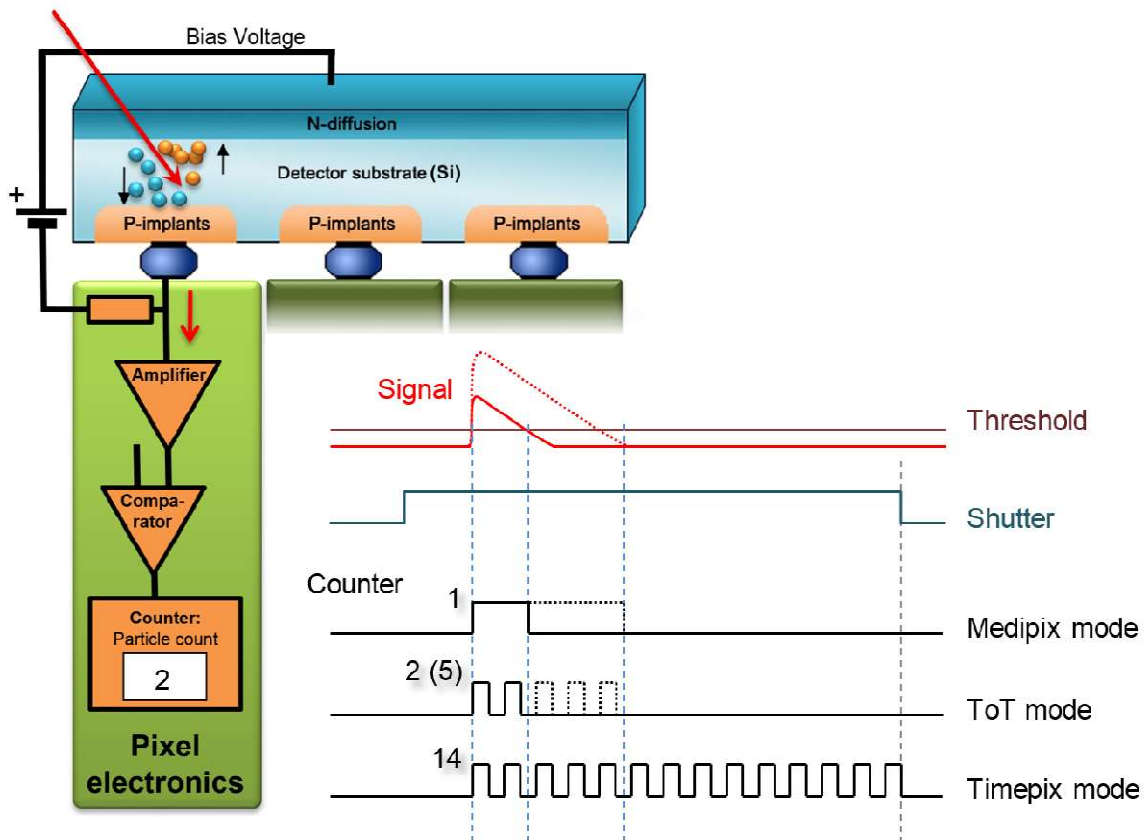
V digitální části obvodu je blok TSL (Timepix Synchronization Logic), ten umožňuje přepnout detektor do různých módů a tím měřit různé druhy informace (viz kap. 4.5). Pro měření lze zvolit pouze jeden ze tří módů, avšak pro každý pixel může být nastavený jiný mód.



Obrázek 4: Schéma elektroniky zpracovávající signál. (převzato z [4])



## 4.5 Módy polovodičového detektoru



Obrázek 6: Zpracování informace v různých pracovních módech (převzato [1])

### 4.5.1 Medipix mód

V tomto módu poskytuje pixelová elektronika pulz, který signalizuje detekci částice. Principiálně je výstup podobný G-M počítači (viz kap. 4.2). Tento mód neposkytuje informaci o energii detekované částici, pouze její přítomnost.

### 4.5.2 ToT mód (Time-over-Threshold)

Detektor v tomto módu poskytuje informaci v podobě počtem pulsů. Výsledný údaj (počet pulsů) je tedy přímo úměrný energii, jakou částice předala detektoru. Tento údaj má spektroskopické využití a proto, se někdy tento mód může nazvat jako spektroskopický mód.

### 4.5.3 Timepix mód (Time-of-Arrival)

Detektor v tomto módu čítá pulsy ze zdrojových hodin pro daný pixel a to až do doby skončení akvizice. Výstupem tohoto módu je časová značka (timestamp). Tedy okamžik interakce částice v senzoru.

## 5 Energetická kalibrace

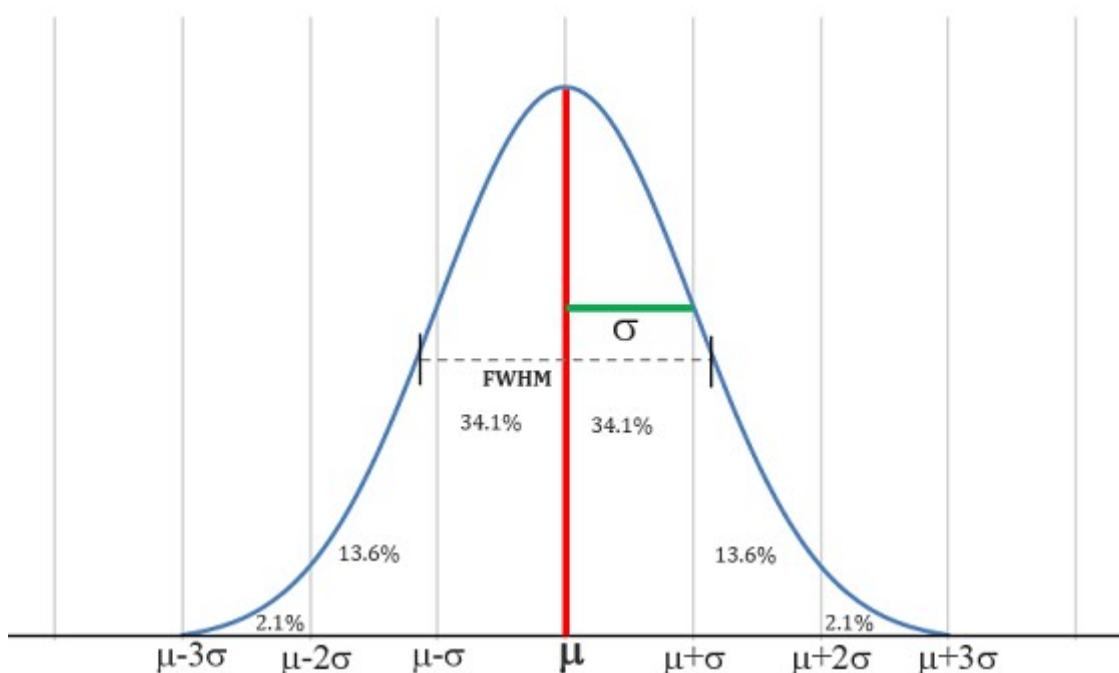
Tato kapitola se zabývá energetickou kalibrací hybridních částicových detektorů pracujících v režimu ToT, jejich vlastnostmi a možnostmi kalibrace.

Každý měřicí přístroj je potřeba před vlastní měření provést kalibraci. Minimálně při výrobě, když měřicí přístroj opouští výrobní proces, je zapotřebí přístroj kalibrovat. U částicových pixelových detektorů tomu není jinak. Každý detektor má 65536 detekčních diod a ke každé diodě náleží elektronika v podobě komparátoru a analogového zesilovače a AD převodníku (viz kap. 4.5).

Cílem kalibrace hybridních je určit odezvu na vnější ionizující záření. V praxi to znamená, vystavit detektor před několik známých zdrojů ionizujícího záření a zaznamenat jeho výstup. Ten následně přepočítat pomocí statistických a numerických metod a jako výsledek spočítat koeficienty kalibrační křivky (viz. kap 5.3)

## 5.1 Energetické rozlišení detektoru

Energetické rozlišení detektoru vyjadřuje míru přesnosti při měření deponované energie. Pokud energetické spektrum má vysoké FWHM (viz Obrázek 8), respektive dvě energetická spektra by se překrývala, mohou být dvě rozdílné energie být interpretovány jako jedna energie. V případě ideální částicového detektoru, by zdroj monochromatického záření byl v energetickém spektru reprezentován jako jedna čára. U reálného detektoru takovéto monochromatické záření je zkresleno nedokonalostí detektoru do podoby gaussovy křivky (viz. Obrázek 8).



Obrázek 8 Ilustrativní obrázek Gaussova rozdělení (převzato z [6])

## 5.2 Gaussova křivka s chybovou funkcí

Při měření monochromatického záření by naměřené hodnoty v ideálním případě vypadaly jako jedna spektrální čára. V kapitole 5.1 je tomu vysvětleno proč tomu tak není. Nicméně ani ideální gauss při zpracování naměřených dat nedostaneme. V normálním gaussově rozdělení není

zohledněn fyzikální jev zvaný „charge sharing“ jinak řečeno, přelévání náboje (viz kap. 6.3.1).

Matematický předpis Gaussovy chybové funkce pro levou stranu je vidět na rovnici (3). Grafické znázornění je na obrázku Obrázek 9. Na levé straně je již zmíněná chybová funkce.

$$f_{GERF}(x) = Ae^{\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} + avg_l + \frac{avg_r - avg_l}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^t e^{-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}} (3)$$



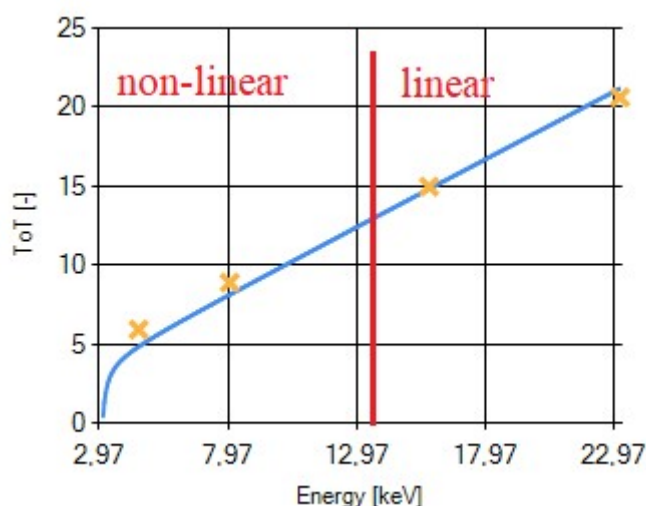
Obrázek 9: Gaussova chybová funkce pro levou stranu

### 5.3 Kalibrační křivka

Kalibrační křivka udává, jaké ToT (Time over Threshold) odpovídá energii dopadajícího ionizujícího záření. Neboli udává, přepočtení vnitřních elektrických veličin na energii dopadajících částic (deponované energie v senzoru).

Na Obrázek 7 je vizualizace kalibrační křivky. Kalibrační křivku lze pomyslně rozdělit na dvě části. Na část nelineární a lineární. Matematický popis kalibrační křivky je podle rovnice (5)

$$f_{calib}(x) = ax + b - \frac{c}{x - t} \quad (5)$$

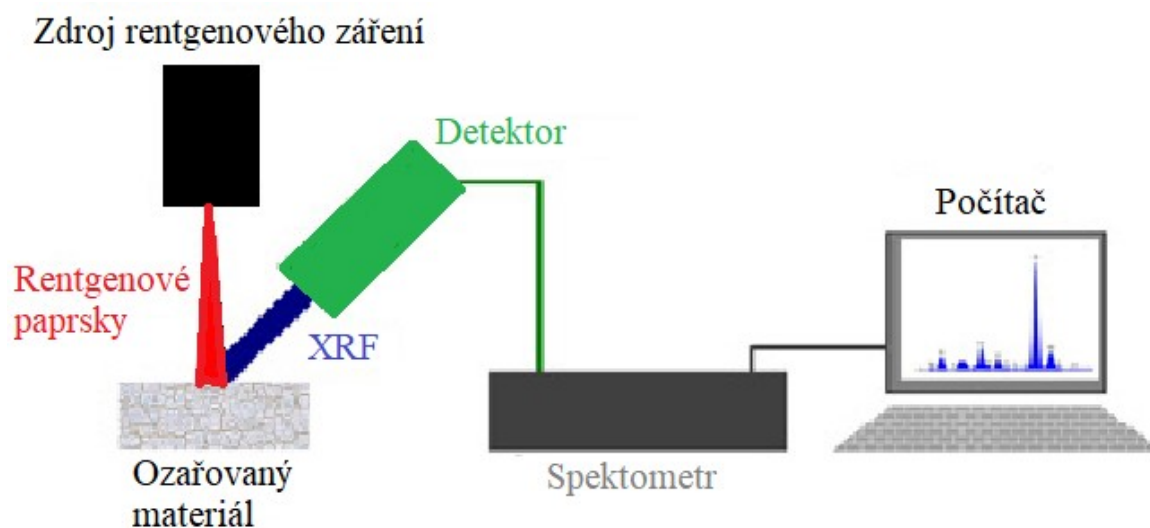


Obrázek 7: Vizualizace kalibrační křivky – závislost mezi ToT a energií

## 5.4 Kalibrace rentgenovým zářením

Kalibrování částicového detektoru pomocí rentgenovým zářením je jednou z nepoužívanějších metod pro kalibraci polovodičových částicových detektorů. Využívá se principu rentgenové fluorescence (viz. Obrázek 10), kdy svazek rentgenového záření ozařuje vystavený materiál. Zpravidla to bývají různé druhy kovu. Tento svazek vyráží z materiálu excitované elektrony. Pokud excituje elektron z nižší energetické vrstvy, pak elektron z vyšší vrstvy obsadí toto místo. Rozdíl energií mezi vyšší a nižší vrstvou neexcitovaný elektron vyzáří v podobě fotonu. Pro každý materiál je tato vyzářená energie specifická. Pro kalibrování detektoru, je potřeba v této metodě použít několik vhodných materiálů. A zároveň pro každý materiál naměřit dostatek

dat, aby při následných statistických výpočtech se mohl použít zákon velkých čísel a tím potlačit vliv statistické chyby.

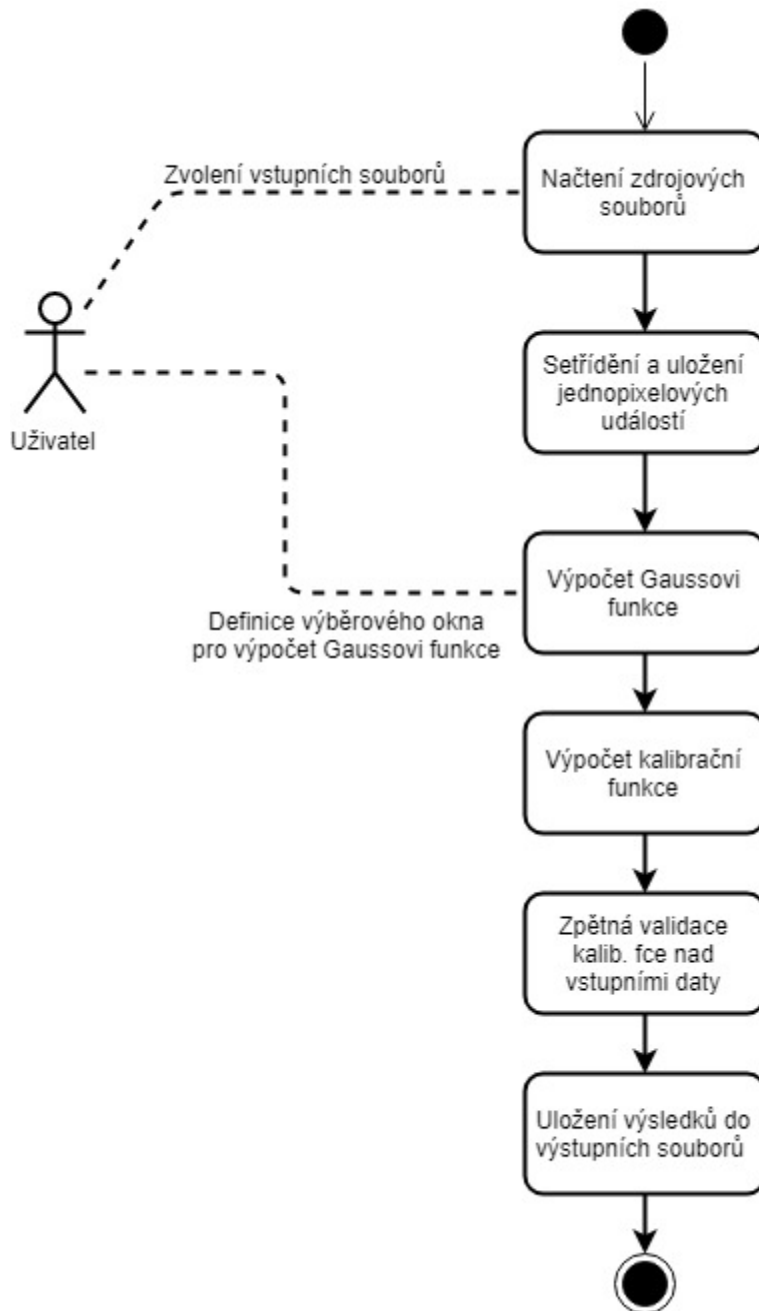


Obrázek 10: Rentgenová fluorescence

## 6 Funkce kalibračního programu

V této kapitole je popsána funkce jednotlivých potřebných kroků, pro výpočet kalibrační křivky pro každý pixel detektoru. Grafické znázornění jednotlivých kroků programu je na Obrázek 11.

Na Obrázek 11 je také znázorněno, v jakých částech programu může uživatel ovlivnit výslednou kalibraci částicového detektoru. Může jí ovlivnit na samém startu programu, při určení vstupních (naměřených) souborů. Ovlivnění se týká hlavně počtem a energetickou rozmanitostí zdrojů ionizujícího záření. Ideální je výběr takových zdrojů záření, které pokryjí celé detekovatelné energetické spektrum detektoru pro přesnější výpočet kalibrační křivky. Druhá možnost, jak uživatel může ovlivnit výsledky kalibrace je při zadávání velikosti výběrového okna (viz kap. 6.4).



Obrázek 11: Vývojový diagram – postup kalibrace

## 6.1 Multiplatformní software

Jedním z požadavků na kalibrační software je možnost jeho fungování na několika platformách. Je to převážně z toho důvodu, že vědecká komunita používá operační systémy Linux a Windows. A nechtěl jsem omezovat jednu

nebo druhou skupinu uživatelů, jen na základě platformě orientovaného softwarového nástroje. Měl jsem na výběr z několika možností jaký programovací jazyk zvolit. Rozhodoval jsem se mezi platformou .NET (C#) a programovacím jazykem Java. Oba splňují definovaný požadavek multiplatformnosti, nicméně s jazykem C# mám více zkušeností, padla volba na něj.

### 6.1.1 Platforma .NET

Platforma .NET je produktem firmy Microsoft. Základním balíčkem je Microsoft .NET Framework. Je to prostředí potřebné pro běh programů. Pod operačním systémem Linux je možnost spouštět .NET aplikace pod produktem zvaný Wine. Wine je software vytvářející aplikační rozhraní, které umožňuje chod programů primárně určených pro Windows. S Wine je možné spouštět .NET aplikace pod operačním systémem Linux.

## 6.2 Vstupní soubory

V každém vstupním souboru by měla být hlavička s údaji, pro pozdější analýzu, pokud by byla nutná. V hlavičce se nacházejí informace jako datum a čas, kdy měření probíhalo. Teplota senzorů, napětí na senzoru, v jaké módu detektor pracuje atd. Část údajů jsou zobrazeny na Obrázek 1238

```
1 # Start of measurement: 07.05.2019 14:44:12.9145207 UTC
2 # Start of measurement - unix time: 1557240252.914
3 # Chip ID: D4-W00036
4 # Readout IP address: 192.168.1.124
5 # Back-end location: Unknown
6 # Detector mode: ToA & ToT
7 # Readout mode: Data-Driven Mode
8 # Bias voltage: 229.89V
9 # THL = 1526 (0.760V)
10 # Sensor temperature: 62.1°C
11 # Readout temperature: 44.5°C
12 # Matrix clock: 40 MHz
```

Obrázek 12: Ukázka hlavičky vstupního souboru



Dále vstupní soubory obsahují samotné data od detekovaných událostí. Každá detekovaná událost je na samostatném řádku a má svůj formát (viz Tab. 1). Následující hodnoty časů v tabulce jsou pro časování 40MHz + 640MHz. Tedy hodnota 25 ns je dána jako převrácená hodnota 40MHz. Stejný vztah platí i pro doplňující časovou značku.

Souřadnice pixelu	Hlavní časová značka (ToA)	Doplňující časová značka (fToA)	Hodnota ToT
$XY = (256 * Y) + X$	[25 ns]	[1.5625 ns]	[-]

Tab. 1: Formát vstupních dat a jejich jednotky

Pro výpočet časové značky, tedy začátek interakce částice s detektorem je použit následující vzorec. Kde ToA je hodnota Hlavní časové značky a fToA je doplňující časová značka. Koeficienty 25 a 1,5625 jsou dány časováním jak je psáno výše.

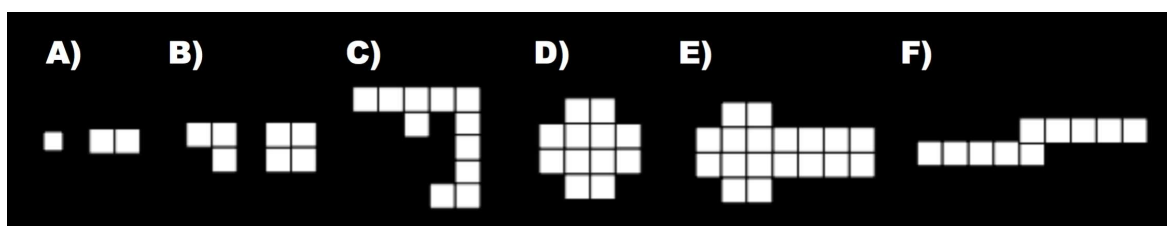
$$t = 25 * ToA - 1,5625 * fToA \quad (6)$$

### 6.3 Výběr vhodných pixelových událostí

Po načtení vstupních souborů, je potřeba rozhodnout, jaké změřené hodnoty jsou vhodné pro následující operace. Mezi takové nejvíce vhodné události řadíme jedno pixelové události, kdy nabitý foton má dráhu letu kolmo k ploše detektoru a zároveň svým dopadem na pixel detektoru neovlivňuje sousední pixely. Nedochozí k přelévání náboje mezi pixely. Důvodem výběru jednopixelových událostí je ten, že veškerá předená energie fotonu je právě v této jedné události na jednom pixelu. Na Obrázek 13 A) je nakreslena jednopixelová událost.

### 6.3.1 Clustery

Clustery jsou sousedící pixely, které v časovém rámci, detekovaly určité množství energie nad hranicí komparačního napětí (treshold). Takovéto clustery mají své charakteristické obrazce viz. Obrázek 13. Clustery vznikají z několika důvodů. Ten první důvod je způsoben samotným ionizujícím zářením. Na Obrázek 13C) je vidět lehká částice záření  $\beta$  (elektron), který má nízkou energii a zakřivenou dráhu letu, která tvoří obrazec připomínající písmeno „L“. Naproti tomu na Obrázek 7D) je vidět těžká částice ze záření  $\alpha$ . U těžkých nabitých částic lze nejnápadněji pozorovat „charge sharing effect“ neboli, rozlévání části náboje mezi sousední pixely.



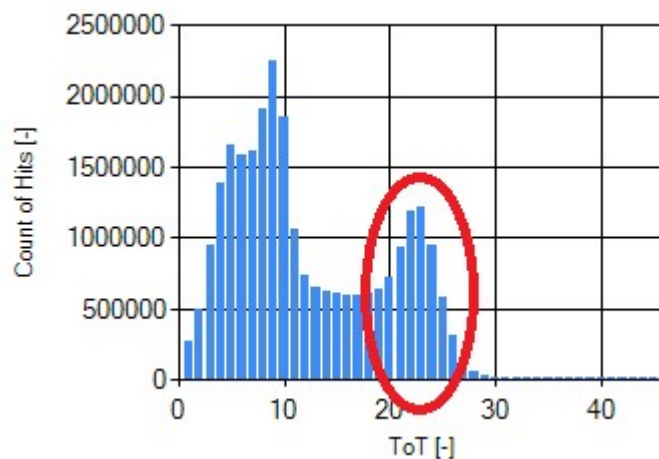
Obrázek 13: Přehled typických clusterů (Převzato z [6])

Protože je tolik možných druhů clusterů a pokud by se měla provádět kalibrace z více než jednoho druhu clusteru, vyžadovalo by to mnohonásobně složitější algoritmus, než který je implementován v této práci. Vyžadovalo by to počítat poměr energií v celém zachyceném clusteru a následně tyto poměry zpětně přepočítávat. Takto sofistikovaný algoritmus by zpomalovat celý průběh kalibrace.

### 6.4 Výběr okna pro Gaussovu funkci

Po roztřídění jednopixelových událostí má uživatel k dispozici grafické znázornění četnosti zásahů pro jednotlivé pixely a i pro celý detektor.

Následujícím krokem je zvolit velikost a polohu výběrového okna. Na Obrázek 14 je grafické znázornění všech jednopixelových zásahů pro cín. Comptonův rozptyl (viz kap. 3.4.2) způsobuje, že v histogramu se nachází od první špičky zprava šum (viz Obrázek 14). Dále je na histogramu vidět víc jak jednu špičku. Jedna reprezentuje špičku pro cín (červeně znázorněna) a druhou, která je reprezentována mědí (Cu), protože při měření byl použit měděný terčik. Z toho důvodu je potřeba vybrat pouze špičku reprezentující energii částic předanou detektoru a od správného materiálu (viz Obrázek 14 – znázorněno červeně)

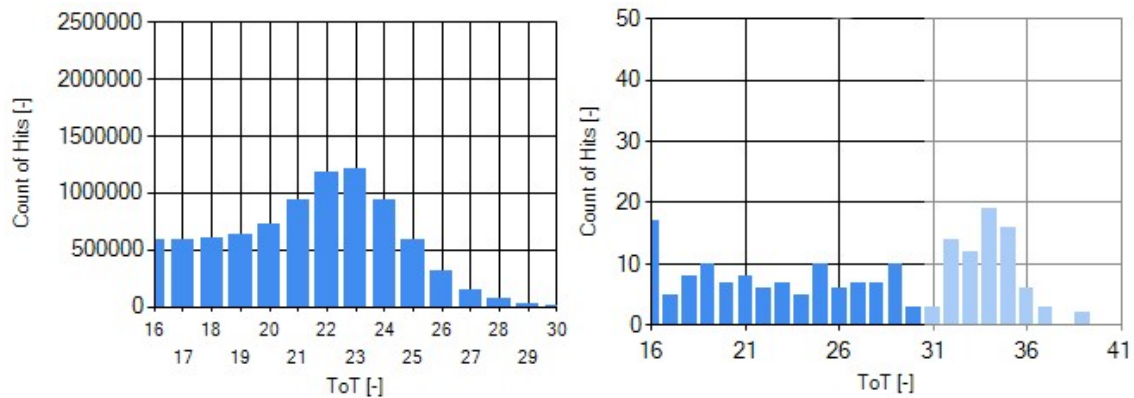


Obrázek 14: Histogram četností zásahů – materiál cín

#### 6.4.1 Plovoucí výběrové okno

V nejideálnějším případě, by uživatel měl nastavit pro každý pixel zvlášť vlastní výběrové okno z důvodu, že každý pixel může mít svůj naměřený vrchol položený jinde než je globální průměr detektoru. Nicméně to by znamenalo nastavit 65536 výběrových oken a to pro každý zdroj ionizujícího záření. Takovéto řešení z časového hlediska je nereálné. Proto je vhodné, aplikovat algoritmus pro plovoucí výběrové okno. Pokud by algoritmus plovoucího nebyl implementován a bylo by jedno hlavní výběrové okno určené uživatelem pro všechny pixely, mohlo by docházet k chybám, že

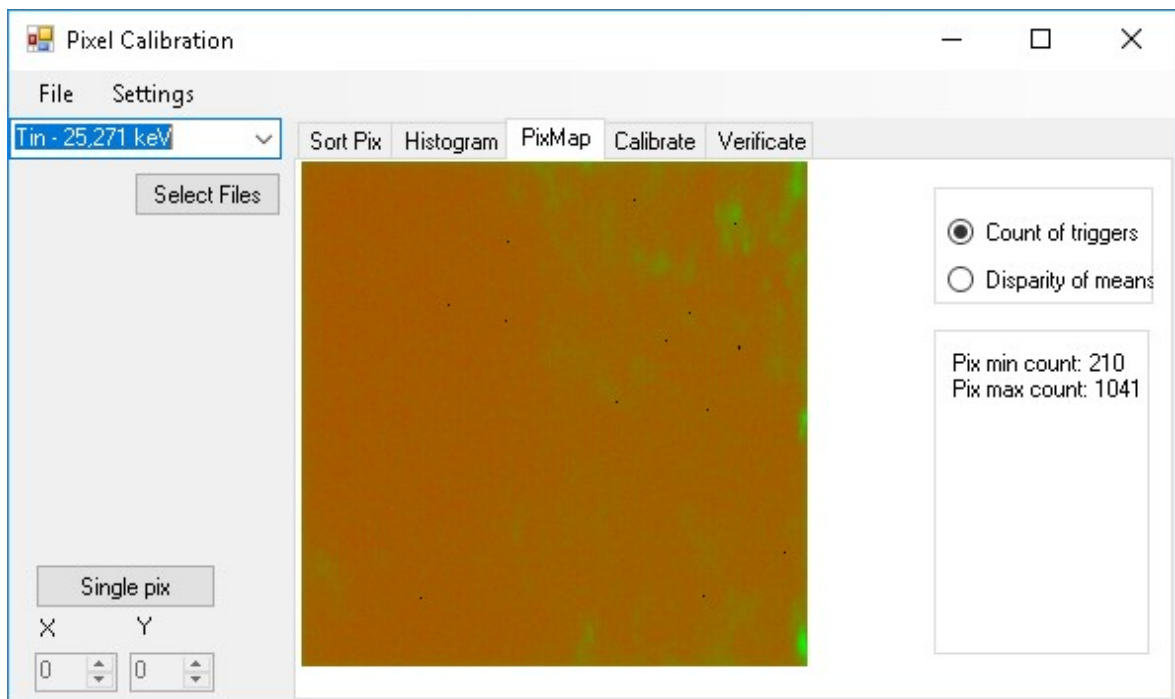
špička by se nenacházela ve výběrovém okně (viz Obrázek 15). Na Obrázek 15 na pravé straně je v zesvětlené oblasti vidět, že pokud by bylo použito fixní okno, celá špička by byla vyfiltrována. To by vedlo se ke špatnému výpočtu průměru a následně i špatným kalibračním koeficientům.



Obrázek 15: Levá strana- výběrové okno pro celý detektor, Pravá strana - fixní výběrové okno pro jednotlivý pixel s oblastí dat, které jsou vyfiltrovány

## 6.5 Pixelová mapa

Jednou z funkcí kalibračního programu je i grafické znázornění dat. Výhodou pixelové mapy je rychlý náhled na všechny data. Například uživatel se snadno může dozvědět, jestli naměřená data jsou po celém čipu rovnoměrně rozprostřena (viz Obrázek 16).



Obrázek 16: Pixelová mapa – četnost zásahů. Materiál: Cín (Sn)

Na Obrázek 16 jsou vidět plochy (zelenou barvou), kam dopadaly fotony častěji než na ostatní pixely. To by mohlo souviset se špatně provedeným měřením, kdy zdroj ionizujícího záření nezařuje plochu čipu rovnoměrně. Nebo to může značit nehomogenitu polovodičového materiálu detektoru.

## 6.6 Výpočet kalibračních koeficientů

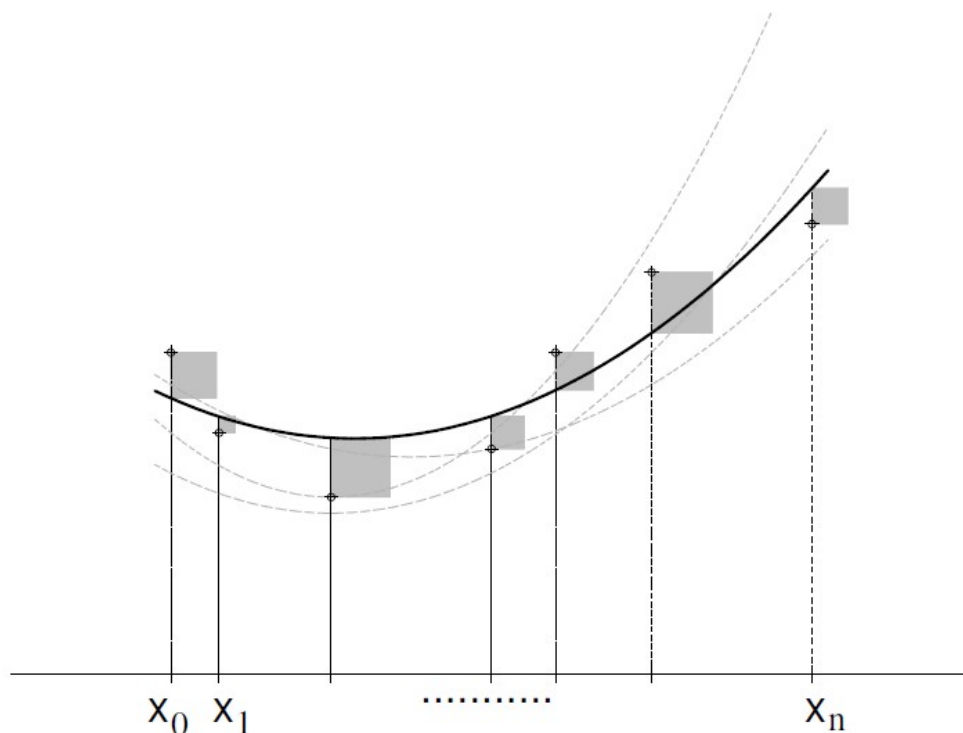
Jak již je zmíněno v kapitole 5.3, cílem kalibračního programu je, pro každý pixel částicového detektoru, spočítat koeficienty A,B,C a parametr T.

Množství metod a přístupů je několik a každé mají své výhody a nevýhody, nicméně uvedu zde pouze v této práci použité.

### 6.6.1 Metoda nejmenší čtverců

Tato matematická metoda se nejčastěji používá pro aproximaci naměřených hodnot, pokud známe samotnou funkci naměřené ho průběhu, tak použije pro metodu nejmenších čtverců ji. V případě této práce se je použita funkce

viz kapitola 5.3 Kalibrační křivka. Pokud neznáme aproximovanou funkci, může se použít několik násobný polynom s maximálním řádem, kolik je naměřených bodů. Slovní spojení „nejmenší čtverců“ znamená, že výsledné řešení minimalizuje odchylku vůči každému bodu neboli, minimalizování součtů čtverců mezi zadaným bodem a výslednou aproximací. Ilustrativní obrázek viz Obrázek 17. V kalibračním programu je implementovaná metoda nejmenších čtverců s rovnoměrnou váhou pro jednotlivé body. Jinak řečeno každý bod a jeho odchylka od aproximované funkce má stejnou váhu jako ostatní body.



Obrázek 17: Metoda nejmenších čtverců. Jako funkce je použita parabola (Převzato z[2])

### 6.6.1.1 Matematický postup

Uvedu zde matematický postup jak aplikovat metodu nejmenších čtverců pro kalibrační křivku (viz 5.3).

Nejprve provedeme parciální derivaci všech koeficientů A, B a C.

$$\frac{\partial}{\partial A} Ax + B - \frac{C}{x-t} = x$$

$$\frac{\partial}{\partial B} Ax + B - \frac{C}{x-t} = 1$$

$$\frac{\partial}{\partial C} Ax + B - \frac{C}{x-t} = \frac{1}{t-x}$$

Následně tyto parciální derivace vynásobíme funkcí kalibrační křivky a dostaneme soustavu lineárních rovnic, kde každá jedna soustava je právě pro jeden bod křivky (zdroj ionizujícího záření). To je respektováno sumou od 0 do k, kde k představuje počet kalibračních bodů.

$$\sum_0^k y = B(k+1) + A \sum_0^k x - C \sum_0^k (x-t)$$

$$\sum_0^k xy = B \sum_0^k x + A \sum_0^k x^2 - C \sum_0^k \frac{x}{x-t}$$

$$\sum_0^k \frac{-y}{x-t} = B \sum_0^k \frac{-1}{x-t} + A \sum_0^k \frac{-x}{x-t} - C \sum_0^k \frac{-1}{(x-t)^2}$$

Z výše uvedené soustavy rovnic lze vyjádřit koeficienty A, B a C. Pro získání koeficientů se může použít iterační numerická metoda (viz 6.6.2)

### 6.6.2 Jacobiho iterační metoda

Jacobiho iterační metoda patří mezi nepřímé numerické metody pro řešení lineární soustavy rovnic. Nepřímé numerické metody neposkytují přesné řešení jako přímé numerické metody, přesného výsledku by se dosáhlo až

v limitě. U iteračních metod si zvolíme výchozí stav a každým krokem iterace tento stav (řešení) přiblížíme více k tomu přesnému řešení. Tyto kroky opakujeme do té doby, než dostaneme dostatečně přesné řešení, nebo algoritmus dosáhne určitých počtů kroků.

### 6.6.2.1 Matematický postup

Soustava lineárních rovnic:

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2$$

...

...

$$a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n = b_n$$

Z první rovnice vyjádříme  $x_1$ , z druhé  $x_2$  a tak dále:

$$x_1 = \frac{1}{a_{11}} * (b_1 - a_{12}x_2 - a_{13}x_3 - \dots - a_{1n}x_n)$$

$$x_2 = \frac{1}{a_{22}} * (b_2 - a_{21}x_1 - a_{23}x_3 - \dots - a_{2n}x_n)$$

...

...

$$x_n = \frac{1}{a_{nn}} * (b_n - a_{n1}x_1 - a_{n2}x_2 - \dots - a_{n(n-1)}x_{n-1})$$



Pro nalezení řešení soustavy rovnic je potřeba zvolit počáteční aproximaci řešení pro pravou stranu rovnice. Tím se získá nová aproximace řešení, tu opět dosadíme do pravé strany rovnice atd. :

$$x_1^{(k+1)} = \frac{1}{a_{11}} * (b_1 - a_{12}x_2^{(k)} - a_{13}x_3^{(k)} - \dots - a_{1n}x_n^{(k)})$$

$$x_2^{(k+1)} = \frac{1}{a_{22}} * (b_2 - a_{21}x_1^{(k)} - a_{23}x_3^{(k)} - \dots - a_{2n}x_n^{(k)})$$

...

...

$$x_n^{(k+1)} = \frac{1}{a_{nn}} * (b_n - a_{n1}x_1^{(k)} - a_{n2}x_2^{(k)} - \dots - a_{n(n-1)}x_{n-1}^{(k)})$$

Za podmínek psané výše dostaneme dostatečně přesné řešení rovnice.

## 7 Měření vstupních dat

Jedním z cílů této práce je změřit data na detektoru třídy Timepix. Nad těmito daty následně provést kalibraci detektoru. Možností jak získat ionizující záření je několik. V této práci byly použity dva typy zdrojů a to zdroj pomocí rentgenové fluorescence (7.1) a pomocí materiálu, který je zdrojem samotného ionizujícího záření (7.2)

### 7.1 Měření pomocí rentgenové fluorescence

Měření pomocí rentgenové fluorescence je velice rozšířená metoda pro kalibraci. Pro provedení kalibrace pomocí rentgenového záření není potřeba vlastnit zdroj ionizujícího záření, který je obtížné vlastnit. Stačí mít k dispozici zdroj rentgenového záření. Čistý materiál (terč), který bude exponován zářením a odstíněnou komoru z důvodu bezpečnosti.

Na Obrázek 19 je vyfoceno geometrické rozpořování všech výše uvedených potřebných součástí. Geometrie je pro samotné měření velice důležitá. Snahou je rozmístit zdroj, terč a detektor tak, aby na detektor nedopadal hlavní svazek excitovaných elektronů, ale pouze svazek vedlejší. Pokud by tomu bylo jinak, na detektor by dopadala příliš vysoká intenzita záření a pořizovaný snímek by byl přesvícen.



*Obrázek 19: Měření pomocí rentgenové fluorescence – materiál: Kadmium*

Takto pořizovaných snímků se pořídí, kolik je potřeba. Ideálně co nejvíce a aby energie excitovaných elektronů byla rozprostřena po celém detekčním pásu detektoru. Na Obrázek 20 jsou vyfoceny i jiné materiály používané pro kalibraci pomocí rentgenu. Jsou jimi například měď (Cu), cín (Sn), titanium (Ti), atd. Ideální čistota materiálu je taková, která má svoji čistotu co nejvyšší.

To je u materiálu značeno číslem „99+“. To znamená, že daný materiál má minimální čistotu 99%.

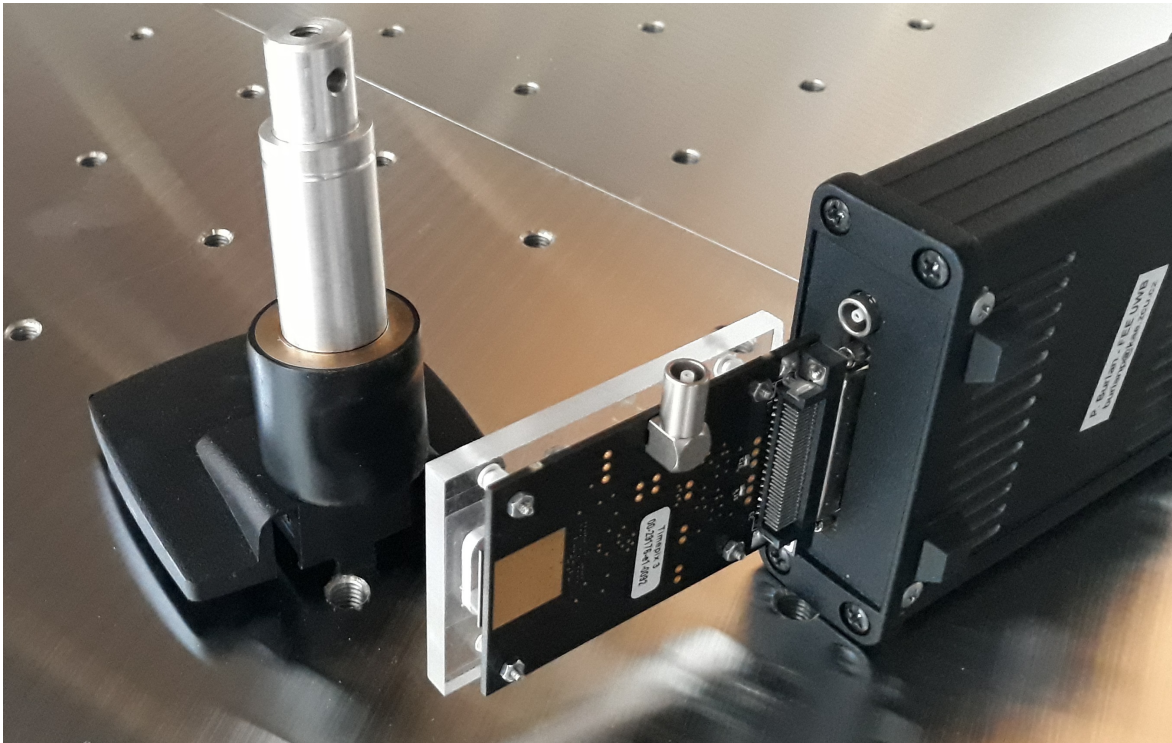


*Obrázek 20: Materiály, které se mohou použít pro kalibraci rentgenovou fluorescencí*

## **7.2 Měření pomocí zdroje ionizujícího záření**

Další z metod pro získání vstupních dat je měření s materiálem, který bez vnějších podmětů je schopen emitovat ionizující záření. Toto záření vzniká při radioaktivním rozpadu. Mezi takové materiály patří například Americium-241, které vzniká v jaderných reaktorech. U této metody není potřeba se vyvarovat přímému svazku záření, jako tomu je u rentgenové metody.

Naopak je přímý svazek záření ze zdroje přímo na detektor žádoucí, ale záleží na intenzitě záření zdroje. Pokud by intenzita byla příliš vysoká, opět by docházelo k přesvícení (viz Obrázek 21).



Obrázek 21: Měření pomocí zdroje ionizujícího záření

## 8 Srovnání standartních kalibračních softwarů

Provedl jsem srovnání vyvinutého softwarového nástroje a programu Katherine – Detector tools, který byl vyvinut také na Západočeské univerzitě v Plzni. Porovnání obou nástrojů jsem provedl ze dvou pohledů. Z pohledu časové náročnosti a z pohledu kvality výsledků kalibrace.

### 8.1 Srovnání časové náročnosti

Aby výsledky získané měřením výpočtového času byly relevantní, je nutnou podmínkou, aby měření bylo prováděno na stejném PC. Měření časové náročnosti bylo provedeno na počítači s procesorem AMD FX-8300 při frekvenci 3,4Ghz. Oba porovnávané softwary mají podobně strukturovaný průběh energetické kalibrace (viz Obrázek 11).

	Vyvíjený kalibrační program		Katherine – Detector tools	
Seřídění clusterů	Cu 1:29 [m:s]	Sn 1:12 [m:s]	Cu 1:45 [m:s]	Sn 1:20 [m:s]
Výpočet gaussovi funkce	20,4 [s]	9,9 [s]	31,6 [s]	29,4 [s]
Výpočet kalibračních koeficientů	1 [s]		1:29 [m:s]	
Výpočet energetických spekter / Verifikace	4 [s] – Cu i Sn		1:47,8 [m:s]	1:19 [m:s]

Tab. 2: Časové srovnání dvou softwarových nástrojů

Pokud si analyzujeme Tab. 2 detailně, tak v části třídění clusterů jsou oba nástroje téměř vyrovnány. Konkurenční program zpracovává i vícepixelové clustery a tak jeho časová náročnost je adekvátní. V části výpočtu gaussovi funkce jsou vidět malé časové rozdíly ve prospěch vyvíjeného kalibračního programu. Rozdíly jsou v řádu desítky procent. Znatelný časový rozdíl je až u sekce výpočtu kalibračních koeficientů. Vyvíjený nástroj využívá rychlých matematických algoritmů (viz 6.6) a paralelizace procesů, protože pro každý pixel je možné počítat kalibrační koeficienty separátně od ostatních. Nejvýznamnější rozdíl časů je při výpočtu energetických spekter (verifikace). U vyvíjeného nástroje trval výpočet pouhé 4 vteřiny. U konkurenčního SW trvala operace v součtu cca 3:06 [m:s]. Časový rozdíl by byl o to větší, kolik by bylo použito zdrojů ionizačního záření.

## 8.2 Srovnání kvality výstupů

Druhým hlediskem jak srovnat SW nástroje pro energetickou kalibraci je srovnání jejich výstupů. Porovnání jsem udělal na spektrum energií, při vypočtené kalibrační funkci pro každý pixel. Lepší výsledek je ten, který se svým gaussovým vrcholem dostane blíže k hodnotě skutečné energie a zároveň gaussovo rozdělení má menší sigmu ( $\sigma$ ).



Srovnání jsem provedl opět na dvou materiálech a to na titanu (Ti) a cínu (Sn). Oba programy pracovaly se stejnými vstupními daty. Snímky obrazovky obou nástrojů jsou v příloze.

	Vyvíjený kalibrační program		Katherine – Detector tools	
	Ti	Sn	Ti	Sn
Skutečná energie [keV]	4,512 [keV]	25,271 [keV]	4,512 [keV]	25,271 [keV]
Vrchol gaussova rozdělení	4,52 [keV]	25,3 [keV]	4.013 [keV]	25,408 [keV]
Sigma gaussova rozdělení	1,12	1,01	0.96	1,213

*Tab. 3: Kvalitativní srovnání dvou softwarových nástrojů*

Z kvalitativního hlediska při porovnání výstupů z programu se výsledky mírně odlišují (Tab. 3). Co se týče vyvíjeného programu, dokáže přesněji provést energetickou kalibraci jednotlivých pixelů. Při porovnávání sigmy ( $\sigma$ ), je to složitější. U titanu má lepší  $\sigma$  nástroj Katherine – Detector tools a u cínu je tomu naopak. Při provádění kalibrace s více materiály (zdroji ionizačního záření), výsledky se mohou drobně odlišovat.

## 9 Závěr

V souladu s vytyčenými cíly bylo navrhnut řešení pro kalibraci částicových detektorů rodiny Medipix/Timepix a vytvořit softwarový nástroj, který je optimalizován z hlediska časového nároku na výpočet a kvalitu výsledků. Následně nástroj otestovat a vložit surové data. Použít tyto data pro provedení energetické kalibrace. Výsledky kalibrace porovnat se stávajícími softwarovými nástroji. V této práci jsou popsány principy detekce energeticky nabitých částic, k čemu slouží kalibrační křivka u pixelových detektorů a numerické metody pro statistické zpracování dat pro výpočet kalibračních konstant.

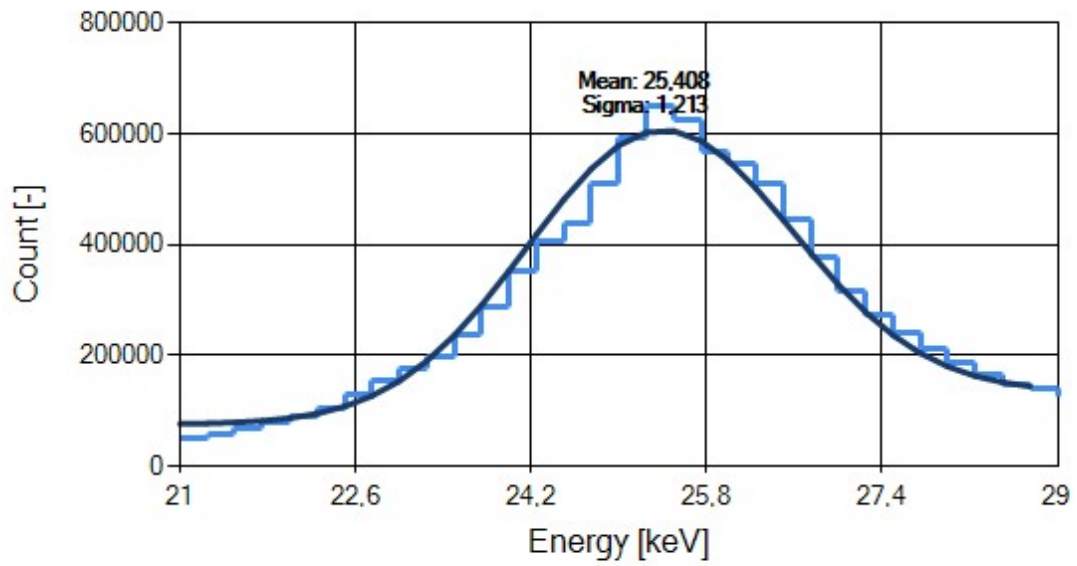
Stěžejním přínosem této práce je časová optimalizace energetické kalibrace částicových detektorů, v porovnání se stávajícím SW nástrojem. Co se týče kvality výsledné kalibrace, jsou zde malé rozdíly. Tyto rozdíly vznikají i při použití stejných vstupních souborů, použitím jiných algoritmů a matematických metod.

# 10 Příloha

Data:

Sn - 25,271 keV

All clusters  1-pixel  2-pixel  3-pixel  4-pixel



X Min 21

X Max 29

Fitting

Clear Fitting

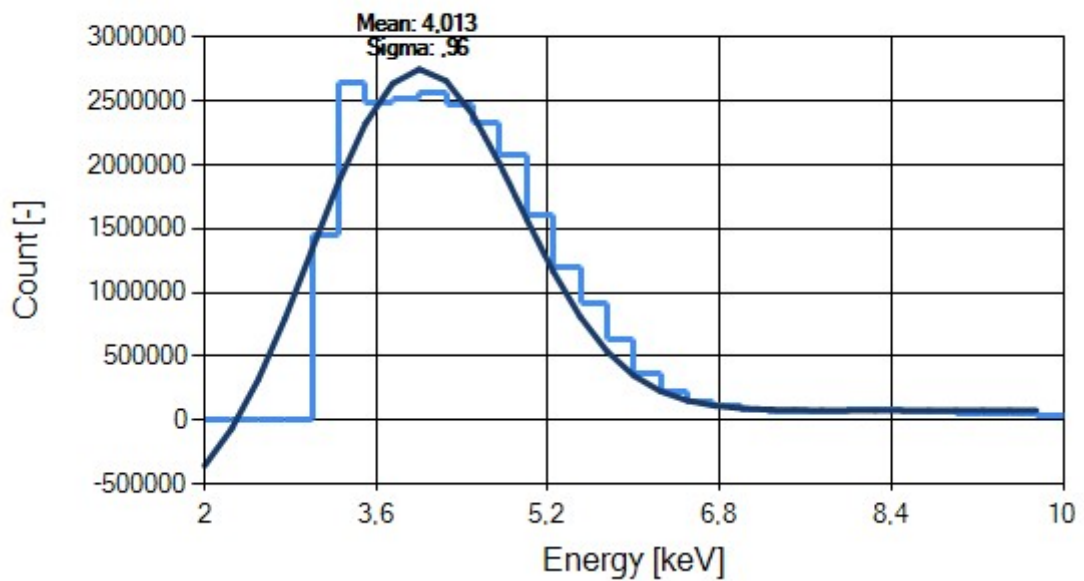
Copy

Save to File

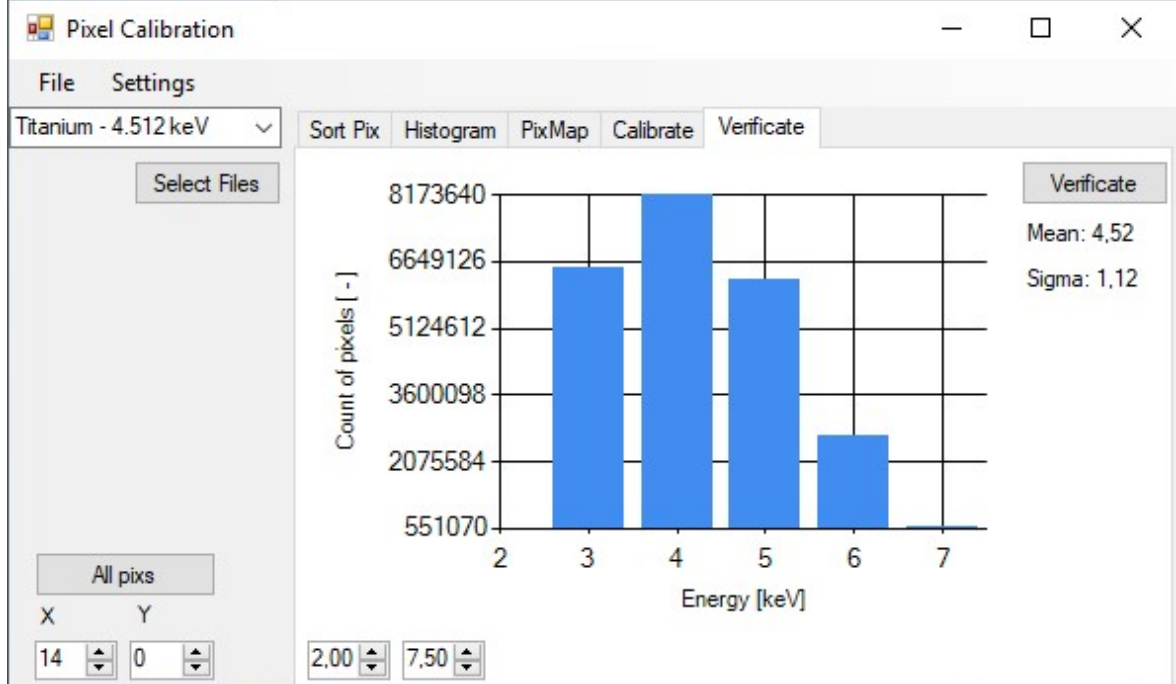
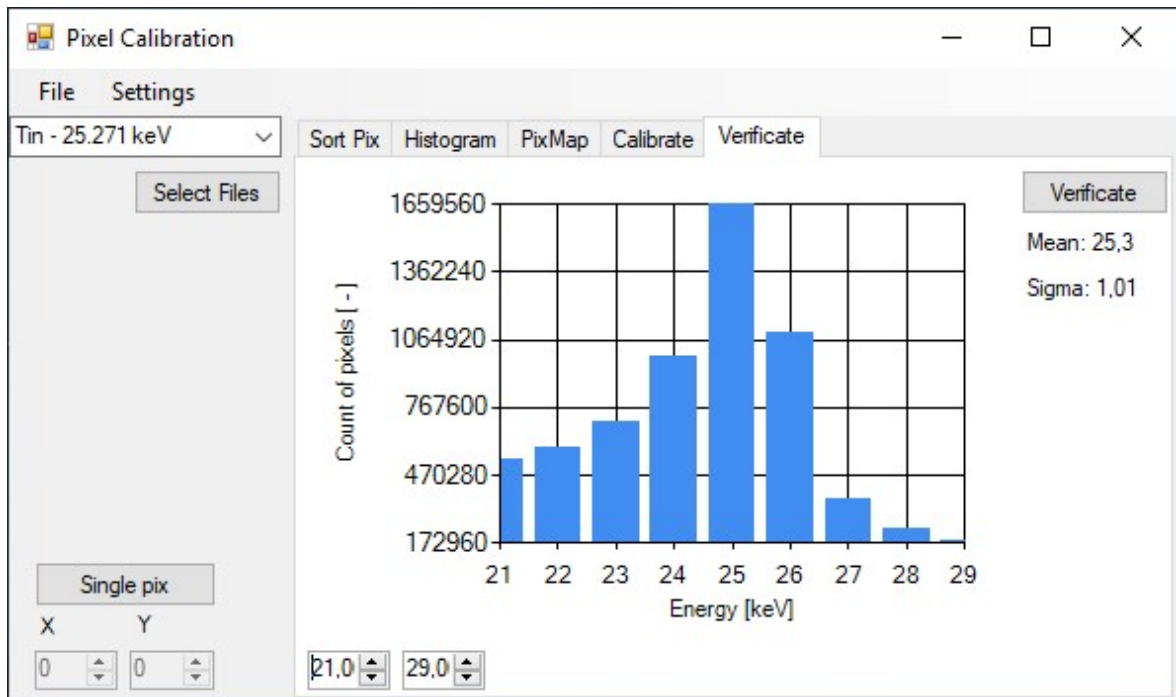
Data:

Ti - 4,512 keV

All clusters  1-pixel  2-pixel  3-pixel  4-pixel







## 11 Seznam symbolů a zkratk

ADC	Analogově digitální převodník
CMOS	Complementary Metal Oxide Semiconductor
Cu	Si značka - měď
eV	elektronvolt
fToA	Doplňující časová značka
FWHM	Full width at half maximum
G-M	Geiger-Müllerův počítač
PC	Personal Computer
PN	Polovodičový přechod
Sn	Si značka - cín
SW	Software
Ti	Si značka - titan
ToA	Time of Arrival – mód detektoru / Hlavní časová značka
ToT	Time over Threshold – mód detektoru
V	volt

## 12 Seznam literatury a informačních zdrojů

- [1] PLATKEVIČ, M., Signal Processing and Data Read-Out from Position Sensitive PixelDetectors. PhD thesis, Czech Technical University in Prague, Czech Republic, 2014.
- [2] Skripta numerika[online] [cit. 01.02.2019]. Dostupné z:  
<http://physics.ujep.cz/~jskvor/NME/DalsiSkripta/Numerika.pdf>
- [3] KRAUS, V. Datové rozhraní pro řízení experimentu a čtení dat z pixelových detektorů. Plzeň. 2015. Disertační práce. Západočeská univerzita v Plzni. Fakulta elektrotechnická. Katedra aplikované elektroniky a telekomunikací.
- [4] R. M. Zain, V. O'Shea, D. Maneuski. Characteristic of x-ray tomography performance using CdTe timepix detektor, 2017, AIP Conference Proceedings 1799, 050013
- [5] LLOPART, X., CAMPBELL, M., DINAPOLI, R. SAN SEGUNDO, D. PERNIGOTTI E. Medipix2 a 64-k pixel readout chip with 55-um square elements working in single photon counting mode, IEEE Trans. Nucl. Sci., 49/2002:2279-83.
- [6] Gaussovo rozdělení [online] [cit. 09.04.2019].  
<https://sites.google.com/site/nuclearremotelaboratory/prepare-the-samples/lesson-1/exp-1-roadsite-plants/analyze-data/gaussian-distribution>
- [7] Ulman, V., Jaderná fyzika a fyzika ionizujícího záření [online] [cit. 09.04.2019],  
<http://astronuklfyzika.cz/index.htm>
- [8] The TimePix Radiation Monitoring System. [online] [cit. 09.04.2019].  
<https://moedal.web.cern.ch/content/timepix-radiation-monitoring-system>
- [9] Musílek L. Jaderná a radiační fyzika. Skripta pro FJFI ČVUT v Praze
- [10] Comptonův rozptyl [online] [cit. 15.4.2019].  
[https://www.wikiskripta.eu/w/Compton%C5%AFv\\_rozptyl](https://www.wikiskripta.eu/w/Compton%C5%AFv_rozptyl)

## 13 Seznam použitých vzorců

- (1) Paralyzující mrtvá doba
- (2) Neparalyzující mrtvá doba
- (3) Fotoelektrický jev
- (4) Gaussova chybová funkce
- (5) Kalibrační křivka
- (6) Výpočet časové značky

## 14 Seznam obrázků

- |             |  |
|-------------|--|
| Obrázek 1.  | Zastoupení interakcí v závislosti na protonovém čísle    |
| Obrázek 2.  | Comptonův rozptyl  |
| Obrázek 3.  | Princip detekce ionizujícího záření                      |
| Obrázek 4.  | Schéma elektroniky detektoru Timepix                     |
| Obrázek 5.  | Vliv mrtvé doby detektoru na odezvousou funkci detektoru |
| Obrázek 6.  | Zpracování informace v různých pracovních módech         |
| Obrázek 7.  | Vizualizace kalibrační křivky                            |
| Obrázek 8.  | Ilustrativní obrázek gauss                               |
| Obrázek 9.  | Gaussova chybová funkce                                  |
| Obrázek 10. | Rentgenová fluorescence                                  |
| Obrázek 11. | Vývojový diagram – postup kalibrace                      |
| Obrázek 12. | Vstupní soubory - hlavička                               |
| Obrázek 13. | Přehled typických clusterů                               |
| Obrázek 14. | Histogram četností zásahů                                |
| Obrázek 15. | Plovoucí okno srovnání                                   |
| Obrázek 16. | Pixelová mapa – četnost zásahů - Cín                     |
| Obrázek 17. | Metoda nejmenších čtverců.                               |
| Obrázek 18. | GM počítač   |
| Obrázek 19. | Měření pomocí rentgenové fluorescence                    |
| Obrázek 20. | Materiály pro kalibraci pomocí rentgenový fluorescence   |
| Obrázek 21. | Měření pomocí zdroje ionizujícího záření                 |