

**ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI  
FAKULTA ELEKTROTECHNICKÁ**

**Katedra elektroenergetiky a ekologie**

**DIPLOMOVÁ PRÁCE**

**Vitrifikace s využitím technologie indukčního ohřevu**

**Vedoucí práce: Ing. David Rot, Ph.D.  
Autor: Tomáš Růther**

**2012**

ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI  
Fakulta elektrotechnická  
Akademický rok: 2011/2012

**ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE**  
(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: **Tomáš RŮTHER**  
Osobní číslo: **E10N0193P**  
Studijní program: **N2612 Elektrotechnika a informatika**  
Studijní obor: **Elektroenergetika**  
Název tématu: **Vitrifikace s využitím technologie indukčního ohřevu**  
Zadávající katedra: **Katedra elektroenergetiky a ekologie**

Zásady pro vypracování:

1. Uveďte teorii indukčního ohřevu s ohledem na použití vitrifikace.
2. Uveďte teorii sdílení tepla.
3. Uveďte princip vitrifikace a možnosti jejího uplatnění.
4. Proveďte numerickou analýzu spuštění procesu vitrifikace pro uplatnění indukčního ohřevu.
5. Uveďte závěry pro praxi.

Rozsah grafických prací: podle doporučení vedoucího

Rozsah pracovní zprávy: 30 - 40 stran

Forma zpracování diplomové práce: tištěná/elektronická

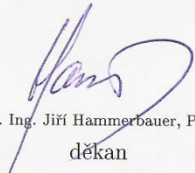
Seznam odborné literatury:

1. Langer, E. : Teorie ind. a diel. tepla, ČSAV, 1979, II. vyd.
2. Langer, E. : El. tep. technika I + II, 1975, VŠSE, II. vyd.
3. Langer, E., Kožený, J. : El. tep. zařízení indukční, 1982, VŠSE
4. Rada, J. a kol.: Elektrotepelná technika, SNTL, 1985
5. Internet


Vedoucí diplomové práce: **Ing. David Rot, Ph.D.**  
Katedra elektroenergetiky a ekologie

Datum zadání diplomové práce: **17. října 2011**

Termín odevzdání diplomové práce: **11. května 2012**

  
Doc. Ing. Jiří Hammerbauer, Ph.D.  
děkan



  
Doc. Ing. Karel Noháč, Ph.D.  
vedoucí katedry

V Plzni dne 17. října 2011

## **Anotace**

Předkládaná diplomová práce se zabývá technologiemi vitrifikace jaderných odpadů s důrazem na využití indukčního ohřevu pro tyto účely. Ve své první části rozebírá druhy radioaktivních odpadů, jejich vznik a nakládání s nimi na území ČR i ve světě. V další části této práce je teoretický rozbor problematiky elektromagnetického a teplotního pole. Dále jsou přehledově uvedeny používané metody vitrifikace ve světě. Poslední část se zabývá technologií studeného kelímku pro účely vitrifikace včetně modelu startu tavby materiálu v tomto zařízení za pomoci multifyzikálního programu ANSYS.

## **Klíčová slova**

Vitrifikace, radioaktivní odpad, indukční ohřev, studený kelímek, numerický model, program ANSYS.

## **Abstract**

The master thesis is focused on vitrification technologies of radioactive waste with emphasis on using of induction heating. The first part discussed forms and formation of nuclear waste and waste management in the Czech Republic and other countries. Next part contains theoretical analysis of electromagnetic and thermal field. Further, there is an overview of vitrification technologies used in the world. The last part of the work deals with a cold crucible technology for purpose of vitrification including a simulation of start of melting in this device by using ANSYS software.

## **Key words**

Vitrification, Radioactive Waste, Induction Heating, Cold Crucible, Numerical Model, ANSYS Software.

## Prohlášení

Předkládám tímto k posouzení a obhajobě diplomovou práci, zpracovanou na závěr studia na Fakultě elektrotechnické Západočeské univerzity v Plzni.

Prohlašuji, že jsem tuto diplomovou práci vypracoval samostatně, s použitím odborné literatury a pramenů uvedených v seznamu, který je součástí této diplomové práce.

V Plzni dne

.....

Jméno a příjmení

.....

## **Poděkování**

Tímto bych rád poděkoval mému vedoucímu diplomové práce Ing. Davidu Rotovi, Ph.D. za cenné profesionální rady, připomínky, trpělivost a metodické vedení práce. Dále bych chtěl poděkovat mé matce a otci za to, že mi studium umožnili a podporovali při něm.

<b>1</b>	<b>Úvod</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Druhy radioaktivních odpadů a způsoby nakládání s nimi</b>	<b>4</b>
<b>3</b>	<b>Obecné elektromagnetické pole</b>	<b>9</b>
3.1.1	Elektromagnetické pole popsané pomocí potenciálů [12]	15
3.1.1.1	Stacionární pole	18
3.1.1.2	Kvazistacionární pole	19
3.1.1.3	Nestacionární pole	20
3.1.2	Podmínky na rozhraní	21
3.1.2.1	Dirichletova podmínka	21
3.1.2.2	Neumannova podmínka	22
3.1.3	Elektromagnetické pole s ohledem na princip vitrifikace [13]	22
<b>4</b>	<b>Teplotní pole</b>	<b>31</b>
<b>4.1</b>	<b>Okrajové podmínky pro teplotní pole</b>	<b>33</b>
4.1.1	Dirichletova podmínka	33
4.1.2	Neumannova podmínka	33
4.1.3	Newtonova podmínka	34
4.1.4	Podmínky 4.druhu	34
<b>5</b>	<b>Princip vitrifikace</b>	<b>35</b>
5.1.1	Vlastnosti skla	37
<b>5.2</b>	<b>Metody vitrifikace</b>	<b>41</b>
5.2.1	Jouleův ohřev	41
5.2.2	Plazmový ohřev	45
5.2.3	Mikrovlnný ohřev	46
5.2.4	Odporový ohřev	48
5.2.5	Obloukový ohřev	49
5.2.6	Indukční ohřev	49
5.2.7	Vitrifikace s využitím technologie spalování fosilních paliv	55
<b>6</b>	<b>Numerická analýza spuštění procesu vitrifikace při uplatnění indukčního ohřevu</b>	<b>58</b>
6.1.1	Vytvoření 2D modelu	59
6.1.2	Volba element typu	60
6.1.3	Nastavení materiálových parametrů	61
6.1.4	Síťování oblastí (Meshing)	62
6.1.5	Počáteční a okrajové podmínky pro elektromagnetické pole	63
6.1.6	Nastavení parametrů pro řešení elektromagnetického pole	63
6.1.7	Nastavení parametrů teplotního pole	63



6.1.8	Počáteční a okrajové podmínky pro teplotní pole	64
6.1.9	Nastavení parametrů pro řešení teplotního pole	64
6.1.10	Řešení	64
6.1.11	Zobrazení výsledků	65
<b>6.2</b>	<b>Řešení konkrétního modelu</b>	<b>65</b>
<b>6.3</b>	<b>Vlastní program</b>	<b>68</b>
<b>7</b>	<b>Závěr</b>	<b>73</b>
<b>8</b>	<b>Literatura</b>	<b>75</b>

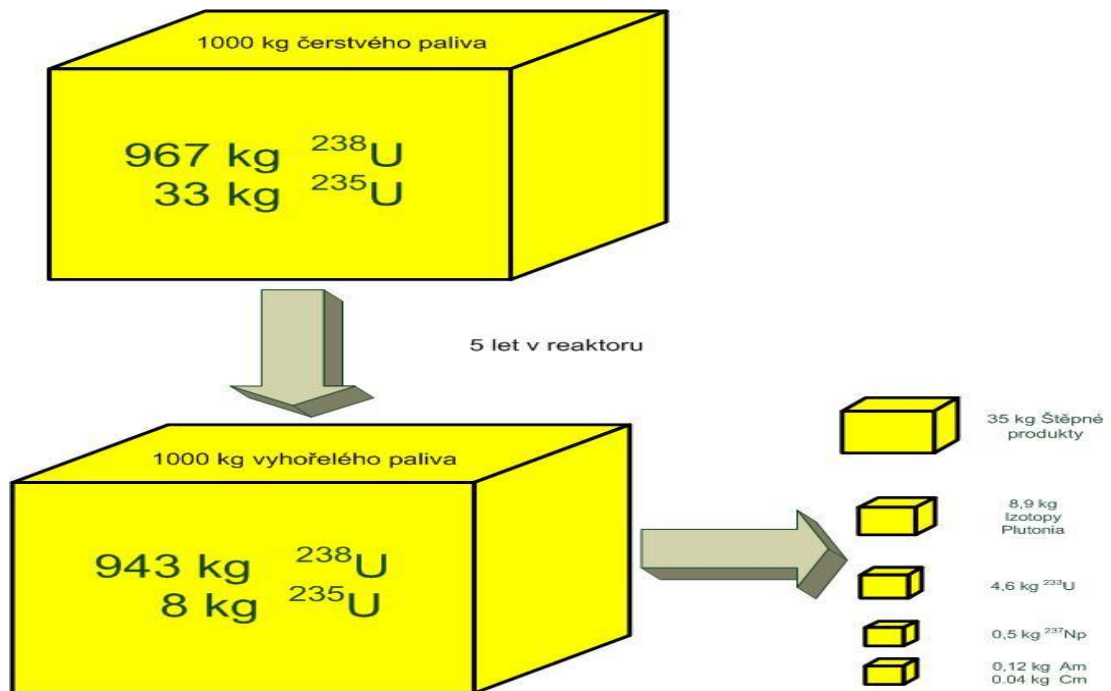
## 1 Úvod

Průmyslová revoluce v 18. a 19. století zásadně změnila lidskou společnost. Zcela přetransformovala téměř veškeré dosavadní procesy výroby, dotkla se prakticky všech oborů od dopravy, těžbu až po zemědělství a dala vzniknout celé řadě nových oborů. Došlo k usnadnění technologie výroby, což vedlo k radikální změně způsobu práce. Svým rozvojem si lidská společnost snaží mnohé usnadňovat, zjednodušovat a zpřístupňovat. Takový rozvoj, ale má za následek patrný nárůst spotřeby energie v jakékoliv formě. S nástupem elektrické energie a vzhledem k jejím výhodným možnostem snadné přeměny v jinou formu energie, ať už tepelné či kinetické aj., došlo během několika málo desetiletí k téměř absolutní závislosti lidstva na jejím přísunu. V dnešním světě si jen málokdo dokáže představit běžný život bez elektřiny. Nárůst potřeby a spotřeby energie ovšem přinesl značný problém související s její výrobou a tím je odpad, jakožto vedlejší a nechtěný produkt konzumní společnosti. S tím, jak produkce odpadů stoupá, se také zvyšuje zájem společnosti, jak s nimi nakládat. Průmysl a v podstatě lidská společnost jako taková plodí odpady různého charakteru od těch méně škodlivých až po různé chemické, toxické, či radioaktivní. Mnohé z nich současná technologie není schopna zpracovat a je nutné tyto odpady bezpečně skladovat.

Největší pozornost na sebe samozřejmě strhávají odpady radioaktivní. Jsou „strašákem“ lidské společnosti, protože jejich životnost je často v řádech tisíců až milionů let. Například nejčastěji používaný izotop uranu  $^{235}\text{U}$  má poločas rozpadu 710 milionů let, Neptunium ( $^{237}\text{Np}$ ), které je zastoupeno ve vyhořelém jaderném palivu s poločasem rozpadu 2,14 milionů let, dalším z častých izotopů vznikajících v jaderném reaktoru je plutonium ( $^{239}\text{Pu}$ ) o poločasu rozpadu 24 400 let či  $^{240}\text{Pu}$  s poločasem rozpadu  $6 \cdot 10^3$  let [1]. Je tedy nutné s těmito produkty vhodně zacházet a zabezpečit je po dlouhá léta, po celé generace. Co jest však důležité si uvědomit, je to, že z hlediska celkového podílu v produkci odpadů lidstva, představuje radioaktivní odpad jen velmi malou část, jde o desetiny až setiny procent celkového podílu, nicméně vzhledem k jejich dlouhodobému působení, je potřeba jim věnovat značnou pozornost. Zajímavé a potvrzující tuto pravdu je kupříkladu srovnání ročního provozu 1000 MW bloku jaderné elektrárny se stejně výkonnou elektrárnou spalující

uhlí. Kupříkladu uhelná elektrárna Počerady v průměru spotřebuje 4000 tun uhlí denně na jeden 200 MW blok, to znamená, že celková roční spotřeba na 1000 MW elektrického výkonu, je zhruba 7 milionu tun uhlí, které se musí vytěžit, čímž dochází k devastaci značně velkého území. Jeho spálením vznikne více než 1,6 milionu tun popílku a strusky. Hnědé uhlí běžně obsahuje až 9 gramů uranu na tunu, což znamená, že uhelná elektrárna při běžném provozu ročně vyprodukuje až 40 tun uranu, který je volně uveden zpět do přírody. Dále je pro odsíření používáno velké množství vytěženého vápence a po odsíření vzniká sádrovec, který měl v minulosti využití pro výrobu sádrokartonu, ale důsledkem zhoršující se kvality hnědého uhlí, se pro tyto účely již přestává používat, nebo je jeho výroba omezena a vzniká tak další značné množství odpadu. Ročně jej takováto uhelná elektrárna vyprodukuje okolo 550 tisíc tun. [3]

Oproti tomu stejně výkonná jaderná elektrárna ročně spotřebuje kolem 20 tun uranového paliva a vyprodukuje přibližně 500 m<sup>3</sup> středně a nízko aktivních odpadů. Žádné další podstatné odpady nevytváří [4]. Rozdíl je tedy velice markantní. Ovšem je nutné představit si, co vlastně pojem radioaktivní odpad znamená a co ve skutečnosti představuje. Podle zákona č.18/1997 „O mírovém využívání jaderné energie,“ je radioaktivní odpad definován jako „látka, předmět nebo zařízení obsahující radionuklidy nebo jimi kontaminované, pro něž se nepředpokládá další využití a není možné jeho uvedení do životního prostředí“ [2]. Tato věta je velmi důležitá pro tuto představu, neboť značná část společnosti považuje vyhořelé palivo z jaderných reaktorů za odpad. To sice obsahuje radionuklidy, ale není odpadem, neboť stále obsahuje okolo 95 % využitelné energie a předpokládá se jeho budoucí využití. Oněch zbylých a lze říci i pouhých 5% energie, jsou současné komerčně využívané reaktory schopny využít. Představu o tom podává obr. 1, kde je ukázáno, jak se mění složení paliva po jeho pobytu v reaktoru. Izotopy uranu a plutonia, kterých je zde okolo zmíněných 95 %, lze nadále po přepracování využít buďto na výrobu tzv. MOX paliva, nebo ještě lépe jako palivo pro plánované rychlé reaktory 4. generace. Zbytek tvoří štěpné produkty a tzv. minoritní aktinidy, což jsou vesměs vysoce aktivní látky s velmi dlouhým poločasem rozpadu [1].



Obr. 1. Složení čerstvého a vyhořelého jaderného paliva

Jednou z možností, jak pro životní prostředí škodlivé odpady bezpečně uskladnit, je využití technologie vitrifikace. Jak již napovídá samotný původ tohoto slova z lat. vitrum, tedy sklo, jedná se ve stručnosti o zatavování odpadu do skla. Sklo má pro tyto účely velmi výhodné vlastnosti. Jedná se o nekystalickou anorganickou látku, která se vyznačuje velmi velkou tvrdostí, tuhostí a pevností v tlaku. Dále se vyznačuje svou chemickou inertností, odolností proti vnějším povětrnostním vlivům (koroze, oxidace apod.), je nehořlavé a co je pro účely skladování odpadu důležité, nepropouští vodu, vzduch ani jiné látky a je odolné proti radiačnímu namáhání. Jeho nevýhodou je křehkost, která se však dá vhodnými přísadami odstranit [5]. Z výše uvedených materiálových vlastností vyplývá výhodnost vitrifikace. Odpad je bezpečně zataven do skla a je tedy odstraněno riziko úniku nebezpečných látek, eliminuje se riziko koroze či stárnutí materiálu, který odpad zadržuje. Při tomto procesu je také značně zmenšen původní objem materiálu, což je pro účely následného skladování či ukládání velmi významný parametr.

Pro proces vitrifikace byla testována řada různých technologií, ze kterých se ovšem nejvýznamněji ujaly dva způsoby a to sice technologie využívající Jouleova ohřevu (neboli přímého odporového ohřevu) a také indukčního ohřevu. Jako velmi perspektivní se v současné době jeví využití právě indukčního ohřevu a zvláště pak

na základně technologie tzv. studeného kelímku. Ten umožňuje vitrifikovat i podstatně agresivnější materiály, které by jiné technologie nebyly schopny zpracovat. Je schopen pracovat při vyšších teplotách (až 3000°C), což dále rozšiřuje pole materiálů, které je možné vitrifikovat.

## 2 Druhy radioaktivních odpadů a způsoby nakládání s nimi

Česká republika se způsobem využívání jaderné energie a ionizujícího záření řadí mezi vyspělé státy a proto způsob jakým je zde využívána podává také představu o nakládání s tímto druhem energie v jiných zemích. Proto v této kapitole bude rozebrána situace v ČR. Jak ovšem radioaktivní odpady vznikají, vyplývá zejména z oboru, ve kterém je jaderná energie a ionizující záření využíváno. Jedná se především o oblast výroby el.energie, tedy o průmyslovou výrobu dále pak výzkum, zdravotnictví a zemědělství. Jak již bylo zmíněno v úvodu, podíl takových odpadů je v celkovém součtu všech produkovaných odpadů velmi malý. Ovšem jejich charakter a riziko, které představují, vyžaduje přísné nároky a s tím i spojené vysoké náklady na nakládání s nimi. Z těchto důvodů je nakládání s radioaktivními odpady chráněno zákonem a zároveň pod státním dozorem SÚJB.

Podle charakteru lze radioaktivní odpady dělit na:

- 1) Přejídné radioaktivní odpady – jedná se o odpady, jejichž aktivita klesne na úroveň umožňující jejich uvedení do přírody za méně než 5 let.
- 2) Krátkodobé radioaktivní odpady – jedná se o nízko až středně aktivní odpady s kratším poločasem rozpadu, vhodné pro uložení do povrchových úložišť
- 3) Dlouhodobé radioaktivní opady – jedná se o nízko až středně aktivní odpady s dlouhým poločasem rozpadu.
- 4) Dlouhodobé vysoce aktivní odpady – jedná se o radioaktivní odpady vykazující značně vysokou aktivitu a nezanedbatelnou produkci tepla. Vznikají především při přepracování vyhořelého paliva reaktorů

Jak již bylo napsáno v úvodu, vyhořelé palivo z reaktorů není podle atomového zákona odpadem, avšak lze jej za něj prohlásit a to v situaci, kdy tak učiní jeho původce či Státní úřad pro jadernou bezpečnost - v takovém případě se předpokládá hlubinné uložení a zařazuje se tak do 4. skupiny tzv. dlouhodobých

vysoce aktivních opadů. Hlubinné úložiště se však v ČR nenachází a tak do té doby než bude vytvořeno, či se najde jiná technologie zpracování, musí být s vyhořelým palivem zacházeno tak, aby nedošlo ke ztížení jeho pozdějšího zpracování, úpravy či přepracování. V České republice je vyhořelé palivo prozatím skladováno v areálech jaderných elektráren. Skladovací doba je naplánována na dobu kolem 50 let, což dává dostatečnou časovou rezervu pro případné využití tohoto paliva. Podle koncepce Ministerstva průmyslu a obchodu [2] je pro trvalé zneškodnění vyhořelého paliva doporučováno hlubinné úložiště, pro které již byl zahájen vývoj, avšak tento proces je poměrně náročný a potrvá ještě několik desítek let. Současně podle této koncepce jsou sledovány i technologie přepracování a také tzv. transmutace, v anglické literatuře označované jako ADTT (Accelerator Driven Transmutation Technology), neboli urychlovačem řízená transmutační technologie, která dokáže přeměnit dlouhodobé izotopy na krátkodobé s poločasem rozpadu několik desítek let a podstatně také snížit objem odpadu a jako bonus je při tomto procesu produkováno značné množství tepelné energie, kterou lze jakýmkoliv způsobem využít [2].

V současné době jsou dvě cesty pro vyhořelé jaderné palivo. Buď lze jít cestou přepracování a opětovného využití tohoto paliva, což je také někdy nazýváno jako tzv. uzavřený palivový cyklus (anglicky Reprocessing Fuel Cycle), anebo cestou skladování a následného uložení vyhořelého paliva bez přepracování - tzv. otevřený palivový cyklus (anglicky Open Fuel Cycle, či Once Through Cycle). Přepracování vyhořelého paliva je velmi nákladná záležitost, a proto je využívána jen několika málo státy, jako je Francie, která vyrábí z jádra téměř 80% veškeré elektrické energie, dále pak Velká Británie, Japonsko či Rusko. USA, Čína a Indie mají technologii přepracování také zvládnutou a dokáží ji aplikovat i průmyslově. Technologie byla využívána zejména v minulosti k vojenským účelům pro získávání čistého plutonia na výrobu jaderných bomb, avšak po ukončení jaderného zbrojení, byla převážná část těchto závodů uzavřena [6]. V současnosti se vzhledem k ceně uranu na světových trzích nevyplácí jeho opětovné získávání z vyhořelého paliva, neboť je mnohem snazší a mnohem levnější jej nakoupit a tak z vyjmenovaných států opravdu průmyslově, tedy ve větším měřítku, využívá tuto technologii pouze Francie (La Hague), u které to vychází z logiky počtu jaderných reaktorů v provozu a podílu jádra na celkové výrobě el. energie a Anglie (Sellafield). Podle mezinárodní atomové agentury IAEA je současná celková roční přepracovací kapacita zhruba 5000 tun

vyhořelého paliva. Celkový přehled přepracovávacích závodů ve světě udává tab. 1. Je zde uveden jak historický a současný, tak i budoucí (plánovaný) stav [7].

Tab. 1. Přehled přepracovávacích závodů ve světě [7]

Země	Umístění	Typ paliva	Uvedení do provozu	Ukončení provozu	Současná kapacita [tun /rok]	Plánovaná kapacita [tun /rok]
<b>Francie</b>	Marcoule	FBR	1988	1996		
	Marcoule	GCR	1958	1997		
	La Hague	LWR	1967		800	800
	La Hague	LWR	1990		800	800
<b>Anglie</b>	Sellafield	GCR	1967	2012	1500	
	Sellafield	LWR/AGR	1994		900	1000
	Dounreay	FBR	1980	2001		
<b>Japonsko</b>	Tokai-mura	LWR	1977		90	90
	Rokkasho	LWR	2005			800
<b>Rusko</b>	Čeljabinsk	VVER-440	1971		400	400
	Krasnojarsk	VVER1000	2020			1500
<b>Indie</b>	Tarapur	PHWR	1974		100	100
	Tarapur	PHWR	2005			150
	Trombay	Výzkumné	1964		60	60
	Kalpakkam	PHWR	1998		100	100
	Kalpakkam	PHWR	2005			150
<b>USA</b>	West Valley	LWR	1966	1972		
	Hanford	Uran - kov	1956	1989		
	Savannah River	Uran - kov	1954	1989		
	Idaho Falls	Uran - kov	1959	1992		
<b>Čína</b>	Jiuquan	LWR	?			25
	Lanzhou	LWR	2020			800
<b>Německo</b>	Karlsruhe	LWR	1971	1990		
<b>Belgie</b>	MOL	LWR	1966	1975		
<b>Itálie</b>	Saluggia	LWR	1971	?		
<b>Argentina</b>	Ezeiza		?			5
<b>Brazílie</b>	Sao Paulo		?			?
<b>Celkem</b>					4860	6845

Ovšem provozem jaderné elektrárny nevzniká pouze vyhořelé palivo, ačkoliv je jedním z jejich nejvýznamnějších produktů. Avšak z celkové produkce RAO na území ČR tvoří jen velmi malý podíl, menší než desetina z celkového počtu, nicméně vzhledem k jejich charakteru upoutávají velkou pozornost [2]. Je však třeba uvést také ostatní druhy radioaktivních odpadů. V jaderné elektrárně vznikají v základu tři druhy odpadů, a sice pevné, kapalné a plynné. Jejich vznik je zapříčiněn především

únikem štěpných produktů do chladicí vody či aktivací materiálů a látek nacházejících se v aktivní zóně. Radionuklidy takto vznikající v chladicí vodě, která pak putuje chladicí smyčkou, kontaminují primární okruh za vzniku dalších plyných, kapalných a pevných RAO [8].

Plynné RAO vznikají především v odplynovači kontaminované primární chladicí vody. Dále pak v místnostech kontrolovaného pásma a z aktivních technologických okruhů [8].

Zdrojem kapalných RAO je opět především voda primárního okruhu, ve které se radionuklidy nachází jednak v rozpustné formě a jednak jako nerozpustné usazeniny vzniklé např. korozi materiálu. Největší podíl na vzniku kapalných RAO má regenerace ionexů až okolo 50% podílu. Dále pak dekontaminování, řízené úniky či praní prádla. Kontaminovaná voda je přiváděna do čistící stanice, kde je následně koncentrována odpařováním na odparce za vzniku koncentrátu. V konečné fázi je koncentrát zpracován bitumenací. Ročním provozem dvou bloků JE Temelín vzniká cca 250 m<sup>3</sup> takového koncentrátu. Dále je provozem JE Temelín produkováno zhruba 500 kg kalů, které vznikají v uzlu odstředování. Ty jsou od roku 2007 zpracovávány do matrice SIAL, což je přírodní anorganická surovina tuhnoucí za studena. V JE Dukovany vzniká ročně celkem 350 m<sup>3</sup> koncentrátu [8].

Pevné RAO vznikají především při údržbách a opravách reaktoru během pravidelných odstávek, ale i během běžného provozu. Jedná se zejména o oděvy a ochranné pomůcky, poškozené a vyměněné technologické součástky, filtry vzduchotechniky, neutronové detektory, měřící čidla apod. Zdrojem jejich kontaminace je opět hlavně primární chladicí voda. Pevné RAO jsou tříděny a je proměřena jejich aktivita. Pokud vykazují aktivitu menší než 1 mikro Sievert za hodinu jsou po schválení SÚJB uvedeny do životního prostředí. Celkově vzniká ročním provozem JETE zhruba 30 tun pevných odpadů, z nichž je 10 tun uvedeno do životního prostředí. Zbytek je skladován, popřípadě spalován. Na JE Dukovany vzniká celkově provozem všech 4 bloků zhruba 80 tun pevných RAO. 35 tun je uvolněno do přírody. Dále ještě jako pevný odpad vznikají měřící čidla, která se skladují v elektrárně po dobu její životnosti. Na JETE jich takto ročně vzniká 0,3 m<sup>3</sup>, na EDU 1 m<sup>3</sup>[8].

Předchozí řádky dávají představu o vznikajících odpadech z provozů jaderných elektráren, které jsou zřetelně největšími původci tohoto druhu odpadu.



Důležité ovšem je jak se s těmito odpady nakládá. Pevné radioaktivní odpady jsou především spalovány, ukládány, lisovány, nebo pokud je to možné uváděny do životního prostředí. Plynné RAO jsou filtrovány, nebo absorpcí udržovány po dobu jejich poločasu rozpadu a následně uvedeny do přírody. Kapalné RAO jsou na JE Temelín zpracovávány technologií bitumenace. Jedná se o proces fixace látek do bitumenové matrice při teplotách okolo 160 – 200 °C. Bitumen je organická látka podobná asfaltu. Mezi jeho výhody patří nízká loužitelnost vodou, dobrá chemická inertnost, odolnost proti radiaci, vyšší redukční faktor (3 násobný oproti cementaci) a přijatelná cena. Nevýhodou je ovšem hořlavost, tendence k bobtnání, možnost chemických reakcí s dusičnany. Tato technologie není vhodná pro vysoce aktivní RAO. Další z metod zpracování radioaktivních opadů používaných v ČR je fixace do tzv. matrice SIAL. Jedná se o aluminosilikátovou geopolymerní anorganickou hmotu, do které jsou odpady fixovány za studena. Plnění se pohybuje okolo 10 až 20 % odpadu. Výhodou této technologie je vysoká pevnost výsledného produktu, nehořlavost, malá vylouhovatelnost a průběh za běžných teplot díky čemuž nevznikají sekundární odpady. Nevýhodou je vyšší finanční nákladnost a menší provozní zkušenosti [8].

Třetí běžný způsob zpracování RAO z provozu jaderných elektráren je cementace. Odpad je stabilizován v cementové či betonové matrici. Výhodou této technologie je její snadná proveditelnost, nízká cena, průběh za běžných teplot, nehořlavost či dobrá pevnost produktu. Nevýhodou ovšem je patrný nárůst objemu, horší odolnost oproti vodě či nízké naplnění [8].

V neposlední řadě je vhodné zmínit vitrifikaci jakožto další způsob zpracování RAO. Tato technologie se v ČR prozatím nepoužívá, nicméně oproti výše zmíněným používaným metodám má výsledný produkt daleko lepší vlastnosti z hlediska dlouhodobého skladování a tudíž se jeví jako velmi perspektivní. Vitrifikaci je však věnována samostatná kapitola [9].

Kromě jaderných elektráren, které bezesporu jsou největšími původci RAO, vznikají tyto odpady také ve zdravotnictví a při výzkumných činnostech. Tito původci nejsou schopni obvykle svými vlastními prostředky odpad zpracovat. Proto se této úlohy ujímá Správa úložišť radioaktivních odpadů (SÚRAO). Každý původce RAO odvádí prostředky na tzv. jaderný účet, ze kterého jsou následně hrazeny náklady na zpracování a ukládání těchto odpadů. Pro účely skladování tzv. institucionálních

radioaktivních odpadů slouží úložiště Richard u Litoměřic a Bratrství v Jáchymově [8].

### 3 Obecné elektromagnetické pole [11]

Obecně se elektromagnetické pole popisuje pomocí Maxwellových rovnic. Tyto čtyři základní rovnice sepsal již v roce 1865 skot James Clerk Maxwell [10].

$$\oint_c \mathbf{H} d\mathbf{l} = I + \frac{d\Psi}{dt} \quad (1.1)$$

$$\oint_c \mathbf{E} d\mathbf{l} = -\frac{d\phi}{dt} \quad (1.2)$$

$$\oint_S \mathbf{D} d\mathbf{S} = Q \quad (1.3)$$

$$\oint_S \mathbf{B} d\mathbf{S} = 0 \quad (1.4)$$

Toto je integrální tvar Maxwellových rovnic, který popisuje elektromagnetické pole v určité oblasti. Rovnice se však dají vyjádřit také v tzv. diferenciální tvaru, který definuje pole v jistém bodě dané oblasti.

$$\text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (1.5)$$

$$\text{rot } \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (1.6)$$

$$\text{div } \mathbf{D} = \rho \quad (1.7)$$

$$\text{div } \mathbf{B} = 0 \quad (1.8)$$

Z těchto rovnic lze poměrně jednoduchými úpravami odvodit rovnice obecného elektromagnetického vlnění složek  $\mathbf{E}$  a  $\mathbf{H}$  v obecném prostředí.

Pro tyto úpravy je důležitá znalost některých vzájemných vztahů mezi veličinami  $\mathbf{E}, \mathbf{J}, \mathbf{D}, \mathbf{B}$  a  $\mathbf{H}$ :

$$\mathbf{J} = \gamma \mathbf{E} \quad (1.9)$$

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \epsilon_r \mathbf{E} \quad (1.10)$$

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mu_r \mathbf{H} \quad (1.11)$$

Dosazením do 1. Maxwellovy rovnice za  $\mathbf{J}$  a  $\mathbf{D}$  vznikne tvar:

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \gamma \mathbf{E} + \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (1.12)$$

Nyní provedeme rotaci celé rovnice:

$$\operatorname{rot}(\operatorname{rot} \mathbf{H}) = \gamma \operatorname{rot} \mathbf{E} + \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{\partial}{\partial t} \operatorname{rot} \mathbf{E} \quad (1.13)$$

Úpravou 2. maxwellovy rovnice pomocí vztahu (1.11)

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -\mu_0 \mu_r \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \quad (1.14)$$

a jejím dosazení zpět do vztahu (1.13) za  $\operatorname{rot} \mathbf{E}$  získáme:

$$\operatorname{rot}(\operatorname{rot} \mathbf{H}) = -\gamma \mu_0 \mu_r \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} - \mu_0 \mu_r \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} \quad (1.15)$$

Příčemž z vektorového počtu platí:

$$\operatorname{rot}(\operatorname{rot} \mathbf{H}) = \nabla(\nabla \mathbf{H}) - \nabla^2 \mathbf{H} = \operatorname{grad}(\operatorname{div} \mathbf{H}) - \nabla^2 \mathbf{H} \quad (1.16)$$

Symbol  $\nabla$ , je tzv. operátor nabra. Jeho druhá mocnina je pak označována jako Laplaceův operátor se symbolem  $\Delta$ , který je v celé své podobě v kartézských souřadnicích definován takto:

$$\nabla^2 = \Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad (1.17)$$

Výraz  $\operatorname{div} \mathbf{H}$  je roven nule, neboť toto pole je nezřídlové, čímž se pravá strana této rovnice zkrátí. Do vztahu (1.14) můžeme tedy dosadit za  $\operatorname{rot}(\operatorname{rot} \mathbf{H})$ :

$$\nabla^2 \mathbf{H} = \gamma \mu_0 \mu_r \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} + \mu_0 \mu_r \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} \quad (1.18)$$

Tato rovnice obecně popisuje šíření složky  $\mathbf{H}$  ve vodivém i nevodivém prostředí. Obdobnými úpravami lze dospět k obecné rovnici složky elektrické.

Prvním krokem je opět rotace, avšak tentokrát 2. maxwellovy rovnice, přičemž vyjdeme již z její upravené verze podle (1.14):

$$\text{rot}(\text{rot } \mathbf{E}) = \text{rot}\left(-\mu_0\mu_r \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}\right) = -\mu_0\mu_r \frac{\partial}{\partial t} \text{rot } \mathbf{H} \quad (1.19)$$

Na pravé straně této rovnice lze za  $\text{rot } \mathbf{H}$  dosadit upravenou 1. Maxwellovu rovnici podle vztahu (1.12):

$$\text{rot}(\text{rot } \mathbf{E}) = -\mu_0\mu_r \frac{\partial}{\partial t} (\gamma \mathbf{E} + \epsilon_0\epsilon_r \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}) \quad (1.20)$$

Opět pomocí známého vztahu z vektorového počtu lze levou stranu této rovnice zapsat:

$$\text{rot}(\text{rot } \mathbf{E}) = \nabla(\nabla \mathbf{E}) - \nabla^2 \mathbf{E} = \text{grad}(\text{div } \mathbf{E}) - \nabla^2 \mathbf{E} \quad (1.21)$$

Přičemž výraz  $\text{div } \mathbf{E}$  je v podstatě jen jiný zápis 3. Maxwellovy rovnice, kdy dosazením za  $\mathbf{D}$  podle výrazu (1.10) dostáváme:

$$\text{div } \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0\epsilon_r} \quad (1.22)$$

Výraz na pravé straně rovnice (1.20) dosadíme do rovnice (1.19) a úpravami získáme:

$$\nabla^2 \mathbf{E} = \gamma\mu_0\mu_r \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \mu_0\mu_r\epsilon_0\epsilon_r \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} + \text{grad} \frac{\rho}{\epsilon_0\epsilon_r} \quad (1.23)$$

Tento vztah spolu s rovnicí (1.17) popisuje elektromagnetické pole. Jsou to ve své podstatě obecné rovnice šíření elektromagnetického vlnění. V dalších úvahách avšak nebudeme uvažovat žádné volné náboje a tak poslední člen na pravé straně

rovnice (1.21) bude nulový. V praxi pak existují v podstatě pouze dva druhy prostředí a to takové, ve kterém můžeme zanedbat  $\gamma$ , tedy nevodivé a prostředí vodivé, ve kterém lze zanedbat  $\varepsilon$ .

Pro vodivé prostředí platí, že  $\varepsilon = 0$  a rovnice (1.17) a (1.20) přejdou do tvaru:

$$\nabla^2 H = \gamma \mu_0 \mu_r \frac{\partial H}{\partial t} \quad (1.24)$$

$$\nabla^2 E = \gamma \mu_0 \mu_r \frac{\partial E}{\partial t} \quad (1.25)$$

Pro nevodivé prostředí naopak platí, že  $\gamma = 0$  a tyto rovnice budou mít následující tvar:

$$\nabla^2 H = \mu_0 \mu_r \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{\partial^2 H}{\partial t^2} \quad (1.26)$$

$$\nabla^2 E = \mu_0 \mu_r \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} \quad (1.27)$$

Úpravou přejdou rovnice do podoby:

$$\frac{\partial^2 H}{\partial t^2} = \frac{1}{\mu_0 \mu_r \varepsilon_0 \varepsilon_r} \nabla^2 H \quad (1.28)$$

$$\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \frac{1}{\mu_0 \mu_r \varepsilon_0 \varepsilon_r} \nabla^2 E \quad (1.29)$$

Zlomek na pravé straně značí kvadrát rychlosti šíření elektromagnetického vlnění v nevodivém prostředí:

$$v^2 = \frac{1}{\mu_0 \mu_r \varepsilon_0 \varepsilon_r} = \frac{1}{\mu_0 \varepsilon_0} \frac{1}{\mu_r \varepsilon_r} = \frac{c^2}{\mu_r \varepsilon_r} \quad (1.30)$$

$$v = \frac{c}{\sqrt{\mu_r \varepsilon_r}} \quad (1.31)$$

V praxi se lze často setkat s harmonickými průběhy  $\mathbf{E}$  a  $\mathbf{H}$ , a ty lze velmi výhodně a snadno popsat pomocí fázorů v komplexní rovině. Vektor  $\mathbf{E}$  pak přejde na fázor ve tvaru  $\bar{E} = E_m \cdot e^{j\omega t}$ , stejně tak vektor  $\mathbf{H}$  bude  $\bar{H} = H_m \cdot e^{j\omega t}$ . Takovýmto

způsobem lze přepsat předešlé rovnice obecného elektromag. pole. V těchto rovnicích se často vyskytují první a druhé derivace podle času.

Potom lze tedy psát:

$$\frac{\partial \bar{H}}{\partial t} = j\omega H_m e^{j\omega t} = j\omega \bar{H} \quad (1.32) \qquad \frac{\partial \bar{E}}{\partial t} = j\omega \bar{E} \quad (1.33)$$

$$\frac{\partial^2 \bar{H}}{\partial t^2} = -\omega^2 H_m e^{j\omega t} = -\omega^2 \bar{H} \quad (1.34) \qquad \frac{\partial^2 \bar{E}}{\partial t^2} = -\omega^2 \bar{E} \quad (1.35)$$

Pomocí těchto předpisů lze předešlé rovnice přepsat pro vodivé prostředí  $\varepsilon = 0$ :

$$\nabla^2 H = j\omega\gamma\mu_0\mu_r \bar{H} \quad (1.36)$$

$$\nabla^2 E = j\omega\gamma\mu_0\mu_r \bar{E} \quad (1.37)$$

A pro nevodivé prostředí  $\gamma = 0$ :

$$\nabla^2 H = -\omega^2\mu_0\mu_r\varepsilon_0\varepsilon_r \bar{H} \quad (1.38)$$

$$\nabla^2 E = -\omega^2\mu_0\mu_r\varepsilon_0\varepsilon_r \bar{E} \quad (1.39)$$

Z těchto rovnic po převedení do komplexní roviny je patrné, že jsme se zbavili závislosti na čase, což značně usnadňuje jejich řešení. Další zjednodušení lze zavést uvažováním pouze jednorozměrných jevů. Levá strana pak bude záviset při uvažování kartézského systému pouze na souřadnicích  $x$ :

$$\nabla^2 H = \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial z^2} = \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + 0 + 0 = \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} \quad (1.49)$$

Rovnici (1.36) můžeme pro jednorozměrné (rovinné) vlnění přepsat do tvaru:

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} = j\omega\gamma\mu_0\mu_r \bar{H} \quad (1.50)$$

Tato rovnice představuje diferenciální rovnici druhého řádu, jejíž obecné řešení vypadá takto:

$$H = A_1 e^{\lambda_1 x} + A_2 e^{\lambda_2 x} \quad (A_1, A_2 \dots \text{integrační konstanty}) \quad (1.51)$$

$$\text{Odkud } \lambda^2 = j\omega\gamma\mu_0\mu_r \Rightarrow \lambda_{1,2} = \pm\sqrt{j}\sqrt{\omega\gamma\mu_0\mu_r} \quad (1.52)$$

Ze základů matematiky je známo, že  $j = e^{j\frac{\pi}{2}}$ , což je tzv. exponenciální tvar komplexního čísla a potom  $\sqrt{j} = e^{j\frac{\pi}{4}} \Rightarrow \cos\frac{\pi}{4} + j\sin\frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}} + j\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1+j}{\sqrt{2}}$

Po dosazení:

$$\lambda_{1,2} = \pm \frac{1+j}{\sqrt{2}} \sqrt{\omega\gamma\mu_0\mu_r} = \pm(1+j) \sqrt{\frac{\omega\gamma\mu_0\mu_r}{2}} = \pm \frac{1+j}{a}$$

$$\text{kde } a = \sqrt{\frac{2}{\omega\gamma\mu_0\mu_r}} \quad (1.53)$$

je tzv. hloubka vniku – velmi důležitý parametr v oblasti elektromagnetického vlnění. Vyjadřuje vzdálenost v materiálu, ve které se amplituda určité veličiny pole (**E, D, B, H, J**) utlumí e-krát. Pokud se vrátíme o krok zpět a dosadíme výsledek z (1.53) do obecného řešení (1.51) získáme:

$$H = A_1 e^{-\frac{1+j}{a}x} + A_2 e^{\frac{1+j}{a}x} \quad (1.54)$$

Příčemž první výraz na pravé straně značí vlnu postupnou a druhý vlnu zpětnou. Pro snadnější zápis se často výraz  $\frac{1+j}{a}$  označí např. písmenem p a celá rovnice přejde na tvar:

$$H = A_1 e^{-p x} + A_2 e^{p x} \quad (1.55)$$

### 3.1.1 Elektromagnetické pole popsané pomocí potenciálů [12]

Vyjdeme opět z Maxwellových rovnic, které byly v základním i odvozeném stavu uvedeny výše. Použijeme jejich tvar pro tzv. kvazistacionární pole, ve kterém lze zanedbat složku posuvného proudu, a rovnice budou mít tento tvar:

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \mathbf{J} + \varepsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (2.1.1)$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \quad (2.1.2)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{D} = \rho \quad (2.1.3)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{B} = 0 \quad (2.1.4)$$

Vektor  $\mathbf{J}$  bude definován:

$$\mathbf{J} = \gamma(\mathbf{E} + \mathbf{E}_{ext}) = \gamma\mathbf{E} + \mathbf{J}_{ext} \quad (2.1.5)$$

Složka  $\mathbf{E}_{ext}$  je vnější elektrické pole induktoru. Zanedbání posuvného proudu  $\varepsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$  v první Maxwellově rovnici oproti proudu vodivostnímu lze jednoduše vysvětlit kupříkladu jejich pouhým porovnáním. Vodivostní proud je určen jeho hustotou, která je definována:

$$\mathbf{J}_v = \gamma\mathbf{E} \quad (2.1.5)$$

a hustota proudu posuvného je dána vztahem:

$$\mathbf{J}_p = \varepsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (2.1.6)$$

přičemž v komplexní rovině bude hustota posuvného proudu mít tvar:

$$\mathbf{J}_p = j\varepsilon\omega\mathbf{E} \quad (2.1.7)$$

Pohybujeme ve vodivé oblasti, kde je  $\gamma$  obvykle mnohonásobně, o několik řádů větší než  $\varepsilon$ . Kupříkladu konduktivita mědi je přibližně  $58 \cdot 10^6$  S/m, permeabilita



vzduchu je rovna 1. Pokud by byla frekvence například 50 Hz, člen  $\varepsilon\omega$  bude oproti  $\gamma$  o několik řádů menší. Tímto porovnáním je již na první pohled zřejmé, proč lze posuvný proud oproti vodivostnímu zanedbat.

Protože všechny tyto rovnice popisují elektromagnetické pole pouze v určité oblasti a nejsou tudíž definovány na rozhraních, ve kterých může docházet k nespojitostem, je efektivnější využít k popisu elektromagnetického pole potenciály. Vyjdeme z vektorového potenciálu, který popisuje magnetickou indukci.

4. Maxwellova rovnice říká, že pole magnetické indukce je vírové čili nezdřidlové. Tím pádem lze toto pole popsat pomocí vektorového potenciálu:

$$\mathbf{B} = \text{rot}\mathbf{A} \quad (2.1.8)$$

Tento vztah lze vhodně využít a dosadit jej do 2. Maxwellovy rovnice:

$$\text{rot}\mathbf{E} = -\frac{\partial}{\partial t}\text{rot}\mathbf{A} \quad (2.1.9)$$

Převedením na jednu stranu a vytknutím rotace před závorkou vznikne:

$$\text{rot}\left(\mathbf{E} + \frac{\partial\mathbf{A}}{\partial t}\right) = 0 \quad (2.1.10)$$

Takto odvozený vztah vlastně říká, že vztah uvnitř závorek má nulovou rotaci a tím pádem jej lze s výhodou popsat pomocí skalárního gradientu  $\Phi$ . Tímto rovnice přejde na tvar:

$$\mathbf{E} + \frac{\partial\mathbf{A}}{\partial t} = -\text{grad}\Phi \quad (2.1.11)$$

Úpravou této rovnice:

$$\mathbf{E} = -\text{grad}\Phi - \frac{\partial\mathbf{A}}{\partial t} \quad (2.1.12)$$

vzejde vztah pro intenzitu elektrického pole v závislosti pouze na potenciálech. Dosazením vztahu (2.1.8) a (2.1.12) do první Maxwellovy rovnice, kterou předtím vyjádříme s využitím (2.1.5) a (1.11) vzniká:

$$\operatorname{rot} \frac{1}{\mu} \operatorname{rot} \mathbf{A} = \gamma \left( -\operatorname{grad} \Phi - \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \right) + \mathbf{J}_{\text{ext}} + \varepsilon \frac{\partial}{\partial t} \left( -\operatorname{grad} \Phi - \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \right) \quad (2.1.13)$$

Tuto rovnici lze ještě upravit do konečné podoby:

$$\operatorname{rot} \frac{1}{\mu} \operatorname{rot} \mathbf{A} + \gamma \left( \operatorname{grad} \Phi + \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \right) + \varepsilon \frac{\partial}{\partial t} \left( \operatorname{grad} \Phi + \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \right) = \mathbf{J}_{\text{ext}} \quad (2.1.14)$$

Jak je patrné, nedošlo při odvozování tohoto vztahu k žádnému zjednodušení, platí tedy obecně ve všech prostředích a co je především důležité – platí i na hranicích mezi různými oblastmi, s různými vlastnostmi, neboť se jedná o vyjádření za pomoci potenciálů.

Pro kompletní popis využijeme opět odvozeného vztahu (2.1.12) a dosadíme jej do třetí Maxwellovy rovnice:

$$\operatorname{div} \varepsilon \left( -\operatorname{grad} \Phi - \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \right) = \rho \quad (2.1.15)$$

Roznásobením členů v závorce a záměně znamének vznikne konečný tvar:

$$\operatorname{div} \varepsilon \operatorname{grad} \Phi + \operatorname{div} \varepsilon \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} = -\rho \quad (2.1.16)$$

Uvedené odvozené rovnice (2.1.14) a (2.1.16) lze při řešení některých problémů zjednodušit a to v závislosti na vlastnostech prostředí, ve kterém se pohybujeme a na základně druhu pole, které je řešeno.

Podle těchto podmínek rozlišujeme:

- Prostředí lineární
- Prostředí nelineární
- Prostředí s časově a prostorově konstantními parametry
- Prostředí s časově a prostorově proměnnými parametry
- Stacionární pole
- Kvazistacionární pole
- Nestacionární pole

### 3.1.1.1 Stacionární pole

Stacionární pole je takové pole, ve kterém se veličiny časově nemění. S výhodou lze v něm pak zanedbat všechny derivace podle času. Jak již bylo řečeno rovnici (2.1.14) lze v závislosti na druhu prostředí a na druhu pole zjednodušovat. V tomto případě lze zanedbat člen  $\varepsilon \frac{\partial}{\partial t} \left( \text{grad} \Phi + \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \right)$ , který představuje posuvný proud. Pokud je  $\varepsilon$  prostorově neměnné a lineární, dále také  $\rho_v = 0$  lze poté uplatnit tzv. Coulombovu kalibrační podmínku, která říká, že:

$$\text{div} \mathbf{A} = 0 \quad (2.1.1.1.1)$$

S využitím vektorového počtu, kde je definováno, že divergence gradientu je tzv. Laplaceův operátor, upravíme rovnici (2.1.16) opět do tvaru:

$$\Delta \Phi + \text{div} \varepsilon \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} = -\rho \quad (2.1.1.1.2)$$

a po dosazení vztahu (2.1.1.1.1) bude tato rovnice vypadat takto:

$$\Delta \Phi = 0 \quad (2.1.1.1.3)$$

Tím pádem lze gradient skalárního potenciálu položit roven nule:

$$\text{grad} \Phi = 0 \quad (2.1.1.1.4)$$

Po uplatnění těchto zjednodušení a zanedbání časových derivací bude výsledný tvar rovnice (2.1.14):

$$\operatorname{rot} \frac{1}{\mu} \operatorname{rot} \mathbf{A} = \mathbf{J}_{\text{ext}} \quad (2.1.1.1.5)$$

Dvojnásobné rotace na levé straně se lze zbavit opět použitím vektorového počtu a to konkrétně vztahu (1.21), přičemž při použití Coloumbovy kalibrační podmínky tato celá rovnice přejde na tvar:

$$-\Delta \mathbf{A} = \mathbf{J}_{\text{ext}} \quad (2.1.1.1.6)$$

Tento vztah je při výpočtech indukčního ohřevu používán pro nevodivé oblasti, neboť vlnová délka

$$\lambda = \frac{c}{f} \quad [\text{m}] \quad (2.1.1.1.7)$$

je v tomto prostředí pro běžně používané frekvence indukčního ohřevu mnohonásobně větší, než rozměry samotného zařízení.

### 3.1.1.2 Kvazistacionární pole

Toto pole je časově závislé, avšak časové změny jsou zde velmi pomalé (téměř stacionární), proto lze při jeho řešení využít zjednodušených vztahů použitých pro stacionární pole, avšak nelze zanedbat časové derivace. Po uplatnění vztahů (2.1.1.1.1), (2.1.1.1.2), (2.1.1.1.3) a (2.1.1.1.4) bude výsledný tvar rovnice (2.1.14) následující

$$\operatorname{rot} \frac{1}{\mu} \operatorname{rot} \mathbf{A} + \gamma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} = \mathbf{J}_{\text{ext}} \quad (2.1.1.2.1)$$

Úpravou pomocí vztahu z vektorové analýzy (1.16) vznikne:

$$\frac{1}{\mu} (\operatorname{grad}(\operatorname{div} \mathbf{A}) - \nabla^2 \mathbf{A}) + \gamma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} = \mathbf{J}_{\text{ext}} \quad (2.1.1.2.2)$$

a využitím Coloumbovy kalibrační podmínky (2.1.1.1.1) lze tuto rovnici přepsat:

$$-\nabla^2 \mathbf{A} + \mu\gamma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} = \mu \mathbf{J}_{\text{ext}} \quad (2.1.1.2.3)$$

a s využitím Laplaceova operátoru vzniká tzv. Helmholtzova rovnice pro kvazistacionární elektromagnetické pole:

:

$$-\Delta \mathbf{A} + \mu\gamma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} = \mu \mathbf{J}_{\text{ext}} \quad (2.1.1.2.4)$$

Je třeba poznamenat, že tato rovnice platí pro oblasti s  $\mu = \text{konst.}$  Tento způsob odvození je používán při výpočtu indukčních ohřevů ve vodivé oblasti.

### 3.1.1.3 Nestacionární pole

U tohoto typu pole nelze zanedbat ani časové derivace ani posuvný proud. Ovšem i zde mohou být uplatněna některá zjednodušení a to za předpokladu, že je toto prostředí nevodivé, lineární s konstantní permitivitou  $\varepsilon$  a permeabilitou  $\mu$ . Poté lze uplatnit další kalibrační podmínku, a sice Lorenzovu, která vypadá takto:

$$\text{div} \mathbf{A} = -\mu\varepsilon \frac{\partial \Phi}{\partial t} \quad (2.1.1.3.1)$$

Rovnice (2.1.14) opět bude upravena s využitím vektorového vztahu (1.21) a po aplikaci zmíněných zjednodušení a použitím Lorenzovy podmínky bude mít tvar:

$$-\Delta \mathbf{A} + \varepsilon\mu \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} = \mu \mathbf{J}_{\text{ext}} \quad (2.1.1.3.2)$$

Podobnou úpravou rovnice (2.1.16) s využitím (2.1.1.1.1) vzejde vztah:

$$-\Delta \Phi + \varepsilon\mu \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = \frac{\rho_v}{\varepsilon} \quad (2.1.1.3.3)$$

Tyto rovnice se však pro řešení indukčních ohřevů nepoužívají.

### 3.1.2 Podmínky na rozhraní

Při výpočtu určitého modelu indukčního ohřevu se v něm prakticky vždy vyskytuje více oblastí s různými vlastnostmi, mezi nimiž se vytváří tzv. rozhraní. Může jím být například rozhraní mezi induktorem a vzduchem, cívkou a vsázkou apod. V bodech tohoto rozhraní neplatí odvozované diferenciální rovnice, proto se s výhodou používají rovnice popisující pole za pomoci potenciálů, přičemž je nutné definovat podmínky, které platí na takové hranici mezi dvěma prostředími. Hranice se obvykle v literatuře označuje velkým řeckým gamma  $\Gamma$ . Podmínky na hranicích jsou definovány takto:

$$\mathbf{A}_1 = \mathbf{A}_2, \quad (2.1.2.1)$$

$$\frac{1}{\mu_1} \operatorname{rot} \mathbf{A}_1 - \frac{1}{\mu_2} \operatorname{rot} \mathbf{A}_1 = \mathbf{K}_N, \quad (2.1.2.2)$$

kde  $\mathbf{K}_N$  [A/m] je velikost hustoty plošného proudu.

Je nutné ovšem také zadávat podmínky přímo v bodech hranice  $\Gamma$  daného modelu. Mezi takovéto podmínky patří:

- Dirichletova
- Neumannova
- Podmínka aperiodicity
- Podmínka periodicity

Dirichletova podmínka patří mezi nejpoužívanější a bývá také někdy označována jako podmínka 1. druhu. Neumannova naopak bývá označena jako podmínka 2. druhu a po Dirichletově je druhou nejpoužívanější. Poslední dvě zmíněné se používají zejména pro modely točivých strojů.

#### 3.1.2.1 Dirichletova podmínka

Tato podmínka má tvar:

$$\mathbf{A}(\Gamma, t) = \mathbf{A}_\Gamma(\Gamma, t) \quad (2.1.2.1.1)$$

kde  $A_\Gamma$  je vektorový potenciál zadaný pro body hranice  $\Gamma$  a  $\mathbf{A}$  je hledaná hodnota řešená rovnicí pro kvazistacionární pole (2.1.1.2.4). Tato podmínka udává také derivaci  $\mathbf{A}$  ve směru tečném k hranici  $\Gamma$ . Tím pádem určuje i normálovou složku  $\text{rot}(\mathbf{A})$  a tudíž i normálovou složku magnetické indukce  $\mathbf{B}$ . Pomocí této podmínky lze tedy zadat i žádanou hodnotu normálové složky  $\mathbf{B}_N$ . U symetrických modelů pokud je siločára totožná s hranicí a je zadáno, že  $A_\Gamma = \text{konst.}$  na této hranici, bude  $\mathbf{B}_N$  nulové.

### 3.1.2.2 Neumannova podmínka

Tato podmínka má tvar:

$$\frac{\partial A}{\partial n}(\Gamma, t) = f(\Gamma, t) \quad (2.1.2.1.2)$$

kde  $\frac{\partial A}{\partial n}$  je zadaná hodnota derivace podle vnější normály a  $f$  je požadovaná hodnota derivace dle vnější normály. V podstatě tato podmínka udává velikost tečné složky  $\mathbf{B}_t$ , a pokud bude Neumannova podmínka rovna nule, bude mít  $\mathbf{B}(\Gamma, t)$  směr normály k hranici. Toto je opět výhodné u symetrického modelu, pokud je zřejmé, že siločáry jsou kolmé na hranici  $\Gamma$ .

### 3.1.3 Elektromagnetické pole s ohledem na princip vitrifikace [13]

Materiály určené pro vitrifikaci jsou nevodivé (alespoň za normálních teplot) a nemagnetické, což poměrně komplikuje celý proces indukčního ohřevu. Je nutné použít vyšší frekvence, než při běžném tavení vodivých materiálů. Frekvenční rozsah je zhruba od 0,1 až do 30 MHz.

U indukčních ohřevů a zejména u technologie vitrifikace tímto způsobem je ohřev nejčastěji realizován v dutině induktoru ve tvaru válce. Z tohoto důvodu je výhodné znát, jaké podmínky pro elektromagnetické vlnění panují v takových útvarech. Pro účely rozboru válcového elektromagnetického vlnění je výhodné využít cylindrických souřadnic. Pro zjednodušení jsou uvažovány válcové útvary teoreticky nekonečně dlouhé, kde všechny jevy závisí pouze na jednom rozměru – nejčastěji na poloměru  $r$ .

V pravoúhlých souřadnicích má Laplaceův operátor známý tvar:

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad (2.1.3.1)$$

Ve válcových souřadnicích pak jeho tvar přejde na:

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \quad (2.1.3.2)$$

$$\text{kde } x = r \cos \varphi,$$

$$y = r \sin \varphi,$$

$$z = z$$

$$(2.1.3.3)$$

Protože jsou uvažovány válcové útvary teoreticky nekonečně dlouhé, závisí jejich parametry pouze na poloměru  $r$  a pro všechny  $z$  a  $\varphi$  jsou konstantní, potom operátor  $\Delta$  přejde na tvar

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \quad (2.1.3.4)$$

Dosazením do odvozených rovnic (1.24) až (1.26) pro  $\mathbf{E}$  a  $\mathbf{H}$  vznikne:

$$\frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial r} = \gamma \mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial r} \quad (2.1.3.5)$$

$$\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial r} = \gamma \mu \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial r} \quad (2.1.3.6)$$

$$\frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial r} = \varepsilon \mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial r} \quad (2.1.3.7)$$

$$\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial r} = \varepsilon \mu \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial r} \quad (2.1.3.8)$$

První dvě rovnice platí pro vodivé prostředí, poslední dvě pro nevodivé. Pokud se jedná o řešení pole harmonického lze i rovnice pro  $\mathbf{E}$  a  $\mathbf{H}$  v komplexní rovině



přepsat pro podmínky válcových souřadnic. Dosazením (2.1.3.4) do rovnic (1.36) až (1.39) vzniknou opět čtyři rovnice:

$$\frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial r} - j\omega\gamma\mu\mathbf{H} = 0 \quad (2.1.3.8)$$

$$\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial r} - j\omega\gamma\mu\mathbf{E} = 0 \quad (2.1.3.9)$$

$$\frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial r} + \omega^2 \varepsilon\mu\mathbf{H} = 0 \quad (2.1.3.9)$$

$$\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial r} + \omega^2 \varepsilon\mu\mathbf{E} = 0 \quad (2.1.3.10)$$

Tyto čtyři vztahy jsou tzv. Besselovými rovnicemi, přičemž základní tvar Besselovy rovnice vypadá takto:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + \frac{1}{x} \frac{\partial y}{\partial x} + \left(1 - \frac{n^2}{x^2}\right)y = 0 \quad (2.1.3.11)$$

kde  $n$  udává řád rovnice a její obecné řešení je ve tvaru:

$$y = C_1 J_n(x) + C_2 N_n(x) \quad (2.1.3.12)$$

kde:  $C_1, C_2$  představují integrační konstanty

$J_n(x)$  je Besselova funkce 1.druhu, řádu  $n$  a argumentu  $x$

$N_n(x)$  je Besselova funkce 2.druhu, řádu  $n$  a argumentu  $x$

Jelikož se tato práce zabývá vitrifikací s využitím indukčního ohřevu a její součástí je i model takového problému, je nasnadě vyšetřit elektromagnetické vlnění ve vodivé válcové vsázce. Sklo je sice za normálních teplot nevodivé, avšak zhruba od 200 °C jeho vodivost roste a při teplotách okolo 1200°C je již dobrým vodičem.

Výchozím bodem bude rovnice (2.1.3.8):

$$\frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial r} - j\omega\gamma\mu\mathbf{H} = 0$$

a také již odvozený vztah pro hloubku vniku (1.53):

$$a = \sqrt{\frac{2}{\omega\gamma\mu_0\mu_r}}$$

Úpravou rovnice pro hloubku vniku:

$$\sqrt{\omega\gamma\mu_0\mu_r} = \frac{\sqrt{2}}{a} \quad (2.1.3.13)$$

a dosazením do vztahu (2.1.3.8):

$$\frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial r} - j \left( \frac{\sqrt{2}}{a} \right)^2 \mathbf{H} = 0 \quad (2.1.3.14)$$

Celou rovnici je poté třeba vydělit výrazem:

$$\sqrt{-j} \left( \frac{\sqrt{2}}{a} \right)^2 \quad (2.1.3.15)$$

$$\frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial \left( r \sqrt{-j} \frac{\sqrt{2}}{a} \right)^2} + \frac{1}{r \sqrt{-j} \frac{\sqrt{2}}{a}} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial \left( r \sqrt{-j} \frac{\sqrt{2}}{a} \right)} + \mathbf{H} = 0 \quad (2.1.3.16)$$

Výraz  $\frac{r}{a} \sqrt{2} = x$  (2.1.3.17) se zavede jako proměnná funkce a po dosazení do předchozího vztahu bude rovnice vypadat takto:

$$\frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial (x \sqrt{-j})^2} + \frac{1}{x \sqrt{-j}} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial (x \sqrt{-j})} + \mathbf{H} = 0 \quad (2.1.3.17)$$

Řešením této rovnice je podle (2.1.3.12):

$$\mathbf{H} = C_1 J_0(\sqrt{-j}) + C_2 N_0(\sqrt{-j})_0 \quad (2.1.3.18)$$

Výraz  $J_0$  je Besselova funkce řádu  $n=0$  a je vyjádřena řadou, která má reálnou a imaginární část. Zjednodušeně se zapisuje takto:

$$J_0(x\sqrt{-j}) = berx - jbeix \quad (2.1.3.19)$$

Výraz  $N_0$  je Neumannova funkce řádu  $n=0$  a je také vyjádřena řadou, jejíž zjednodušený zápis vypadá takto:

$$N_0(x\sqrt{-j}) = nerx - jneix \quad (2.1.3.20)$$

Po dosazení do obecného řešení (2.1.3.18) bude mít tato rovnice tvar:

$$\mathbf{H} = \mathbf{C}_1(berx - jbeix) + \mathbf{C}_2(nerx - jneix) \quad (2.1.3.21)$$

Vektor intenzity elektrického pole  $\mathbf{E}$  lze určit z první Maxwellovy rovnice zjednodušené pro vodivé prostředí:

$$rot\mathbf{H} = \gamma\mathbf{E} \quad (2.1.3.22)$$

A tedy:

$$\mathbf{E} = \frac{rot\mathbf{H}}{\gamma} \quad (2.1.3.23)$$

Bez odvození, které je provedeno například v [11] uvedme, že rotace vektoru  $\mathbf{H}$  je ve válcových souřadnicích:

$$rot\mathbf{H} = -\frac{\partial\mathbf{H}}{\partial r} \quad (2.1.3.24)$$

Pro získání řešení vektoru  $\mathbf{E}$  je tedy nutné výraz (2.1.3.21) derivovat podle  $r$ . Po úpravách, které jsou uvedeny opět například v [24] vznikne tvar:

$$\mathbf{E} = \sqrt{-j} \frac{\sqrt{2}}{a\gamma} [\mathbf{C}_1 J_1(x\sqrt{-j}) + \mathbf{C}_2 N_1(x\sqrt{-j})] \quad (2.1.3.25)$$

Konstanty  $\mathbf{C}_1$  a  $\mathbf{C}_2$  je nutné určit z těchto podmínek:

- Ve středu induktoru  $r=0$  je intenzita  $\mathbf{E}=0$
- Na poloměru vsázky  $r_2$  bude intenzita  $\mathbf{H}=\mathbf{H}_0$

V tabulkách je hodnota pro  $J_1(0)=0$  a  $N_1(0)=\infty$ , a proto konstanta  $\mathbf{C}_2=0$ , neboť  $\mathbf{E}$  nemůže být nekonečně velké. Druhá integrační konstanta se určí z podmínky  $\mathbf{H}=\mathbf{H}_0$ .

Po dosazení do rovnice (2.1.3.18):

$$\mathbf{H}_0 = \mathbf{C}_1 J_0(x_2\sqrt{-j}) \quad (2.1.3.26)$$

Bude integrační konstanta  $\mathbf{C}_1$  vyjádřena takto:

$$\mathbf{C}_1 = \frac{\mathbf{H}_0}{J_0(x_2\sqrt{-j})} \quad (2.1.3.27)$$

Výsledné vztahy pro  $\mathbf{E}$  a  $\mathbf{H}$  po dosazení integračních konstant budou následující:

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_0 \frac{J_0(x\sqrt{-j})}{J_0(x_2\sqrt{-j})} \quad (2.1.3.28)$$

$$\mathbf{E} = -\frac{1}{\gamma} \frac{d\mathbf{H}}{dr} = -\mathbf{H}_0 \frac{\sqrt{2}}{a\gamma} \frac{J_1(x\sqrt{-j})}{J_0(x_2\sqrt{-j})} \quad (2.1.3.29)$$

Nejdůležitějšími parametry pro technologii indukčního ohřevu jsou:

- Frekvence  $f$  [Hz]
- Vodivost  $\gamma$  [S/m]
- Permeabilita  $\mu$  [H/m]
- Hloubka vniku  $a$  [cm]

Technologie indukčního ohřevu je založena na pronikání elektromagnetického vlnění přímo do ohřivaného materiálu, kterému předává svojí energii. Proměnné elektromagnetické pole vzniká v induktoru, který obklopuje ohřivaný materiál. Proměnný magnetický tok, který je vytvářen ve vsázce působením proudem protékajícího induktoru, při časové změně dává vzniknout tzv. indukovanému napětí. Vyjádřeno vztahem:

$$u_i(t) = -N \frac{d\phi_{2(t)}}{dt} \quad (3.1.6.1)$$

kde  $\phi_{2(t)}$  je indukovaný magnetický tok ve vsázce a N je počet závitů induktoru.

Proud induktoru je harmonický a lze jej vyjádřit ve tvaru  $I_1(t) = I_{1m} \cdot \sin(\omega t)$ . Magnetický tok ve vsázce pak bude mít také harmonický průběh a jeho tvar bude  $\Phi_2(t) = \Phi_{2m} \cdot \sin(\omega t)$ . Po dosazení do rovnice pro indukované napětí a následné derivaci vznikne:

$$u_i(t) = -\omega N \Phi_{2m} \cos(\omega t) = -2\pi f N \Phi_{2m} \cos(\omega t) \quad (3.1.6.2)$$

Efektivní hodnota tohoto indukovaného napětí bude mít tvar:

$$U_i = \frac{2\pi f}{\sqrt{2}} N \Phi_{2m} = 4,44 f N \Phi_{2m} \quad (3.1.6.3)$$

Indukované napětí v elektricky vodivém materiálu vyvolá proud:

$$I_2 = \frac{U_i}{Z} = \frac{U_i}{\sqrt{R^2 + X^2}} \quad (3.1.6.4)$$

Průtokem proudu materiálem vznikají tepelné ztráty podle Joulova zákona:

$$P_2 = R I_2^2 = \frac{U_i^2 R}{Z^2} \quad (3.1.6.5)$$

Tyto tepelné ztráty způsobují žádaný ohřev vsázky. Ze vztahu (3.1.6.5) je patrné, že pro zvětšení vývinu tepla, je potřeba zvýšit hodnotu indukovaného napětí. Z rovnice (3.1.6.3) je zřejmé, že toho lze dosáhnout buďto zvětšením magnetického toku nebo zvýšením frekvence. Magnetický tok vsázkou lze zvýšit vhodným umístěním ohřivaného materiálu vzhledem k induktoru – největší hodnota bude dosažena, pokud se vsázka umístí do dutiny cívky. Dále lze magnetický tok samozřejmě zvětšit zvýšením hodnoty proudu induktorem a přidáním závitů. Zvyšování hodnoty proudu induktorem má však své meze vzhledem k jeho oteplování. Zvýšení frekvence, je nejvhodnější způsob pro zvětšení hodnoty indukovaného napětí ve vsázce. Výběr pracovní frekvence jde ruku v ruce s výběrem zdroje proudu a je jedním z nejdůležitějších faktorů pro výsledný účinný indukční ohřev.[14] Výběr pracovní frekvence souvisí také určitým způsobem s druhem materiálu, který má být ohříván. Pokud bude materiál pro danou frekvenci elektromagneticky průzařný, nedojde k účinnému indukčnímu ohřívání. Z tohoto hlediska je dalším velmi důležitým parametrem hloubka vniku, definovaná jako:

$$a = \sqrt{\frac{2}{\omega\gamma\mu}}, [\text{m}] \quad (3.1.6.6)$$

Indukční zařízení a ohřívání materiálu jsou většinou ve tvaru válce a množství tepla za 1 sekundu vznikající v části vsázky o délce 1 cm bude potom podle vztahu:

$$P = \pi\rho x_2 H^2 P(x_2) \quad [\text{W/cm}] \quad (3.1.6.7)$$

kde  $\rho$  je měrný odpor vsázky a  $P(x_2)$  je funkce, která vznikla řešením Besselovy rovnice a jejímž argumentem je

$$x_2 = \frac{r}{a} \sqrt{2}, \quad (3.1.6.8)$$

kde  $r$  je poloměr válcové vsázky. Z průběhu této funkce vyplývá, že pro  $x_2 < 1,5$  je ohřívání materiálu elektromagneticky průzařný, elektromagnetické vlnění v něm není pohlcováno a nedochází k účinnému ohřevu. Z tohoto důvodu je pro poloměry

$r \leq \frac{1,5}{\sqrt{2}}a$  vsázka elektromagneticky průzařná. Pro účinný indukční ohřev je tedy vhodné, aby parametr  $x_2$  byl velký, to znamená, že hloubka vniku musí být mnohem menší než poloměr vsázky. V praxi to vede k správné volbě kmitočtu, tak aby tyto podmínky byly splněny a docházelo k efektivnímu ohřevu.

Stěžejním úkolem pak může být stanovení minimální frekvence pro účinný ohřev. Z průběhu funkce  $P(x_2)$  a z výše uvedených vztahu je patrné, že musí platit  $x_2 > 3$ . Úpravou rovnice (3.1.6.8) a dosazením za  $x_2=3$  dostaneme

$$r = \frac{3a}{\sqrt{2}} = \frac{3}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{2}{\omega\gamma\mu}} \quad (3.1.6.9)$$

Úpravou vznikne

$$r^2 = \frac{9}{2\pi f\gamma\mu} \quad (3.1.6.10)$$

a odtud pak již hledaný minimální potřebný kmitočet

$$f_{min} = \frac{9}{2\pi r^2\gamma\mu} \cong 10^6 \frac{1}{r^2\gamma\mu_r} \quad (3.1.6.11)$$

[11].

## 4 Teplotní pole [12]

Řešení indukčního ohřevu je úlohou sdruženou, což znamená, že je nutné zkoumat jak elektromagnetické pole, tak i pole teplotní. Teplotní pole je obecně popsáno Fourier-Kirchhoffovo rovnicí. Pro její nalezení je nutné použít tzv. energetickou rovnici, která je ve tvaru:

$$\frac{dh}{dt} - \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dt} = \frac{\tau_{KL}}{\rho} \frac{\partial w_K}{\partial L} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial q_K}{\partial K} + \frac{q_v}{\rho} \quad (4.1)$$

kde jednotlivé symboly znamenají:

$h$ ...množství energie v látce (entalpie) [J/kg]

$p$ ...tlak [Pa]

$\rho$ ...hustota látky [kg/m<sup>3</sup>]

$w_k$ ...rychlost [1/s]

$\tau$ ...viskozita [Pa.s]

$K, L$ ...sčítací koeficienty

$q_k$ ...tepelný tok [W/m<sup>2</sup>K]

$q_v$ ...zdroj tepla [W/m<sup>2</sup>K]

Pro bližší poznání rovnice (4.1) je třeba také uvést, co jednotlivé členy v rovnici znamenají. Člen  $\frac{q_v}{\rho}$  představuje vliv cizích zdrojů tepla a je označován jako produkce. Člen  $\frac{1}{\rho} \frac{\partial q_K}{\partial K}$  je tzv. difúze, tedy přívod a odvod tepla v obou směrech, tedy jak z, tak i do tělesa. První člen na pravé straně této rovnice  $\frac{\tau_{KL}}{\rho} \frac{\partial w_K}{\partial L}$  je tzv. disipace. Popisuje vznik energie následkem tření. Většina indukčních ohřevů probíhá za normálního neměnného tlaku, proto lze předpokládat  $p$  konstantní. Materiály ohříváné indukčně jsou povětšinou pevné látky a viskozita  $\tau$  proto bude rovna nule. Entalpii lze vyjádřit pomocí tzv. měrné tepelné kapacity  $c$  [J/kg.K]:

$$h = c \cdot T \quad (4.2)$$

kde  $T$  je teplota v K



Na základě těchto znalostí lze rovnici (4.1) přepsat do tvaru:

$$c \frac{dT}{dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial q_K}{\partial K} + \frac{q_v}{\rho} \quad (4.3)$$

Zdroj tepla, který je v této rovnici respektován a značen symbolem  $q_v$  představuje de facto Jouleovy ztráty  $W_J$ . Pravou stranu lze dále za pomoci znalostí z vektorové analýzy přepsat do tvaru:

$$c \frac{dT}{dt} = -\frac{1}{\rho} \operatorname{div} \mathbf{q}_k + \frac{W_J}{\rho} \quad (4.5)$$

Tepelný tok je definován:

$$\mathbf{q}_k = -\lambda \operatorname{grad} T \quad (4.6)$$

kde  $\lambda [W/mK]$  je důležitý parametr zvaný součinitel tepelné vodivosti.

Po dosazení do (4.5) a menší úpravě:

$$\frac{dT}{dt} = -\frac{1}{c\rho} \operatorname{div} (-\lambda \operatorname{grad} T) + \frac{W_J}{\rho} \quad (4.7)$$

Levou stranu rovnice lze dále vyjádřit jako:

$$\frac{dT}{dt} = \frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \operatorname{grad} T \quad (4.8)$$

Rychlost  $\mathbf{v}$  představuje pohyb systému vůči induktoru, v případě indukčních ohřevů je však většina systémů v klidu, a proto lze rychlost položit rovnu nule. Na pravé straně rovnice (4.7) je výraz divergence gradientu, což je z vektorového počtu tzv. Laplaceův operátor:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{c\rho} \Delta T + \frac{W_J}{\rho} \quad (4.9)$$

Odtud:

$$a = \frac{\lambda}{c\rho} [\text{m/s}^2] \quad (4.10)$$

je tzv. součinitel teplotní vodivosti, který udává rychlost šíření teplotních vln.

Rovnice (4.9) je již zmíněná a hledaná Fourier-Kirchhoffova rovnice, která obecně popisuje teplotní pole. Na základě znalostí konkrétního pole a jeho časové derivace, se může jednat o pole stacionární, ve kterém lze časovou derivaci v rovnici (4.9) zanedbat či pole nestacionární, kde se bude časová derivace uplatňovat.

#### 4.1 Okrajové podmínky pro teplotní pole

Stejně jako u elektromagnetického pole je i u teplotního pole nutné znát podmínky na rozhraní dvou prostředí.

##### 4.1.1 Dirichletova podmínka

Podmínka je použitelná tam, kde je známá teplota na hranici  $\Gamma$ . Tvar této podmínky je:

$$T(\Gamma, t) = T_r(\Gamma, t) \quad (4.1.1.1)$$

##### 4.1.2 Neumannova podmínka

Tato podmínka je použitelná tam, kde je známý energie přes hranici  $\Gamma$ . Z tohoto důvodu je výhodné využít této podmínky na osách symetrie, kde je to energie nulový. Její tvar je:

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial n}(\Gamma, t) = f_0(\Gamma, t) \quad (4.1.2.1)$$

### 4.1.3 Newtonova podmínka

Této podmínky lze využít na rozhraní pevných těles s plynem či kapalinou, neboť respektuje přestup tepla prouděním. Ten se uplatňuje zhruba do 500 °C. Tvar této podmínky je následující:

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial n} = \alpha(T_k - T) \quad (4.1.3.1)$$

Kde  $\alpha$  je tzv. součitel přestupu tepla. Jeho určení je závislé na uspořádání systému, tedy jeho rozměrech a tvaru, dále pak na viskozitě, rychlosti proudění a dalších vlastnostech.

### 4.1.4 Podmínky 4.druhu

Tyto podmínky jsou určeny pro systémy uplatňující přestup tepla sáláním, čili radiací. Tento druh přestupu tepla je definován Stefan-Boltzmannovým zákonem a uplatňuje se při vyšších teplotách nad 500 °C. Podmínka má proto následující tvar:

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial n} = \varepsilon c(T_k^4 - T^4) \quad (4.1.3.2)$$

kde  $\varepsilon = 5,6687 \cdot 10^{-8}$  [W/m<sup>2</sup>K<sup>4</sup>] je Stefan-Boltzmannova konstanta a  $c$  [-] je tzv. stupeň šedosti tělesa.

Ovšem často je těleso či látka ohřívána od nízkých teplot až po vysoké a je tedy třeba respektovat jak přestup tepla prouděním, tak i sáláním. Pro tento případ má okrajová podmínka tvar:

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial n} = \alpha(T_k - T) + \varepsilon c(T_k^4 - T^4) \quad (4.1.3.3)$$

## 5 Princip vitrifikace

Jak již bylo v úvodu napsáno, vitrifikace je proces, při kterém se materiál zatavuje do skla – stručně a obecně řečeno. Princip této metody je založen na vkládání materiálu (ať už se jedná o jaderný odpad či cokoliv jiného), který má být vitrifikován, do roztavené skelné hmoty, nebo je spolu se sklotvorným materiálem roztaven. Takto vzniklá směs se poté nechá rychle vychladnout, přičemž vzniká pevná skelná matrice, která vyniká hned několika výhodnými vlastnostmi, jako je malá vylouhovatelnost, chemická odolnost, nehořlavost a žáruvzdornost, mechanická pevnost či odolnost proti korozi a radiaci. Dále lze uvést odolnost proti působení různých mikroorganismů a všeobecně odolnost proti stárnutí. Za velmi užitečnou vlastnost této metody lze také označit velkou objemovou redukci odpadu, ke které dochází během tavení ve skelné směsi, která je roztavena na teplotu běžně okolo 1200 °C a více. Vzniklá směsná tavenina je pak vylita do vhodné nádoby tzv. patrony, kde dochází ke konečnému vytuhnutí ve sklo.[8]

Tato technologie se používá především ke zpracování vysokoaktivních odpadů. Tyto odpady vznikají zejména při přepracování vyhořelého paliva z jaderných reaktorů. Nejvíce používanou metodou přepracování vyhořelého paliva je jeho rozpuštění v roztoku kyseliny dusičné a následná separace uranu a plutonia od štěpných produktů a aktinidů vzniklých během pobytu v reaktoru. Z tohoto důvodu je převážná většina vysokoaktivních odpadů v tekuté formě.[6] Lze samozřejmě vitrifikovat i středně aktivní odpady z provozu jaderných elektráren, které často obsahují značné množství bóru a alkalických kovů, což jsou složky borosilikátových skel, která se pro účely vitrifikace používají – proto postačí jen doplnění menšího množství těchto složek, odpaření vody a takovým způsobem pak může být docíleno značné objemové redukce výsledného produktu. Tento fakt je nespornou výhodou oproti obvykle používaným technologiím bitumenace či cementace, avšak ekonomický faktor – tedy cena, hraje v neprospěch vitrifikace. [8]

Odpad určený k vitrifikaci je do skelné taveniny přidáván buďto v tekuté formě nebo jako pevný kalcinát, podle použité technologie tavení. Pevný kalcinát se vytváří v tzv. kalcinátoru, což je válec vyhříváný na teplotu okolo 400 °C, ve kterém dochází k zhušťování kapaliny, odpařování vody a následné kalcinaci, během které se většina solí přemění na oxidy[8]. Proces nastartování tavby je u většiny používaných metod

vitrifikace vzhledem k nevodivosti skla za běžných teplot nutné zajistit formou předehřevu kupříkladu plynovými hořáky, nebo vložením startovacího vodivého materiálu či mikrovlnným ohřevem.

Největším průkopníkem v této oblasti je Francie. V 50. letech 20.století francouzská Komise pro atomovou energii CEA označila borosilikátové sklo jako vhodný materiál pro dlouhodobé uskladnění odpadů z vyhořelého jaderného paliva. V 60. letech se proto vývoj soustředil na vitrifikaci takového odpadu pro jeho stabilizaci ve skelné matici. V roce 1968 v Marcoule tak vznikl projekt PIVER (světově první prototyp vitrifikačního systému radioaktivního odpadu) [27], v rámci kterého bylo sestaveno menší zařízení založené na indukčním ohřevu, se systémem plnění tekutou směsí. Současně s tím byla vyvíjena technologie přímého odporového (Jouleova) ohřevu využívající kalcinátor pro předzpracování tekutého odpadu. Do provozu bylo zařízení uvedeno v roce 1978 v Marcoule. Zpracovávalo odpad z plynem chlazených reaktorů. Následně se CEA zaměřila na vývoj složení skla pro odpady z tlakovodních reaktorů typu PWR, což vedlo k vytvoření skladby skla nazývaného R7T7, které je používáno dodnes [15].

Současně s Francií pracovaly na vývoji technologie vitrifikace zejména Spojené státy, Rusko, Německo, Belgie či Japonsko. Většina těchto států používalo také borosilikátové sklo. Rusko se však zaměřilo především na vývoj fosfátového skla. Tento druh skla je mnohem více agresivní vůči kovovým materiálům, ale jejich výhodou je nižší teplota tání a větší plnicí faktor - tzn., že dokáží pojmout větší procentuelní množství odpadů na podíl sklotvorného materiálu [14].

Hlavním důvodem proč se velmoci začaly zabývat technologií vitrifikace byl stav jejich skladů, které byly plné radioaktivních odpadů vzniklých během výroby jaderných bomb. Po 2. Světové válce došlo k masivnímu vyzbrojování nukleárními pumami. Plutonium, které sloužilo nejčastěji k jejich výrobě, se získávalo chemickou separací z uranového paliva jaderných reaktorů. Tímto způsobem se nahromadilo velké množství nebezpečných dlouhodobých radioaktivních odpadů, které bylo nutné stabilizovat a imobilizovat, což vedlo k zájmu o technologii vitrifikace. Mimo jiné například Francie vyrábí okolo 80% elektrické energie z jádra, a tudíž se jí vyplatí přepracovávat vyhořelé palivo z reaktorů jaderných elektráren a odpady z tohoto procesu poté vitrifikuje. Činí tak nejen pro své, ale i některé zahraniční zdroje.

Česká republika nevyvíjela jadernou zbraň a ani nevlastní přepracovací závody. Z tohoto důvodu není technologie vitrifikace radioaktivního odpadu v ČR průmyslově a prakticky již ani laboratorně používána. Vývoj v této oblasti však na našem území prováděn byl – zejména v ÚJV Řež. Na území Slovenska je vitrifikace prováděna v Jaslovských Bohunicích. Jedná se o zpracování vysokoaktivního chladicího média, tzv. chrompiku, což je směs chromanu a dvojchromanu draselného, který byl použit k chlazení paliva v havárii poznamenané jaderné elektrárně A-1. Proces probíhá v indukční peci při teplotě 1100°C. Projekt nese jméno VICHR.[16]

### 5.1.1 Vlastnosti skla

Sklo je tuhá nekystalická anorganická látka, která je vytvářena především z krystalických materiálů, jejich roztavením za vysokých teplot v rozmezí od 1000 až do 2000 °C a následným prudkým zchlazením, kdy hmota nestačí zkrystalizovat a vzniká tak amorfni – nepravidelná (nekystalická) struktura. Základní složkou skla je povětšinou oxid křemičitý  $\text{SiO}_2$ , který se vyskytuje v křemenu a ve sklářském písku, který nejčastěji slouží pro jeho výrobu. Dále se do něj přidává celá řada příměsí, které zcela mohou měnit jeho vlastnosti. Mezi nejčastější příměsi patří kupříkladu sodík, ve formě uhličitanu sodného (soda), který výrazně snižuje jeho teplotu tavení – křemen taje zhruba při 2000 °C, přidáním sody se teplota tání sníží až na teploty okolo 1000 °C. Pro snížení teploty tavení se také přidává uhličitan draselný  $\text{K}_2\text{CO}_3$ . Příměsí může být velmi velké množství od kovů jako hliník, olovo, nikl, či titan, většinou ve formě oxidů, až po oxidy kovů alkalických. Dále se vyskytují skla sulfidová, oxidonitridová atd [18].

K vitrifikaci se však nejvíce používají skla borosilikátová (borokřemičitá), jejichž základní dvě složky tvoří oxid křemičitý  $\text{SiO}_2$  a oxid boritý  $\text{B}_2\text{O}_3$ . Obsah  $\text{SiO}_2$  se běžně volí v rozsahu 40 – 50 %, kdežto  $\text{B}_2\text{O}_3$  okolo 8 – 20 %. Dále se v menší míře používají fosfátová (používána hlavně v Rusku), borosilikátofosfátová, sodíkokřemičitá a aluminiumsilikátová skla. Alternativně se používá keramika, či SYNROC, což je tzv. syntetický kámen – jedná se o směs tří titanových minerálů – hollanditu, zirkonolitu a perovskitu s přidavkem rutilu a malého množství kovové slitiny [28]. Všechny tyto materiály mají odlišné vlastnosti zejména co se teploty měknutí a tání týče. Například borosilikátová skla měknou při teplotách okolo 500 –

600 °C a tají při teplotách v rozmezí 1000 – 1200 °C. Fosfátová skla mají teplotu měknutí v rozsahu 350 – 450 °C a teplotu tání mezi 800 – 1000 °C. Keramická skla pak měknou při teplotách okolo 750 °C a tají při zhruba 1200 °C [6].

Pro proces vitrifikace jsou nejdůležitější zejména tyto parametry skla:

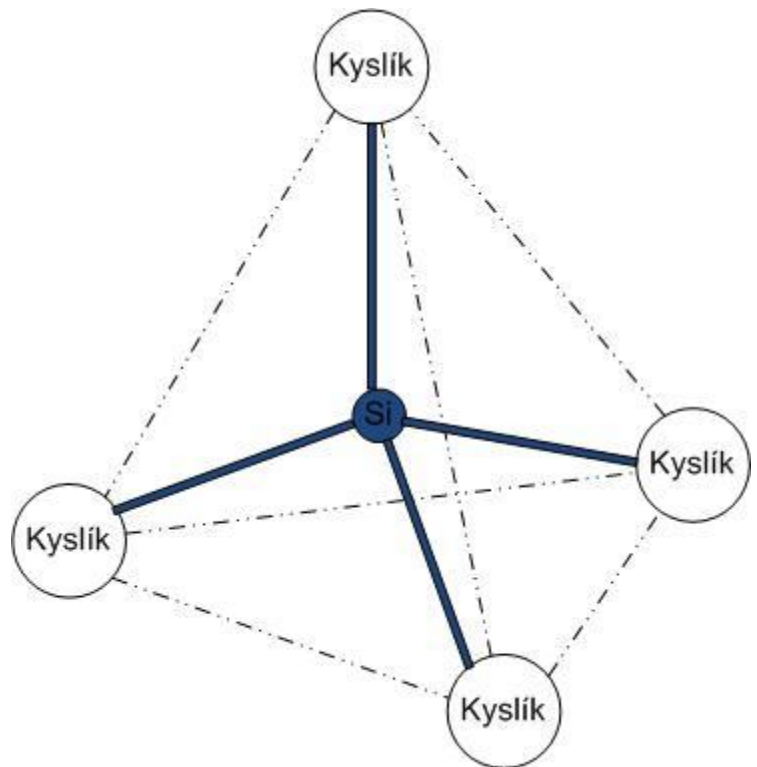
- Teplota tání -  $T_m$  [°C]
- Měrná vodivost -  $\gamma$  [S/m]
- Elektrická pevnost -  $U_p$  [V]
- Mechanická pevnost – (MPa)
- Viskozita - [Pa.s]
- Tepelná vodivost –  $\lambda$  (W/m.K)
- Specifické teplo –  $c$  (J/kg.K)
- Hustota –  $\rho$  (kg/m<sup>3</sup>)
- Normalizovaná míra vylouhovatelności radionuklidů -  $NR_i$  (g/cm<sup>2</sup>.den)

Většina těchto parametrů se mění s teplotou, a proto je nutné znát jejich hodnoty jak za běžných teplot, tak i při vysokých teplotách – zejména vodivost v roztaveném stavu. Vodivost skla je analogicky jako u elektrolytů iontová a je způsobena především ionty příměsí, především alkalických kovů, hlavně Na<sup>+</sup>. Ovšem například ionty olova Pb<sub>2</sub><sup>+</sup>, vápníku Ca<sub>2</sub><sup>+</sup> či barya Ba<sub>2</sub><sup>+</sup> jeho vodivost snižují. Vyjádřeno v oxidech nejvíce snižuje vodivost oxid vápenatý CaO a naopak nejvíce ji zvyšuje oxid sodný Na<sub>2</sub>O. Čistá skla bez příměsí mají velmi velký elektrický odpor – jsou výborným izolantem. [17] Významným parametrem je vylouhovatelność. Jedním z důvodů proč pro zpracování dlouhodobých radioaktivních látek byla zvolena vitrifikace je právě nízká vylouhovatelność skla. Jedním z nejčastějších úniků látek do životního prostředí je právě prostřednictvím vody. Možnost zatopení hlubinného úložiště radioaktivních odpadů je nevyložitelná a z toho důvodu musí být úložný materiál vůči vodě velmi odolný.

Křemíkové sklo má trojdimenzionální strukturu, přičemž základní stavební jednotkou je pravidelný čtyřstěn tzv. tetrahedron (Obr. 2.), ve kterém je jeden atom křemíku spojen se čtyřmi atomy kyslíku. Tyto atomy kyslíku (jeden, nebo i všechny) jsou pak spojeny s jinými tetrahedrony (jsou sdíleny) a společně vytvářejí 3D strukturu skla. Takováto podoba zabraňuje vytvoření krystalické mřížky, neboť

spojení křemíku a kyslíku je náhodné a celkově je trojdimenzionální síť velmi nepravidelná.

Pokud je přítomen například sodík jako příměs, jsou jeho atomy iontově vázány na kyslík a tím zamezují možnost navázání na jiný tetrahedron. Prvky, které dokáží nahradit křemík ve struktuře, mohou vytvářet síť a inkorporovat se tak do skla – jsou takzvané sklotvorné, vytvářejí kovalentní vazbu. Jedná se zejména o některé kovy ze středu periodické tabulky prvků. Převážná část jednomocných a dvojmocných kationtů například vápníku,



Obr. 2. Struktura skla

sodíku a některých dalších kovů však toto nedokáží, ale vytvářejí iontovou vazbu s atomy kyslíku – jsou takzvanými modifikátory sítě. Přerušují spojitost sítě a tím významně mění jak fyzické, tak i chemické vlastnosti skla. Vzhledem síťové struktuře skla nelze jeho složení vyjádřit chemickou rovnicí – proto se složení skla popisuje výhradně seznamem obsahu jednotlivých látek v procentuelním zastoupení [18].

Nebezpečné odpady mohou být do skelné matrice inkorporovány dvěma základními způsoby:

- Zapouzdřením
- Chemickou vazbou

Některé látky, které nereagují chemicky a nedokáží se začlenit přímo do matrice skla vazebně, mohou být imobilizovány ve skle také tzv. zapouzdřením. Během procesu vitrifikace se tyto látky obklopí vrstvou skelného materiálu, která brání jejich úniku a zadržuje je, aniž by došlo k přímému začlenění do struktury skla [19].



Pro účely vitrifikace radioaktivního odpadu se ve světě nejvíce osvědčilo sklo borosilikátové a fosfátové. Následující tabulka podává přehled o složení skel vyvinutých v různých státech.

Tab. 2. Přehled složení skel používaných ve světě pro vitrifikaci RAO [19]

Stát (Označení skla)	Podíl látky v [%]							
	SiO <sub>2</sub>	P <sub>2</sub> O <sub>5</sub>	B <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	CaO	MgO	Na <sub>2</sub> O	Ostatní
Francie (R7T7)	47,2	-	14,9	4,4	4,1	-	10,6	18,8
USA (DWPF)	49,8	-	8	4	1	1,4	8,7	27,1
Velká Británie (Magnar Waste)	47,2	-	16,9	4,8	-	5,3	8,4	17,4
Rusko (Defence HLW)	-	52	-	19	-	-	21,2	7,8
Rusko (K-26)	48,2	-	7,5	2,5	15,5	-	16,1	10,2
Německo/Belgie (PAMELA)	52,7	-	13,2	2,7	4,6	2,2	5,9	18,7
Japonsko (P0798)	46,6	-	14,2	5	3	-	10	20,2
Čína (GC-12/9B)	46,2	-	13,4	4,2	2,5	1,5	9,1	23,1

Borosilikátová skla se používají pro jejich schopnost pojmout velké množství různých druhů látek a jejich skvělé schopnosti se v takovém složení formovat v ucelenou skelnou strukturu. Dále vynikají chemickou stálostí, mechanickou pevností a co je pro tyto účely důležité - vynikající radiační a teplotní odolností.

Fosfátové sklo se od borosilikátového liší především tím, že má nižší teplotu tavení, je bohužel mnohem více agresivní (má silné korozivní účinky), avšak některé látky, které prakticky nelze rozpustit v borosilikátové matici, lze do fosfátového skla inkorporovat. Jedná se zejména o sloučeniny chrómu a síranů, které bývají součástí odpadních kalů jaderných elektráren. Fosfátová skla jsou vyvíjena především v Rusku, dále pak v belgickém Molu či v USA (Oak Ridge National Laboratory, University of Missouri). Rusko vitrifikuje radioaktivní odpady z přepracovávacího závodu RT-1 situovaném v Uralské oblasti. Fosfátová skla jsou vhodná především pro zpracování odpadu s vysokým obsahem hliníku a sodíku. Na rozdíl od borosilikátových skel mohou pojmout větší množství korozivních látek jako například oxidy aktinidů, molybdenany a sírany. Studený kelímek přináší nové možnosti v použití fosfátových skel vzhledem k ochranné vrstvě, která vzniká během tavení. Mohou tím pádem být taveny i velmi korozivní látky [19].

## 5.2 Metody vitrifikace [18]

Nejobecněji lze metody vitrifikace rozdělit na dvě varianty v závislosti na způsobu ohřevu, nebo spíše by se dalo hovořit o dělení podle použitého zdroje k ohřevu. Jedná se o technologie s využitím

- elektrického zdroje
- zdroje tepelného, spalující fosilní paliva.

Pro proces vitrifikace využívající jako primární zdroj fosilní paliva se používá především rotační pec. Tento způsob avšak není prakticky pro vitrifikaci jaderných odpadů využíván. Technologie využívající jako zdroj elektřinu, mají tu výhodu, že tavenina není znečišťována spalinami a zůstává tak velmi čistá. Metody využívající jako primární zdroj energie elektřinu lze poté dělit na způsoby operující na principu

- Jouleovo ohřevu
- plasmového ohřevu
- mikrovlnného ohřevu
- odporového ohřevu
- indukčního ohřevu
- obloukového ohřevu

### 5.2.1 Jouleův ohřev

Jouleův ohřev, nebo také přímý odporový ohřev je založen na principu průchodu elektrického proudu přímo materiálem (vsázkou), který má být ohříván nebo taven, přičemž vznikají Jouleovo ztráty, které jsou definovány jednoduchým vztahem

$$P = R \cdot I^2 \quad [\text{W}] \quad (3.1.1)$$

Jednoduše řečeno, pokud je proud protékající vsázkou konstantní, což obvykle bývá, pak se spolu se vzrůstem odporu materiálu zvětšují i ztráty a materiál se tak rychleji ohřívá. Platí ovšem také Ohmův zákon, který má za následek to, že pokud se zvyšuje napětí a současně také odpor, proud klesá. Vzhledem k tomu, že proud je v Jouleově zákoně v druhé mocnině, má jeho byť i malý pokles velký vliv. Pokud má

materiál malou rezistivitu, je pro protlačení proudu potřeba nižší napětí a naopak. Z těchto úvah lze snadno usoudit, že pro potřeby Jouleova ohřevu je materiál poměrně dobře vodivý s nižší rezistivitou ohříván při menších hodnotách napětí a naopak materiály méně vodivé při hodnotách vyšších.

Princip tohoto způsobu ohřevu je v celku banální, ale obtížnost návrhu této technologie souvisí s nelineárními fyzikálními vlastnostmi ohřívanych materiálů s narůstající teplotou. S tím souvisí i specifická vlastnost skla v této oblasti, a sice jeho velmi nízká vodivost neboli velký odpor v pevném stavu při běžných teplotách – v takovém stavu je dobrým izolantem [11]. Ovšem při vysokých teplotách a zejména v tekutém stavu je sklo dobře vodivé. Již nad teploty okolo 200 °C se vodivost skla zvyšuje a jeho odpor se při teplotách okolo 1300 °C sníží řádově až o  $10^{13}$  [11]. Je to způsobeno strukturou skla, která je nekystalická, amorfní, tzn. že nemá pravidelnou krystalickou mřížku. Se vzrůstající teplotou dochází k roztavení skla a tím k porušení jeho struktury, která za normálních teplot neobsahuje dostatečné množství volných nosičů schopných nést elektrický náboj. Po roztavení se uvolní dostatečné množství iontů a sklo se tak stane vodivé.

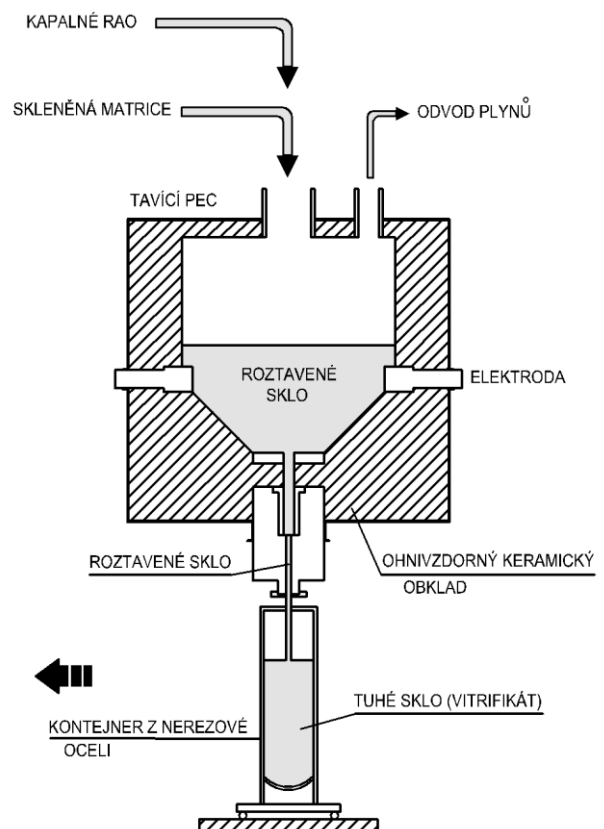
Pro tento způsob vitrifikace byla vyvinuta technologie v anglické literatuře nazývaná jako Joule Heated Ceramic Lined Melter (JHCM), v překladu keramická pec s Jouleovým ohřevem. Tento systém byl vyvinut v USA v 70. letech a dodnes je používán například v Japonsku v Tokai, v Indickém Tarapuru, či v Karlsruhe v Německu. Technologie vychází ze sklářských pecí, takže ačkoliv pro vitrifikaci byl tento systém vynalezen v 70. letech, první pec využívající Jouleovo ohřevu byla postavena již v roce 1905 [17]. Pro start vitrifikace se přidávají vhodné vodivé příměsi případně je materiál nejprve roztaven formou předehřevu, neboť jak již bylo řečeno, sklo není za normálního stavu vodivé. Předehřev lze provést například plynovými ohříváky, nepřímým odporovým ohřevem (v pecích s topnými články). Samotný proces vitrifikace touto technologií začíná při teplotách okolo 1000°C a teplotní rozsah sahá až k 1600°C. Horní teplotní mez je omezena kvůli tepelné odolnosti žáruvzdorné keramiky a vzhledem ke korozi elektrod, které jsou přímo v tavenině. Elektrody bývají provedeny z grafitu. V průběhu procesu vzniká na povrchu taveniny studená krusta (v angličtině tzv. Cold Cap). Její vznik je dán plněním odpadu do taveniny, které je prováděno shora. Tato vrstva je jakýmsi rozhraním mezi materiálem, který je do pece vsypáván a taveninou. Dochází zde k vypařování vody

a tyto výpary jsou pohlcovány filtračním systémem. Dno této studené vrstvy zajišťuje kontakt materiálu s roztaveným sklem a tak i jeho začleňování do skelné hmoty.

V průběhu tavení může docházet také k nežádoucímu jevu a tím jest usazování těžších kovů na dně keramické nádoby. Tato vrstva může být silně vodivá, čímž může v krajním případě dojít až ke zkratu a vyřadit tak pec z provozu. Jako příklad takových kovů, které se běžně usazují při tomto procesu lze uvést Ruthenium, Rhodium, stříbro, železo aj. Dále může dojít ke vzniku vrstvy solí, které způsobují korozi elektrod. Pec musí být pravidelně vyprazdňována v důsledku nahromadění skelné taveniny. Výsledná směs bývá lita přímo do uskladňovacích kontejnerů či do písku. Alternativně pak do vodní lázně, kdy dochází ke vzniku jakéhosi granulátu. Celý proces je dvoufázový, kdy plněný odpad je nejprve přiveden do kalcinátoru a až poté je přidáván do pece. Podrobně je systém kalcinace rozebrán v kapitole 3.1.6. Metoda JHCM je v současnosti spolu s technologií HWIM (Hot - Walled Induction Melter) jednou z nejpoužívanějších metod vitrifikace radioaktivních odpadů.

Alternativně mohou být pece provozovány jako rotační. Tento systém má výhodné vlastnosti - dochází ke zlepšení účinnosti přenosu tepla, neboť tavenina je promíchávána. Tyto pece mohou mít až osmkrát vyšší výkonnost a mohou být provozovány při nižších teplotách a zároveň mohou mít menší rozměry. Tyto skutečnosti vedou k menším pořizovacím i provozním nákladům.

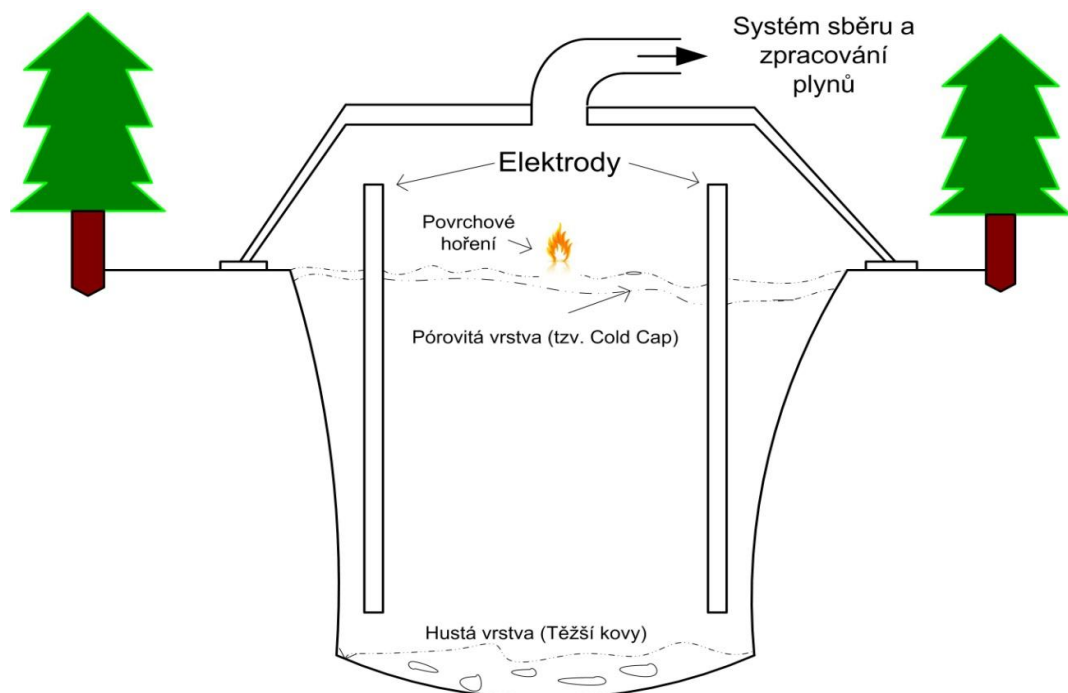
Další alternativou jsou tzv. Liquid-fed Ceramic Melters (LFCM), neboli tekutinou plněné keramické pece (Obr. 3). Tato metoda je použitelná pro kapalné odpady, které jsou přímo vlévány do roztaveného skla, bez předchozí kalcinace. Proces je o to jednodušší a tím pádem jsou i celkové náklady nižší. Tento způsob



Obr. 3. Liquid-Fed Ceramic Melter.  
Převzato z [8]

vitrifikace je používán, nebo byl použit v USA (Savannah River, Hanford, West Valley), v Belgickém Molu, dále pak v Německu (Wackersdorf, Karlsruhe) či v Japonsku.

Výše zmíněné postupy vitrifikace jsou prováděny tzv. ex situ – tedy mimo místo vzniku odpadů. Pro technologii Jouleovo ohřevu však byla vyvinuta i metoda vitrifikace in situ, neboli přímo na místě. Tato technologie není příliš obvyklá, přesto je dobré se o ní zmínit. Proces se zrodil ve Spojených státech v Pacific Northwest Laboratory a byla vyvíjena na popud amerického Ministerstva energie DOE (Department of Energy). Účelem je zpracovat kontaminovanou zeminu ve skelnou hmotu a demobilizovat tak nebezpečné látky. Takováto zemina může obsahovat mix odpadů od chemických či toxických až po radioaktivní. Schematicky je systém naznačen na obr. 4. Čtyři, obvykle grafitové elektrody vymezující čtvercovou oblast, jsou vloženy do připravených vrtů v zemi. Jak se zemina postupně taví, jsou elektrody zasouvány až do požadované hloubky. Samotný proces tavení je opět nutné nějakým způsobem nastartovat, protože zemina je obvykle nevodivá. Ke startu je použita směs grafitového prášku a skelné frity. Tato směs je roztavena až na teplotu okolo 2000 °C, což je vysoko nad teplotou tavení zeminy, která se pohybuje okolo 1200 °C. Ta se vlivem působení takto vysoké teploty startovního materiálu také



Obr. 4. In Situ proces vitrifikace pro zpracování kontaminované zeminy

roztaví – tímto způsobem je proces nastartován. Mimo jiné zde dochází také k tzv. pyrolýze, tj. chemický rozpad organických materiálů vlivem působení vysoké teploty bez přítomnosti vzduchu. Tyto materiály pak v roztavené hmotě stoupají na povrch taveniny a zde v přítomnosti vzduchu hoří. Nad povrchem je rozmístěn systém sběru a filtrace plynů, pro zabránění úniku do ovzduší.

Na začátku procesu je napětí na elektrodách velmi vysoké až okolo 4000 V, z důvodu vysokého odporu zeminy. Proud se pak pohybuje v menších sférách hodnot okolo 400 A. Spolu se zvyšující se teplotou roste také vodivost půdy a zároveň klesá hodnota napětí – proud roste až na hodnoty dosahující 4000 A. Rychlost této technologie je zhruba 5 tun za hodinu a lze dosáhnout hloubek okolo 5 metrů.

### 5.2.2 Plazmový ohřev

Jedná se o proces, během kterého je plyn přeměněn v plazma působením elektrického oblouku mezi dvěma elektrodami. Plazma je v podstatě zionizovaný plyn. Při vysokých teplotách a působením elektrického pole jsou elektrony v plynu odtrhávány z jeho jádra a dochází ke vzniku iontů – nastává tzv. termoelektrická ionizace [11]. Za normálních okolností je plyn nevodivý, avšak takto vzniklá směs atomů, iontů a elektronů je schopna vést elektrický proud a plyn se stává velmi dobrým vodičem. Částice schopné vést elektrický proud, tedy odtržené elektrony a vzniklé ionty získávají energii z elektrického pole mezi elektrodami a jsou jím urychlovány. Pokud se mezi elektrodami nachází další těžké částice jako atomy či molekuly, dochází mezi těmito a urychlovanými částicemi ke srážkám. Tyto střety způsobují ohřev plynu přičemž dochází k lavinovému efektu termické ionizace, spolu se kterou současně roste vodivost plynu. Teploty průmyslově používaného plazmatu se pohybují v rozmezí 2 000 až 12 000 K, mohou však dosahovat i teplot okolo 15 000 K. Takto vysoké teploty způsobují termický rozklad i tepelně velmi odolných materiálů. Při extrémně vysokých teplotách dochází až k štěpení jader atomů, což je významné při zkoumání jaderné fúze a možnostech jejího uplatnění pro výrobu elektrické energie.

Podle dosahovaných teplot oblouku se plazmový ohřev dělí na

- Nízkoteplotní (2 000 – 30 000 K)
- Vysokoteplotní (nad 30 000 K)

Významným technickým údajem je tzv. stupeň ionizace plazmatu, který je definován:

$$\delta_i = \frac{\text{Hustota iontů}}{\text{Hustota částic před ionizací}} \quad [-] \quad (3.1.2.1)$$

Pro průmyslové aplikace se uplatňuje především nízkoteplotní plazma, které dosahuje stupně ionizace  $10^{-4}$  až  $10^{-3}$ . Stupně ionizace blízcí se 1 odpovídá teplotám sahajícím k  $10^6$  K [11].

Plazma je vytvářeno za pomoci plynu, který je účinně vháněn do elektrického oblouku mezi elektrodami. Toto je zásadní rozdíl mezi plazmovým a obloukovým ohřevem – obloukový ohřev využívá pouze místního plynu z okolí elektrod, kdežto u plazmových zařízení se využívá přidaného tzv. plazmotvorného plynu. Mezi plyny používané pro plazmový ohřev patří dusík, kyslík, vzácné plyny, vzduch a kombinace těchto plynů. Systém vytvářející plazmové prostředí se někdy nazývá generátor plazmy či plazmatron, jindy také plazmový hořák. Elektrický oblouk může být napájen buď stejnosměrným, nebo střídavým proudem. Stejnosměrný oblouk je generován dvěma různými elektrodami, přičemž katoda je nejčastěji provedena z wolframu a anoda z mědi. U střídavého oblouku jsou elektrody provedeny ze stejného materiálu a to nejčastěji z grafitu.

Existují dvě metody v závislosti na způsobu vytvoření oblouku v peci. První metoda používá pouze jednu hlavní elektrodu, druhá elektroda je tvořena samotným materiálem, který má být taven. Materiál je tedy ohříván přímo plazmovým obloukem, přičemž se vytváří roztavená lázeň, ze které je skelná směs pravidelně odlévána. Druhý způsob využívá dvou elektrod, kdy je vsázka ohřívána nepřímým sáláním a prouděním. Plazmový obloukový ohřev se používá kupříkladu ke zpracování nemocničního odpadu či komunálního odpadu. Pro účely vitrifikace nebezpečného odpadu byl použit například v Japonsku. Tzv. PAM (Plasma Arc Melter) je vyvíjen kupříkladu v Koreji ve spolupráci s USA. Tento systém pro účely vitrifikace je zkoumán také v Savannah River National Laboratory ve Spojených státech [20].

### 5.2.3 Mikrovlnný ohřev

Tento způsob ohřevu je znám prakticky každému člověku, neboť dnešní domácnost se téměř neobejde bez mikrovlnné trouby. Mikrovlnný ohřev je v podstatě druh dielektrického ohřevu a jak již tato definice napovídá, materiály, které jsou tímto

způsobem ohřívány, jsou dielektrika. Dielektrický ohřev se dělí na dvě kategorie v závislosti na použitých frekvencích:

- 10 – 300 MHz – Ohřev za použití frekvencí v oblasti rádiových vln
- 1 GHz – 30 GHz – Mikrovlnný ohřev

Nejčastěji používána frekvence mikrovlnného ohřevu je 2,45 GHz. Je to frekvence, kterou využívají i běžné domácí mikrovlnné trouby. Z teorie elektromagnetického pole je známo, že vložením dielektrika do elektrického pole dochází k tzv. polarizaci. To znamená, že nastává změna orientace elektronů a protonů, tak aby působily proti tomuto vnějšímu poli. Elektrony (mají záporný náboj) se orientují proti a protony (mají kladný náboj) ve směru tohoto vnějšího pole a polarizují tak celý atom či celé molekuly, ze kterých se stávají tzv. dipóly. Pokud je toto vnější pole střídavé, dochází také ke střídavé změně orientace těchto dipólů. Frekvence mikrovlnného pole je velmi vysoká v řádek GHz a proto i změny uvnitř materiálu jsou velmi rychlé. Tento střídavý pohyb elementárních částic a s ním spojená změna orientace dipólů má za příčinu to, že se materiál ohřívá. Každý pohyb je spojen se vznikem tření – proto tedy vzniká teplo. Do určité hodnoty frekvence se dipóly stačí natáčet, tak aby vždy působily proti jeho smyslu, ale od jistých hodnot frekvence již nestíhají rychlost změny a dochází k poklesu polarizace a s tím je spojený i pokles relativní permitivity materiálu [11].

Protože se jedná o druh dielektrického ohřevu, z elektromagnetického vlnění se zde uplatňuje zejména složka **E**. Prostor, ve kterém je ohřev uplatňován se nazývá multimodový rezonátor. Je to kvádr se stěnami z vodivého materiálu, obvykle z hliníku. Uvnitř takového prostoru po přivedení elektromagnetického vlnění o vysoké frekvenci vzniká několikanásobné stojaté vlnění. Takto vzniklé množství kmiten a uzlů stojatého vlnění by mělo za následek nerovnoměrné ohřívání materiálu, proto se používá otočného podstavce, tak jak je všem známo z domácích mikrovlnných trub. Elektromagnetické vlnění o vysoké frekvenci je vytvářeno v magnetronu, ze kterého je vyváděno anténou, nebo vlnovodem [11].

Největší výhodou mikrovlnného ohřevu je bezesporu to, že teplo vzniká přímo uvnitř ohřívaného materiálu a také relativně vysoký výkon, který lze touto technologií přenášet. Další výhodou jest, že generátor může být umístěn mimo aktivní zónu, nedochází k jeho kontaminaci a může být s ním pohodlně manipulováno. U technologie JHCM jsou elektrody přímo v kontaktu s taveným materiálem, což je



jedním z limitujících faktorů této metody – krátká životnost elektrod vlivem korozního působení taveniny. U mikrovlnného ohřevu nejsou důležité části systému ve styku s taveným materiálem a tak je celá technologie jednodušší na údržbu, obsluhu i má delší životnost. Touto technologií lze tavit jak pevné, tak i kapalné materiály [21]. Naopak nevýhodou je poměrně vysoká energetická náročnost tohoto procesu a s tím související náklady. Další nevýhodou je fakt, že sklo za normálních teplot mikrovlny nepohlcuje a tak je nutné tavicí proces nějakým způsobem nastartovat. To lze učinit například přidáním příměsí, která dobře absorbuje mikrovlny, nebo formou předehřevu skla na teplotu okolo 500 stupňů, při které se absorpce mikrovln skla prudce zvyšuje [22]. Různé materiály mají různou pohlcovací schopnost mikrovln a tak může během procesu docházet k místnímu přehřívání, což může vést k nehomogenitě výsledného produktu.

Tento způsob ohřevu však vyniká i jednoduchostí sestavy. Celé zařízení sestává z generátoru, vlnovodu, systému odvodu výparů a obvykle keramického kelímku, ve kterém je materiál taven. Mikrovlnného ohřevu byl v minulosti použit například v Japonsku v Tokai. Jednalo se o vitrifikaci plutoniem znečištěného pevného odpadu. Dále může být tato technologie využita jako předehřev sklotvorného materiálu pro vitrifikaci v tzv. studeném kelímku [25]. Stále je však tato metoda spíše ve stádiu vývoje, nicméně s perspektivními vyhlídkami vzhledem k výše zmíněným výhodám.

#### **5.2.4 Odporový ohřev**

Na rozdíl od předcházejících metod, v systému využívajícím tento způsob ohřevu, teplo nevzniká přímo ve vsázce, ale je přenášeno z topných těles a to především sáláním a prouděním. Technologie je díky své jednoduchosti v klasickém průmyslu hojně používána, například pro tavení kovů a slitin s nižším bodem tání, dále se často využívají k vysoušení či žíhání, kalení, zušlechťování apod. [11].

Nepřímý odporový ohřev se ovšem jako primární zdroj tepla pro systémy vitrifikace nebezpečného odpadu prakticky nepoužívá. Metoda byla odzkoušena, ale bylo zjištěno, že tato technologie poskytuje malý tavicí výkon a s tím spojený pomalý ohřev. Navíc zde tavenina na rozdíl od indukčního ohřevu necirkuluje, neboť zde nepůsobí žádné elektromagnetické síly a tak je ohřev velmi nerovnoměrný, což značně komplikuje vytvoření homogenní skelné matrice. Je využíván jako forma předehřevu či v systému kalcinace u dvoustupňového způsobu vitrifikace.

### 5.2.5 Obloukový ohřev

Tento způsob ohřevu se od plasmového liší tím, že při hoření oblouku nevzniká plasma, jinak v základu tato technologie pracuje na stejném principu. Obloukové pece jsou využívány zejména ve slévárnství [11]. Pro procesy vitrifikace byla tato technologie vyzkoušena experimentálně.

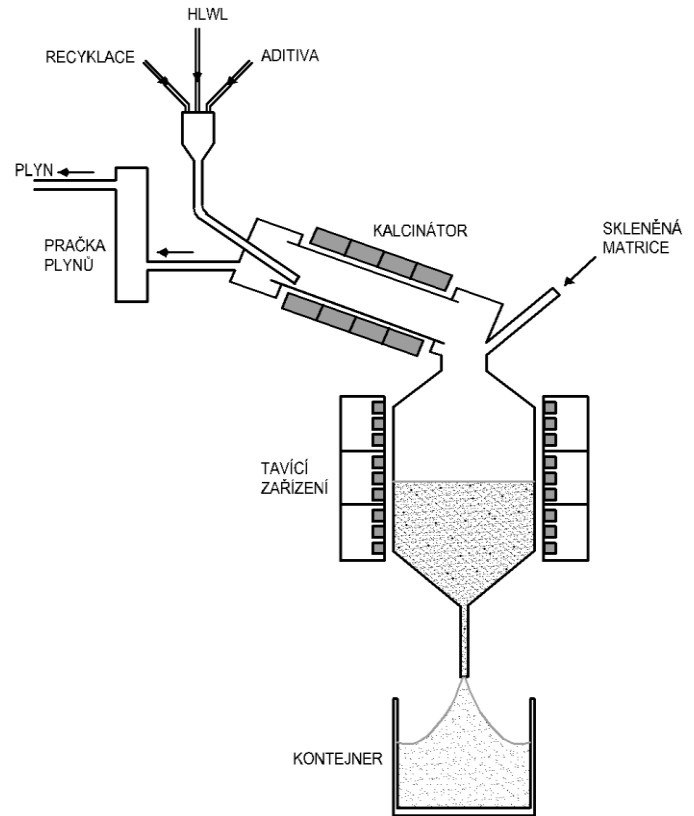
### 5.2.6 Indukční ohřev

Indukční způsob vitrifikace je druhým z nejpoužívanějších způsobů ve světě. Byl vyvinut ve Francii již v 60. letech v Marcoule a dodnes je používán kupříkladu ve francouzském zpracovatelském závodě v La Hague či v anglickém Sellafieldu.

Celá technologie je založena na principu elektromagnetické indukce a teplo, které vzniká přímo v taveném materiálu, nebo v nádobě ve které je

umístěn, je generováno vlivem naindukovaných vířivých proudů, které vznikají působením proměnného elektromagnetického pole induktoru. Tyto proudy působí stejným způsobem, jako v případě Jouleovo ohřevu – prochází materiálem, který má určitou rezistivitu a podle Jouleovo zákona vznikají ztráty, které se mění v teplo. Celý systém si lze představit jako transformátor, kde místo sekundární cívky, je vsázka, která má být tavena a představuje tak vlastně sekundární vinutí nakrátko [11].

Ve Francii vyvinutá technologie a dodnes nejpoužívanější je tzv Hot-Walled Induction Melter, neboli horkostěnná indukční pec. HWIM sestává z indukční pece, kalcinačního systému, plnicího systému a systému pro zpracování plynů. Obr. 5. ukazuje systém používaný ve francouzském La Hague.



Obr. 5. Hot-Walled Induction Melter.  
Převzato z [8]

Proces vitrifikace tedy probíhá dvoufázově v tomto pořadí:

- I. Kalcinace
- II. Tavení – vitrifikace

Kalcinační systém má za úkol převést kapalný odpad do tuhé formy. Zde se tekutý odpad z přepracovávacího závodu zbavuje především vody, zahušťuje se a většina solí je rozložena na oxidy. Pro zabránění přilepování během kalcinace na stěny kalcinátoru je před samotným procesem přidáván dusičnan hlinitý. Dále se také přidává cukr pro zredukování obsahu některých dusičnanů. Teplota v kalcinátoru se pohybuje okolo 400°C a pro vytápění se používá rotační odporové pece. Poté se kalcinát spolu se skelnou hmotou (v poměru 82 % skelné hmoty ku 18% odpadu) přidává do indukční pece, kde dochází již k samotné vitrifikaci. Plnění těchto dvou složek však probíhá odděleně [8]. Historicky první systém nepoužíval kalcinátor, ten byl přidán později pro zmenšení rozměrů tavicího zařízení a zlepšení objemové redukce vitrifikátu.

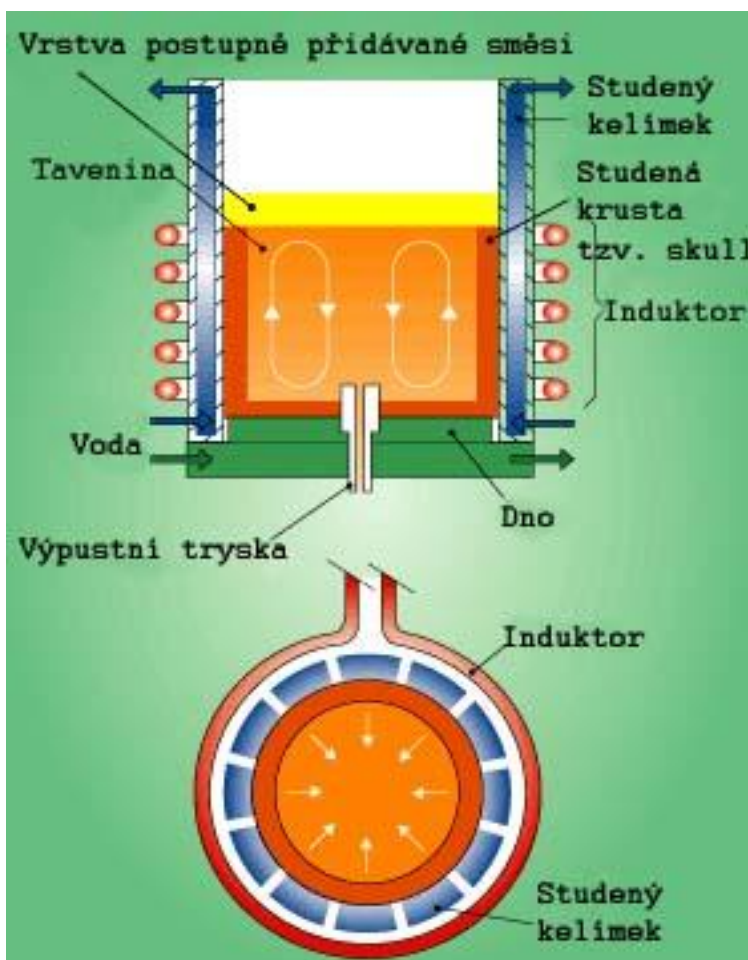
Indukční pec je provedena z kovové nádoby ze slitiny niklu a teplota v ní dosahuje 1150 °C. Jako zdroj slouží 200 kW generátor pracující o frekvenci 4 kHz.. Nádoba, je indukčně ohřívána a od ní je pak kondukcí ohřívána vsázka. Po celou dobu je v běhu vzduchotechnika pro zpracování unikajících plynů. Systém se skládá z pračky plynů tzv. „scrubberu“, kde probíhá horká mokrá vypírka plynů, dále pak z kondenzátoru vodních par a kyseliny dusičné, z absorpční a mycí kolony a v neposlední řadě obsahuje rutheniový filtr a tři HEPA filtry. Recyklát ze scrubberu je opět přiváděn do kalcinátoru [23].

Za hodinu je celý vitrifikační systém schopen vyprodukovat 25 kg skla. Plnění probíhá rychlostí 60 litrů odpadu za hodinu. Každých osm hodin je sklo vylito do připraveného kontejneru, který je poté umístěn v suchém meziskladu, kde dochází k jeho vychlazení na teplotu vhodnou k přemístění do dlouhodobého skladu radioaktivního materiálu či v budoucnu do geologického úložiště. Matrice skla, kovový kontejner, budova skladu – to vše jsou ochranné bariéry tvořící základní princip jaderné bezpečnosti, kterou je tzv. ochrana do hloubky. Největší nevýhodou této technologie je snížená životnost kovové nádoby indukční pece. Ta se pohybuje okolo 5000 h provozu. Je to způsobeno korozí materiálu působením agresivních látek spolu s vysokou teplotou [23].

Další indukční technologií používanou pro vitrifikaci jaderného odpadu a lze podotknout, že technologií jeví se jako perspektivní, je takzvaný studený kelímek. Jedná se indukční systém využívající induktor jako zdroj energie a vsázku jako přímý zdroj tepla. Elektromagnetické vlnění vstupuje do vsázky, ve které se indukují vířivé proudy a ty způsobují přímý ohřev materiálu.

Existují dva typy studeného kelímku. První typ se skládá z induktoru, měděných lamel chlazených vodou a měděného dna s výpustní tryskou (Obr. 6). Lamely jsou chlazeny vodou, aby došlo k vytvoření studené vrstvy z materiálu, který je taven. Tato vrstva – krusta chrání stěny kelímku oproti působení vysokých teplot a zabraňuje agresivnímu působení na jeho stěny. Značně se tak zvyšuje životnost kelímku. Nedochozí k reakcím mezi taveným materiálem a stěnami zařízení, což zabraňuje znečišťování taveniny a tím pádem vede k velké čistotě

výsledného produktu. Dále lze vzhledem k této ochranné vrstvě dosáhnout mnohem vyšších teplot tavení přesahující 2000°C. V porovnání s technologií HWIM, kde je kovová nádoba, v níž je materiál taven, dimenzována na teplotu 1150°C, jde o mnohem vyšší rozsah teplot, a tudíž lze tavit mnohem širší spektrum materiálů. Jak je materiál neustále průběžně přidáván, na povrchu taveniny se vytváří neroztavená vrstva, která zamezuje přístupu vzduchu k tavenině a tím pádem je zabraňováno hoření těkavých látek. Z provozně-technického hlediska je největší výhodou dlouhá



Obr. 6. Studený kelímek. Převzato z [23]

životnost kelímku (až 10 násobně větší oproti kovové nádobě) a snížené nároky na jeho údržbu [26].

Druhý typ studeného kelímku, konstrukčně jednodušší, nemá měděné lamely chlazené vodou. Induktor zde slouží jako zdroj energie a zároveň je konstrukčním prvkem sloužícím pro vytvoření studené krusty, tzv. „skull“ vrstvy. Výhodou je poměrně vyšší účinnost zařízení. Nevýhodou tohoto typu kelímku ovšem je riziko propalu a následné poškození induktoru.

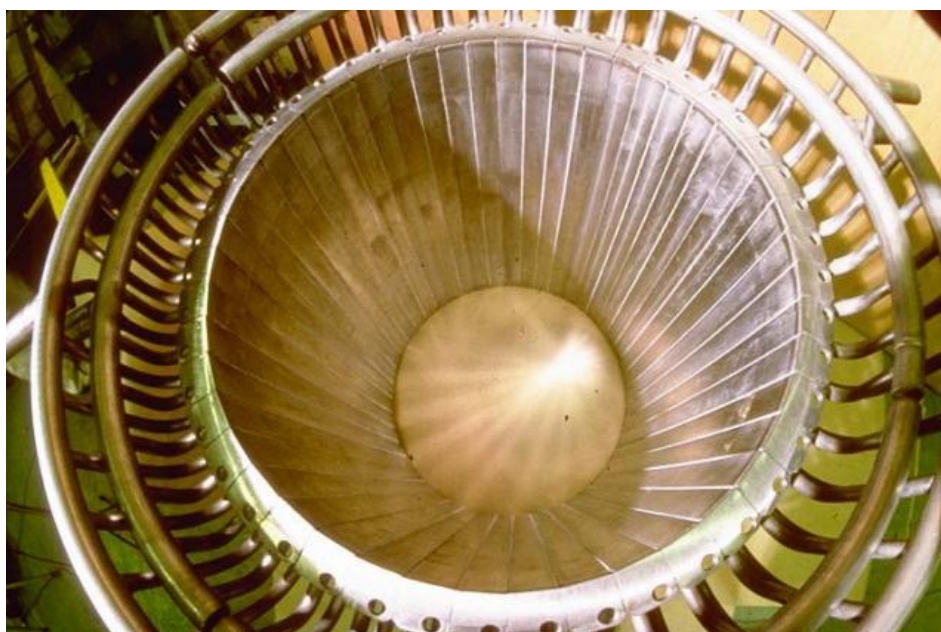
Vývoj technologie studeného kelímku za účelem vitrifikace jaderného odpadu začal v 80. letech ve Francouzském Marcoule. Již v roce 1983 byla prokázána schopnost technologie účinně tavit sklo a to konkrétně 800 hodinami provozu tavby. Během následujících 20 let bylo pracováno na industrializaci procesu vitrifikace za pomoci této technologie – několik prototypů studeného kelímku bylo postaveno a testováno. V roce 2005 došlo k zahájení přestavby stávajícího vitrifikačního systému R7 v LaHague. Pec pracující na principu Jouleovo ohřevu měla být nahrazena studeným kelímkem. Projektování probíhalo až do roku 2007. Do poloviny roku 2009 probíhala samotná instalace zařízení. Ojedinelé bylo, že se jednalo o přestavbu 20 let pracujícího systému, který úspěšně vitrifikoval tuny jaderného odpadu a důsledkem toho je část zóny silně kontaminovaná. Práce v této zóně musely být prováděny na dálku, neboť vstup do nich je zakázán. V dubnu roku 2011 byl zahájen ostrý provoz a od té doby bylo úspěšně vyprodukováno více než 20 tun skla obsahujícího radioaktivní odpad. Na celém projektu, který dostal pracovní název Vitrification 2010, se podílela společnost Areva ve spolupráci s francouzskou Komisí pro atomovou energii CEA [15].

Jedním z hlavních a prvotních impulzů pro použití studeného kelímku pro vitrifikaci bylo to, že všechny dosavadní technologie, nebyly schopny vitrifikovat odpad z přepracovaného paliva pocházejícího z plynem chlazených reaktorů tzv. GCR (Gas Cooled Reactor). Tyto reaktory byly jedny z prvních francouzských reaktorů a používaly palivo s vysokým obsahem molybdenu a fosforu. Vitrifikace takového odpadu ve stávajícím indukčním zařízení bylo nemožné z důvodu silně korozivního působení při vysokých teplotách na kovovou nádobu. Také bylo zapotřebí dosáhnout vyšších teplot tavby okolo 1300 °C – stávající technologie HWIM dosahuje maximálně 1150 °C. Díky tomu, že se ve studeném kelímku vytváří na okrajích studená vrstva, lze i takto silně korozivní látky tavit, neboť stěny kelímku

jsou účinně chráněny. Pro tento druh vyhořelého paliva musela být vyvinuta také jiná směs skla [29]. Po řadě testů bylo ustanoveno toto nevhodnější složení:

*Tab. 3. Složení skla vyvinutého pro studený kelímek v La Hague [29]*

Látka	Podíl v [%]
SiO <sub>2</sub>	35,09
Na <sub>2</sub> O	8,55
B <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	15,16
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	6,03
P <sub>2</sub> O <sub>5</sub>	3,7
MoO <sub>3</sub>	12
ZnO	5,7
ZrO <sub>2</sub>	7
CaO	4,7
Ostatní	1,96



*Obr. 7. Studený kelímek v La Hague ve Francii [15]*

Parametry studeného kelímku instalovaného v LaHague jsou:

- Výstupní výkon vysokofrekvenční generátoru 400 – 600 kW
- Frekvence 300 kHz
- Vnitřní průměr kelímku - 650 mm
- Váha – 950 kg
- Produkce 25 kg/h skla (lze až 40 kg/h)
- Kapacita kontejneru (patrony) – 400 kg
- Rezistivita skla při 1250 °C dosahuje 6  $\Omega$ .cm

Studený kelímek používaný pro účely vitrifikace je instalován také v Rusku v SUE SIA Radon. Namísto borosilikátového skla se zde používá již dříve zmíněná syntetická hornina Synroc. Odpad je zpracováván při teplotách v rozmezí 1550 až 1650 °C [8].

Výhody studeného kelímku oproti jiným metodám vitrifikace lze shrnout následovně:

- Vytvoření ochranné vrstvy na okrajích kelímku
- Delší životnost kelímku (až 10 násobná oproti HWIM technologii)
- Snížené nároky na údržbu
- Vysoká čistota výsledného produktu tavby
- Mnohem vyšší rozsah teplot (až 3000 °C)
- Větší rozsah tavených materiálů
- Vyšší objemová redukce odpadů (50:1 až 100:1)
- Velký měrný výkon

Naopak nevýhody lze shrnout následovně

- Komplikovaný start ohřevu
- Závislost pohlcování elektromagnetického pole na vodivosti vsázky
- Komplikované udržování teplot v nižších hodnotách okolo 1200°C – snadno a poměrně rychle lze tyto teploty překročit, což u radioaktivního odpadu vede k zvýšenému odpařování zejména nebezpečného Césia a s tím spojená nutnost filtrace
- Vyšší investiční náklady

Sklo je za běžných teplot nevodivé a jeho měrný odpor za normálních teplot běžně dosahuje hodnot okolo  $10^6 \Omega \cdot m$ . Poté by například v kelímku o poloměru 0,1 m podle vztahu (3.1.6.11) bylo nutné použít frekvenci  $1 \cdot 10^8$  MHz – což odpovídá infračervené oblasti záření, přitom při indukčním ohřevu pracovní frekvence dosahují maxim okolo 10 MHz. Avšak zhruba od 500 °C se již měrný odpor skla snižuje a při teplotách okolo bodu tavení již dosahuje běžně hodnot od jednotek až po  $10^{-3} \Omega \cdot m$ , což odpovídám frekvencím v rozsahu  $10^5 - 10^7$  Hz. Proto je nutné samotný proces tavení nějakým způsobem nastartovat, či využít některé formy přehřevu. Existuje hned několik způsobů jak proces nastartovat:

- Pomocí vodivého kroužku či válečku
- Nepřímým odporovým ohřevem
- Elektrickým obloukem
- Mikrovlnným ohřevem
- Plynovým hořákem
- Zapálením kovu, jehož oxid je taven

Volba způsobu startovního ohřevu záleží na složení taveného materiálu a také na požadavcích ohledně čistoty výsledného produktu. Elektrický oblouk a plynový hořák je možné použít při nižších nárocích na čistotu. Při startu za pomoci indukčně ohřívajícího vodivého materiálu vloženého do tavicí zóny, je nutné vhodně zvolit jeho materiál. Nejvýhodnější je použít takový materiál, který je složkou tavené vsázky, aby nebylo potřeba materiál jakýmkoliv způsobem z tavicí zóny vyjímat. Pro borosilikátové sklo takovým materiálem může být molybden, křemík či zirkon. Mezi často používané materiály pro startovní ohřev patří také grafit. Tato problematika je samostatně rozebrána v poslední části této práce.

### 5.2.7 Vitrifikace s využitím technologie spalování fosilních paliv

Tato technologie je zcela odlišná od předchozích způsobů vitrifikace. Jako primární zdroj tepla zde slouží fosilní paliva a zároveň zpracováváný odpad. V peci je tento odpad spolu s palivem spalován a buďto následně zataven do skla, nebo spalovací komorou prochází celá směs odpadu, paliva a skelného materiálu – dochází zde tedy rovnou k roztavení sklářské hmoty.



Jeden z těchto způsobů vitrifikace je realizován za pomoci rotační pece – anglicky Rotary Kiln Incineration. Pec je v podstatě šikmý rotační válec z žáruvzdorného materiálu, do kterého je přiváděn odpad spolu s palivem a sklotvorným materiálem. Plnění se provádí shora, a jak se pec otáčí, prochází tato směs spalovací zónou pece. Rotace zajišťuje rovnoměrné spalování a probíhá rychlostí zhruba jedno otočení za minutu. Pevné části po spalovacím procesu se usazují v dolní části a spaliny prochází dále do sekundární spalovací komory a následně do filtračního systému. Spalovací pec může být použita pouze jako preproces jiné metody vitrifikace, nebo jako celá samostatná technologie. V případě, že se jedná o samostatnou technologii, je odpad nejprve smíchán se skelným materiálem v tzv. mixéru, kde dochází k různým reakcím a úpravám celé směsi. Následně je celá surovina postupně plněna do rotační pece, kde dochází ke spalování a tavení. Vzniklá tavenina je poté vychlazena ve vodní lázni za vzniku skelného granulátu.

Celé takové zařízení se tedy skládá z

- Rotační spalovací komory (pece)
- Systému dávkování odpadu
- Systém přívodu paliva (zemní plyn, topný olej)
- Sekundární spalovací komora
- Systém filtrace spalin a plynů
- Mixační nádoba pro míchání odpadu a sklotvorného materiálu
- Vodní lázeň

Jiný používaný systém je odlišný v tom, že v rotační peci je spalován pouze odpad, bez přidání skelné frity. Nižší konec pece slouží pro přívod paliva, kterým bývá zemní plyn spolu s topným olejem, a také plní úlohu přívodu vzduchu. Horní konec je plněn odpadem, který postupně prochází otáčející se komorou. Na spodku komory se usazují pevné částice po spalování. Ty jsou tříděny podle velikosti – ty jemné jsou rovnou dopravovány do druhé spalovací komory, kde již dochází k vitrifikaci, větší části se ještě mechanicky upravují. Tato druhá, vitrifikační pec, je vytápěna plyny ze spalování v primární rotační peci.

Vitrifikace založená na principu spalování fosilních paliv se používá spíše pro zpracování nebezpečných odpadů typu nemocničního, či odpadu průmyslového. Ve

velkém se pro zpracování radioaktivních odpadů nepoužívá, nicméně vzhledem ke své univerzálnosti, by se této technologii pro tyto účely dalo využít.

Následující tabulka podává přehled o vitrifikačních závodech ve světě včetně používaných technologií.

Tab. 4. Přehled vitrifikačních závodů ve světě

Stát	Sídlo	Technologie	Poznámka
Francie	LaHague	HWIM	V provozu
		CCIM	Od roku 2009
	Marcoule	HWIM	V provozu
Anglie	Sellafield	HWIM	V provozu
Rusko	Majak	JHCM	Fosfátové sklo
	Radon, Moskva	CCIM	V provozu
Japonsko	Rokkasho	JHCM	Ve fázi spouštění
	Tokai	JHCM	V provozu
Indie	Tarapur	HWIM	V provozu
		JHCM	V provozu
	Trombay	HWIM	V provozu
	Kalpakkam	HWIM	Ve fázi spouštění
Čína	Lanzhou	JHCM	Ve výstavbě
Německo	Karlsruhe	LFCM	V provozu
Belgie	Mol	LFCM	?
USA	Hanford WTP	JHCM	Ve výstavbě
	Savannah River National Laboratory	JHCM, CCIM, plasmový a mikrovlnný ohřev	V provozu
Korea	Ulchin	CCIM	V provozu
<i>JHCM – Joule Heated Ceramic-Lined Melter</i> <i>CCIM – Cold Crucible Induction Melter</i> <i>HWIM – Hot-Walled Induction Melter</i> <i>LFCM – Liquid-Fed Ceramic Melter</i>			

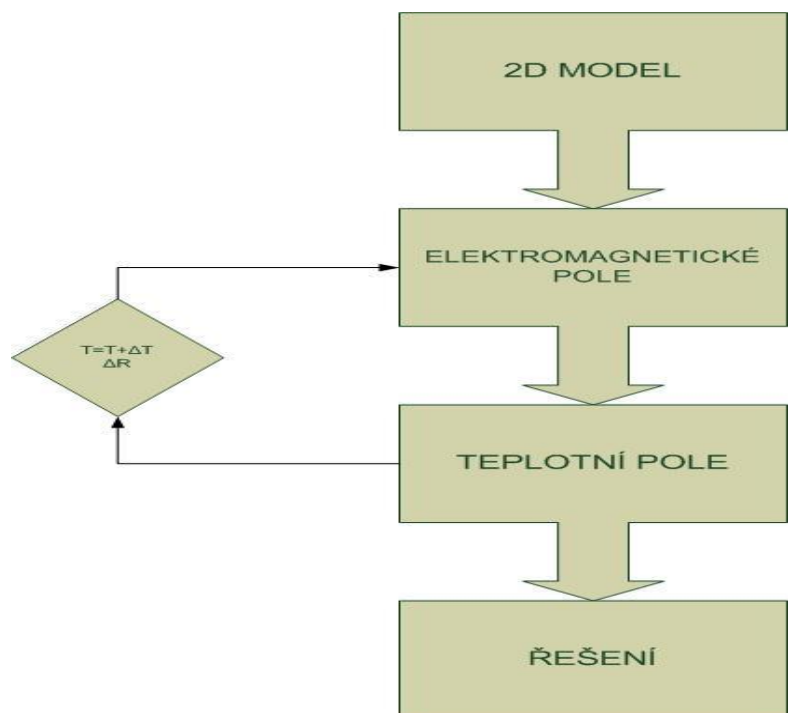
Dokladem o tom, že technologie vitrifikace radioaktivních odpadu je náročnou úlohou od návrhu po uvedení do provozu je příklad Japonska, které má v současné době velké problémy se spuštěním vitrifikačního procesu ve svém přepracovávacím závodě v Rokkasho. První vitrifikační testy byly zahájeny již v listopadu 2007. Během testování docházelo k celé řadě problémů, jako je přilepování taveného materiálu uvnitř keramické pece, usazování těžkých kovů na dně pece či únik 150 litrů vysoce radioaktivních tekutých odpadů. Spouštění tak nabírá více než 18 měsíční zpoždění [19].

## 6 Numerická analýza spuštění procesu vitrifikace při uplatnění indukčního ohřevu

Proces startu tavby materiálů, které jsou za běžných teplot nevodivé, je s využitím indukčního ohřevu obtížný a v zásadě bez použití pomocných prostředků nemožný. Pro vitrifikaci se používají zejména borosilikátová skla, která při teplotě okolo 20 °C mají měrný odpor řádově  $10^6 - 10^8 \Omega \cdot m$ . Pro ohřev takového materiálu by bylo nutné použít frekvence v řádu gigahertz – to už ovšem je záležitost mikrovlnného ohřevu. U tohoto typu skla zhruba od 200°C klesá jeho odpor až na hodnotu okolo  $10^{-3} \Omega \cdot m$  při 1200°C v závislosti na jeho složení. Odborníci z Ústavu jaderného výzkumu v Řeži jen potvrzují problémy s nastartováním tavby vsázky v jejich zařízení typu studený kelímek. Z jejich slov bylo patrné, že je tento problém většinou řešen metodou pokusu a omylu a přiznávají, že určitá automatizace a optimalizace startu tavby by mnohé usnadnila.

Pro numerický model posloužilo zařízení provozované v Hannoveru [30] a byl vytvořen s využitím multifyzikálního programu ANSYS. Ten umožňuje řešit sdružený problém elektromagnetického a teplotního pole současně. Cílem modelu bylo zjistit, zda vložením určitého materiálu do tavící zóny a jeho indukčnímu ohřívání dojde k roztavení okolního skelného materiálu a tedy nastartování procesu tavby.

Algoritmus řešení ukazuje obr. 8. Nejprve je nutné vytvořit geometrický model celého zařízení. Využilo se osové symetrie zařízení, a proto mohl být uvažovaný model řešen jako 2D úloha. Pro řešení elektromagnetického pole je



Obr. 8. Algoritmus řešení simulace

nutné zadat materiálové parametry všech vytvořených oblastí modelu a nadefinovat okrajové podmínky. Po vyřešení harmonické analýzy se přejde k řešení teplotního pole. Opět je nutné nadefinovat materiálové parametry a okrajové podmínky, stejně jako dobu ohřevu. Vzhledem k tomu, že se většina materiálových parametrů mění s teplotou, je nutné s určitým časovým krokem aktualizovat tyto parametry a přejít zpět k řešení elektromagnetického pole. Tento cyklus se opakuje podle zadané doby ohřevu s časovým krokem 0.1 s pro tento konkrétní případ.

Program ANSYS je velice komplexní nástroj, který umožňuje řešit širokou škálu problémů od elektromagnetického po teplotní pole, přes problémy týkající se konstrukční mechaniky až po dynamiku tekutin. Jeho velkou výhodou je, že tyto úlohy dokáže řešit sdruženě. Díky této komplexnosti je kupříkladu možné modelovat indukční ohřev pro potřeby lisování za tepla, kdy je nutné řešit elektromagnetické pole, teplotní pole a následně i termoplastické, kdy program vyřeší i změnu rozměrů materiálu vlivem teploty.

Program umožňuje práci dvěma způsoby a to jednak interaktivně s využitím jeho grafického prostředí a jednak pomocí příkazů ve vlastním jazyce APDL (ANSYS Parametric Design Language). Je možné oba způsoby kombinovat, tedy pracovat s grafickým prostředím s tím, že příkazy lze přímo vložit do příkazové řádky. ANSYS veškeré provedené úkony zapisuje do textového souboru právě v jazyce APDL, což je velice výhodné pro další práci s konkrétním problémem, zejména vzhledem k možnosti pozdějších úprav.

### **6.1.1 Vytvoření 2D modelu**

Prvním krokem je vytvoření geometrie modelu. V programu ANSYS je možné se k jednomu řešení povětšinou dostat hned několika způsoby. To platí i pro tento krok. Zadávání všech parametrů řešeného problému se děje v tzv. preprocesoru. Kreslení modelu je možné kupříkladu přes tzv. klíčové body, kdy se zadají souřadnice bodů, které se poté spojí liniemi, nebo přes zadání souřadnic rohů obdélníka, poloměru kruhu, rozměrů trojúhelníka atd. V tomto konkrétním případě se volilo zadávání souřadnic rohů obdélníka, neboť se využilo osové symetrie celého zařízení. Vytvořený model ukazuje obr.9. Na levé straně je celkový pohled, kdy oblast označená jako A13 je okolní prostředí, tedy vzduch, volená vzhledem k okrajovým podmínkám.

Vpravo na obrázku je pak bližší pohled na samotný model studeného kelímku. Oblast A11 je induktor, A12 představuje vsázku, A3 je startovací materiál, A9 tvoří měděné dno kelímku, A8 nevodivou část dna a A10 vzduchovou mezeru.

### 6.1.2 Volba element typu

Dalším důležitým krokem je zvolení typu elementu (Element Type), který se liší podle typu analýzy a de facto určuje druh řešeného problému. Pro tento případ byl zvolen typ PLANE13, který je

určen pro řešení jak elektromagnetického pole, tak i teplotního. Také současně s volbou typu elementu, je možné zvolit, zda se jedná o osově symetrickou úlohu 2D či 3D. Podle toho se také liší druhy element typů. Element č. 13 je právě určen pro osově symetrickou 2D úlohu. Tento výběr je nutné provést pro všechny oblasti. V tomto případě byl zvolen stejný druh elementu pro všechny oblasti. Pro oblast induktoru je navíc nutné zvolit tzv. stupeň volnosti (Degree of Freedom) VOLT AZ. Ostatní oblasti mají stupeň volnosti AZ.



Obr. 9. Vytvořený 2D model – celkový a bližší pohled

Tab. 5. Rozměry jednotlivých oblastí

Oblast	Rozměr (x) [m]	Rozměr (y) [m]	Poloměr [m]
Induktor	0,011	0,15	-
Vsázka	0,075	0,05	-
Měděné dno	0,055	0,1	-
Nevodivé dno	0,02	0,03	-
Vzduchová mezera	0,031	0,07	-
Okolí	-	-	1

### 6.1.3 Nastavení materiálových parametrů

Pro řešení elektromagnetického pole je nepochybně nutné, aby program znal materiálové parametry. Pro tyto účely je třeba zadat především měrný odpor a relativní permeabilitu. Pro lepší přehlednost je výhodné vytvořit tolik typů materiálů, kolik je vytvořených oblastí.

Tab. 6. Materiálové parametry jednotlivých oblastí

Oblast	Relativní permeabilita [-]	Rezistivita [ $\Omega \cdot m$ ]
Induktor	1	$1,755 \cdot 10^{-8}$
Vsázka	1	$1,16 \cdot 10^8$
Startovací materiál	1	$4,16 \cdot 10^{-5}$
Měděné dno	1	$1,755 \cdot 10^{-8}$
Nevodivá část dna	1	Není definována
Vzduch	1	Není definována

Rezistivita nevodivého dna a okolního vzduchu není definována, neboť pole v těchto oblastech není třeba řešit. Tab. 5. udává materiálové parametry pro základní teplotu, která je nastavena na 20°C. V modelu je však respektována změna rezistivity s rostoucí teplotou u vsázky a startovacího materiálu. U vsázky, kterou je sklo, se odpor s teplotou snižuje až na hodnoty okolo jednotek  $\Omega \cdot m$  při 1200 °C. Průběh rezistivity vsázky byl v uvažovaném modelu definován tabulkou:

Tab. 7. Průběh rezistivity vsázky v závislosti na teplotě

Teplota [°C]	Rezistivita [ $\Omega \cdot m$ ]
0	$1,16 \cdot 10^8$
500	$5,16 \cdot 10^4$
800	$1,86 \cdot 10^2$
1200	6
2000	$6,1 \cdot 10^{-2}$

Jako startovací materiál byl nejprve zvolen grafit. Má dobrou elektrickou vodivost a vysokou teplotu tání. Rezistivita grafitu nejprve klesá, když při 400°C dosahuje cca 77% původní hodnoty a opět roste na 96% při 1400 °C [11]. Model materiálu byl definován následující tabulkou:

Tab. 8. Průběh rezistivity startovacího materiálu v závislosti na teplotě

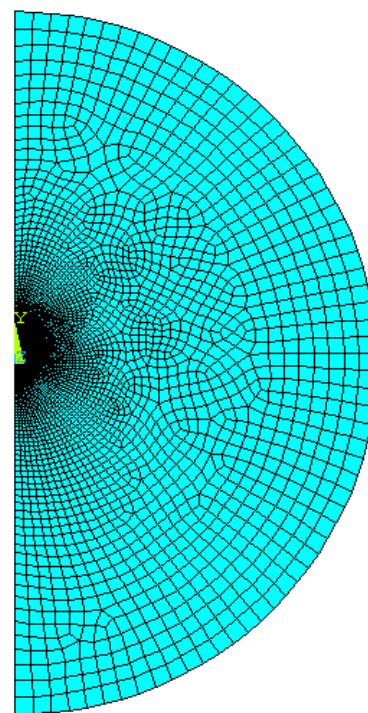
Teplota [°C]	Rezistivita [ $\Omega \cdot m$ ]
0	$4,16 \cdot 10^{-5}$
400	$3,2 \cdot 10^{-5}$
800	$3,86 \cdot 10^{-5}$
1400	$4 \cdot 10^{-5}$
3100	$4,25 \cdot 10^{-5}$

Po vytvoření všech modelů použitých materiálů je nutné přiřadit tyto modely jednotlivým oblastem. Stejně tak se přiřadí k oblastem i typ elementu.

#### 6.1.4 Sítování oblastí (Meshing)

Volba element typu je spojená nejen s druhem analýzy, ale také s vytvářením tzv. sítě či slangově s tzv. „meshováním.“ Při tomto procesu jsou oblasti rozděleny na jednotlivé elementy, podle jejich zvoleného druhu. Je však nutné nastavit jejich velikost, která souvisí s přesností výsledného výpočtu a platí, že čím menší velikost elementů, tím přesnější výsledek. Se snižující se velikostí elementu však roste jejich počet, roste také přesnost výpočtu, ale velmi výrazně rostou nároky na výpočetní výkon. Proto je vhodné volit optimální velikost hrany elementu, tak aby bylo dosaženo dostatečné přesnosti řešení a zároveň snesitelné době výpočtu. Obvykle se hrana elementu volí vzhledem k hloubce vniku a to tak, aby velikost hrany byla alespoň třikrát menší než daná hloubka vniku.

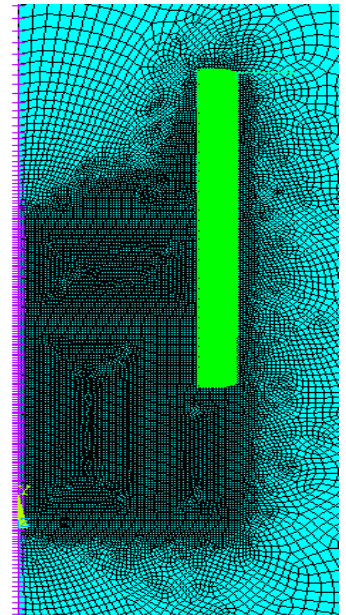
Prakticky existují tři způsoby jak vytvářet síť elementů a to buď za pomoci tzv. volného sítování (Free Meshing), mapovaného sítování (Mapped Meshing), a nebo použitím tzv. chytrého sítování. Mapped Meshing je vhodný pro pravidelné oblasti kupříkladu pro čtverce a je méně náročný na dobu po kterou je síť vytvářena. Free Meshing je určený pro libovolné tvary oblastí. Poslední možnost je kombinací obou předchozích způsobů vytváření sítě, kdy program sám zvolí podle druhu oblasti způsob „meshování.“



Obr. 10. Vysítovaná oblast

U tohoto modelu byla velikost hrany elementu nastavena tak, aby se rovnoměrně zvětšovala s rostoucím poloměrem vzdálenosti od středu půlkruhu, přičemž oblasti induktoru a vsázky mají pevně nastavenou velikost elementu. Obr. 10. názorně ukazuje jak je síť na vnějším poloměru řidší a směrem do středu se zhušťuje.

Pro vložení proudu do induktoru je nutné nastavit všechny jeho uzly na stejný potenciál. Poté je možné do libovolného uzlu z této oblasti vložit proud. Tímto se zajistí rovnoměrné rozložení proudu v induktoru. Obr. 11. toto názorně ukazuje – zelenou barvou je znázorněna oblast induktoru nastavená na stejný potenciál. Proud tekoucí induktorem je 1382 A. Pro model bylo nutné vložit amplitudu proudu a uvažovat počet závitů induktoru. Odtud  $I=N.1.14.1382$  [A]. Induktor má dva závity a tedy proud vychází 4000 A.



Obr. 11. Detail induktoru

#### 6.1.5 Počáteční a okrajové podmínky pro elektromagnetické pole

Vzhledem k osové symetrii modelu lze pro tento případ využít Dirichletovy okrajové podmínky (2.1.2.1.1) na hranici oblasti okolního vzduchu, která je tvořena půlkružnicí. Dále je nutné nastavit frekvenci, pro kterou má být problém řešen.

#### 6.1.6 Nastavení parametrů pro řešení elektromagnetického pole

Prozatím se veškeré úkony prováděly v preprocesoru. Je však nutné nastavit i parametry pro řešení analýzy, mezi které patří zejména typ řešené analýzy, v tomto případě je zvolena harmonická (Harmonic) analýza. Pro pozdější opakované řešení elektromagnetického pole je nutné uložit veškerá nastavení pro tuto analýzu (Pomocí příkazu: physics,write,emag).

#### 6.1.7 Nastavení parametrů teplotního pole

Potřebné parametry pro řešení elektromagnetického pole jsou již v tomto kroku nastaveny a uloženy. Je tedy potřeba to samé provést pro teplotní pole. Element typ může být ponechán stejný jako byl nastaven pro elektromagnetické pole, alternativně může být použit typ PLANE55.



Musí být ovšem nastaveny materiálové parametry pro teplotní pole. Mezi ně patří tepelná vodivost, měrná tepelná kapacita a hustota. Teplotní pole je řešeno pouze pro oblasti vsázky a startovacího materiálu. V jiných částech modelu není zkoumáno a z toho důvodu jsou i materiálové parametry zadávány pouze pro tyto dvě oblasti.

*Tab. 9. Parametry materiálů pro teplotní pole*

Oblast	Tepelná vodivost $\lambda$ [W/m.K]	Měrná tep.kapacita $c$ [J/kg.K]	Hustota $\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]
Vsázka	1	840	2400
Startovací materiál	165	540	6400

Jako startovací materiál byl zvolen grafit, který má tu vlastnost, že se jeho tepelná vodivost mění s rostoucí teplotou. Při teplotách okolo 2000°C dosahuje pouze 12% původní hodnoty. Tento fakt byl v modelu také respektován.

#### 6.1.8 Počáteční a okrajové podmínky pro teplotní pole

Jako počáteční podmínku pro teplotní pole je nezbytné nastavit startovní teplotu. Ta se volí pro celý model homogenní – 20°C. Mezi okrajové podmínky patří nastavení konvekce a radiace na hrany, které tvoří rozhraní se vzduchem a dochází zde ke ztrátám tohoto typu.

#### 6.1.9 Nastavení parametrů pro řešení teplotního pole

Stejně jako u elektromagnetického pole se i zde musí zvolit typ analýzy. Ta je v ANSYSu řešena jako transientní (Transient), neboli přechodová. Současně je nutné zvolit dobu, po kterou má být tato analýza řešena a časový krok (Substep), ve kterém je teplotní pole přepočítáváno. V tomto konkrétním případě byla doba ohřevu nastavena na 0,1 sekundy. Poté se program v cyklu vrací k řešení elektromagnetického pole již s aktualizovanou hodnotou teploty a podle toho i aktualizovaných hodnot materiálových parametrů. Tento čas byl zvolen s ohledem na velmi rychlý ohřev materiálu, díky čemuž se musí hodnoty aktualizovat v takto krátkém intervalu.

#### 6.1.10 Řešení

Výpočet probíhá podle uvedeného algoritmu, který je na obr.8. Nejprve je tedy řešeno elektromagnetické pole a následně pole teplotní. Po 0,1 s se aktualizují

výsledné hodnoty z teplotní analýzy a ty slouží jako vstupní hodnoty opět pro elektromagnetické pole. Tento cyklus se opakuje až do požadované doby indukčního ohřevu.

### 6.1.11 Zobrazení výsledků

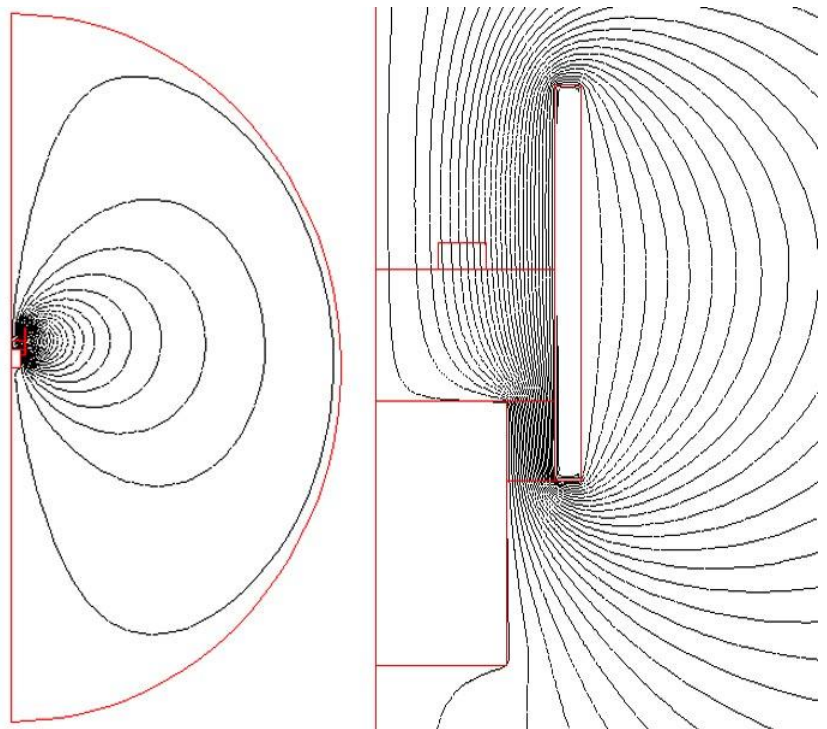
Po ukončení výpočtů je žádoucí výsledky nějakým způsobem zobrazit. K tomu slouží funkce tzv. postprocesoru. Ten umožňuje široké spektrum zobrazení výsledků od grafů přes různé tabulky, průběhů veličin v určitých bodech oblastech adt.. Lze vybírat pouze určité oblasti, které je třeba zkoumat. Dále lze těleso nechat rotovat kolem osy symetrie a zobrazit tak navržený 2D model jako 3D objekt. Ohřev materiálu lze zkoumat po jednotlivých časových krocích a dokonce ANSYS dokáže zobrazit průběh měnící se teploty jako animaci a uložit ve formě videa.

## 6.2 Řešení konkrétního modelu

Úkolem bylo zjistit, zda startovací materiál ohříváný indukčně, roztaví okolní nevodivou vsázku. Pro tento účel bylo zkoušeno několik poloh startovacího materiálu v kelímku o různých tvarech a velikostech, tak aby došlo k co možná nejoptimálnějšímu

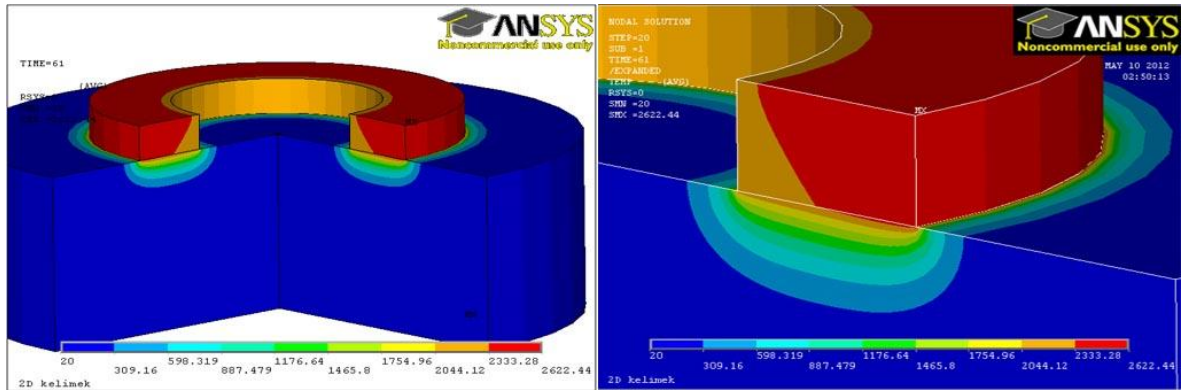
ohřevu a nastartování tavby. Předpokladem bylo, že startovní materiál je nutné ohřát na teplotu okolo 3000°C.

První model byl řešen pro startovací materiál grafit, umístěný na povrchu vsázky ve tvaru kroužku. Frekvence induktoru byla 90 kHz. Obr.12. ukazuje řešení elektromagnetického pole – rozložení siločar.



Obr. 12. Řešení elektromagnetického pole

Vlevo je rozložení pole v celé oblasti a vpravo je bližší pohled na zařízení. Hustota siločar může napovědět o tom, v jakém místě se bude materiál nejlépe a nejrychleji ohřívat. Je zjevné, že směrem k induktoru, se hustota siločar zvětšuje. Následující výsledky simulace tuto skutečnost potvrzují.

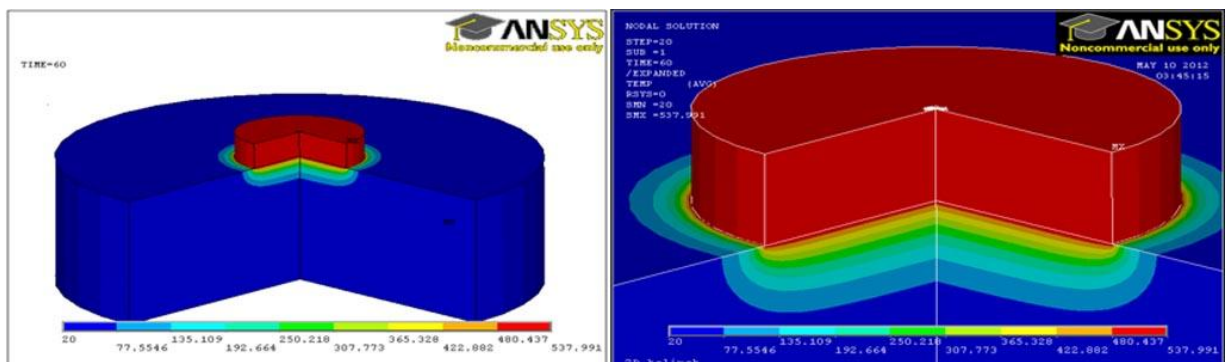


Obr. 13. Grafitový kroužek jako startovací materiál na vrchu vsázky

Teplota přes 2600 °C byla v tomto modelu dosažena po 61 vteřinách ohřevu a postačila již pro roztavení okolního materiálu, tak jak ukazuje obr. Kroužek měl v této konfiguraci vnitřní poloměr 0,026 m, vnější poloměr 0,046 m a výšku 0,01 m. Svými rozměry tak představuje cca 5% objemu vsázky. Na obr.13 jde vidět, že se okolní materiál od grafitového kroužku úspěšně roztavil.

Další simulovaný materiál byl opět grafit avšak ve tvaru válečku o poloměru 0,02 m a výšce 0,01 m, umístěný uprostřed tavicí zóny. Z výsledků je patrné, že po 60 vteřinách ohřevu, kdy předchozí uspořádání ve tvaru kroužku již v tento čas úspěšně roztavilo okolní sko, zde je teplota teprve okolo 500 °C. Toto uspořádání proto není příliš optimální, neboť ohřev je oproti jinému uspořádání pomalý.

Potvrzuje se tak skutečnost a i předpoklad, že čím blíže je materiál umístěn

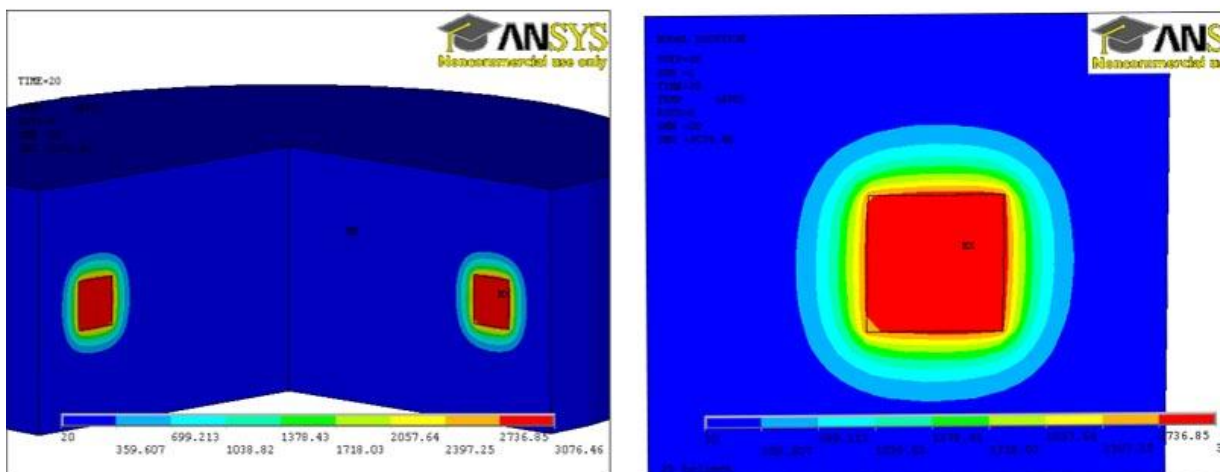


Obr. 14 Grafitový váleček jako startovací materiál uprostřed kelímku

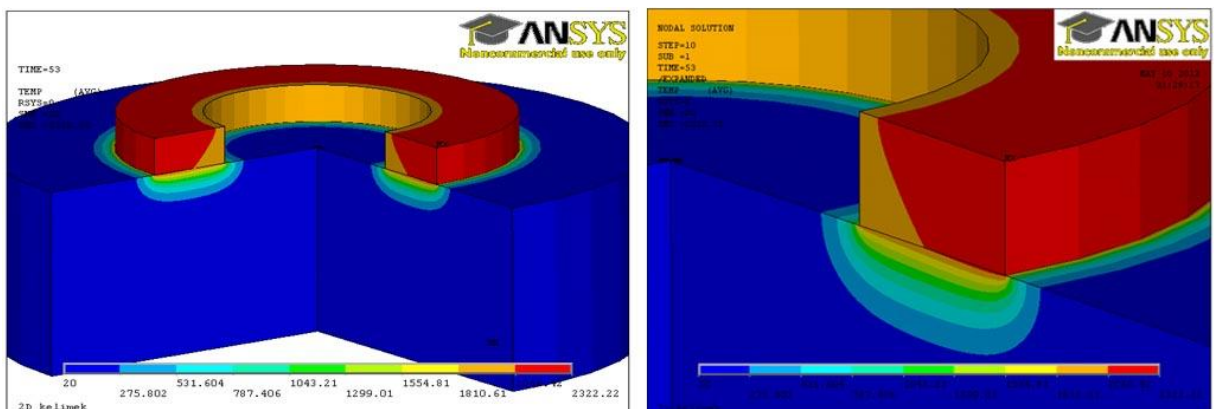
k induktoru, tím dochází k rychlejšímu ohřevu.

Grafit byl zvolen s ohledem na možnost jej vyjmout z tavicí zóny, neboť má velmi vysokou teplotu tání okolo  $3300^{\circ}\text{C}$  a je tedy pro tyto účely velmi vhodný. Najít takový materiál, který by byl obsažen v borosilikátovém skle, tak aby nebylo nutné jej po startu tavby vyjmout, není příliš lehké a možnosti jsou velmi omezené. V tab.3 je uvedeno složení skla vyvinutého v La Hague pro nově nasazený studený kelímek. To obsahuje 12%  $\text{MoO}_3$ . Molybden je kov, který má velmi vysokou teplotu tání  $2623^{\circ}\text{C}$  a je dobrým vodičem. Může být tedy použit jako startovací materiál, který není nutné vyjmout a lze jej tedy nechat roztavit.

V takovém případě je vhodnější zakomponovat tento materiál přímo do skelné směsi, tak aby teplo neunikalo do okolního vzduchu, ale bylo předáváno přímo do vsázky (Obr. 15). Na tomto obrázku je vidět, že se roztavilo více materiálu v jeho



Obr. 15. Molybdenový kroužek jako startovací materiál vložený do vsázky



Obr. 15. Molybdenový kroužek jako startovací materiál na povrchu vsázky

okolí, než když byl kroužek pouze položen na vrchu vsázky. K roztavení okolního materiálu došlo již po 20 vteřinách. Ohřev je tedy mnohem rychlejší, než v předchozích případech.

Kroužek z molybdenu umístěn na povrch vsázky ukazuje obr.16. Molybden taje při teplotě okolo 2500°C. Z výsledů simulace je patrné, že při teplotě okolo 2300 °C je již sklo pod kroužkem roztaveno. Doba ohřevu na tuto teplotu je 53 sekund. Rozměry materiálu jsou: vnitřní poloměr 0,026 m, vnější poloměr 0,046 m a výška 0,01 m.

Tab. 10. Parametry použitých startovacích materiálů

Materiál	Rezistivita [ $\Omega \cdot m$ ]	Tepelná vodivost [W/m.K]
Grafit	$4,16 \cdot 10^{-5}$	165
Molybden	$53 \cdot 10^{-9}$	135
Zirkonium	$4,21 \cdot 10^{-7}$	22,6

### 6.3 Vlastní program

```

/filnam, kelimek           ! název problému
/UNITS, SI
/PREP7
/title, 2D kelimek
shpp, off
/com,

                ! NASTAVENI A VOLBA ELEMENT TYPU
ET, 1, 13, 6, 1, , ,      ! INDUKTOR
ET, 2, 13, , 1, , ,      ! VSAZKA
ET, 3, 13, , 1, , ,      ! START MATERIAL
ET, 4, 13, , 1, , ,      ! CU DNO
ET, 5, 13, , 1, , ,      ! VZDUCH
ET, 6, 13, , 1, , ,      ! OKOLI

ftime=1                 ! DOBA OHREVVU
tinc=.1                  ! CASOVY INKREMENT
time=0                   ! POCATECNI CAS
delt=.01

emunit, mks              ! NASTAVENI MAG. JEDNOTEK

MP, MURX, 1, 1           ! NASTAVENI HODNOT INDUKTOR
MP, RSVX, 1, 1.755e-8    ! NASTAVENI HODNOT INDUKTOR

MPTEMP, , , , , , , , , ! NASTAVENI HODNOT VSAZKA

```

```

MPTEMP,1,0                ! NASTAVENI HODNOT VSAZKA
MPDATA,MURX,2,,1          ! NASTAVENI HODNOT VSAZKA
MPTEMP,,,,,,,,           ! NASTAVENI HODNOT VSAZKA
MPTEMP,1,0                ! NASTAVENI HODNOT VSAZKA
MPTEMP,2,100              ! NASTAVENI HODNOT VSAZKA
MPTEMP,3,200              ! NASTAVENI HODNOT VSAZKA
MPTEMP,4,2000             ! NASTAVENI HODNOT VSAZKA
MPDATA,RSVX,2,,1.16e8     ! NASTAVENI HODNOT VSAZKA
MPDATA,RSVX,2,,5.16e-1    ! NASTAVENI HODNOT VSAZKA
MPDATA,RSVX,2,,1.86e-2    ! NASTAVENI HODNOT VSAZKA
MPDATA,RSVX,2,,7.1e-3     ! NASTAVENI HODNOT VSAZKA
MPTEMP,,,,,,,,           ! NASTAVENI HODNOT VSAZKA
MPTEMP,1,0                ! NASTAVENI HODNOT VSAZKA
MPDATA,MURX,3,,1          ! NASTAVENI HODNOT START MAT
MPTEMP,,,,,,,,           ! NASTAVENI HODNOT START MAT
MPTEMP,1,0                ! NASTAVENI HODNOT START MAT
MPTEMP,2,400              ! NASTAVENI HODNOT START MAT
MPTEMP,3,800              ! NASTAVENI HODNOT START MAT
MPTEMP,4,1400             ! NASTAVENI HODNOT START MAT
MPTEMP,5,3100             ! NASTAVENI HODNOT START MAT
MPDATA,RSVX,3,,53e-9      ! NASTAVENI HODNOT START MAT
MPDATA,RSVX,3,,50e-9      ! NASTAVENI HODNOT START MAT
MPDATA,RSVX,3,,4e-9       ! NASTAVENI HODNOT START MAT
MPDATA,RSVX,3,,4e-9       ! NASTAVENI HODNOT START MAT
MPDATA,RSVX,3,,4e-8       ! NASTAVENI HODNOT START MAT

MP,MURX,4,1                ! NASTAVENI HODNOT CU DNO
MP,RSVX,4,1.755e-7         ! NASTAVENI HODNOT CU DNO
MP,MURX,5,1                ! NASTAVENI HODNOT VZDUCH
MP,MURX,6,1                ! NASTAVENI HODNOT OKOLI

                ! VYTVORENI MODELU
RECTNG,0,0.055,0,0.1,      ! OBLAST CU DNA
RECTNG,0,0.075,0.1,0.15,  ! OBLAST VSAZKY
RECTNG,0.026,0.046,0.15,0.16, ! OBLAST START MATERIALU
RECTNG,0.075,0.086,0.07,0.22, ! OBLAST INDUKTOR
RECTNG,0.055,0.086,0,0.07, ! OBLAST VZDUCH
RECTNG,0.055,0.075,0.07,0.1, ! OBLAST NEVODIVE DNO
PCIRC,1,0,-90,90,         ! OBLAST OKOLI
AOVLAP,ALL                 ! SLOUCIT VRSTVY

/PNUM,AREA,1               ! ZOBRAZIT CISLA OBLASTI
!*
/PNUM,ELEM,0
/REPLOT                     ! ZNOVU VYKRESLIT
/PREP7

ASEL,S,,11                 ! VYBER OBLASTI INDUKTORU
AATT,1,,1,0               ! PRIRAZENI MATERIALU A ELEMENT TYPU

```

ASEL,S,,3	! VYBER OBLASTI START MATERIALU
AATT,3,,3,0,	! PRIRAZENI MATERIALU A ELEMENT TYPU
ASEL,S,,12	! VYBER OBLASTI VSAZKY
AATT,2,,2,0,	! PRIRAZENI MATERIALU A ELEMENT TYPU
ASEL,S,,8	! VYBER OBLASTI NEVOD DNA
AATT,5,,5,0,	! PRIRAZENI MATERIALU A ELEMENT TYPU
ASEL,S,,10	! VYBER OBLASTI VZDUCHU
AATT,6,,6,0,	! PRIRAZENI MATERIALU A ELEMENT TYPU
ASEL,S,,9	! VYBER OBLASTI CU DNA
AATT,4,,4,0,	! PRIRAZENI MATERIALU A ELEMENT TYPU
ASEL,S,,13	! VYBER OBLASTI OKOLI
AATT,6,,6,0,	! PRIRAZENI MATERIALU A ELEMENT TYPU
ASEL,ALL	
alist, all	
ESIZE,0.001,0,	! NASTAVENI GLOBALNI VELIKOSTI !HRANY
	! ELEMENTU
KSEL,s,,25,26	! VYBER KLICOVYCH BODU PRO NASTAVENI
	! ESIZE
KESIZE,ALL,0.1	! NASTAVENI VELIKOSTI HRANY ELEMENTU
	! PRO VYBRANE K. BODY
ALLSEL,ALL	
MSHKEY,2	! VOLBA TYPU MESHOVANI
AMESH,3	! MESHOVANI
AMESH,12	! MESHOVANI
AMESH,11	! MESHOVANI
AMESH,9	! MESHOVANI
AMESH,8	! MESHOVANI
AMESH,10	! MESHOVANI
AMESH,13	! MESHOVANI
ALLSEL,ALL	
ALLSEL,BELOW,AREA	
ASEL,S,,11	! VYBER OBLASTI INDUKTORU
ALLSEL,BELOW,AREA	
NSLA,S,1	! VYBER UZLU V OBLASTI INDUKTORU
CP,1,VOLT,ALL	! NASTAVENI VSECH UZLU NA STEJNY
	! POTENCIAL
ALLSEL,ALL	! VYBER VSE
FK,15,AMPS,4000	! VLOZENI PROUDU DO KLICOVEHO BODU C 15
LSEL,S,,39,40	! VYBER LINII PRO OKRAJOVOU PODMINKU
DL,ALL,,AZ,0,	! VYBER LINII PRO OKRAJOVOU PODMINKU
LSEL,S,,4,4	! VYBER LINII PRO OKRAJOVOU PODMINKU
DL,ALL,,AZ,0,	! VYBER LINII PRO OKRAJOVOU PODMINKU
LSEL,S,,36,36	! VYBER LINII PRO OKRAJOVOU PODMINKU
DL,ALL,,AZ,0,	! VYBER LINII PRO OKRAJOVOU PODMINKU
LSEL,S,,25,25	! VYBER LINII PRO OKRAJOVOU PODMINKU
DL,ALL,,AZ,0,	! VYBER LINII PRO OKRAJOVOU PODMINKU

```

ALLSEL,ALL
FINISH
/SOLU

ALLSEL,ALL
/PREP7
!
FINISH
/SOLU
ANTYP,HARM                ! TYP ANALYZY
HARFRQ,90000              ! NASTAVENI FREKVENCE
PHYSICS,WRITE,EMAG       ! ULOZENI ELMAG MODELU
FINISH
/SOL
/prep7
LSCLEAR,ALL              ! VYMAZANI VSECH OKRAJOVYCH PODMINEK
!!!!!!!!!!!!!! TEPLITNI POLE!!!!!!!!!!!!!!
/PREP7                    ! ZMENA ELEMENT TYPU
ET,1,55,2,,1,,
ET,2,55,2,,1,,
ET,3,55,2,,1,,
ET,4,55,2,,1,,
ET,5,55,2,,1,,
ET,6,55,2,,1,,

MP,KXX,1,1                ! NASTAVENI MAT. PARAMETRU
MP,KXX,5,1                ! NASTAVENI MAT. PARAMETRU
MP,KXX,6,1                ! NASTAVENI MAT. PARAMETRU

MP,C,3,540                ! NASTAVENI MAT. PARAMETRU
MP,DENS,3,6400            ! NASTAVENI MAT. PARAMETRU
MP,HF,3,5
mptemp
mptemp,1,0,2000,3200
mpdata,KXX,3,1,135,25,20 ! NASTAVENI MAT. PARAMETRU
MP,KXX,2,1                ! NASTAVENI MAT. PARAMETRU
MP,C,2,840                ! NASTAVENI MAT. PARAMETRU
MP,DENS,2,2400            ! NASTAVENI MAT. PARAMETRU
MP,HF,2,5                 ! NASTAVENI MAT. PARAMETRU
/PREP7
SOLU
ANTYPE,TRANS
TOFFST,273
TUNIF,20,                 ! POCATECNI TEPLOTA
KBC,1
TRNOPT,FULL              ! NASTAVENI DOBY OHREVVU
AUTOS,ON                 ! AUTOMATICKA VOLBA CASU
DELTIM,1e-1,1e-2,delt,on ! NASTAVENI CASOVEHO KROKU
OUTRES,BASIC,ALL

```



```

PHYSICS,WRITE,THERMAL      ! ULOZENI MODELU A PODMINEK finish
*DO,i,1,ftime/tinc        ! CYKLUS
time=time+tinc            ! INKREMENT CASU
PHYSICS,READ,EMAG        ! NACTENI ELMAG MODELU
/SOLU
*if,i,eq,1,then          ! KDYZ JE I ROVNO 1
  TUNIF,20                ! NASTAV. POC. TEPLITU
*else                     ! JINAK
  lread,temp,last,,,,rth ! NACTENI TEPLITY
*endif                    ! KONEC PODMINKY
SOLVE                     ! RESENI ELMAG ANALYZY
!*
FINISH
PHYSICS,READ,THERMAL     ! NACTENI TEPLITNIHO MODELU
/assign,esav,therm,esav  ! NASTAVENI SOUBORU PRO RESTART
/assign,emat,therm,emat
/solu
parsav,scalar,parameter,sav !ULOZENI PARAMETRU
*if,i,gt,1,then         ! KDYZ JE I VETSI NEZ 1
  antype,trans,rest     ! RESTART TEP. ANALYZY
*endif                   ! KONEC PODMINKY
parres,new,parameter,sav ! ULOZENI PARAMETRU
time,time                ! ULOZENI CASU
LDREAD,HGEN,,,,0,, 'rst', ' ' ! NACTENI JOUOVO ZTRAT Z ELMAG
ALLSEL,ALL
asel,s,,,3              ! VYBER OBLASTI VSAZKY A START M.
asel,a,,,12
ALLSEL,BELOW,AREA
/AUTO,1                 ! VYBER OBLASTI VSAZKY A START M.
/REP,FAST
solve                   ! RESENI TEPLITNI ANALYZY
!*
finish
/assign,esav
/assign,emat
*enddo                  ! KONEC CYKLU

FINISH
/POST1                  ! ZOBRAZENI
SET,1,LAST,1,          ! TEPOTY
!*                      ! V
/EFACET,1              ! UZLECH
PLNSOL,TEMP,,0
FINISH

```

## 7 Závěr

Celý svět hledá řešení jak nakládat s radioaktivními odpady. Technologie ADTT (Accelerator Driven Transmutation Technology) je svým principem velice perspektivní a pokud vývoj v této oblasti dosáhne úspěchu v podobě průmyslového nasazení tohoto způsobu zpracování RAO, bude mnohé vyřešeno. Do té doby je nutné vysoce aktivní jaderné odpady bezpečně uskladňovat, zabezpečit je po dlouhá léta a zajistit jejich co nejmenší objem. V tomto ohledu se jeví velice perspektivní vitrifikace, jakožto způsob zpracování RAO, která je již v této souvislosti několik desítek let používána, avšak neustále vyvíjena za použití nových technologií. Dosud používané metody mají své limity a problémy, které v ledasčem překonává studený kelímek.

Právě studený kelímek je nově nasazován za účelem vitrifikace vysoce aktivních odpadů ve Francii či Rusku. Jeho výhody jsou oproti jiným dosud užívaným metodám nesporné. Umožňuje mnohem vyšší teploty tavení, díky čemuž lze tavit širší spektrum materiálů a je zabráněno korozi stěn kelímku a s tím spojená delší životnost zařízení. Přináší tedy zcela nové možnosti ve způsobu a druhu zpracovávaných materiálů.

Problematické ovšem je spouštění procesu vitrifikace v tomto zařízení. Sklo je za normálních teplot nevodivé a proto je nutné proces indukčního tavení jakkoliv nastartovat. Vzhledem k tomuto faktu by se takové zařízení mělo pokud možno provozovat kontinuálně. Jsou vyvíjeny technologie za použití mikrovlnného předeřevu, které mají řadu výhod. Nicméně klade to další nároky na stavbu přídavného zařízení a s tím spojené vyšší náklady. Proto je snahou najít způsob, jak tento proces nastartovat bez použití vnější energie, tedy za pomoci vodivého materiálu vloženého do nevodivé vsázky a optimalizovat jej tak, aby byl tento start reprodukovatelný a nebylo tak nutné zařízení, které slouží kupříkladu jen pro experimentální účely, provozovat kontinuálně.

Z provedených modelů v programu ANSYS je zjevné, že poměrně podstatně závisí na poloze i rozměrech startovního materiálu v tavicí zóně. Pokud není nutné startovací materiál ze zóny vyjímat, je vhodné jej umístit přímo do vsázky a pokud možno co nejbližší induktoru, aby došlo k rychlému ohřevu a tudíž i k menší spotřebě energie. S tím však přichází i nutnost volit takový materiál, který je složkou

používaného vitrifikačního skla. Jako nejvhodnější se jeví kovový molybden, který je složkou borosilikátového skla vyvinutého ve francouzském La Hague. Lze uvažovat i kovový křemík, ten však má nižší teplotu tání okolo 1500°C a tak než dojde k roztavení okolního materiálu, sám roztaje. Nicméně jeho obsah v borosilikátovém skle je velmi dominantní, proto může být pro start použito jeho větší množství než v případě molybdenu. Dále lze uvažovat zirkonium, které je v menší míře také složkou borosilikátových skel.

Dalším z materiálů, který lze použít pro start tavby je grafit. Má velmi vysokou teplotu tání přes 3000°C, což je výhodné tehdy, chceme-li startovní materiál z tavicí zóny vyjmout, aby neovlivnil složení tavené směsi. Modelem bylo prokázáno, že je vhodné použít tento materiál ve tvaru kroužku. Pro rychlejší a efektivnější ohřev je třeba, aby byl materiál blízko induktoru, avšak ne příliš, protože je třeba počítat s tím, že induktor je chlazen a materiál se tak může od něj ochlazovat.

V brzké budoucnosti by se mělo zařízení typu studený kelímek provozovat i na Fakultě elektrotechnické v Plzni v rámci projektu SUSSEN. Tyto závěry mohou posloužit jako vstupní data při spouštění tohoto zařízení a podat představu o tom, jakým nevhodnějším způsobem tento start učinit.

## 8 Literatura

- [1] DUBŠEK, František. *Jaderné reaktory*. Vyd. 1. Brno: PC-DIR, 1995. 174 s. Učební texty vysokých škol. ISBN 80-214-0715-8.
- [2] MINISTERSTVO PRŮMYSLU A OBCHODU. *Koncepce nakládání s radioaktivními odpady a vyhořelým jaderným palivem v ČR* [online]. Praha, Červen 2001. 29 s. [cit. 2012-01-05]
- [3] EKOLOGICKÉ CENTRUM MOST. *Elektrárna Počerady* [online]. Most, 2006. [cit.2012-01-05]. Dostupné z:[http://www.ecmost.cz/cd/data/prumysl/podniky/elektrarna\\_pocerady/energoadrovec.htm](http://www.ecmost.cz/cd/data/prumysl/podniky/elektrarna_pocerady/energoadrovec.htm)
- [4] COMBY, Bruno. *Enviromentalisté pro jadernou energii*. Praha:Pragma, 2007. ISBN 978-80-7349-042-3.
- [5] Vitrification. In: *Wikipedia: the free encyclopedia* [online]. St. Petersburg (Florida): Wikipedia Foundation, 11. 12. 2006, last modified on 30. 12. 2011 [cit. 2012-01-8]. Dostupné z: <http://cs.wikipedia.org/wiki/vitrification>
- [6] ŠTAMBERG, Karel. *Technologie jaderných paliv II*. Praha: ČVUT, 2005. ISBN 80-01-03261-2
- [7] INTERNATIONAL ATOMIC AGENCY. *Nuclear technology review 2011* [online]. Vienna, 2011.[cit. 2012-01-20] Dostupné z: [http://www.iaea.org/Publications/ Reports/ntr2011.pdf](http://www.iaea.org/Publications/Reports/ntr2011.pdf)
- [8] ÚJV ŘEŽ. *Vývoj projektových modifikací zaměřených na oblast chemických režimů a nakládání s RAO* .Řež, 12/2008.
- [9] SPRÁVA ÚLOŽIŠŤ RADIOAKTIVNÍCH ODPADŮ. *surao.cz* [online]. Dostupné z: <http://www.surao.cz/cze>. [cit. 2012-4-20]

- [10] Maxwellovy rovnice. In: Wikipedia: the free encyclopedia [online]. St. Petersburg (Florida): Wikipedia Foundation, 11. 12. 2006, last modified on 1. 11. 2011 [cit. 2011-11-8]. Dostupné z: [http://cs.wikipedia.org/wiki/Maxwellovy\\_rovnice](http://cs.wikipedia.org/wiki/Maxwellovy_rovnice)
- [11] RADA, J. a kol. *Elektrotepelná technika*. Vyd. 1. Praha: SNTL, 1985.
- [12] ROT, David. *Indukční ohřev pro montáž a demontáž obruče turborotoru*. Plzeň, 2003. Diplomová práce. ZČU v Plzni, Fakulta elektrotechnická, Katedra technologií a měření
- [13] HLAVÍN, Petr. *Indukční ohřev elektricky vodivé válcové vsázky s respektováním změn parametrů materiálů*. Plzeň, 2010. Diplomová práce. ZČU v Plzni, Fakulta elektrotechnická, Katedra elektroenergetiky a ekologie
- [14] SÜSSMILCH, J., PETROV, J. B., BROŽÍK, J. *Technicko ekonomické zhodnocení procesu vitrifikace RAO*. ÚJV Řež, 2000.
- [15] NALINE, S., GOUYAUD, F. *Vitrification 2010 - A Challenging French Vitrification Project to Retrofit a Cold Crucible Inductive Melter at The LaHague Plant* [online]. Phoenix, WM2010 Conference, March 7-11-2010. [cit. 2012-4-21]. Dostupné z: <http://www.wmsym.org/app/2010cd/wm2010/pdfs/10382.pdf>
- [16] ENERGYWEB. *Spracovanie a úprava RAO v SR* [online]. Dostupné z: <http://www.energyweb.cz/web/rao/sk/34.htm>
- [17] STANĚK, Jaroslav. *Elektrické tavení skla*. Vyd. 1. Praha: Nakladatelství technické literatury, 1976.
- [18] U.S. ENVIRONMENTAL PROTECTION AGENCY. *Vitrification Technologies for Treatment of Hazardous and Radioactive Waste* [online]. Washington DC, 1992. Dostupné z: <http://nepis.epa.gov/Exe/ZyNET.exe/30004JDS.TXT?ZyActionD=Zy>

Document&Client=EPA&Index=1991+Thru+1994&Docs=&Query=&Time=&EndTime=&SearchMethod=1&TocRestrict=n&Toc=&TocEntry=&QField=&QFieldYear=&QFieldMonth=&QFieldDay=&IntQFieldOp=0&ExtQFieldOp=0&XmlQuery=&File=D%3A%5Czyfiles%5CIndex%20Data%5C91thru94%5Ctxt%5C00000005%5C30004JDS.txt&User=ANONYMOUS&Password=anonymous&SortMethod=h%7C&MaximumDocuments=1&FuzzyDegree=0&ImageQuality=r75g8/r75g8/x150y150g16/i425&Display=p%7Cf&DefSeekPage=x&SearchBack=ZyActionL&Back=ZyActionS&BackDesc=Results%20page&MaximumPages=1&ZyEntry=1&SeekPage=x&ZyPURL

- [19] OJOVAN, M.I., LEE, W. E. An Introduction to Nuclear Waste Immobilization. San Diego, 2005. Dostupné z: [http://books.google.cz/books?id=vQkQnmo\\_bE0C&printsec=frontcover&hl=cs#v=onepage&q&f=false](http://books.google.cz/books?id=vQkQnmo_bE0C&printsec=frontcover&hl=cs#v=onepage&q&f=false)
- [20] Byeong-Yeon Min, Yong Kang: *Study on the Vitrification of Mixed Radioactive Waste by Plasma Arc Melting* [online]. Daejeon, Korea, 2006. [cit. 2012-4-2]. Dostupné z: <http://www.cheric.org/PDF/JIEC/IE13/IE13-1-0057.pdf>
- [21] WHITE, T.L., BOSTICK, W.D., WILSON, C.T. *Design of Microwave Vitrification Systems for Radioactive Waste* [online]. Oak Ridge National Laboratory, Tennessee. [cit 2012-3-2]. Dostupné z: <http://www.osti.gov/bridge/servlets/purl/237389-ToaWyC/webviewable/237389.pdf>
- [22] PYSZKOVÁ, Milota, LOVÁS, Michal, ZNAMENÁČKOVÁ, Ingrid, JAKABSKÝ, Štefan. *Chemická stabilita mikrovlnne vitrifikovaných odpadov* [online]. *Acta Montanistica Slovaca. Ročník 9, číslo 4. Košice, 2004.* [cit 2012-3-10]. Dostupné z: <http://actamont.tuke.sk/pdf/2004/n4/13pyszkova.pdf>
- [23] Commissariat à l'Energie Atomique (CEA), The Current Vitrification

- Process in France [online]. Internetový časopis. [cit. 2012-4-22]. Dostupné z: [http://www.cea.fr/var/cea/storage/static/gb/library/Clefs46/pagesg/clefs46\\_44.html](http://www.cea.fr/var/cea/storage/static/gb/library/Clefs46/pagesg/clefs46_44.html)
- [24] Commissariat à l'Energie Atomique (CEA), *Direct-induction cold-crucible vitrification* [online]. Internetový časopis. [cit. 2012-4-22]. Dostupné z: [www.cea.fr/var/cea/storage/static/gb/library/Clefs46/page/sg/clefs46\\_47.html](http://www.cea.fr/var/cea/storage/static/gb/library/Clefs46/page/sg/clefs46_47.html)
- [26] AREVA. *The cold crucible: A World First for High-Level Waste* [online]. ©2012. [cit. 2012-04-26]. Dostupné z: <http://www.areva.com/EN/operations-3400/the-cold-crucible-a-world-first-for-highlevelwaste.html#tab=tab3>
- [27] CHAUVIN, E., MAHUT, Ph., TRONCHE, E. *La Hague Continuous Improvement Program to Go Beyond The Current High Level of Equipment Availability of The Vitrification Facility: Operation Support with Specific Numerical Tools* [online]. WM2010 Conference. Phoenix, 2010. [cit. 2012-4-30]. Dostupné z <http://www.wmsym.org/app/2010cd/wm2010/pdfs/10128.pdf>
- [28] SYNROC. In: Wikipedia: the free encyclopedia [online]. St. Petersburg (Florida): Wikipedia Foundation, 11. 12. 2006, last modified on 3. 3. 2012 [cit. 2012-3-4]. Dostupné z: <http://en.wikipedia.org/wiki/Synroc>
- [30] QUANG, R. Do, PETITJEAN, V. *Vitrification of HLW Produced by Uranium Molybdenum Fuel Reprocessing in Cogema's Cold Crucible Melter* [online]. WM'03 Conference, Únor 23-27, 2003, Tucson, Dostupné z: <http://www.wmsym.org/archives/2003/pdfs/92.pdf>

- [31] POZNIAK, I., PECHENKOV, A., NACKE, B. *Mathematical Modelling and Investigation of Induction System with Slitted Crucible* [pdf]. International Scientific Colloquium. March 24-26,2003, Hannover.