



Fakulta aplikovaných věd
Katedra mechaniky

Bakalářská práce

MKP model pro simulaci MMB testu kohezivního
rozhraní

Vypracoval: Eduard Šimůnek
Vedoucí práce: Ing. Tomáš Kroupa, Ph.D.

Plzeň, 2019

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem práci vypracoval samostatně s použitím pramenů a zdrojů uvedených na konci bakalářské práce.

V Plzni dne:

Podpis:

Poděkování

Rád bych zde poděkoval vedoucímu práce Ing. Tomáši Kroupovi, Ph.D. za přívětivé vedení práce, podnětné a cenné rady a za čas, který mi věnoval. Také bych rád poděkoval své rodině za psychickou a materiální podporu.

Abstrakt

Tato bakalářská práce se zabývá analýzou namáhání a porušení rozhraní jednosměrových a tkaninových kompozitů na základě standardizovaných testů DCB, ENF a MMB. V této práci byl do nástroje pro simulaci testů pro identifikaci parametrů kohezivních rozhraní, který se dlouhodobě buduje na Katedře mechaniky Fakulty aplikovaných věd, implementován MMB test pro kombinaci módů namáhání I a II. Pro vytvoření modelu a provedení simulace MMB testu v konečnoprvkovém softwaru Abaqus byl vytvořen skript v jazyce Python, který automaticky vytvoří model na základě zadaných parametrů. Rozhraní bylo modelováno kohezivním kontaktem. Na základě dalších prací zabývajících se obdobnou problematikou, byl jako jeden z parametrů popisující chování kohezivního kontaktu zvolen parametr rychlosti uvolňování deformační energie vnitřních sil G . Kritické hodnoty tohoto parametru pro směry nn , ss a tt se získají provedením testů DCB a ENF a slouží jako vstupní parametry pro MMB test. MMB test je poté využit pro ověření a zpřesnění podmínek pro iniciaci poškození a postupné poškozování při kombinovaném namáhání spoje.

klíčová slova: porušení rozhraní, DCB, ENF, MMB, Abaqus, módy namáhání rozhraní, kohezivní kontakt, rychlosti uvolňování deformační energie vnitřních sil G , jednosměrový kompozit, kompozit tvořený tkaninou, metoda konečných prvků

Abstract

This bachelor's thesis deals with the analysis of interface failure of unidirectional and/or fabric composites. Analysis is based on standardized DCB, ENF and MMB tests. In this work, MMB test for combination of stress I and II was implemented into the tool for identification of material parameters of cohesive interfaces, which has been long-term building at the Department of Mechanics of the Faculty of Applied Sciences. To create the MMB model and perform a simulation in finite element software Abaqus, a script was created in Python for automated building of the model with respect to parameters defined. The interface was created as cohesive contact. Based on other works dealing with similar problematics, strain energy release rate G was chosen as one of the parameters describing the behavior of cohesive contact. Critical values of G in nn , ss and tt directions are obtained by performing tests DCB and ENF and it is used as input parameters for MMB test. The MMB test is then used to verify and refine the conditions for damage initiation and gradual damage during combined joint stress.

key words: interface failure, DCB, ENF, MMB, Abaqus, fracture modes, cohesive contact, strain energy release rate G , unidirectional composite, fabric composite, finite element method

Obsah

1	Úvod	6
2	Porušení rozhraní	7
2.1	Módy porušení rozhraní	7
2.2	Parametr rychlosti uvolňování deformační energie vnitřních sil G . . .	7
3	Základní testy rozhraní	10
3.1	Mód I (DCB - double cantilever beam)	10
3.2	Mód II (ENF - end notched flexure)	12
3.3	Kombinace módů I/II (MMB - mixed mode bending)	14
4	Materiálové modely	17
4.1	Materiálový model pro kompozit	17
4.1.1	Jednosměrový kompozit	17
4.1.2	Kompozit tvořený tkaninou	19
4.2	Materiálový model pro rozhraní	19
4.3	Vztah módů I, II, III vůči směrům nn, ss, tt	22
5	MKP model MMB testu	24
6	Porovnání simulací s výsledky z literatury	26
6.1	Materiálové parametry a rozměry	26
6.2	Výsledky testů DCB, ENF a MMB	28
6.3	Vliv typu prvku	31
6.4	Vliv materiálových parametrů kohezivního rozhraní	32
6.4.1	Vliv parametru k_{nn}	33
6.4.2	Vliv parametru k_{ss} a k_{tt}	34
6.4.3	Vliv parametru t_{nn}^0	35
6.4.4	Vliv parametru t_{ss}^0 a t_{tt}^0	36
6.4.5	Vliv parametru G_{nn}^c	37
6.4.6	Vliv parametru G_{ss}^c a G_{tt}^c	38
7	Závěr	39

1 Úvod

Rozhraní je spojení dvou poddajných materiálů, které mají vysokou tuhost, jiným materiálem. Rozhraním tedy může být například lepidlo spojující dva výrobky, nebo mezivrstva v laminátech. Rozhraní se výrazně podílí na pevnosti celkového výrobku. V rozhraní, kde může být kompozit mechanicky nejslabší, často dochází k porušení (delaminaci), tedy k tvorbě trhliny a jejího následného šíření. Nedokonalost rozhraní mezi jednotlivými vrstvami kompozitní struktury, se běžně považuje za jeden z faktorů negativně ovlivňující pevnost kompozitu. Nedokonalosti rozhraní mohou vzniknout například nedostatečnou přilnavostí vrstev, nepřesnou výrobou, změnou teploty nebo vlhkosti.

Reálné rozhraní kompozitů je v této práci modelováno v MKP modelu kohezivním kontaktem. Kohezivní model lze použít právě například pro modelování lepidel, lepených spojů, mezivrstvy v laminátech nebo modelů záplat a těsnění. Vlastnosti kohezivního kontaktu jsou popsány materiálovými parametry rozhraní. Pro jejich určení se používají standardizované testy, které jsou blíže popsány v kapitole 3.

Cílem této práce bylo především implementování MMB testu do nástroje pro simulaci testů pro identifikaci parametrů kohezivních rozhraní, který se dlouhodobě buduje na KME [6]. Nástroj má být schopen na základě zadaných geometrických a materiálových parametrů vzorku vytvořit ve zvoleném konečno-prvkovém systému standardizované testy DCB, ENF, MMF a MMB, vyhodnotit materiálové parametry, vykreslit odpovídající grafy s výsledky, případně porovnat výsledky modelu s experimentem.

2 Porušení rozhraní

Porušení kompozitní struktury, tedy vznik a následné šíření trhliny, nastává často v rozhraní. Obecně se jedná o úlohu lomové mechaniky, kde dochází ke kompletnímu porušení rozhraní. Proto se k vyjádření jednotlivých pevnostních kritérií, která rozhodují o šíření trhliny, využívají parametry lomové mechaniky, jako je například rychlost uvolňování deformační energie vnitřních sil G , nebo součinitel intenzity napětí K . Jak již bylo dříve zmíněno, v této práci je skutečné rozhraní modelováno kohezivním modelem rozhraní (CZM - cohesive zone model). Toto fiktivní rozhraní je definováno pomocí parametrů kritických hodnot rychlostí uvolňování deformační energie vnitřních sil G^c a napětí v daných směrech. Model kohezivního rozhraní je podrobněji popsán v kapitole 4.2.

2.1 Módy porušení rozhraní

Pro úlohu lomové mechaniky se rozlišují tři základní módy porušení rozhraní a jejich případná kombinace. Jednotlivé módy porušení se liší směrem zatížení vůči orientaci čela trhliny i vůči rovině trhliny. Jako rovina trhliny se předpokládá právě rovina rozhraní, v níž se trhlina i dále šíří. Základní módy porušení lze vidět na obrázku 1. Pro mód I platí, že zatížení působí ve směru kolmém na čelo i na rovinu trhliny. Při namáhání módem II je zatížení orientováno rovnoběžně s rovinou trhliny a kolmo na čelo trhliny. Mód III označuje stav, při kterém je zatížení rovnoběžné s rovinou trhliny i s čelem trhliny. Kombinace těchto základních módů se využívá při popisu obecného namáhání. Základní standardizované testy, pomocí kterých se analyzuje šíření trhliny jsou zmíněny v kapitole 3.

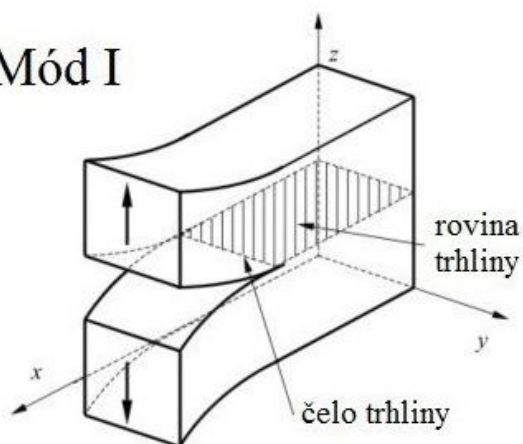
2.2 Parametr rychlosti uvolňování deformační energie vnitřních sil G

V této práci byl jako výchozí parametr, pomocí kterého se popisuje šíření trhliny, vybrán parametr rychlosti uvolňování deformační energie vnitřních sil G , protože je aplikován i v dalších pracích, které se věnují obdobné problematice [6, 7, 8]. Pro případ nosníku je parametr G obecně definován na základě změny potenciální energie deformace vnitřních sil $d\pi$

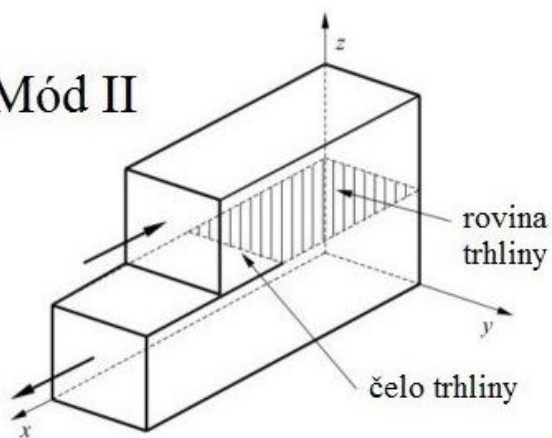
$$G = -\frac{1}{b} \frac{d\pi}{da}, \quad (1)$$

kde b je šířka vzorku a a je délka trhliny vzorku. Délka trhliny se obvykle měří od podpory směrem do středu vzorku. Rovnici (1) můžeme při použití poddajnosti C převést do tvaru [6]

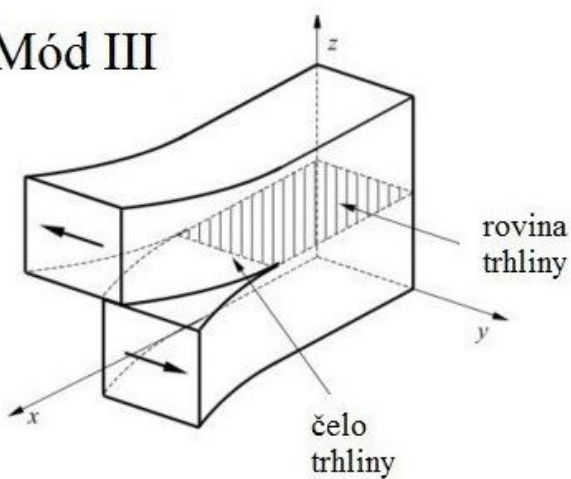
Mód I



Mód II



Mód III



Obrázek 1: Základní módy porušení rozhraní [9]

$$G = \frac{F^2}{2b} \frac{dC}{da}, \quad (2)$$

kde poddajnost C je určena charakteristickým posuvem δ v místě působícího zatížení F

$$C = \frac{\delta}{F}. \quad (3)$$

Řešení rovnice (1) bude v následující kapitole vždy uvedeno pro konkrétní test.

3 Základní testy rozhraní

Pro stanovení materiálových parametrů rozhraní existuje řada standardizovaných testů, které řadíme do skupin podle módů namáhání. Nejpoužívanějším testem pro určení parametrů rozhraní, které souvisejí s módem namáhání I je test DCB (double cantilever beam). Materiálové parametry pro mód II lze získat z několika testů, například ENF (end notched flexure), ELS (end loaded split), FENF (four point end notched flexure) nebo ONF (over notched flexure). Pro mód III lze použít například test ECT (edge crack torsion). Pro kombinaci módů I a II existují například testy ADCB (asymmetrically loaded DCB), CLS (cracked lap shear), DENF (double end notched flexure), MMB (mixed mode bending), MMF (mixed mode flexure), SCB (single cantilever beam) nebo SLB (single leg bending).

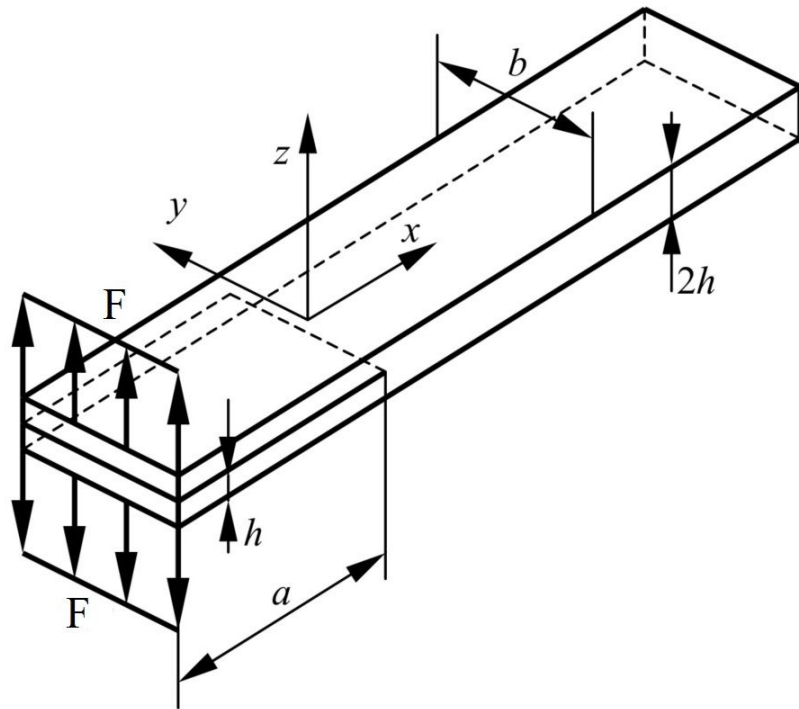
Tato práce se zabývá MMB testem pro kombinaci módů I a II. Hlavní výhodou MMB testu je možnost zatížení vzorku zvoleným poměrem módů I a II. Také jsou zde uvedeny testy DCB a ENF, ze kterých lze odvodit potřebné parametry pro MMB test (viz kapitola 3.3).

3.1 Mód I (DCB - double cantilever beam)

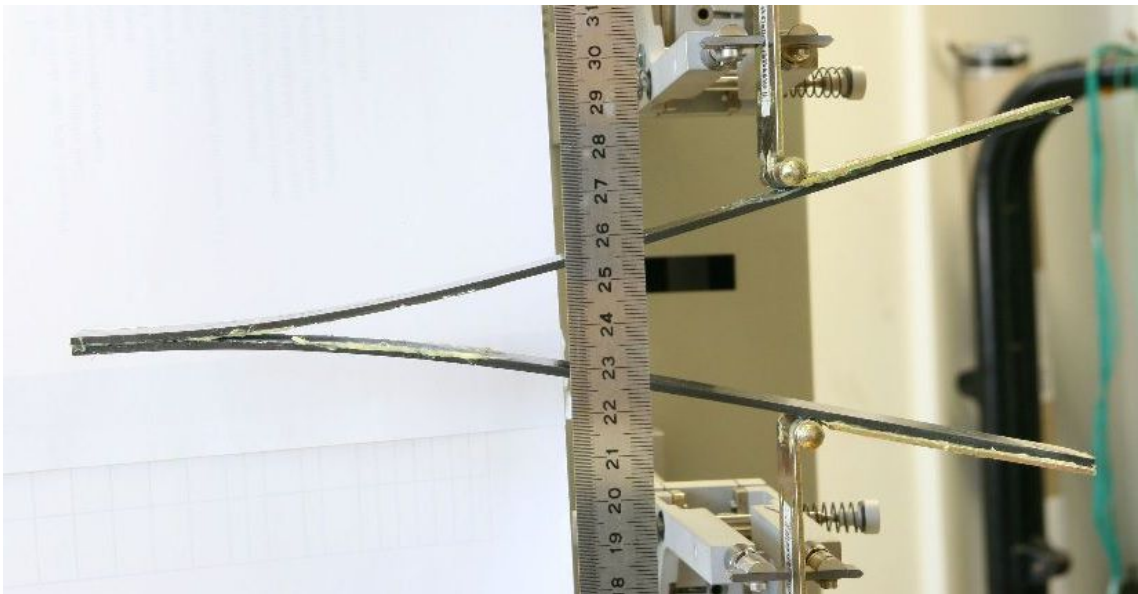
Schéma DCB testu je zobrazeno na obrázku 2. Vzorek, který má délku l , šířku b , tloušťku $2h$ a trhlinu s počáteční délkou a , je uložen volně. Na vzorek jsou na straně trhliny přilepeny panty, přes které je na vzorek aplikováno proti sobě působící osově zatížení F rovnoběžně s osou z . Zatížení dle definice módu I působí kolmo na rozhraní i na čelo trhliny, proto v rozhraní nedochází ke smykovému namáhání. Rozhraní, ve kterém se šíří trhlina, je po celé délce rovnoběžné se střednicí vzorku. Parametr G pro mód I lze vypočítat jako

$$G_I^c = \frac{12F^2a^2}{b^2h^3E_x}, \quad (4)$$

kde F je aplikované osově zatížení, a je počáteční délka trhliny, b je šířka vzorku, h označuje polovinu tloušťky vzorku a E_x je modul pružnosti v tahu ve směru osy x .



(a) Schéma [9]



(b) Experiment [6]

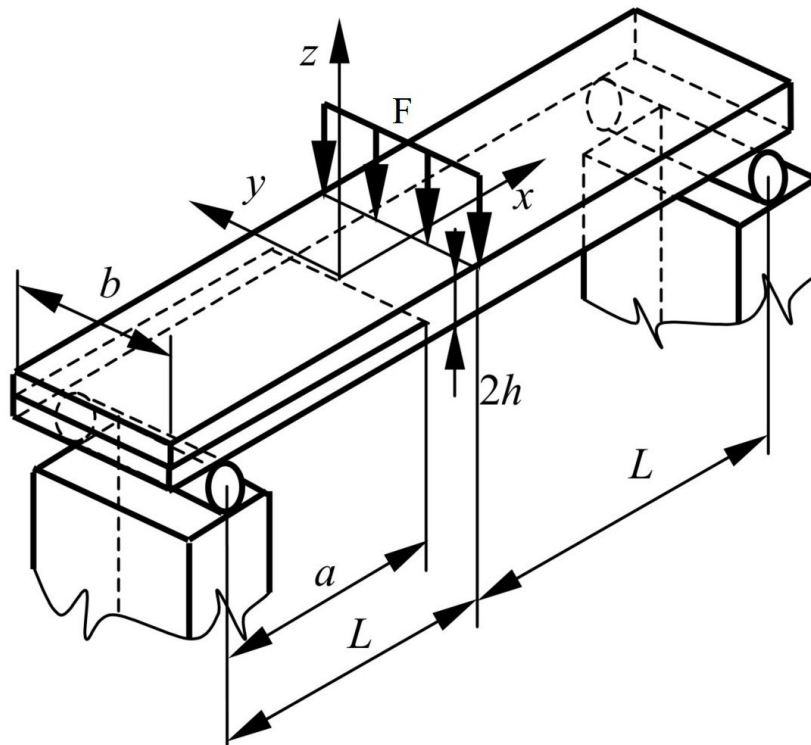
Obrázek 2: Test DCB

3.2 M3d II (ENF - end notched flexure)

V3ychodou ENF testu je snadn3e uchycen33 vzorku i proveden33 zat3izen33. Sch3ema ENF testu je zobrazeno na obr3azku 3. Na dvou v3alcov3ych podpor3ach, kter3e maj33 rozte33 o velikosti $2L$, je um33st3en vzorek o tlou33st3ce $2h$ a šířce b . Vzorek je proti sm3eru osy z nam3ah3an osov3ym zat3izen3m F uprostred vzorku. Vzorek j33z obsahuje trhlinu, jej33z po33ate33n33 d3elka a je men3333 ne33 polovina rozte33e v3alcov3ych podpor L . P3redpokl3ad33 se, že v rozhran33 vzorku, kter3e je rovnob3e33n3e se st3redn33 plochou vzorku, se b3ehem testu šíř33 trhlina. B3ehem zat3izen33 m333e b33t probl3emem posunut33 vzorku ve sm3eru osy x nebo vliv t3ren33 v mezivrstv3e poru33en33ho rozhran33, kter3e m33 za n33sledek disipaci energie. S vyu33it33m vztahu (3) pro poddajnost nosn33ku a Eulerovo-Bernoulliho teorie pro ohyb nosn33ku m333eme ur33dit kritickou hodnotu parametru rychlosti uvolňov33n33 deforma33n33 energie [6]:

$$G_{II}^c = \frac{9F^2 a^2}{16b^2 h^3 E_x}, \quad (5)$$

kde F je aplikovan3e osov3e zat3izen33, a je po33ate33n33 d3elka trhliny, b je šířka vzorku, h ozna33uje polovinu tlou33st3ky vzorku a E_x je modul pru33nosti v tahu ve sm3eru osy x .



(a) Schéma [9]



(b) Experiment [6]

Obrázek 3: Test ENF

3.3 Kombinace módů I/II (MMB - mixed mode bending)

Jak již bylo zmíněno, hlavní výhodou MMB testu je, že lze zatěžovat vzorek ve zvoleném poměru módů I a II. Schéma MMB testu je zobrazeno na obrázku 4. Na vzorek, který má tloušťku $2h$ a šířku b , jsou přilepeny dva panty (nebo dvě kovové kostky) na straně vzorku, kde je již trhlina s počáteční délkou a , která je menší než vzdálenost L . Pant na horní straně vzorku je spojen se silnostěnným nosníkem, který obsahuje také výčnělek s válcovitým zakončením, díky kterému silnostěnný nosník namáhá vzorek na ohyb. Výčnělek je umístěn ve vzdálenosti L od pantu, tedy uprostřed vzorku. Spodní pant zajišťuje pevné připojení vzorku k rámu. Na druhém konci je vzorek volně položen na válcové podpoře. Na silnostěnný nosník působí proti směru osy z osově zatížení F ve vzdálenosti c od středu vzorku ve směru osy x .

MMB test je superpozicí testů DCB a ENF. Schematicky je princip superpozice ukázán na obrázku 5. Hmotnost silnostěnného nosníku je ve srovnání s osovým zatížením F zanedbatelná. Vzdálenost osového zatížení c stanovuje velikosti dílčích zatížení F_I a F_{II} :

$$F_I = \frac{3c - L}{4L} F, \quad (6)$$

$$F_{II} = \frac{c + L}{L} F. \quad (7)$$

Odvození vztahu pro parametry rychlosti uvolňování deformační energie G_I^c a G_{II}^c získáme dosazením vztahu (6) do (4) a (7) do (5):

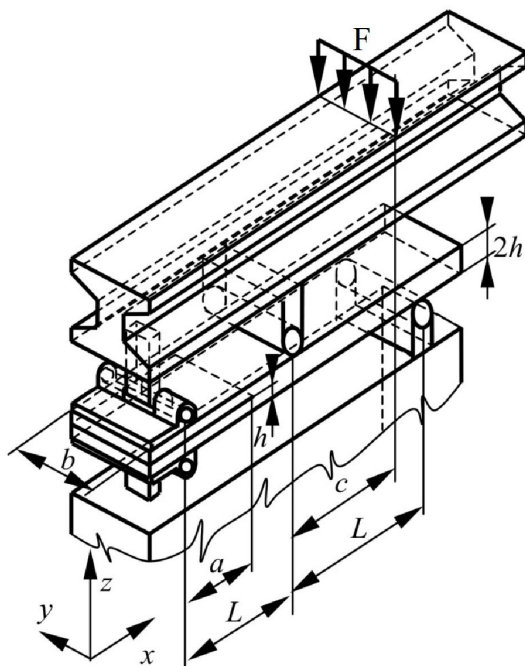
$$G_I^c = \frac{3F^2 a^2 (3c - L)^2}{4b^2 h^3 L^2 E_x}, \quad (8)$$

$$G_{II}^c = \frac{9F^2 a^2 (c + L)^2}{16b^2 h^3 L^2 E_x}, \quad (9)$$

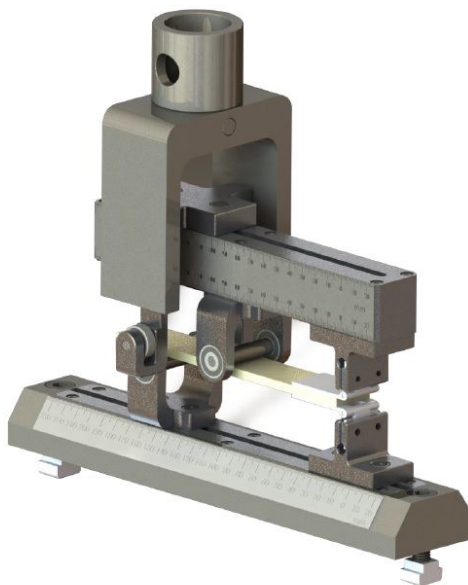
kde F je aplikované osově zatížení, a je počáteční délka trhliny, L je polovina měřené délky vzorku, c udává vzdálenost osového zatížení od středu vzorku, b je šířka vzorku, h označuje polovinu tloušťky vzorku a E_x je modul pružnosti v tahu ve směru osy x . Ze vztahů (8) a (9) získáme poměr módů G_{II}/G_T :

$$\frac{G_{II}}{G_T} = \frac{G_{II}}{G_I + G_{II}} = \frac{3(c + L)^2}{3(c + L)^2 + 4(3c - L)^2}, \quad c \geq \frac{L}{3}. \quad (10)$$

Pro $c < \frac{L}{3}$ není zatížení módem I dostatečně velké k rozevření trhliny a tento stav tak odpovídá čistě módu II [10]. Poměr módů G_{II}/G_T je nezávislý na počáteční délce trhliny a i na osovém zatížení F . Poměr módů G_{II}/G_T nabývá hodnot od 0 do 1, kde 0 odpovídá čistě módu I, ke kterému se limitně přiblížíme se zvyšující se hodnotou c . $G_{II}/G_T = 1$ odpovídá čistě módu II, který nastane při $c = \frac{L}{3}$. Závislost

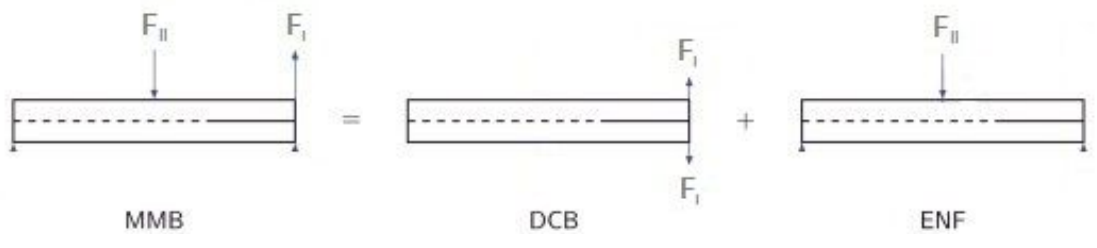


(a) Schéma [9]



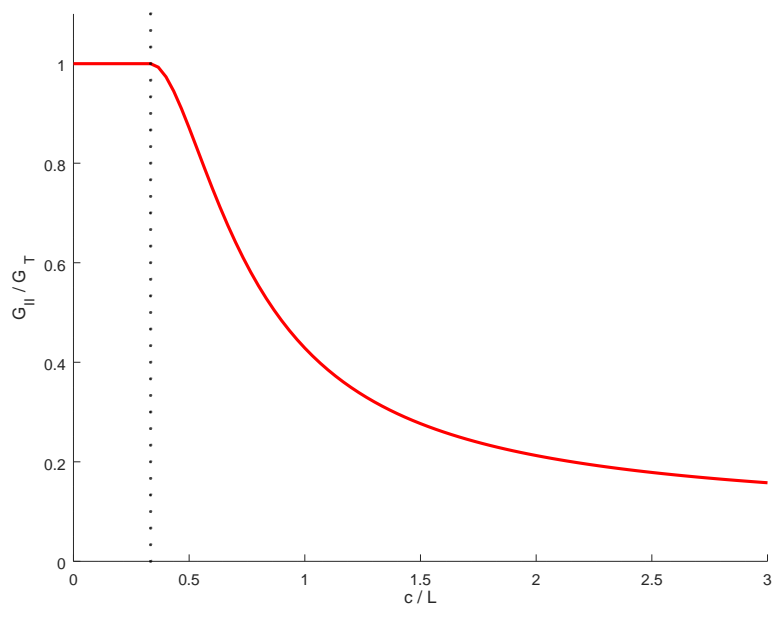
(b) Experiment [11]

Obrázek 4: Test MMB



Obrázek 5: Superpozice MMB

poměru vzdálenosti c ku délce nosníku L vůči poměru módů G_{II}/G_T lze vidět na obrázku 6.



Obrázek 6: Závislost G_{II}/G_T na vzdálenosti c

4 Materiálové modely

V této kapitole jsou popsány materiálové modely, které byly potřeba k vytvoření konečno-prvkového modelu MMB testu. Nejprve je definován materiálový model pro kompozit, kterým se rozumí kompozitní vzorek složený ze dvou spojených částí. Spojení těchto částí zajišťuje rozhraní, například mezivrstva v laminátu nebo lepidlo, které je v této práci definováno pomocí modelu kohezivního rozhraní. V závěru kapitoly je naznačena problematika přiřazení módů zatěžování I, II a III k souřadnicovému systému (nn, ss, tt) .

4.1 Materiálový model pro kompozit

Spojené části vzorku jsou zde uvažovány jako lineárně pružný materiálový model. Konstitutivní vztah, kterým rozumíme relaci mezi napjatostí určenou tenzorem napětí (zapsaný ve formě vektoru $\boldsymbol{\sigma}$) a deformací určenou tenzorem přetvoření (zapsaný ve formě vektoru $\boldsymbol{\varepsilon}$), má v souřadnicovém systému materiálových os kompozitu $\mathbf{O}(1, 2, 3)$ tvar zobecněného Hookeova zákona

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{C}\boldsymbol{\varepsilon}, \quad \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} = \mathbf{C} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix}, \quad (11)$$

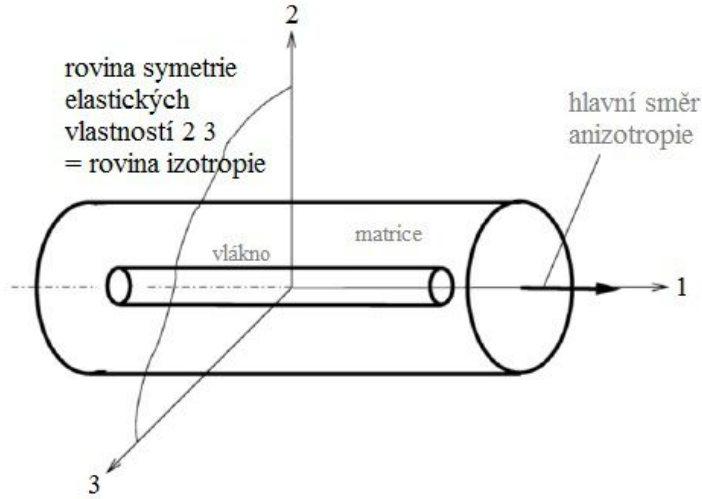
kde σ_i jsou normálové a smykové napětí, \mathbf{C} je symetrická matice materiálových konstant a ε_i jsou zkosy. Rovnici (11) lze vyjádřit inverzním tvarem

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{S}\boldsymbol{\sigma}, \quad (12)$$

kde $\mathbf{S} = \mathbf{C}^{-1}$ je matice materiálové poddajnosti.

4.1.1 Jednosměrový kompozit

U příčně izotropního materiálu je jedna rovina symetrie elastických vlastností zároveň rovinou izotropie, ve které jsou stejné elastické vlastnosti ve všech směrech (obrázek 7). V praxi tomu tak bývá například u jednosměrových kompozitů. Pokud je rovina 23 v souřadnicovém systému $\mathbf{O}(1, 2, 3)$ rovinou izotropie, konstanty pružnosti znamenají:



Obrázek 7: Příčně izotropní materiál

E_1	Modul pružnosti v tahu ve směru vláken
$E_2 = E_3$	Moduly pružnosti v rovině izotropie
$G_{12} = G_{13}$	Moduly pružnosti ve smyku v rovinách kolmých k rovině izotropie
G_{23}	Modul pružnosti ve smyku v rovině izotropie
$\nu_{12} = \nu_{13}$	Poissonova čísla ve směru kolmém k rovině izotropie
ν_{23}	Poissonovo číslo v rovině izotropie

Materiál se tedy v rovině 23 chová izotropně, proto pro modul pružnosti ve smyku v rovině izotropie platí vztah

$$G_{23} = \frac{E_2}{2(1 + \nu_{23})} = \frac{E_3}{2(1 + \nu_{32})} \quad (13)$$

Matice \mathbf{S} pak obsahuje pět nezávislých prvků a použijeme-li konstanty pružnosti, můžeme Hookův zákon v inverzním tvaru (12) přepsat na

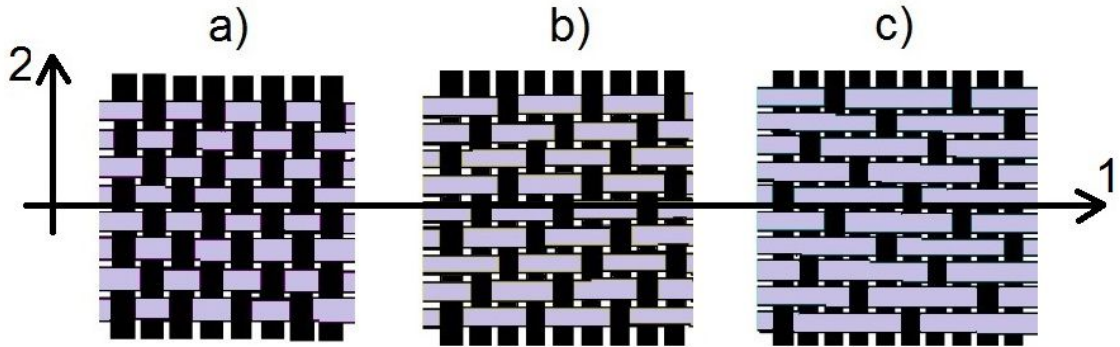
$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & \frac{-\nu_{12}}{E_1} & \frac{-\nu_{12}}{E_1} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & \frac{-\nu_{23}}{E_2} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu_{12}}{E_1} & \frac{-\nu_{23}}{E_2} & \frac{1}{E_2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{2(1+\nu_{23})}{E_2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix}, \quad (14)$$

kde je jednosměrový kompozit popsán pěti nezávislými materiálovými konstantami $E_1, E_2, G_{12}, \nu_{12}, \nu_{23}$.

4.1.2 Kompozit tvořený tkaninou

Kromě jednosměrových vláken se v praxi často jako výztuž kompozitu využívá tkanina. Základní typy vazeb tkaniny, mezi které patří plátňová, keprová a saténová vazba, lze vidět na obrázku 8, kde osa 1 odpovídá směru osnovy a směr osy 2 označuje směr útku. Potom například pro plátňovou vazbu znamenají konstanty pružnosti

$E_1 = E_2$	Moduly pružnosti ve směru osnovy (útku)
E_3	Modul pružnosti ve směru kolmém k rovině 12
G_{12}	Modul pružnosti ve smyku v rovině 12
$G_{13} = G_{23}$	Moduly pružnosti ve smyku v rovinách kolmých k rovině 12
ν_{12}	Poissonovo číslo v rovině 12
$\nu_{13} = \nu_{23}$	Poissonova čísla ve směru kolmém k rovině 12



Obrázek 8: Druhy tkaninové vazby: a) plátňová b) keprová c) saténová

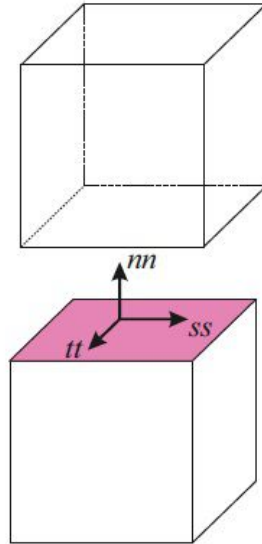
Při použití konstant pružnosti, můžeme Hookův zákon v inverzním tvaru (12) přepsat na

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & \frac{-\nu_{12}}{E_1} & \frac{-\nu_{13}}{E_1} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_1} & \frac{-\nu_{13}}{E_1} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu_{13}}{E_1} & \frac{-\nu_{13}}{E_1} & \frac{1}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{13}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{13}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix}, \quad (15)$$

4.2 Materiálový model pro rozhraní

Materiálový model rozhraní je v následně prezentovaném modelu aplikován do kohezivního kontaktu. Kohezivní kontakt se používá především v případech modelování

rozhraní o malé tloušťce. Kohezivní kontakt je v této práci definovaný po částech lineárními konstitutivními vztahy mezi napětím a posuvem (traction-separation law). Tato závislost popisuje chování kohezivního spoje při primárním zatížení, vzniku a šíření trhliny až k případnému porušení. Pro obecnou třídimenziální úlohu v souřadnicovém systému $\mathbf{O}(nn, ss, tt)$ (Obrázek 9) lze psát

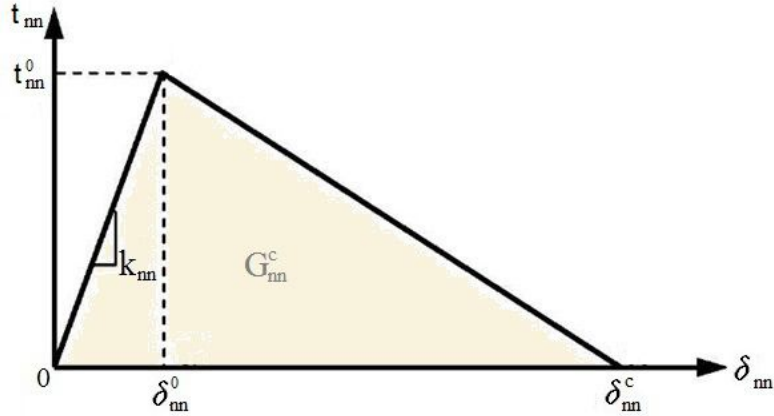


Obrázek 9: Souřadnicový systém os $\mathbf{O}(nn, ss, tt)$

$$\mathbf{t} = \mathbf{K}\boldsymbol{\delta}, \quad \begin{bmatrix} t_{nn} \\ t_{ss} \\ t_{tt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{nn} & k_{ns} & k_{nt} \\ k_{ns} & k_{ss} & k_{st} \\ k_{nt} & k_{st} & k_{tt} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_{nn} \\ \delta_{ss} \\ \delta_{tt} \end{bmatrix}, \quad (16)$$

kde \mathbf{t} je vektor napětí, jehož složky t_{nn}, t_{ss}, t_{tt} [Pa] vyjadřují aktuální napětí v normálovém směru (nn) a tečných směrech (ss, tt). \mathbf{K} je matice tuhosti kohezivního rozhraní, která určuje chování spoje před iniciací poškození. Zde prvky k_{ij} [Pa/m] jsou tuhosti spojů v odpovídajících směrech. Vektor relativních posuvů (separací) $\boldsymbol{\delta}$, jehož složky jsou $\delta_{nn}, \delta_{ss}, \delta_{tt}$ [m], vyjadřuje separace v normálovém směru (nn), resp. tečných směrech (ss, tt). Pro popis obvyklejšího problému a současně kvůli snížení počtu identifikovaných parametrů matice \mathbf{K} se používá bilineární konstitutivní vztah mezi napětím a posuvem ve tvaru

$$\begin{bmatrix} t_{nn} \\ t_{ss} \\ t_{tt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{nn} & 0 & 0 \\ 0 & k_{ss} & 0 \\ 0 & 0 & k_{tt} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_{nn} \\ \delta_{ss} \\ \delta_{tt} \end{bmatrix} \quad (17)$$



Obrázek 10: Traction-separation law pro směr nn

Na obrázku 10 lze vidět závislost mezi napětím a posuvem (traction-separation law) v normálovém směru nn . Pro tečné směry (ss, tt) platí stejný vztah jen s příslušnou záměnou indexů dle zvoleného směru. Zde t_{nn}^0 označuje maximální napětí v normálovém směru nn , při kterém dojde k iniciaci poškození kohezivního rozhraní. Tuhost spoje se začne měnit (snižovat), přestože plastické deformace zůstávají stále nulové, protože v materiálovém modelu uvažujeme pouze elastické deformace. δ_{nn}^c je kritickou hodnotu separace, při jejíž dosažení dojde k porušení spoje. Plocha pod křivkou na obrázku 10 odpovídá parametru G_{nn}^c . Pro obecné namáhání ve směrech nn a ss lze bilineární konstitutivní vztahy (traction-separation law) vidět na obrázku 11.

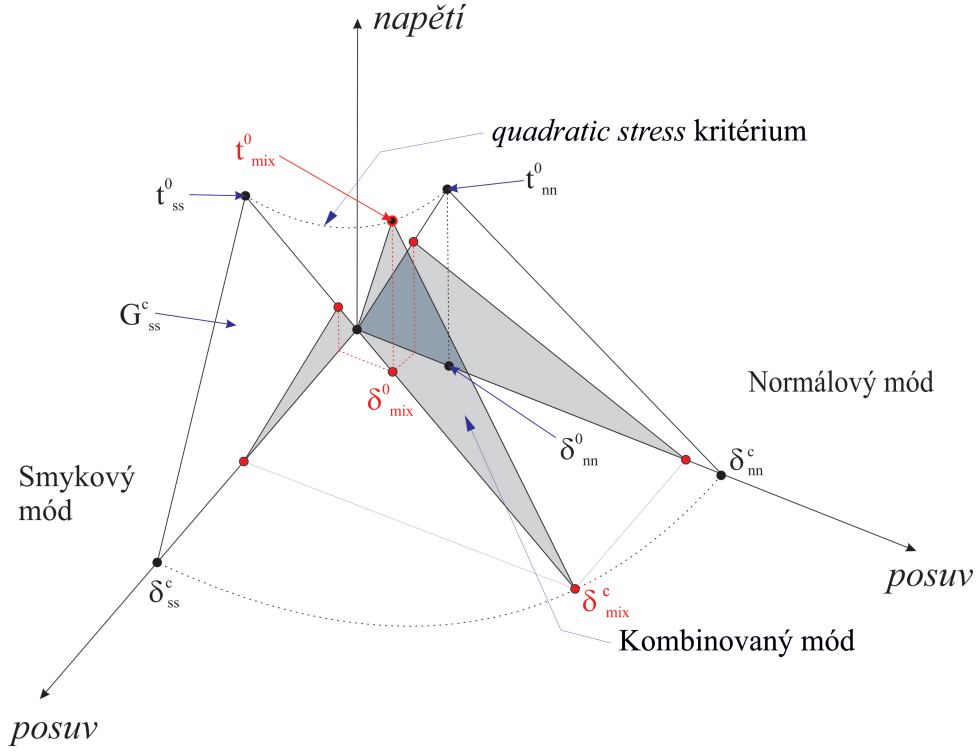
Zatěžujeme-li vzorek kombinací módů I, II, nebo III, k iniciaci a šíření poškození může dojít dříve, než některá složka napětí nabyde kritické hodnoty. Proto se pro popis tohoto problému používají různá pevnostní kritéria. *Quadratic stress criterion* udávající stav, při kterém dojde k iniciaci poškození kohezivního rozhraní (na obrázku 11 hodnoty $t_{nn}^0, t_{ss}^0, t_{tt}^0$), má tvar

$$\left(\frac{t_{nn}}{t_{nn}^0}\right)^2 + \left(\frac{t_{ss}}{t_{ss}^0}\right)^2 + \left(\frac{t_{tt}}{t_{tt}^0}\right)^2 = 1. \quad (18)$$

Kritická hodnota separace δ^c při obecném namáhání módem I a II, při níž se spoj poruší, udává rozšířené pevnostní kritérium *power law*, které má tvar

$$\left(\frac{G_{nn}}{G_{nn}^c}\right)^\alpha + \left(\frac{G_{ss}}{G_{ss}^c}\right)^\alpha + \left(\frac{G_{tt}}{G_{tt}^c}\right)^\alpha = 1, \quad (19)$$

kde G_{nn} je parametr rychlosti uvolňování deformační energie vnitřních sil v normálovém směru, G_{ss} a G_{tt} jsou parametry rychlosti uvolňování deformační energie vnitřních sil v tečných směrech. G_{nn}^c, G_{ss}^c a G_{tt}^c jsou kritické hodnoty parametrů G_{nn}, G_{ss} a G_{tt} a α je koeficient kritéria *power law*.



Obrázek 11: Schéma situace při kombinovaném zatížení [6]

4.3 Vztah módů I, II, III vůči směrům nn, ss, tt

Zatímco model kohezivního rozhraní a všechny jeho parametry jsou zavedeny v souřadnicovém systému nn, ss, tt , jak lze vidět na obrázku 9, pevnostní kritéria pro parametry G a také samotné módy zatížení standardizovaných testů jsou definovány v systému parametrů s označením I, II, III. Souřadnicový systém nn, ss, tt není to samé jako „systém“ I, II, III. Z definice jednotlivých módů zatížení vyplývá, že abychom mohli správně přiřadit odpovídající módy nebo kombinaci módů k obecně namáhanému rozhraní, musíme znát rovinu i čelo trhliny. Například standardizované testy DCB a ENF jsou vytvořeny tak, že je možné jednoznačně určit rovinu i čelo trhliny a šíření trhliny probíhá v symetrickém prostředí, kde rovinou symetrie je právě rozhraní mezi kompozitními vrstvami.

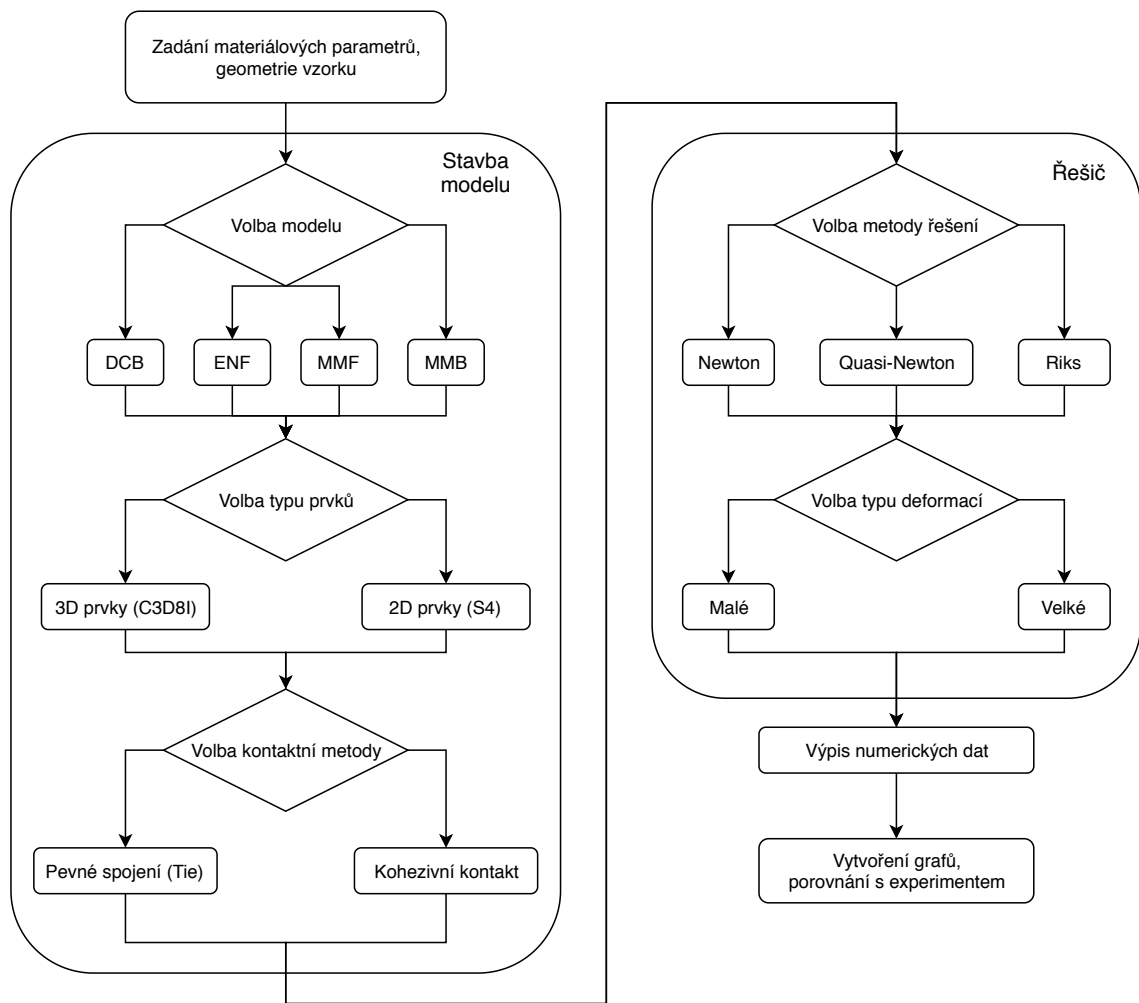
U standardizovaného testu DCB, tedy pro mód I, kde zatížení působí kolmo na rovinu i čelo trhliny, lze tedy přiřadit mód I ke směru nn a platí že: $G_I^{DCB} = G_{nn}^c$. Stejně tak můžeme u standardizovaného testu ENF pro mód II, kde zatížení působí rovnoběžně s rovinou trhliny a zároveň kolmo na čelo trhliny, přiřadit mód II ke směru ss nebo tt a platí že: $G_{II}^{ENF} = G_{ss}^c$ nebo $G_{II}^{ENF} = G_{tt}^c$. Pro mód III nebo pro různé kombinace módů a především pak u úloh s obecným zatížením, je však komplikované určit pozici čela trhliny v průběhu zatěžování, nelze proto obdobným způsobem snadno přiřadit jednotlivé módy zatěžování I, II, III ke směrům nn, tt, ss .

Řada prací se věnuje rozumnému popisu a zavedení chování ve smykových směrech ss a tt při znalosti parametrů pro módy II a III. U MMB testu lze přiřadit mód I ke směru nn .

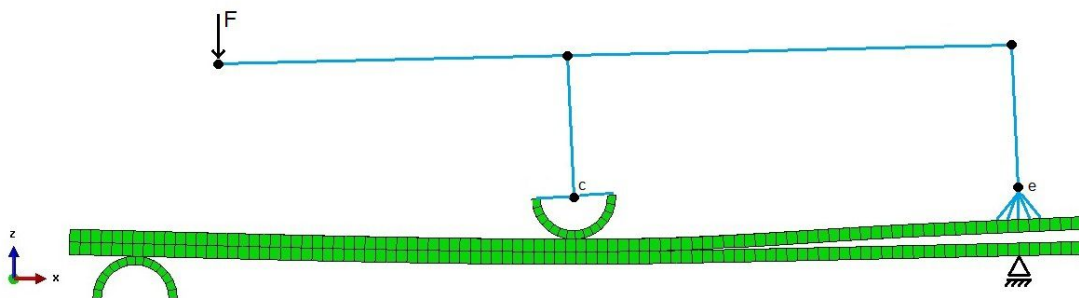
5 MKP model MMB testu

Model MMB testu byl implementován do softwarového nástroje pro simulaci testů DCB, ENF a MMF pro identifikaci parametrů kohezivních rozhraní [6]. Skript, který vytváří model MMB testu, je stejně jako ostatní zmíněné testy naprogramován v jazyce Python 2.7. Vytvoření modelu, zadání parametrů kohezivního rozhraní, definování okrajových podmínek (preprocessing) i samotný průběh výpočtu, tedy numerické řešení (processing), probíhá v softwaru Abaqus. Vyhodnocení výsledků, sestavení příslušných grafů, případné porovnání s experimentem (postprocessing) je provedeno pomocí vytvořeného softwarového nástroje. Preprocessing, simulace i postprocessing probíhá automaticky. Pro vytvoření MMB modelu je nejprve nutné zadat geometrii vzorku a materiálové parametry vzorku a rozhraní. Dále je nutné vybrat typ a velikost prvku. Schéma softwarového nástroje lze vidět na obrázku 12.

Spojení kompozitních desek je idealizováno pomocí kohezivního kontaktu, jak je uvedeno v kapitole 4.2. Uložení vzorku na válcové podpoře a výčnělek s válcovitým zakončením, díky kterému silnostěnný nosník namáhá vzorek na ohyb, jsou modelovány pomocí 3D elementů. V místě, kde působí osově zatížení je zavedeno vynucené posunutí. Zatěžující silnostěnný nosník není modelován, ale nahrazen kinematickými závislostmi mezi posuvy referenčních bodů, které přísluší pozici výčnělku silnostěnného nosníku, pozici spojení vzorku pantem se silnostěnným nosníkem a umístění osově zatížení. Konečnoprvkový model MMB testu lze vidět na obrázku 13.



Obrázek 12: Schéma nástroje k tvorbě MMB testu



Obrázek 13: Schéma MMB testu

6 Porovnání simulací s výsledky z literatury

V této kapitole jsou nejprve uvedeny geometrické a materiálové parametry, které byly použity k vytvoření simulací testů DCB, ENF a MMB. Dále byly porovnány výsledky simulace MKP modelů s výsledky [8]. V závěru kapitoly je ukázán vliv jednotlivých parametrů, které popisují chování kohezivního kontaktu.

6.1 Materiálové parametry a rozměry

Materiálové a geometrické parametry vzorku jsou uvedeny spolu s jednotkami v tabulkách 1 a 2. Materiálové parametry rozhraní nutné k uskutečnění výpočtu jsou uvedeny v tabulce 3.

Tabulka 1: Materiálové parametry vzorku

E_1	[GPa]	161.00
E_2	[GPa]	11.38
E_3	[GPa]	11.38
ν_{12}	[-]	0.32
ν_{23}	[-]	0.45
ν_{13}	[-]	0.32
G_{12}	[GPa]	5.20
G_{23}	[GPa]	3.90
G_{13}	[GPa]	5.20

Tabulka 2: Geometrické parametry vzorku

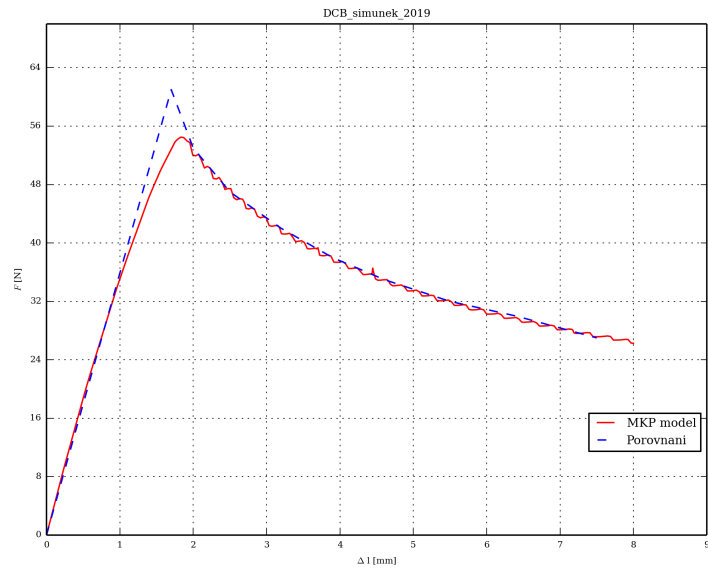
l	[mm]	100.00
l_{total}	[mm]	120.00
a	[mm]	30.00
b	[mm]	20.00
$2h$	[mm]	3.00

Tabulka 3: Materiálové parametry rozhraní

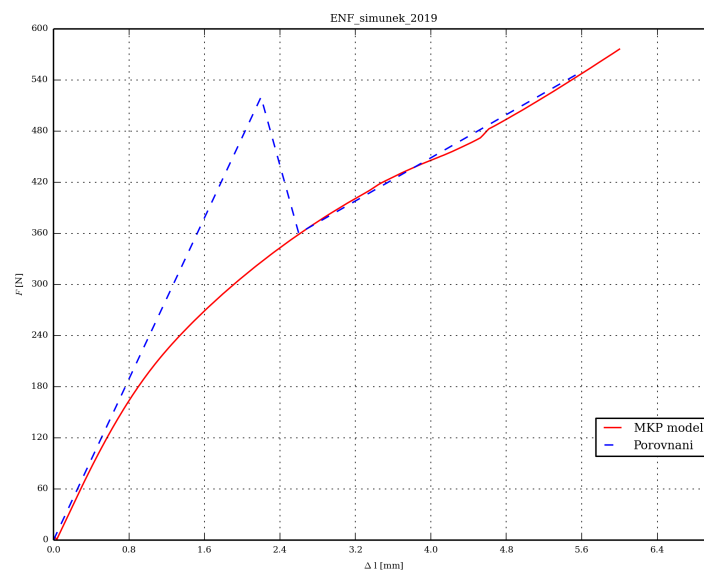
k_{nn}	[GPa/m]	5896.20
k_{ss}	[GPa/m]	3165.40
k_{tt}	[GPa/m]	3165.40
t_{nn}^0	[MPa]	5.00
t_{ss}^0	[MPa]	7.00
t_{tt}^0	[MPa]	7.00
G_{nn}^c	[J/m ²]	212.00
G_{ss}^c	[J/m ²]	774.00
G_{tt}^c	[J/m ²]	774.00
α	[-]	1.00

6.2 Výsledky testů DCB, ENF a MMB

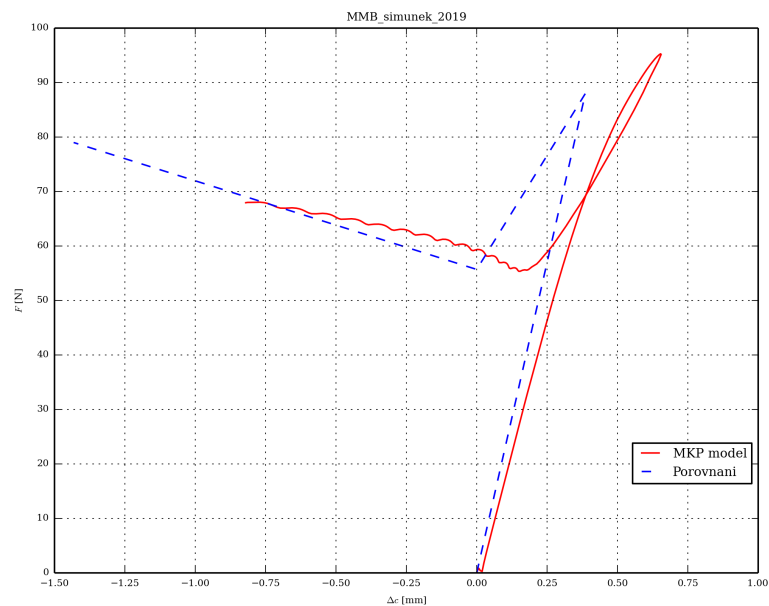
Výsledky z [8] byly porovnány s výsledky MKP simulací testu DCB (obrázek 14), ENF (obrázek 15) a MMB (obrázky 16 a 17).



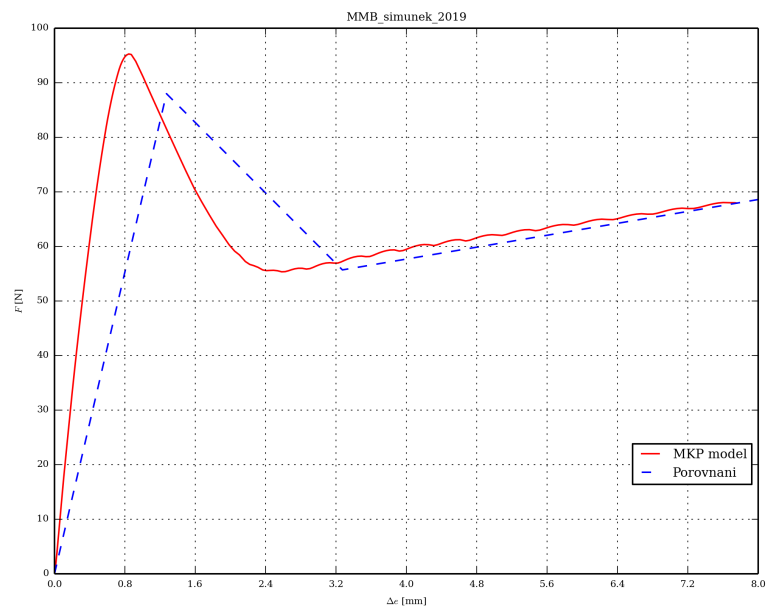
Obrázek 14: Porovnání výsledků MKP modelu DCB testu s výsledky z literatury



Obrázek 15: Porovnání výsledků MKP modelu ENF testu s výsledky z literatury

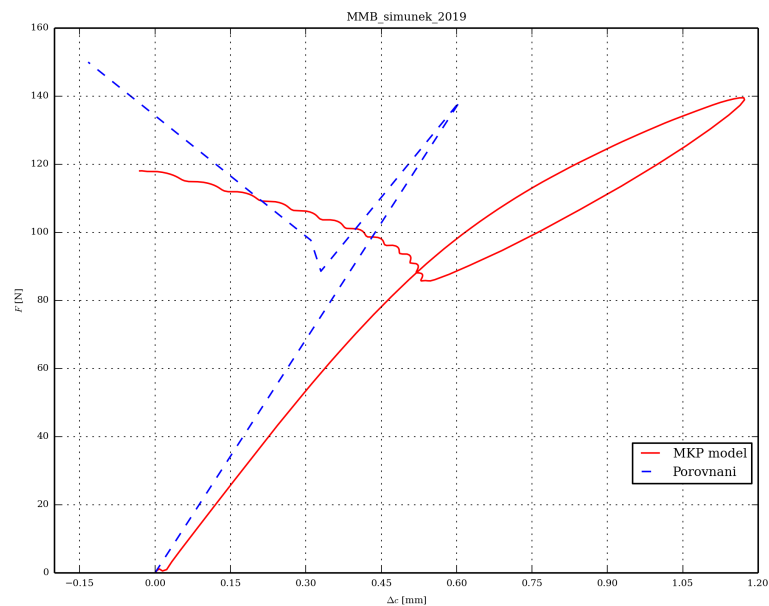


(a) Průhyb ve středu vzorku

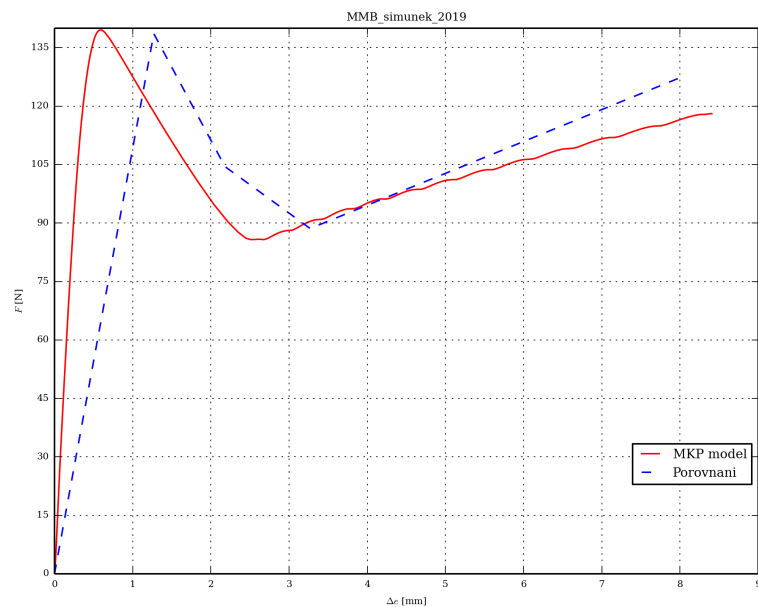


(b) Rozevření na konci vzorku

Obrázek 16: Porovnání výsledků MKP modelu MMB testu s výsledky z literatury pro $\frac{G_{II}}{G_T} = 0.35$ (dominantní mód I)



(a) Průhyb ve středu vzorku



(b) Rozevření na konci vzorku

Obrázek 17: Porovnání výsledků MKP modelu MMB testu s výsledky z literatury pro $\frac{G_{II}}{G_T} = 0.5$

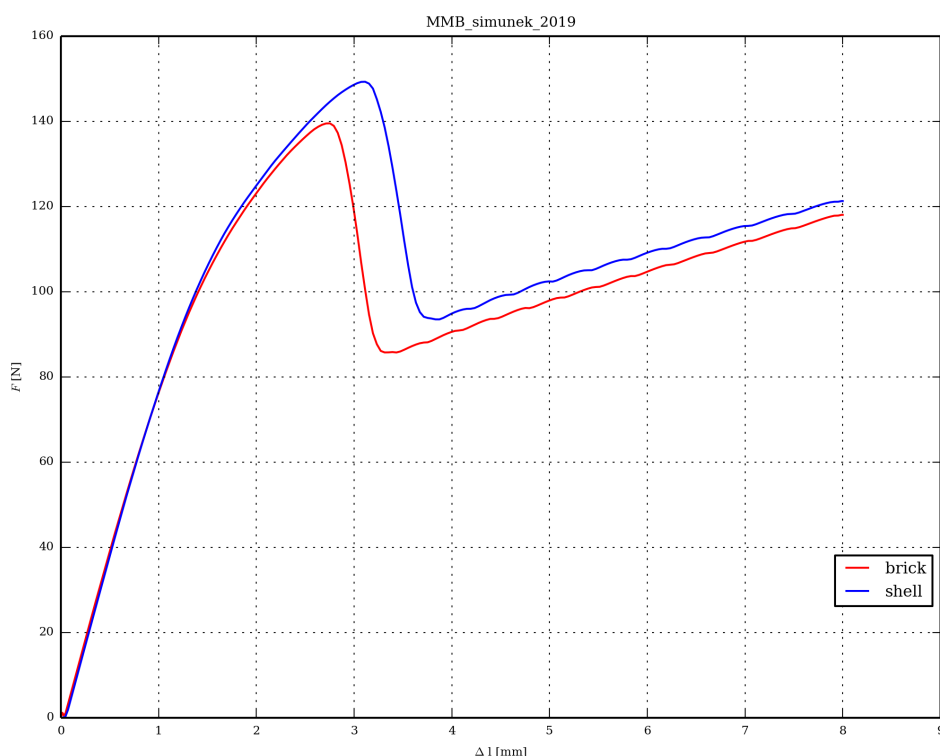
Tabulka 4: Porovnání maximálního zatížení F z MKP simulace a z literatury

Porovnání výsledků [N]	literatura [8]	MKP model
DCB	61.61	54.50
ENF	523.05	
MMB ($\frac{G_{II}}{G_T} = 0.35$)	88.01	95.28
MMB ($\frac{G_{II}}{G_T} = 0.50$)	138.59	139.54

Pro ENF test může při některých konfiguracích materiálových parametrů nastat situace, kdy nelze z MKP analýzy určit maximální zatížení F , při které dojde k prvotnímu poškození rozhraní vzorku [7]. Právě tato situace nastala u vyhodnocovaného ENF testu, proto není v tabulce 4 příslušné zatížení uvedeno.

6.3 Vliv typu prvku

Při použití nástroje pro tvorbu standardizovaných testů DCB, ENF a MMB lze zvolit také typ prvku. Porovnání výsledků 2D prvků typu S4 (shell) a 3D prvků typu C3D8I (brick) lze vidět na obrázku 18.



Obrázek 18: Porovnání výsledků pro prvky shell a brick

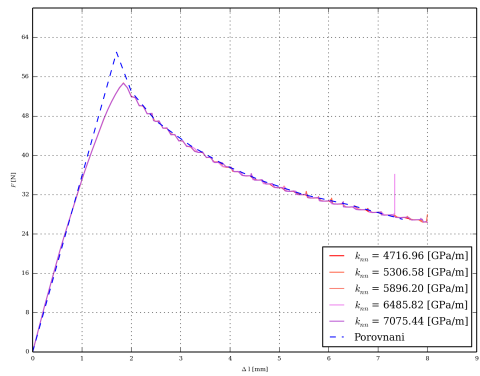
6.4 Vliv materiálových parametrů kohezivního rozhraní

V této podkapitole jsou uvedeny vlivy jednotlivých parametrů, které ovlivňují chování kohezivního rozhraní. Konkrétně se jedná o tuhosti k_{ii} , velikost napětí t_{ii}^0 , při kterém dojde k porušení spoje, a kritickou hodnotu parametru rychlosti uvolňování deformační energie G_{ii}^c , pro ii označující příslušné směry nn , ss a tt . Každý parametr byl variován v rozmezí 80% - 120% z jeho výchozí hodnoty. Výchozí hodnoty variovaných parametrů lze najít v tabulce 3.

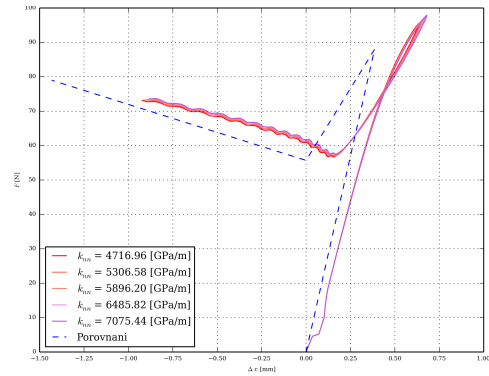
Parametry k_{nn} , t_{nn}^0 a G_{nn}^c ovlivňují materiálové vlastnosti ve směru nn . Tyto parametry neovlivňují výsledky ENF testu, protože směr nn zde odpovídá módu zatěžování I, zatímco ENF test je spojen pouze s módem zatěžování II. DCB test je spojen pouze s módem zatěžování I, proto na výsledky DCB testu nemají vliv parametry k_{ss} , k_{tt} , t_{ss}^0 , t_{tt}^0 , G_{ss}^c a G_{tt}^c .

6.4.1 Vliv parametru k_{nn}

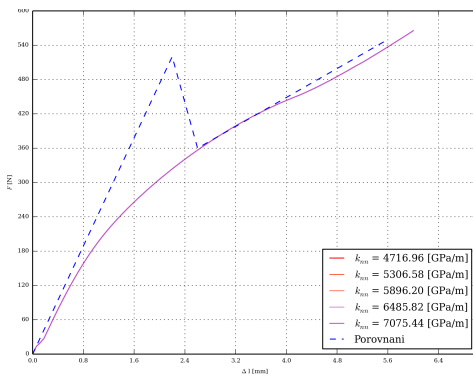
Parametr k_{nn} ovlivňuje tuhost ve směru nn . Vliv tohoto parametru při testech DCB, ENF a MMB lze vidět na obrázku 19.



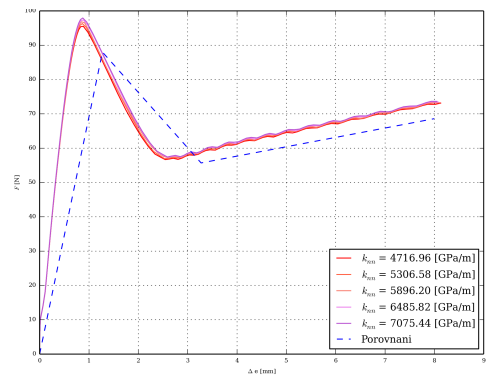
(a) DCB test



(c) MMB test- posuv středu vzorku



(b) ENF test

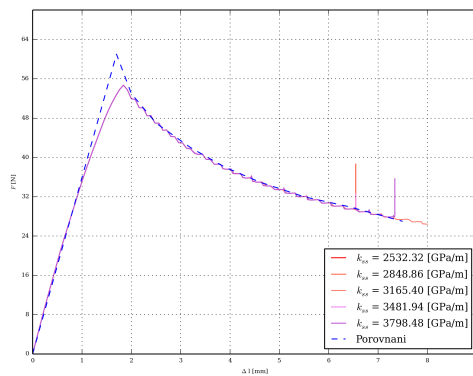


(d) MMB test- rozevření konce vzorku

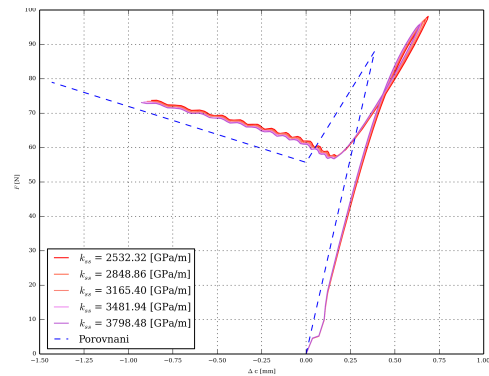
Obrázek 19: Vliv paramertu k_{nn}

6.4.2 Vliv parametru k_{ss} a k_{tt}

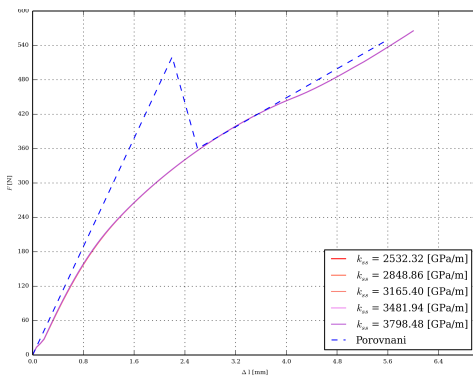
Parametry k_{ss} a k_{tt} ovlivňuje tuhost v tečných směrech ss a tt . Vliv těchto parametrů pro testy DCB, ENF a MMB lze vidět na obrázku 20.



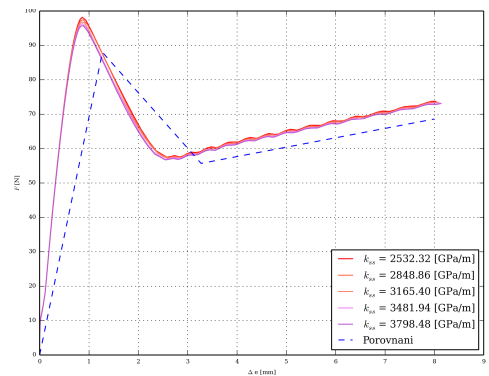
(a) DCB test



(c) MMB test- posuv středu vzorku



(b) ENF test

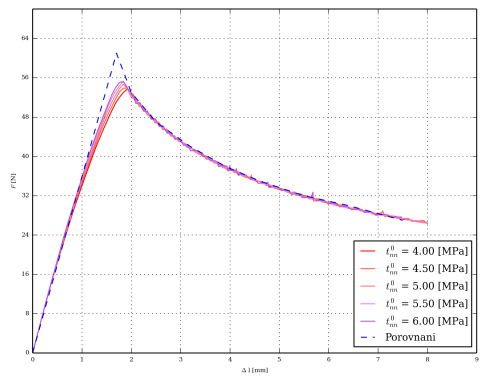


(d) MMB test- rozevření konce vzorku

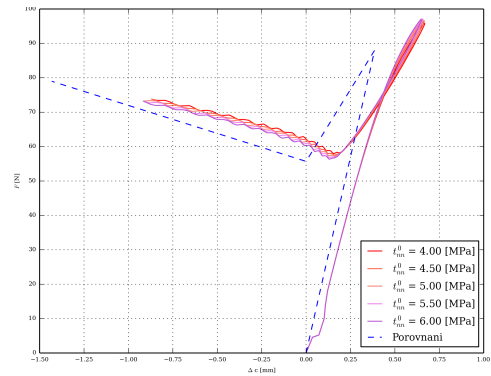
Obrázek 20: Vliv parametru k_{ss} a k_{tt}

6.4.3 Vliv parametru t_{nn}^0

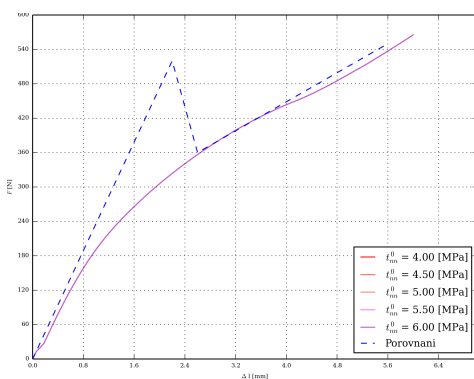
Parametr t_{nn}^0 ovlivňuje velikost napětí v normálovém směru nn , při kterém dojde k porušení spoje. Vliv tohoto parametru pro testy DCB, ENF a MMB lze vidět na obrázku 21.



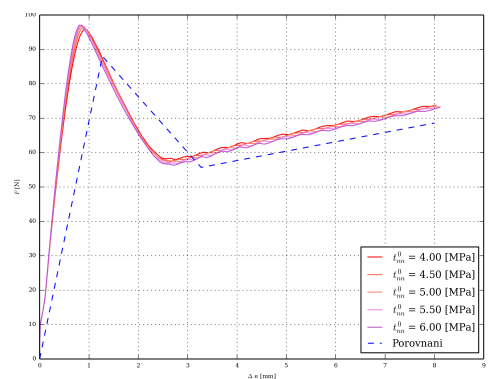
(a) DCB test



(c) MMB test- posuv středu vzorku



(b) ENF test

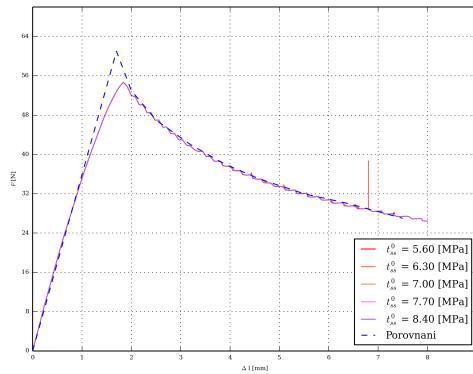


(d) MMB test- rozevření konce vzorku

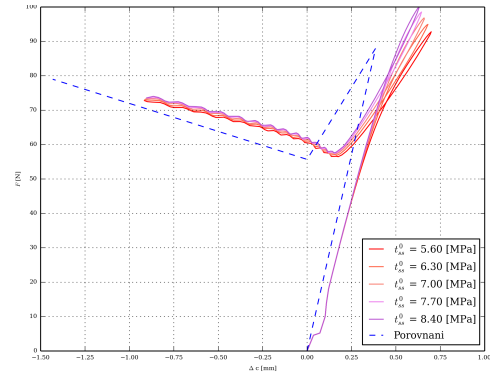
Obrázek 21: Vliv paramertu t_{nn}^0

6.4.4 Vliv parametru t_{ss}^0 a t_{tt}^0

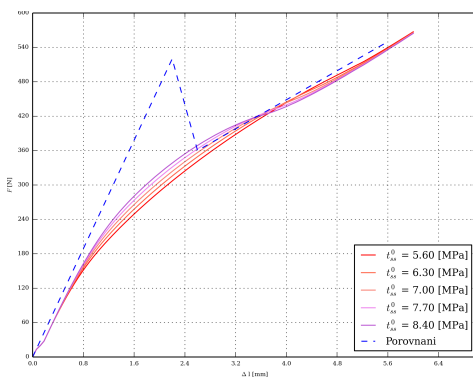
Parametry t_{ss}^0 a t_{tt}^0 ovlivňují velikosti napětí v tečných směrech ss a tt , při kterých dojde k porušení spoje. Vliv těchto parametrů u testů DCB, ENF a MMB lze vidět na obrázku 22.



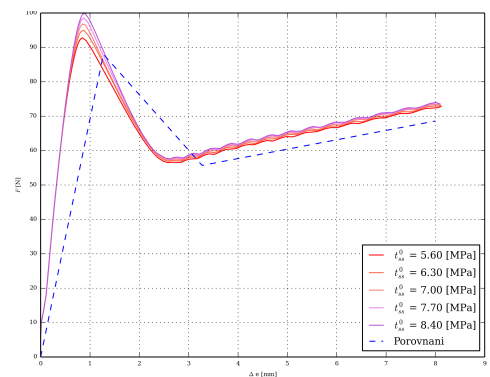
(a) DCB test



(c) MMB test- posuv středu vzorku



(b) ENF test

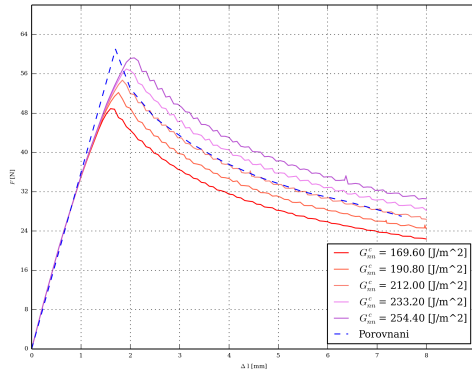


(d) MMB test- rozevření konce vzorku

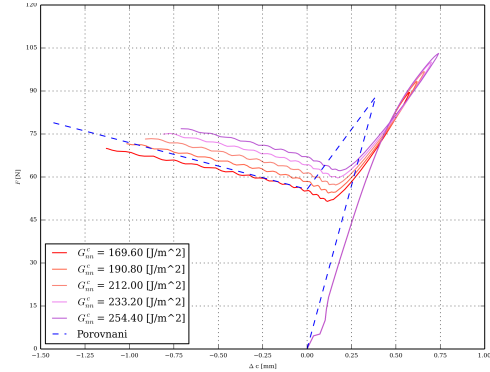
Obrázek 22: Vliv parametru t_{ss}^0 a t_{tt}^0

6.4.5 Vliv parametru G_{nn}^c

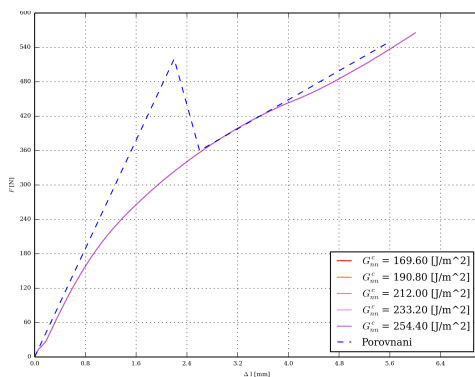
Parametr G_{nn}^c ovlivňuje kritickou hodnotu rychlosti uvolňování deformační energie vnitřních sil v normálovém směru nn . Vliv tohoto parametru pro testy DCB, ENF a MMB lze vidět na obrázku 23.



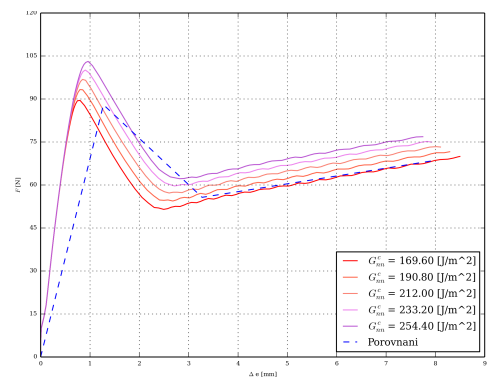
(a) DCB test



(c) MMB test- posuv středu vzorku



(b) ENF test

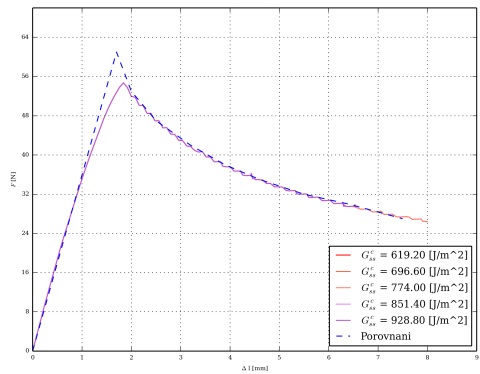


(d) MMB test- rozevření konce vzorku

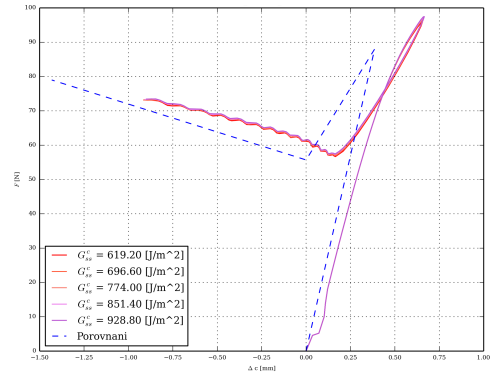
Obrázek 23: Vliv parametru G_{nn}^c

6.4.6 Vliv parametru G_{ss}^c a G_{tt}^c

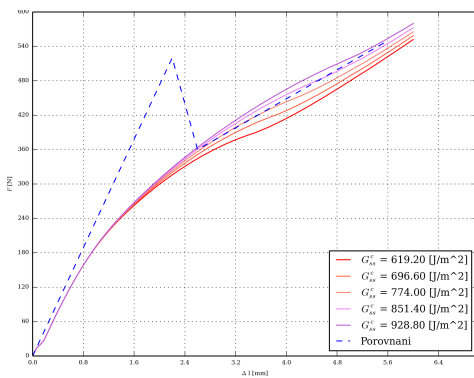
Parametry G_{ss}^c a G_{tt}^c ovlivňují kritickou hodnotu rychlosti uvolňování deformační energie vtečných směrech ss a tt . Vliv těchto parametrů pro testy DCB, ENF a MMB lze vidět na obrázku 24.



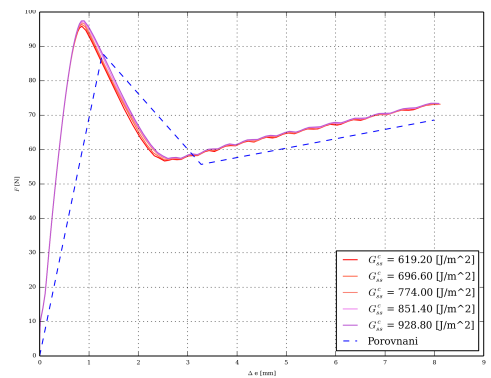
(a) DCB test



(c) MMB test- posuv středu vzorku



(b) ENF test



(d) MMB test- rozevření konce vzorku

Obrázek 24: Vliv parametru G_{ss}^c a G_{tt}^c

7 Závěr

V rámci této práce byl doplněn MMB test do nástroje pro simulaci standardizovaných testů sloužící k identifikování parametrů kohezivních rozhraní. Nástroj je napsán v jazyce Python a slouží k vytvoření modelů a simulaci testů DCB, ENF, MMF a MMB. Simulace jsou provedeny v konečnoprvkovém softwaru Abaqus. Automatizovaný nástroj je schopen na základě zadaných materiálových a geometrických parametrů vzorku a materiálových parametrů rozhraní vytvořit model standardizovaného testu, provést výpočet, vyhodnotit výsledky a provést případné porovnání s experimentem. Nástroj lze snadno modifikovat a je uzpůsoben k budoucímu implementování dalších testů.

Vytvořený model MMB testu by měl v nástroji pro simulaci standardizovaných testů nahradit již dříve implementovaný model testu MMF, protože při MMB testu lze zatěžovat vzorek zvoleným poměrem módů I a II.

Díky provedení rešerše pro danou problematiku se ukázalo, že není nutné vytvářet návrh přípravku pro provedení MMB testu, CAD model a výkresovou dokumentaci, protože se ukázalo, že lze přípravek v dostatečné kvalitě zakoupit. Tak se také stalo a přípravek je již v současné době využíván na Katedře mechaniky.

Reference

- [1] Berthelot, J. M.: Composite Materials, Springer-Verlag New York, 1999.
- [2] Bathe, K. J.: Finite Element Procedures, Prentice Hall, Pearson Education, Inc., 2006.
- [3] Rossenber, J.; Křen, J.: Mechanika kontinua, Plzeň, 1998.
- [4] Arora, J., S.: Introduction to Optimum Design, second edition, ISBN 0-12-064155-0, Elsevier Academic Press, 2004
- [5] Abaqus 6.14 Analysis User's Manual, Dassault Systemes.
- [6] Hanzlík, P.: Parametricky tvořený model standardizovaných testů kohezivních spojů, Plzeň, 2016.
- [7] Xie, J.; Waas, A. M.; Rassaian, M.: Closed-form solutions for cohesive zone modeling of delamination toughness tests, 2015.
- [8] Camanho, P.P.; Dávila, C.G.: Mixed-Mode Decohesion Finite Elements for the Simulation of Delamination in Composite Materials, 2002.
- [9] Szekrényes, A., 2007, Delamination of composite specimens
- [10] Oliveira, J., M., Q.; de Moura, M., F., S.,F.; Silva, M., A., L.; Morais J., J., L.: Numerical analysis of the MMB test for mixed-mode I/II wood fracture, 2007.
- [11] Borelli, D.: ASTM D6671 fixture user manual, 2018.