

Posudek diplomové práce  
**Bc. Jana Holečka**

zpracované na téma

## **Řešení kontaktních úloh v elastodynamice pomocí nehladké Newtonovy metody**

Diplomová práce (DP) je zaměřena na řešení úlohy dynamického kontaktu elastického tělesa s tuhou překážkou ve 2D a 3D, a to jak bez tření, tak s třením Coulombova typu. Tématicky tak navazuje na bakalářskou práci diplomanta.

Po krátkém přehledu metod pro popis kontaktu a tření na kontaktní hranici následuje představení nelineárního komplementárního problému (NCP) a je zmíněna jeho souvislost s problémem kontaktu. Protože NCP byl zvolen jako přístup k řešení kontaktní úlohy, je tato úloha přímo formulována v podobě vhodné pro algoritmus řešení NCP, také uvedený v práci podle literatury. Cílem práce byla, kromě prohloubení znalostí diplomanta v oblasti kontaktní mechaniky, také praktická implementace daných algoritmů a numerické řešení příkladů demonstrujících zvládnutí problematiky. Proto DP obsahuje i popis prostorové diskretizace různých variant úlohy (2D, 3D, se třením a bez) metodou konečných prvků a s tím spojené časové diskretizace metodou centrálních diferencí. Algoritmy byly implementovány v programovacím jazyku Python pomocí knihoven SfePy (konečné prvky), NumPy (n-rozměrná pole) a Matplotlib (grafika).

DP je na dobré formální úrovni, a je napsána srozumitelným jazykem. Dané téma je kvalitně zpracováno a ilustrováno pomocí numerických simulací.

Za přínos DP považuji použití algoritmu pro řešení NCP pomocí Fischerovy-Burmeisterovy funkce na úlohu kontaktu a zejména jeho úspěšnou počítačovou implementaci v Pythonu.

**Připomínky k formální stránce** Na práci je bohužel vidět, že byla psána v časové tísní, a tedy obsahuje velké množství překlepů (např. “diskretizace” v názvu dvou kapitol, nebo “hladnká” v klíčových slovech), které zde nebudu dále explicitně uvádět. Za velkým množstvím rovnic chybí interpunkce. Druhý odstavec abstraktu v angličtině není zcela srozumitelný a došlo k záměně “role” místo “problem” a “area” místo “domain”.

### **Věcné připomínky a dotazy**

- Není uveden význam indexu  $i$  v rovnicích v kapitole 2.1.
- Doporučuji (pro snazší orientaci čtenáře) popis souvislosti úlohy kontaktu s nelineárním komplementárním problémem uvést na začátku kapitoly 3.
- Nortonův-Hoffův model tření není v implementaci použit, nicméně ze vztahu (11) mi není jasné, proč se pro  $\rho \rightarrow 0$  blíží ke Coulombovu modelu — není v (11) chyba?
- Lepší, než se pouze odkazovat na Obr. 1 u ilustrace nehladkých bodů NCP funkcí, by bylo vykreslit přímo tyto funkce. Pokud tloušťka červených čar indikuje B- nebo Clarkův subdiferenciál, bylo by to vhodné zmínit v popisu.
- U popisu Algoritmu 1 chybí zmínka, že toto je ona *nehladká Newtonova metoda* z názvu DP.
- V rovnici (25) chybí transpozice v prvním členu u  $\nabla\psi(x_k)$ .
- Nerozumím značení  $\|A_i(x), B_i(x)\|$  ve (26) a dále.
- V odstavci pod (30) má být (30) místo (3.1).
- Obrázek 2: tečný vektor má být  $\tau$ .

- V části 4.1 by bylo vhodné zavést tensor napětí jako  $\sigma_{ij} = D_{ijkl}\epsilon_{kl}$ , neboť by to zjednodušilo zápis (i čtení) většiny rovnic.
- V (37) má být  $\nu_i D_{ijkl}\epsilon_{kl}\nu_j$ , níže  $K_T$  místo  $K_C$ .
- Symboly pro energii ((38) a dále) by neměly být vysázeny tučně.
- Ve (40)  $K_e$ , vztah neobsahuje hustotu?
- Je kompatibilita formulace s NCP důvodem rozložení tečného posuvu v (43) na kladný a záporný směr, nebo to má jiný důvod?
- Bylo by vhodné podrobněji popsat podobu restriktivních matic v (55), takto je jejich význam zřejmý až z (60). Volba písmen  $Y$  pro třetí složky posuvů (obvykle “z”) v lokálním systému souřadnic a  $Z$  pro “in-place” byla pro recenzenta poměrně matoucí.
- Jak byly definovány tečné směry pro lokální systém souřadnic?
- Spojení “vektory složek tečného vektoru v tečné rovině” znamená vektory tvořené první a druhou složkou tečného vektoru v kontaktních uzlech? Zápis (59) není moc šťastný.
- Fakt, že  $\Delta u_Z$  v (60) znamená přírůstek z předchozí časové hladiny by bylo vhodné explicitně zmínit v textu.
- Jaký je důvod značení v (62) a dále? Je to někde použito?
- Zmínka o explicitním řešiči před (68) je zavádějící, neboť matice hmotnosti není diagonální a navíc se řeší v každém časovém kroku NCP.
- Vysvětlíte poznámku o výhodnosti nepřítomnosti matice tuhosti na levé straně soustav na konci kapitoly (4.3), zkoušel jste i plně implicitní schema?
- Příklady:
  - Zatížení bylo vždy aplikováno skokově od začátku výpočtu?
  - 3D úloha se třením, byť jen na dvou elementech, vyžadovala velmi velké množství vyhodnocení matice a pravé strany. Máte představu, co bylo příčinou tak pomalé konvergence? Vadilo, že se měnila množina uzlů v kontaktu, nebo něco jiného?
  - Je pro randomizaci popsanou v kapitole 6.4 nějaké teoretické zdůvodnění?

**Závěr** Domnívám se, že diplomant splnil cíle DP a prokázal jak porozumění náročné teoretické stránce problému, tak schopnost jeho praktické počítačové implementace. Jeho práce plně splňuje požadavky kladené na diplomové práce a i přes výše uvedené, hlavně formální, nedostatky ji hodnotím známkou

**výborně.**

V Plzni, dne 19.6.2019

Robert Cimrman  
NTC, ZČU v Plzni