ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI
FAKULTA PEDAGOGICKÁ
KATEDRA MATEMATIKY, FYZIKY A TECHNICKÉ VÝCHOVY

VYUŽITÍ PRVKŮ METODY PODLE PROFESORA HEJNÉHO V KLASICKÉ MATEMATICE

DIPLOMOVÁ PRÁCE

Zuzana Wöllnerová

Učitelství pro základní školy, obor Učitelství pro 1. stupeň základní školy (1. st. nov)

Vedoucí práce: PhDr. Šárka Pěchoučková, Ph.D.

Plzeň 2020

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci vypracovala samostatně s použitím uvedené literatury a zdrojů informací.

V Plzni, 26.4.2020

....

vlastnoruční podpis

Poděkování

Ráda bych poděkovala vedoucí mé diplomové práce PhDr. Šárce Pěchoučkové, Ph.D. za odborné vedení, cenné rady a připomínky, které jsem využila při tvorbě této práce.

Poděkování patří také kolegyni Mgr. Haně Dlouhé, která mi pomáhala s metodikou, realizací praktické části a byla mi inspirací při volbě tématu diplomové práce.

V neposlední řadě patří velké dík mojí mamince a partnerovi, kteří mi byli psychickou oporou nejen při psaní diplomové práce, ale v průběhu celého studia.

ZDE SE NACHÁZÍ ORIGINÁL ZADÁNÍ KVALIFIKAČNÍ PRÁCE.

OBSAH

ÚVOD

Ve své diplomové práci se budu zabývat posouzením možností propojení na první pohled výrazně odlišných metod při výuce matematiky, a to metody klasické a metody podle profesora Hejného. Toto téma jsem si zvolila, protože jsem začala učit v době, kdy už „Hejného metoda“ byla u nás docela rozšířená a já při konzultacích se zkušenějšími kolegy narážela na dva tábory, zastánce klasického vzdělávání a nadšence pro nové možnosti ve výuce. Přiznávám, že jako začátečníkovi se mi metoda podle profesora Hejného velmi líbila, ale z obavy, abych něco nevynechala a žáci splnili pod mým vedením všechny požadované výstupy, jsem se řídila klasickými učebnicemi a metodickými postupy. Teprve později jsem se začala o tuto metodu více zajímat a zúčastnila se několika školení, kde jsem se seznámila se základními principy a několika prvky, ale samozřejmě ještě nejsem plně proškolená k vyučování tímto způsobem. Proto mi v přípravě praktické části pomáhala moje zavádějící kolegyně, která prvky „Hejného metody“ do výuky na naší škole postupně aplikuje.

Práce je tvořena dvěma hlavními částmi. V první části bude nejprve nastíněn základní princip „Hejného metody“ a tím porovnány odlišnosti oproti metodice klasické. Také se k možnému propojování vyjádří účastníci výuky, a to učitelé proškolení i neinformovaní ohledně metody podle profesora Hejného a následně rodiče, kterým nová metoda může způsobovat někdy obtíže při pomoci žákům s domácí přípravou.

Ve druhé části budou vypracovány přípravy na hodinu, kde dojde při výkladu nebo procvičování k propojení obou metod, respektive k využití prvků „Hejného metody“ u žáků, kteří jsou vzděláváni klasicky, a následně provedena analýza a rozbor odučených vyučovacích hodin.

V závěru vyhodnotím vhodnost či nevhodnost tohoto postupu a případné další možnosti využívání prvků obou metod současně.

Cílem práce je tedy vybrané prvky metody podle profesora Hejného zavést u žáků, kteří jsou vzděláváni klasickou metodou a vyhodnotit jejich přínos pro pochopení a možné využití těchto postupů vedoucích k lepšímu zvládnutí látky.

1 PRINCIPY METODY PODLE PROFESORA HEJNÉHO

1.1 VÝVOJ „HEJNÉHO METODY"

Hlavním cílem výuky matematiky na prvním stupni obvykle bývá naučit žáky počítat, to znamená sčítat, odčítat, násobit a dělit. Podstatným nástrojem je nácvik a výsledkem mají být žákovy dovednosti. Neklade se přitom ovšem důraz na rozvoj intelektu žáka, což je problémem již dlouhou dobu. Je však obtížné změnit metody práce pedagogů ze dne na den, a tak ke změnám dochází jen velmi postupně.

V současné době změnám nahrává zavedení Rámcového vzdělávacího programu pro základní vzdělávání (dále jen RVP ZV), což vede učitele k tomu, aby se zamysleli nad svou prací, nad svými možnostmi a dali si dohromady vlastní představy o obsahu a formách práce, které jsou schopni realizovat. RVP ZV vyvíjí na učitele jistý tlak, který by měl vést k oslabení paměťového učení, a naopak k rozvoji osobnosti žáka a jeho logického myšlení.

Původní myšlenka metody pochází od Víta Hejného, učitele matematiky, který se zajímal o to, proč je pro jeho žáky snazší se naučit vzorečky než přemýšlet nad problémy a různými možnostmi řešení. Zadával jim k vypracování nestandardní úlohy a sledoval jejich práci. Z politických důvodů ale nedošlo k dalšímu výzkumu a rozvoji této metody. Na něj navázal jeho syn prof. Milan Hejný, zakladatel současné podoby metody, v níž navázal na problematiku, kterou se zabýval jeho otec. Nové myšlenky a závěry byly publikovány v roce 1987, v devadesátých letech se k němu postupně přidávali další pedagogové na Pedagogické fakultě UK, a tak se metoda začala šířit.

Základní myšlenkou oproti klasické matematice, která vede žáky k vypracování standardizovaných úloh za použití vzorců, je tvorba mentálních matematických schémat, která si buduje každý žák individuálně na základě zkušeností s řešením různých úloh a diskuzí nad možnostmi s ostatními spolužáky. [4]

Metodika podle profesora Hejného vychází z dvanácti klíčových principů.

1.2 12 KLÍČOVÝCH PRINCIPŮ

Principy, které respektuje „Hejného metoda", vychází ze 40 let experimentování a jsou propojeny do jednotného konceptu tak, aby žáci sami měli zájem o matematiku a chtěli objevovat nové věci.

1. Budování schémat: „Dítě ví i to, co jsme ho nenaučili"

Metoda podle profesora Hejného využívá schopnosti dítěte budovat si v hlavě schémata, aniž by k tomu bylo předem instruováno. Z hlavy rychle nikdo neřekne, kolik přesně má doma oken, ale když dostane čas, dokáže si představit plánek bytu (schéma) a okna spočítat.

2. Práce v prostředích: „Učíme se opakovanou návštěvou"

Když je žák nejprve seznámen s konkrétním prostředím, lze pak v tomto provádět složitější operace a úvahy, protože se nemusí obtěžovat představami neznámého. Využívání známého prostředí má žáka motivovat k dalším experimentům. (podrobněji viz kapitola 1.3 Didaktická prostředí)

3. Prolínání témat: „Matematické zákonitosti neizolujeme"

Žák nedostává samostatné informace, ale vždy jako součást balíčku (schématu), díky němuž si vybavuje zákonitosti jako celek a může využít různé strategie k řešení problému.

4. Rozvoj osobnosti: „Podporujeme samostatné uvažování dětí"

Velmi důležitou součástí „Hejného matematiky" je vedení žáka k tomu, aby se nenechal zmanipulovat a nepřijímal poznatky hotové, jak mu je někdo předá. Tím, že se k novému dopracuje vlastní cestou, je lépe schopen porozumět základnímu principu a svůj výsledek vhodně obhajovat a argumentovat ostatním spolužákům. Díky tomu se rozvíjí také sociální chování žáka.

5. Skutečná motivace: „Když „nevím" a „chci vědět""

Nejlépe fungující je motivace vnitřní, tedy vlastní zájem žáka, ne naléhání okolí na vyřešení problému. Ve třídách je atmosféra nastavena tak, že každý žák se může k cíli dopracovat jinou cestou a jinak rychle, ale pro každého je to osobní úspěch a ostatní ho za to oceňují.

6. Reálné zkušenosti: „Stavíme na vlastních zážitcích dítěte“

Nedílnou součástí metody je využívání vlastních zážitků dítěte, k vytvoření prostředí nebo řešení úloh jsou využívány přirozené konkrétní zkušenosti, díky kterým si žák úlohu dokáže lépe představit a je schopen ji řešit. Například představit žákům na prvním stupni krychli včetně všech jejích parametrů (počty stěn, vrcholů, výpočet povrchu) je daleko jednodušší například formou hry na švadlenku, která má pro krychli ušít šaty.

7. Radost z matematiky: „Výrazně pomáhá při další výuce“

Nejlepší motivací pro dítě je jeho pocit z úspěchu a radost ze samostatného vyřešení problému. Tím, že v žákovi tento pocit posilujeme, docílíme jeho nadšení a chuti řešit další a další úlohy.

8. Vlastní poznatek: „Má větší váhu než ten převzatý“

I u žáka prvního ročníku můžeme po správném navedení pozorovat, že je schopen vyřešit úlohu, která kdyby byla standardně zadaná v učebnici, odpovídá třeba až 3. ročníku. Například při práci s dřívky se žák sám dopracuje ke vzorečku pro výpočet obvodu, aniž by to bylo přímo stanoveno jako cíl jeho bádání.

9. Role učitele: „Průvodce a moderátor diskusí“

Tento princip je jedním z nejvýznamnějších rozdílů mezi metodami. Při metodě podle profesora Hejného učitel není nikdy nositelem pravdy a tím, kdo všechno ví a předkládá informace jako fakta. Je zde pouze jako pomocník, který koriguje a v případě potřeby a na žádost žáka může jeho postup nasměrovat ke zdárnému vyřešení. Také neurčuje výsledek nebo neposuzuje postup řešení, pouze diskutuje s žákem o možnostech.

10. Práce s chybou: „Předcházíme u dětí zbytečnému strachu“

Když se bude žák bát, že udělá chybu, bude jeho postup vždy opatrnější a nemusí využít všech svých schopností a dovedností při řešení úlohy. Pokud ale povedeme dítě k tomu, že bude schopno si po diskuzi chybu samo najít a vysvětlit, proč ji udělalo, lépe pochopí princip řešení a do budoucna si postup snadněji zapamatuje, najde si v něm svou logiku.

11. Přiměřené výzvy: „Pro každé dítě zvlášť podle jeho úrovně“

Učebnice jsou tvořeny takzvanými stupňovanými úlohami. To znamená, že v zadání je popsána jedna situace a pod ní je několik úloh k vyřešení, které jsou postupně obtížnější a složitější. První by měl vyřešit každý žák samostatně, druhou třeba většina samostatně, někteří pak s pomocí spolužáka nebo učitele, třetí už je svou obtížností určena pro nadanější žáky. Tímto postupem zabráníme pocitu bezmoci u slabších žáků, ale také předejdeme znudění těch, kteří si poradí i s těžším úkolem.

12. Podpora spolupráce: „Poznatky se rodí díky diskusi“

Při vyučování žák pracuje samostatně, ve dvojicích nebo skupinkách, téměř nedochází k frontální výuce a výkladu. Po samostatné práci následuje diskuze, kdy každý žák může vysvětlit svůj postup a obhájit výsledek, ke kterému se tak dopracoval. V závěru žáci zjistí, že i přes rozdílné metody řešení se dopracují ke správnému výsledku. Takto získané poznatky si žák osvojí lépe než pouze odvykládanou látku. [3]

1.3 DIDAKTICKÁ PROSTŘEDÍ

V této kapitole uvedu přehled jednotlivých didaktických prostředí se stručným popisem, jak je uveden v metodické příručce pro učitele. Vzhledem k průběžnému rozvoji metody, přizpůsobování podle připomínek praktikujících učitelů a obohacování o další prostředí, prvky a algoritmy, se nejedná o všechny možnosti.

- Krokování

„Porozumění číslům vyjadřujícím změnu polohy nebo porovnávání poloh. Vstup k číslům záporným, později k práci se znaménky. Pomůcka pro řešení rovnic.“

- Autobus

„Porozumění číslům vyjadřujícím změnu stavu. Orientace v souboru dat obsahujícím jak stavy, tak změny, ale i porovnání.“

- Děda Lesoň

„Práce s veličinou zapsanou ikonicky (nikoliv číslem). Náročnější myšlenky při poznávání rovnic.“

- Rodokmen

„Relace a jejich skládání propojené s úlohami o věku. Schopnost přesného vyjadřování.“

- Biland

„Pohádkové seznamování se s dvojkovou soustavou, jazykem, který používají počítače."

- Výstaviště

„Orientace v prostředí, které vzájemně propojuje geometrii a číselnou řadu. Rozvoj schopnosti vzájemně propojovat různé řešitelské strategie."

- Linky – cyklotrasy

„Propojování algebraické a geometrické situace. Systematické prohledávání všech možností. Odhalování nových vztahů vyvozených ze vztahů známých."

- Parkety

„Získávání zkušeností s analýzou a syntézou skupiny rovinných tvarů, z nichž některé mohou být obohaceny o číselné údaje."

- Geodeska (geoboard)

„Hlubší poznávání mnohoúhelníků, hledání tvarů splňujících různé geometrické podmínky."

- Krychlové stavby

„Poznávání prostorové geometrie manipulativní činností. Tvorba a přeměna staveb podle daných podmínek. Zápis stavby i procesu jejího vytváření různými jazyky. Schopnost popsat 3D-situaci různými způsoby."

- Hadi

„Poznávání vazeb souborů čísel, která vystupují jak v roli vztahu, tak v roli operátora. Zobecňování konkrétních poznatků. Rozvíjení schopnosti řešit soustavu dvou rovnic metodou pokus-omyl."

- Neposedové

„Rozvíjení schopnosti tvořit narušenou číselnou strukturu v prostředí běžných číselných vztahů, v prostředí součtových trojúhelníků nebo hadů."

- Šipkový diagram

„Šipkový diagram je grafický zápis rovnice, který vede žáka k tomu, aby neznámé číslo (v horním levém kroužku) hledal experimentováním."

- Pavučiny

„Prostředí hadů rozšířené o geometricky bohatší zápis doplněný navíc barvou. Poznávání číselných vztahů, které se v budoucnosti rozšíří na vztahy parametrické a později i na algebraické."

- Násobilkové obdélníky (čtverce)

„Procvičování násobilky v grafickém prostředí, jež v budoucnosti umožní po rozšíření odhalovat vztahy mezi čtyřmi základními operacemi."

- Sousedé

„Získání vhledu do základní vazby aritmetiky vztahu mezi sčítáním, násobením, odčítáním a dělením."

- Barevné trojice

„Rozvíjení řešitelských strategií aritmetických úloh obohacených o parametr barvy (od dramatizace k simulované dramatizaci)."

- Házení kostkou

„Získávání zkušenosti s náhodnými jevy, porozumění zákonitostem v oblasti pravděpodobnosti, práce se statistickými soubory."

- Slovní úlohy

„Schopnost pochopit slovní popis situace nebo procesu prostřednictvím dramatizace, manipulace, obrázku, grafu, tabulky nebo souboru číselných vztahů. Poznávání úloh s větším počtem řešení."

- Hra Sova

„Propojení oblasti logického myšlení a galerie hledaných objektů (rovinná nebo prostorová geometrie, čísla, objekty běžného života).“

- Vývojový diagram

„Grafický záznam procesu. Příprava na porozumění práce počítače.“

- Tvary ze dřívek

„Poznávání rovinné geometrie manipulativní činností. Tvorba a přeměna tvarů podle daných podmínek. První zkušenosti s obsahem, obvodem, jednoduchými zlomky a posloupnostmi.“

- Součtové trojúhelníky

„Poznávání bohatšího souboru čísel, která vystupují jak v roli vztahu, tak v roli operátora. Rozvoj schopnosti řešit soustavu dvou rovnic metodou pokus-omyl. Objevování zákonitostí jako cesty k urychlení řešení úlohy.“

- Sítě krychle

„Využití životních zkušeností k poznávání pojmu síť krychle. Manipulativní propojování 2D- a 3D-geometrie.“

- Šipky – mříž

„Jazyk šipek připravuje na pochopení souřadnicové soustavy. Šipka je znak statický, ale označuje pohyb, změnu. Šipka ukazuje na souvislosti geometrie a krokování.“

- Algebrogramy

„Řešení algebrogramů odhaluje žákům některé hlubší souvislosti aritmetiky. Řeší je metodou pokus-omyl.“ [1, s. 8-9]

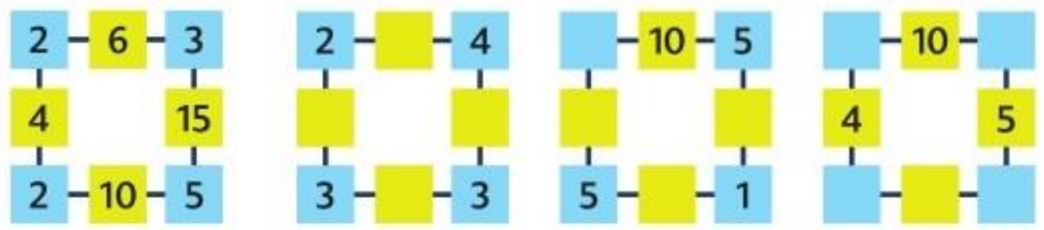
1.4 VYBRANÁ PROSTŘEDÍ A PRVKY K PRAKTICKÉ ČÁSTI

Tato kapitola se zabývá podrobněji konkrétními prostředími a metodami, které budou využity v praktické části a včleňovány do výuky matematiky klasickou metodou.

- Násobilkové čtverce

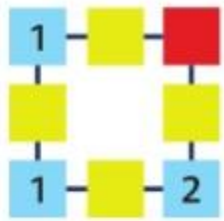
S tímto prostředím se začíná pracovat už od 2. ročníku. Žáci se seznamují s operací násobení, ale také s dělitelností a algebrou.

Ve 2. ročníku nejprve dostanou čtverec, ve kterém jsou všechna čísla doplněna a objevují zákonitosti a operace, kterými se k jednotlivým číslům dostáváme (vynásobením dvou rohových čísel dostaneme číslo středové, rohová čísla dostaneme rozkladem čísla středového na součin). Pozdější obměnou jsou čtverce, ve kterých různá čísla chybí (ať už rohová, středová nebo jejich kombinace) a žáci mají čtverec doplnit. Poslední fází je tvorba vlastního čtverce podle zadaných kritérií. (obr. 1)



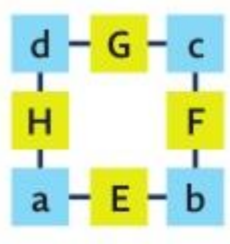
Obrázek 1 – Násobilkové čtverce 2. ročník [převzato z 9]

3. a 4. ročník nabízí další možnosti práce se čtverci. Například žák dostane zadaná středová čísla, ale nezná jejich přesné pozice, takže musí hledat společné dělitele a podle toho čísla rozmístit. Také můžeme zadat rohová čísla a jedno z nich (červené) měnit a dosazovat, z čehož žáci vysledují vztah mezi dosazovaným číslem a součtem čísel středových. (obr. 2)



Obrázek 2 – Násobilkové čtverce 3. a 4. ročník [převzato z 9]

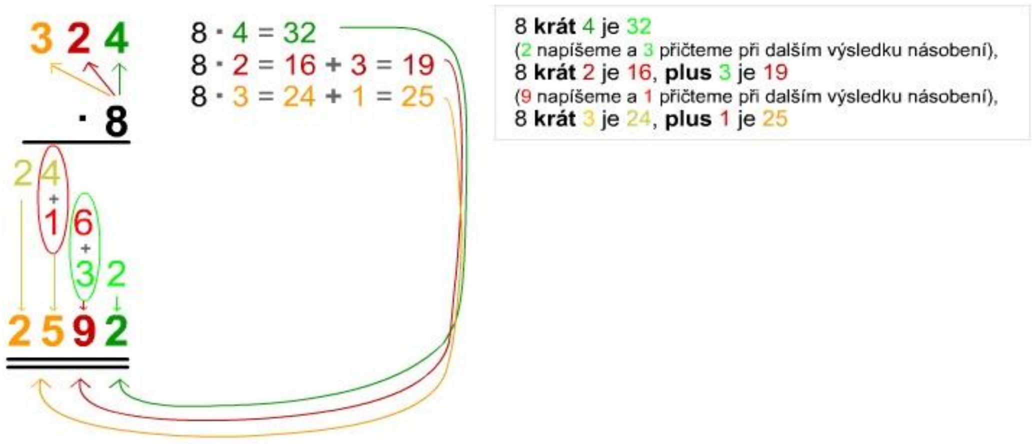
V 5. ročníku už lze za čísla dosadit písmena (neznámé) a nechat žáky vyvodit dva základní vztahy ve čtverci. Tím prvním je hledání čtvrtého středového čísla při znalosti tří, tím druhým pak vztah mezi čísly rohovými a součtem čísel středových. (obr. 3) [9]



Obrázek 3 – Násobilkové čtverce 5. ročník [převzato z 9]

- Indické násobení

Indické násobení není součástí žádného z uvedených prostředí, jedná se pouze o propracovaný algoritmus výpočtu, který zjednodušuje žákům práci s násobením víceciferných činitelů. (obr. 4)

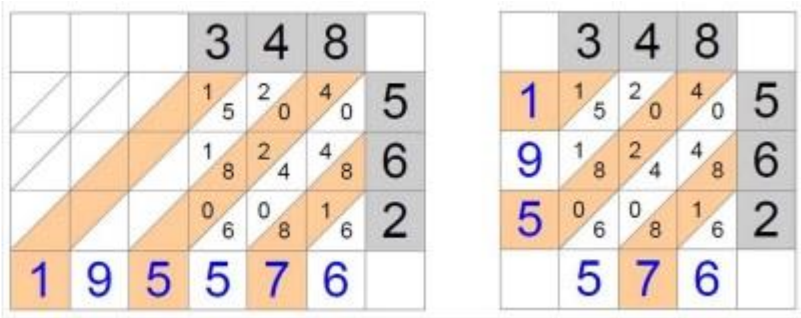


Obrázek 4 – Písemné násobení [převzato z 10]

Zavádí se ve 3. ročníku a velkou pomocí pro žáky je rozdělení matematických operací. Nejprve vynásobí všechna čísla mezi sebou a díky rozpůleným polím zapíšou celý výsledek (desítky i jednotky), teprve potom tyto výsledky posčítají a konečný výsledek zapíšou do vyznačeného pole. Ubývá tedy starost s vynásobením, zápisem pouze jednotek a pamatováním desítky, která se následně přičítá k výsledku dalšího násobení. (obr. 5)

Díky rozdělení operací a zápisu celého výsledku lze v případě potřeby lépe najít chybu v průběhu celého počítání, tu opravit a přepsat pouze dílčí hodnoty. Žáci jsou schopni díky tabulce vynásobit libovolně velké číslo.

Tabulku pro zápis indického násobení lze vidět ve dvou variantách, záleží na nakladatelství nebo internetovém zdroji. Pak je na pedagogovi, kterou možnost pro své žáky zvolí a naučí je s ní pracovat, obě jsou ovšem vytvořeny podle stejného výše popsaného principu, liší se pouze v zápisu konečného výsledku. (obr. 5)

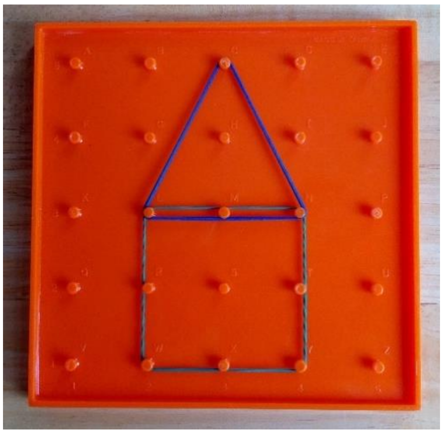


Obrázek 5 – Indické násobení – 2 varianty tabulky [převzato z 7]

- Geoboard a čtvercová síť

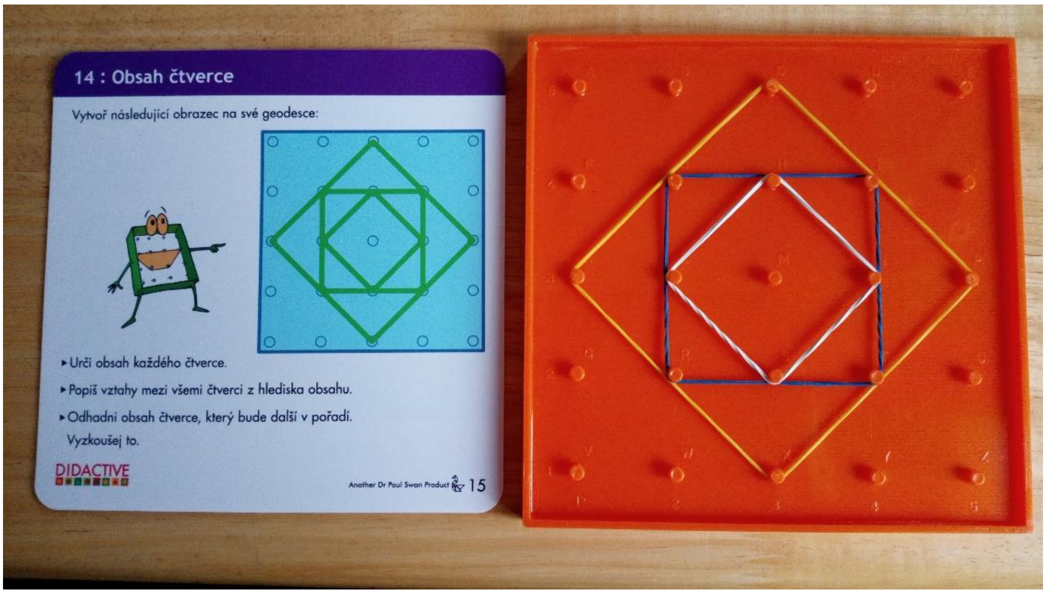
Geoboard je pomůcka vyvinutá pro seznámení žáků s geometrickými útvary. Je to deska s devíti nebo více kolíky, které jsou pravidelně uspořádány do čtverce 3x3, 4x4, 5x5 nebo větší. Na tyto kolíky žáci napínají barevné gumičky, čímž tvoří na desce obrazce a mohou vyvozovat pravidla.

V 1. a 2. ročníku je nejdůležitější možnost manipulace a tvorba obrazců vlastníma rukama žáka. Děti popisují obrazce pomocí přirovnání (vypadá to jako domeček, jako zobák), které učitel nijak nekoriguje, ale sám používá správné pojmenování obrazců, vrcholů, stran a úhlopříček. (obr. 6)



Obrázek 6 – Geoboard – domeček [vlastní foto]

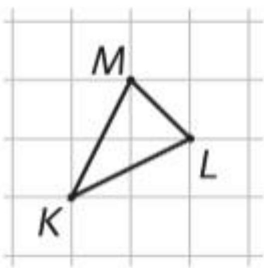
Druhou fází je tvorba obrazců podle obrázku zadaného učitelem nebo pracovní kartou. (obr. 7) Aby byl vzniklý obrazec přesnou kopií zadaného, musí žák přemýšlet hlouběji o jeho vlastnostech, je nutné znát přesný počet vrcholů, vnímat různou délku stran, pravý úhel a další. S geodeskou může žák libovolně manipulovat a otáčet, takže si i ujasní, že pojmenování obrazce nezáleží na jeho poloze.



Obrázek 7 – Geoboard – pracovní karta [vlastní foto]

V průběhu 3. a 4. ročníku se v rámci geometrie dostáváme z geoboardu na čtvercovou síť, z kolíků se stávají mřížové body a obrazce označujeme jako „mřížové“. Z potřeby někoho instruovat při tvorbě obrazce v síti se žáci postupně dopracují k využití šipkového zápisu, kterým mohou určit směr pohybu i počet polí, o něž se posouváme z bodu do bodu. V případě, že není obrazec pojmenován, nahradíme body tečkami. (obr. 8)

Na obrázku je trojúhelník KLM, který je zapsán pomocí šipek takto:
K →→↑ L ↑← M ←↓↓ K.

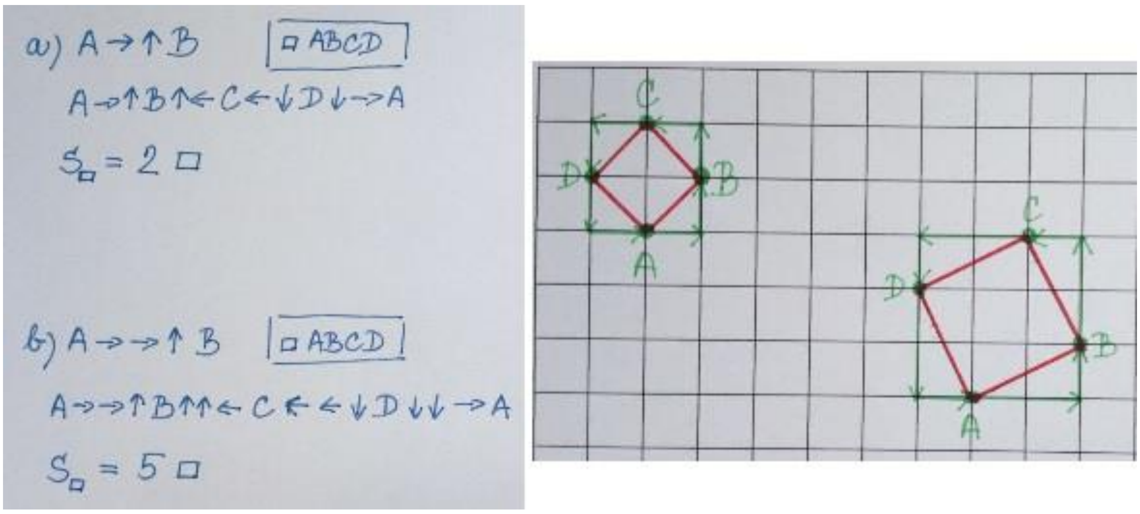


Obrázek 8 – Trojúhelník ve čtvercové mříži [převzato z 6]

Můžeme také již začít pracovat s obsahem obrazců, i když prozatím bez toho abychom se zabývali jednotkami obsahu, používáme pouze označení „kachlíky“, ze kterých je tvořena čtvercová síť. Na obrázku 9 vidíme barevně rozdělený čtverec, ten má celý obsah 4 kachlíky. Ke zjištění obsahů jednotlivých částí využijeme znalosti doplnění obrazce na obdélník. Modrá oblast je polovinou celého čtverce, takže obsah modré části jsou 2 kachlíky. Žlutá část je polovinou obdélníku tvořeného dvěma kachlíky, takže má obsah 1 kachlík. Červený obrazec by bylo složitější dopočítat doplněním, ale můžeme využít předchozí hodnoty. Celý čtverec má 4 kachlíky, z toho 2 jsou modré, 1 žlutý, takže na červený zbývá také 1 kachlík. (obr. 9)

Obrázek 9 – Obsahy ve čtvercové síti [převzato z 6]

V 5. ročníku již za pomoci čtvercové sítě připravujeme žáky na objev a práci s Pythagorovou větou a využíváme jejich znalostí o geometrických útvarech a jejich zákonitostí. Obrázek 10 ukazuje možné zadání a řešení, kdy je požadováno zakreslení čtverce podle zadané strany v mříži, tvorba zadání tohoto pomocí šipkového zápisu a výpočet obsahu, aniž by žák využil vzoreček. (obr. 10) [6]

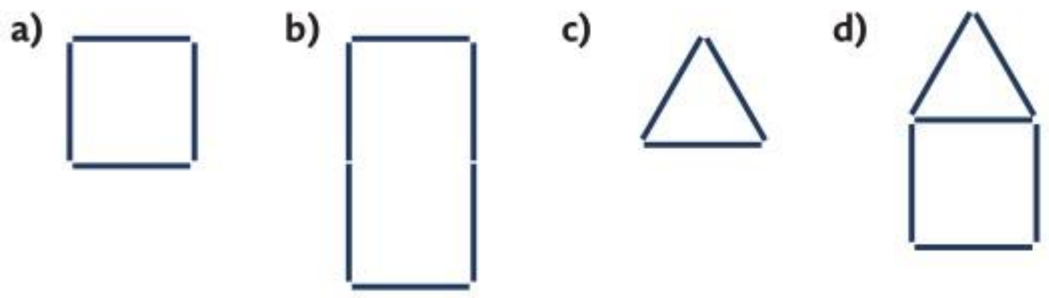


Obrázek 10 – Zadání čtverce v mříži [vlastní foto]

- Dřívka

Dřívkové konstrukce mohou někteří znát jako sirkové hlavolamy, ale místo sirek žáci používají dřevěné tyčinky, které mohou být i barevné. Tyto konstrukce rozvíjí jemnou motoriku a dětskou fantazii. V dětských výtvorech můžeme hledat geometrické obrazce čtverec, obdélník, trojúhelník.

Již v mateřské škole si mohou žáci s dřívky hrát a tvořit obrazce. Předškoláci už zvládnou pojmenovat základní geometrické útvary a již v tomto období si zafixují základní pravidla, jako že čtverec je tvořen čtyřmi stejně dlouhými dřívky, díky čemuž jim později nebude dělat problém vyvodit, že vzorec pro výpočet obvodu čtverce je 4.a. Mohou tvořit obrazce podle vzoru, pojmenovat je a později už tvoří pouze na základě slovního zadání. (obr. 11)



Obrázek 11 – Tvary ze dřívek MŠ [převzato z 5]

V 1. a 2. ročníku začínají žáci objevovat kouzlo přidávání, ubírání nebo přemisťování dřívek, díky čemuž vznikají jiné obrazce. Pomáhá jim to v rozvoji jak geometrických představ, tak kombinatorických schopností, také začínají vnímat zlomky jako určitou část daného celku. (obr. 12) [5]

Obrázek 12 – Tvary ze dřívek 1. a 2. ročník [převzato z 5]

- Šipkový zápis

Jak již bylo uvedeno v principech metody podle profesora Hejného, žádné poznatky nejsou předávány izolovaně a vytrhovány ze souvislostí, které si žák utváří a v průběhu výuky a objevování získává. Šipkový zápis je jedna z metod, které lze využít v několika prostředích, přičemž šipky vždy znázorňují nějaký pohyb, ať už skutečný či imaginární.

V krokování šipkami zapisujeme pohyb po krokovacím páse, což znázorňuje číselnou osu. Objevují se zde šipky doprava (dopředu) a doleva (dozadu). Také se později zavádí šipka přikazující „otočení čelem vzad“.

Na geodesce a čtvercové mříži žáci pomocí šipek určují polohu bodů obrazce tak, jak by jej rýsovali. Z jednoho bodu vychází a šipkami navádí tužku, která obrazec rýsuje.

- Krokování

Krokování můžeme využít jako hru už v mateřské škole, protože kromě počítání dítě také objeví rytmus a propojení s pohybem vpřed nebo vzad. V některých případech také položí základy porozumění záporným číslům.

S dětmi z mateřské školy začínáme spojením počítání (slabikování říkanky) a vytleskávání, potom přidáme pochodování. Když to dítě zvládne, přichází na řadu krokovací pás, po kterém se při počítání pohybuje. Začíná se jednoduchými povely: „Udělej dva kroky a pak jeden krok, začni teď!“. Následně se učitel ptá, kolik kroků musí udělat druhé dítě, aby stáli vedle sebe. Postupně přichází ještě rozlišení kroků dopředu a dozadu.

V 1. a 2. ročníku žáky instruujeme stále složitěji a u nich přirozeně vzniká potřeba si instrukce zaznamenat, čímž se dopracujeme k zápisu pomocí šipek. Jejich směr odliší pohyb dopředu a dozadu (přičítání a odčítání), jejich počet nahrazuje číslo. (obr. 13) Tím vlastně vzniká první zápis rovnice, kdy na jedné straně jsou rozepsány instrukce postupně a na straně druhé je zapsaná výsledná poloha na krokovacím pásu, případně jednoduchá instrukce pro druhého žáka, aby stáli s prvním na stejném poli pásu.

Úloha 1:

a) | →→→→ | ←←← | = | |
b) | →→→→ | | = | →→ |
c) | → | | ←←← | = | →→ |
d) | →→→ | ←← | = | →→ | |

Úloha 1:

a) | → |
b) | ←← |
c) | →→→→ |
d) | ← |

Obrázek 13 – Krokování 1. a 2. ročník [převzato z 8]

Ve 3. a 4. ročníku se díky krokování dostaneme k záporným číslům, což nám běžné počítání předmětů neumožňuje (nemůžeme sníst 3 jablka, když máme jen 2, nemůže nám zbýt -1 jablko). Při krokování se zde zavádí nový povel „čelem vzad“, který v matematickém zápise nahrazuje mínus před závorkou (negaci závorky), takže se pohybujeme vlastně v protisměru po krokovacím páse. (obr. 14)

Úloha 2: Číselné rovnice přepiš do šipkových a vyřeš.

a) 5 – (1 + 2) = x
b) 7 – (4 – 2) + 3 = x
c) 2 – (4 – 3) = x – 2
d) 4 – (5 – x) = 2
e) 6 – (7 – (8 – 3) – 4) + 1 = x

Úloha 2:

a) | →→→→→ | ↺ | → | →→ | ↺ | = | →→ |
b) | →→→→→→→ | ↺ | →→→→ | ←← | ↺ | →→→ | = | →→→→→→→→ |
c) | →→ | ↺ | →→→→ | ←←← | ↺ | = | →→→ | ←← |
d) | →→→→ | ↺ | →→→→→ | ←←← | ↺ | = | →→ |
e) | →→→→→→ | ↺ | →→→→→→→ | ↺ | →→→→→→→→ | ←←← | ↺ | ←←←← | ↺ | → | = | →→→→→→→→→

Obrázek 14 – Krokování 3. a 4. ročník [převzato z 8]

5. ročník přináší žákům další matematický pojem a tím je absolutní hodnota. Například první žák stojí na nule, druhý o jeden krok před ním. Úkolem je vytvořit instrukce pro oba tak, aby dohromady udělali 5 kroků a skončili oba na stejném poli. Při očíslování krokovacího pásu můžeme zavést další prostředí, kterým jsou schody. (obr. 15) [8]

Úloha 3: Řešte soustavu rovnic

$x - 1 = y + 2$, $|x| + |y| = 5$.

Tedy: Adam stojí na schodu – 1, Eva na schodu 2. Oba dohromady udělají 5 kroků a budou stát na stejném schodu.

Řešení: $x = 4$, $y = 1$ nebo $x = -1$, $y = -4$

Úloha 4: Řešte soustavu rovnic

$x + 1 = y - 2$, $|x| + |y| = 3$.

Tedy: Adam stojí na schodu 1, Eva na schodu – 2. Oba dohromady udělají 3 kroky a budou stát na stejném schodu.

Řešení: $x = 0$, $y = 3$ nebo $x = -1$, $y = 2$ nebo $x = -2$, $y = 1$ nebo $x = -3$, $y = 0$

Úloha 5: Řešte soustavu rovnic

$x = y + 1 = z + 3$, $|x| + |y| + |z| = 5$.

Tedy: Adam stojí na schodu 0, Eva na schodu 1 a Jiří na schodu 3. Všichni tři dohromady udělají 5 kroků a budou stát na stejném schodu.

Řešení: $x = 3$, $y = 2$, $z = 0$

Obrázek 15 – Krokování 5. ročník [převzato z 8]

2 REFLEXE

Ve svém okolí jsem se setkala s různými názory a pohledy na novou metodu vyučování matematiky podle profesora Hejného. Rozdíly se objevovaly v různých skupinách lidí, ať už se jednalo o pedagogy proškolené nebo neznalé, či rodiče žáků, u nichž byla tato metoda zavedena. Požádala jsem tedy tři známé, aby se vyjádřily k této problematice.

První byla kolegyně z prvního stupně, která metodu zná pouze z doslechu, neúčastnila se žádných školení a měla možnost využít náslechu a sledovat průběh hodiny matematiky, kde se metoda podle profesora Hejného využívá.

Druhá byla moje zavádějící kolegyně, která podporuje nový přístup k výuce matematiky, účastní se seminářů, sama se v této oblasti vzdělává a díky ní jsem se právě k této metodě dostala. Ona mě také metodicky vedla při přípravě a realizaci praktické části této práce.

Třetí dotázanou byla matka žákyně, u níž paní učitelka metodu podle profesora Hejného využívá již od 1. ročníku, nyní navštěvuje 3. ročník základní školy.

2.1 UČITEL NA NÁSLECHU

„Měla jsem možnost nahlédnout do vyučování matematiky u kolegyně, která užívá metodu podle profesora Hejného. Bylo to ve třetím ročníku, kdy žáci byli zvyklí tímto stylem pracovat už od první třídy, což bylo v průběhu hodiny zřejmé. Učitelka řekla jen název aktivity a žáci okamžitě věděli, jaké pomůcky si mají připravit, případně se přemístit po třídě do skupin nebo si najít místo pro individuální práci.

Bylo zajímavé vidět, k jakým faktům jsou vhodně navedení žáci schopni se dopracovat, aniž by jim učitel řekl hotovou informaci. Pro mě jako pedagoga bylo tedy nesmírně náročné se udržet, abych žáky při chybě ihned neopravila. Kolegyně nechala žáka vždy dokončit myšlenku a potom se zeptala ostatních, jestli souhlasí nebo mají jiný poznatek. Teprve při diskuzi se společně dopracovali k řešení a jako správné ho museli schválit všichni diskutující, učitelka pouze sledovala průběh a argumentaci žáků, případně se doptávala, aby je nasměrovala.

Je pravdou, že takto získané informace žákovi utkví v paměti určitě lépe než fakta, která získají z učebnice nebo od učitele. Na druhou stranu je potřeba mnoho zkušeností pedagoga, aby byl schopen korigovat průběh diskuze, která se vzhledem k možným řešením může dost často ubírat úplně jiným směrem, než kam se učitel potřebuje dopracovat. Také mi objevování zákonitostí připadá dost časově náročné a z dlouhodobého hlediska nevím, jestli bych stihla probrat všechna témata, která má žák během prvního stupně projít.

Vnímání problému celkově a ne jeho izolovaných částí se mi velmi líbí, také využívání takzvaných schémat, která většina dětí zná z běžného života. Ve třídě bylo vidět, že děti nevnímají hodinu jako „my máme matematiku a budeme počítat", ale že tam byl praktický přesah a jednalo se spíš o problémové vyučování, kdy řešili zadanou problematickou situaci a učitelka neudávala způsob, jakým se to po nich vyžaduje. Také je u žáků vidět, že se do řešení vrhají okamžitě, aniž by měli obavy z chyby nebo složitosti úkolu, je pro ně snazší využít svůj vlastní postup než předem daný a jak jim pak řekla paní učitelka, nikdo to nedělá špatně, jen každý po svém.

Při hodinách je ale díky tomu ve třídě tvůrčí ruch, který může některým žákům vadit. Vzhledem k vysoké koncentraci žáků s PLPP a IVP ve svém kolektivu, u kterých je potřeba pracovat systematicky a na začátku dne si předem naplánovat sled událostí, jak bude výuka probíhat, aby se mohli na jednotlivé části těšit nebo připravit, si úplně nedokážu využití této metody představit. Tito žáci potřebují jistotu a systém ve věcech, informacích i postupech a obávám se, že by mohli být zmatení z několika možných postupů, jak se dopracovat k řešení a nevěděli by, který zvolit.

Průběh vyučovací hodiny se mi velmi líbil, všichni žáci byli aktivně zapojeni. Vzhledem k tomu, že to byla moje první zkušenost s touto metodou, nevím, jak bych se jako učitel na takovou hodinu připravovala, myslím, že tato forma výuky totiž klade velký důraz na improvizaci a pohotovou reakci na aktuální situaci. Musela bych se také oprostit od problému časové tísně, kdy se snažíme během vyučovací hodiny stihnout nějakou látku nebo procvičování a naplnit tak vzdělávací plán.

To také vnímám jako problém současného systému, že na nás i žáky jsou kladeny požadavky na zvládnutí daného učiva a memorování faktů, vzorců a přesně daných postupů a jen velmi pomalu se přechází na praktické vyučování a řešení problémů běžného *života, což jsou zkušenosti, které potom žák dále využije. Jako pedagogovi by se mi samozřejmě líbilo pracovat s dětmi hravou formou a vidět na nich zájem o získávání dalších informací a hledání vlastního způsobu řešení. Jen si to v současném nastavení svém osobním i žáků a rodičů neumím představit v praxi.“*

2.2 PROŠKOLENÝ VYUČUJÍCÍ

„S matematikou Hejného jsem se setkala poprvé ve větší míře před čtyřmi roky. Připadala mi zajímavá jak pro děti, tak i učitele. Nejprve jsem absolvovala několik školení. Vzhledem ke vstřícnosti vedení jsme mohli začít učit touto metodou v první třídě – pracovní sešity, metodika byly každodenním studijním materiálem, kde jsme se snažili využít svoje znalosti ze školení. U svých druháků jsem uplatňovala některé prvky této metody. Hned od začátku matematika děti zaujala, velmi je bavila, byla pro ně zajímavá a zábavná. Musím říct, že i nás učitele bavila i když pro nás bylo těžké začít myslet „jinak“. V letošním roce nastoupila na první stupeň nová p. učitelka, která měla z matematiky velké obavy, nikdy o metodě neslyšela, už v pololetí byla matematika její oblíbený předmět, zvlášť proto, když viděla, že matematika děti velmi baví a vždy se na ni těší.

Ve škole jsem začala vést kroužek matematiky, kde jsme se zaměřili zejména na matematiku Hejného. Pro rodiče jsme uspořádali ukázkové hodiny, kde děti ochotně učily rodiče pavučiny, autobus, zvířátka dědy Lesoně a další prostředí. Hodiny se moc povedly, děti i rodiče byli spokojení, rodiče se seznámili i s pomůckami, které jsme využívali.

Domácí úkoly zadáváme z alterské učebnice, na přání rodičů, aby byli schopni úkoly zkontrolovat.

Každý rok se zúčastňujeme soutěže „Klokánek“ - u dětí které pracují metodou Hejného jsou výsledky lepší, dokážou si snáze poradit se zadáním úkolů.

Matematika Hejného je pro děti zábavná, hravá, k řešení mohou dojít různými způsoby, řešení bývá několik. Vede děti k přemýšlení, k tvořivosti, k tomu, že moje i sousedovo řešení může být správné.

U nás v malotřídní škole si děti navzájem pomáhají, vysvětlují, pracují na společném řešení. Mají velkou radost, když ve třetí třídě dokážou indickým násobením spočítat příklad z velké násobilky, běžně a bez problémů počítají se zápornými čísly, řeší *rovnice s několika neznámými prostřednictvím zvířátek a hadů, ani slovní úlohy nejsou takovým strašákem, stejně jako geometrie. Používají rozličné pomůcky, oblíbené jsou stavby z kostek podle plánku, parkety, geodeska.*

V matematice jsou snadno uplatňovány stupňované úlohy. Matematika je vhodná pro všechny děti, některé děti nejprve uplatňují jen některé prvky, postupně začleňují další prostředí, pokud je dítě schopné takto pracovat. Žádné z dětí nakonec nezůstává u klasické matematiky. Bylo by dobré, kdyby mohly v této matematice pokračovat i na 2. stupni ZŠ.

Myslím si, že matematika Hejného je pro děti velkým přínosem, zvlášť proto, že zábavnou a zajímavou formou pomáhá dětem přemýšlet a hledat řešení. Určitě budeme v naší škole tuto matematiku uplatňovat i nadále.“

2.3 RODIČ

„Dcera chodí do 3. třídy a paní učitelka používá od první třídy Hejného matematiku. Naše začátky byly dost obtížné. Dcera navštěvuje malotřídní školu, kde mají spojené ročníky a má problémy se soustředěním a udržením pozornosti. Když potom začala domů nosit úkoly z matematiky, kdy zadání i příklady neodpovídají tomu, s čím jsem se ve škole setkávala já, ptala jsem se jí, co s tím má dělat a ona často nevěděla. Také jsem měla potřebu jí radit s řešením a vyžadovat konkrétní postup nebo zápis, aby měla úkol podle mě správně a když ona si na to nakonec přišla svou cestou, nevěděla jsem, jestli za vypracování nedostane od paní učitelky vynadáno.

Bylo nás víc rodičů, kteří neuměli s dětmi doma úkoly vypracovávat, tak paní učitelka udělala pro rodiče ukázkovou hodinu. Seděli jsme každý v lavici se svým dítětem a pozorovali ho při práci. Potom jsme dostali zadaný úkol pro rodiče a když jsme nevěděli jak dál, děti nám měli poradit. Měla jsem svůj postup, dcera na to šla úplně jinak, ale vlastně jsme se dopracovaly ke stejnému výsledku. K tomu nám potom paní učitelka řekla, že přesně o tom to je, že ona dětem neříká, jak mají pracovat, ale pokud si neřeknou o pomoc, nechá je samotné problém nějak vyřešit a pak se děti baví mezi sebou o tom, kdo, jak a proč postupoval a k čemu se dopracoval.

Od té doby jsme se doma domluvili, že úkoly bude dcera dělat sama a pokud bude potřebovat poradit, pomůže jí tatínek, protože ten je vždycky schopen nějaké řešení najít nebo dceru nasměrovat, zřejmě je praktičtější než já. Pro mě by bylo jednodušší, kdyby doma počítala klasické příklady a slovní úlohy, které znám a jsem schopná zkontrolovat, ale na druhou stranu vidím, jakou má dcera radost, když příklad vyřeší a že některé postupy jí dávají logické uvažování do běžného života, což si myslím, že je velmi důležité. Na klasické počítání může vždy použít kalkulačku, ale některé zkušenosti a objevy z vyučování, které vypráví doma, mě překvapují a myslím, že je díky nim také samostatnější.“

Ve své podstatě ani jedna z dotázaných metodu podle profesora Hejného přímo nezavrhuje nebo nekritizuje, nicméně každá má individuální zkušenost a vlastní pohled na tuto problematiku.

Všechny tři dotázané se shodly na tom, že je metoda názorná, praktická a že žáky baví, rozvíjí jejich schopnost řešení problému a samostatnost. Dalším společným prvkem těchto tří vyjádření bylo, že uznaly možnost vlastního postupu při řešení úkolu, aniž by bylo potřeba dodržovat striktně jeden zavedený.

Jak je vidět z vyjádření matky a vyučující paní učitelky, každá škola se k novému způsobu výuky staví jinak. Paní učitelka kvůli rodičům přistoupila na zadávání úkolů z klasické matematiky, maminka dívky řeší, že kvůli neznalosti není schopná pomoci nebo kontrolovat úkoly vypracované doma.

Rozdíl je také v pohledu učitelek na průběh výuky. Paní učitelka bez zkušeností s metodou pozorovala ve třídě mírný chaos, vyučující paní učitelka je zřejmě i díky spojeným ročníkům na tvůrčí ruch a spolupráci ve třídě zvyklá.

Shodně se také paní učitelka na náslechu a matka žákyně shodly na tom, že metoda nemusí být vhodná pro všechny. Paní učitelka vyjadřuje nejistotu ohledně žáků s podpůrnými opatřeními, matka vyjádřila svůj názor, že některým prvkům nerozumí a neví si s nimi rady. Otázkou je, jestli pro ni není na škodu předchozí vzdělání a zkušenosti s přesně daným postupem, žáci těmito okolnostmi limitováni většinou nejsou.

Nakonec se ve všech třech komentářích objevuje myšlenka, že tato metoda je přínosná, pro každou z dotázaných ovšem v různé míře nebo po jisté předchozí průpravě a doplnění potřebných informací.

3 PRÁCE SE ŽÁKY 5. ROČNÍKU

3.1 CHARAKTERISTIKA KOLEKTIVU

Třída, ve které byla prováděna výuka v rámci vypracování praktické části diplomové práce, se nachází v malotřídní škole v obci Pernink v Krušných horách. Jedná se o kolektiv žáků spojených dvou ročníků, a to třetího (4 žáci) a pátého (11 žáků). Celkem je v kolektivu 15 žáků, z toho 5 chlapců a 10 dívek. Vzhledem k tomu, že 3. ročník je vyučován v matematice podle profesora Hejného už od 1. ročníku, pracovala jsem v rámci praktické části pouze se žáky 5. ročníku, kteří běžně používají učebnice nakladatelství Alter.

V 5. ročníku jsou 2 žáci s SPU, kteří se vzdělávají s pomocí individuálního vzdělávacího plánu (IVP), 1 žák s plánem pedagogické podpory (PLPP) a u jedné žákyně se plán pedagogické podpory zpracovává. Nutno uvést, že ani jeden z podporovaných žáků nemá diagnostikovanou konkrétně dyskalkulii nebo poruchu učení, která by přímo ovlivňovala jeho matematické schopnosti, které jsme ověřovali při výuce.

Jedna žákyně s IVP má z Pedagogicko-psychologické poradny diagnostikovanou dyslexii a dysortografii. Druhá žákyně s IVP má oslabení zrakového vnímání a zrakové paměti a intelektové schopnosti na pomezí hraničního pásma a podprůměru. Žák s PLPP má vypracovaný plán hlavně kvůli problémům s koncentrací, pomalému pracovnímu tempu a občasným potížím v chování, kdy při nezájmu o danou činnost nebo nezdaru při plnění dochází u žáka k výbuchům vzteku a nespolupráci jak se spolužáky, tak s třídní učitelkou.

U jedné žákyně v současné době třídní učitelka vypracovává PLPP. Problémem je hlavně přehnaná pečlivost a na tu navazující velmi pomalé pracovní tempo, dále neochota používat nabízené pomůcky, protože chce žákyně zvládnout vše sama a bez pomoci, což jí velmi znesnadňuje samostatnou práci při hodině.

Všichni výše zmínění žáci mají stále k dispozici pomůcky, od nástěnných plakátů, tabulek na lavici či pomůcek souvisejících s metodou podle profesora Hejného, které mohou kdykoli během práce využít, jak potřebují.

Celkově se jedná o velmi dobrý kolektiv, kde žáci vzájemně spolupracují, pomáhají si a je patrné, že je spojení ročníků obohacuje. V pátém ročníku byl v pololetí školního roku 2018/2019 průměrný prospěch z matematiky 1,81.

Vyučování v 5. ročníku proběhlo ve třech blocích. Nejdříve jsem dané učivo zopakovala „klasicky“, tedy tak, jak ho žáci dříve probírali podle učebnice Alter, a poté jsem jim nabídla další možnost řešení podle metodiky profesora Hejného.

V následující kapitole jsou obsaženy přípravy na jednotlivé vyučovací bloky, které jsou psány stylem stručných poznámek. Podrobněji jsem pak popsala realizaci prvků podle profesora Hejného a její průběh následně reflektovala. Všechny příklady, které žáci řešili, jsou vlastní.

Reakce a odpovědi žáků jsou v textu zobrazeny kurzívou.

3.2 VYUČOVACÍ HODINA – PÍSEMNÉ NÁSOBENÍ

3.2.1 PŘÍPRAVA

Cíl: Žáci si procvičí písemné násobení jednociferným a dvojciferným činitelem

Žáci se seznámí s prvky metody podle profesora Hejného – indickým násobením a násobilkovými čtverci

Typ hodiny: opakovací

Ročník: 5.

Stavba hodiny:

1) Úvod

- seznámení s obsahem hodiny

2) Klasické písemné násobení

- rychlé procvičení násobilky – každý žák dostane příklad (ústně)

- zopakování, co je písemné násobení – činitele zapisujeme pod sebe

- procvičení písemného násobení jednociferným činitelem – zápis, postup

- řešení 4 příkladů společně – 1 žák na tabuli, ostatní do sešitu – společná kontrola, oprava

4 384 . 3 = 13 152	3 896 . 5 = 19 480
4 216 . 7 = 29 512	1 732 . 4 = 6 928

- procvičení písemného násobení dvojciferným činitelem – zápis, postup

- řešení 4 příkladů společně – 1 žák na tabuli, ostatní do sešitu – společná kontrola, oprava

538 . 24 = 12 912	415 . 34 = 14 110
1 249 . 51 = 63 699	631 . 27 = 17 037

- samostatná práce pro rychlejší žáky – individuálně zadaný příklad s trojciferným činitelem

3) Indické násobení

- seznámení s mřížkou – kam zapisujeme kterého činitele, proč jsou políčka rozdělena napůl

- nejprve všechny operace násobení, pak sčítání (v PS barevně vyznačeno)

- při sčítání výsledky zapisujeme do jednoho řádku, ne „za roh" – 2 možnosti (obr. 5)

4) Násobilkové čtverce

- seznámení se čtvercem – vrcholová čísla, středová čísla

- vysvětlení operací s čísly – rohová násobíme, výsledkem je číslo středové

- doprostřed čtverce můžeme zapisovat součet středových čísel (v PS vyznačeno)

5) Pracovní list

- samostatná práce na pracovním listu – procvičení všech variant násobení (příloha 1)

6) Závěr

- společné zhodnocení jednotlivých prvků

3.2.2 REALIZACE PRVKŮ METODY PODLE PROFESORA HEJNÉHO

1) Indické násobení

Žákům jsem nejdříve vysvětlila podrobně postup.

- krok č. 1: mřížka

Na tabuli máme načrtnutou mřížku, kterou použijeme pro tzv. indické násobení. Některá pole jsou celá, ta využijeme pro zápis činitelů a výsledku, některá pole jsou rozpůlená, do těch budeme zapisovat výsledky násobení. (obr. 16, č. 1)

- krok č. 2: zápis činitelů

Použijeme příklad 415 . 34, který jsme předtím vypočítali klasicky, alespoň si ověříme správnost výsledku. Trojciferného činitele zapíšeme vodorovně do řádku nahoře, dvojciferného svisle do sloupce vpravo. (obr. 16, č. 2)

- krok č. 3: roznásobení číslem 3

Teď začneme s násobením. Postupujeme odzadu, jak jsme zvyklí.

3 . 5 = 15

Výsledek je dvojciferný, proto využijeme rozpůlené pole, kam výsledek zapíšeme a rozdělíme ho na jednotky a desítky.

3 . 1 = 3

Výsledek je jednociferný, ale my víme, že má „nula“ desítek a „tři“ jednotky, tak to do mřížky také zapíšeme jako „03“

3 . 4 = 12

Opět zapíšeme zvlášť jednotky a desítky. (obr. 16, č. 3)

- krok č. 4: roznásobení číslem 4

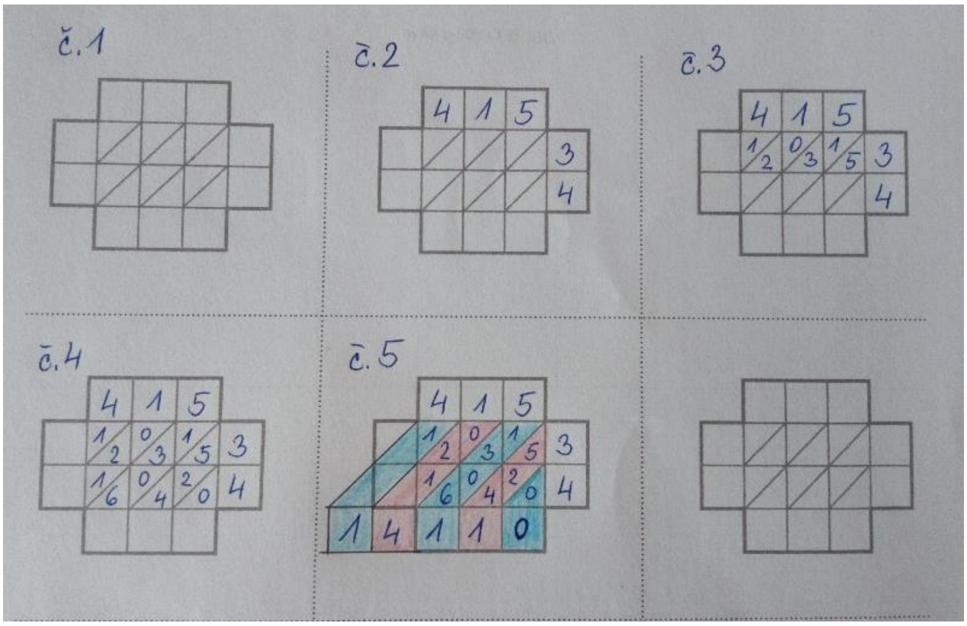
Stejně roznásobíme i druhý řádek. Už víte, jak zapisujeme výsledky, takže si dopočítejte sami. (obr. 16, č. 4)

- krok č. 5: sčítání, konečný výsledek

Posledním krokem se potřebujeme dopracovat ke konečnému výsledku. Vzpomeňte si na klasické písemné násobení. Když máte roznásobeno pod sebou, co následuje?

„Sečteme ty dva řádky a máme výsledek“

Výborně. Tady ale nemáme výsledky násobení pod sebou, abychom je písemně sečetli. Všimněte si barevně vyznačených šikmých polí. Všechna čísla, která jsou v jednom barevném sloupci sečteme a výsledek zapíšeme do spodního celého pole. Sčítáme zase odzadu, jak jsme zvyklí. Dejte pozor, abyste na žádné číslo nezapomněli. I pod sloupcem, kde je pouze jedno číslo, musíme tento výsledek zapsat. (obr. 16, č. 5)



Obrázek 16 – Indické násobení – postup zavádění [vlastní foto]

2) Násobilkové čtverce

- krok č. 1: mřížka

Tomu, co jsem načrtla na tabuli říkáme násobilkový čtverec. Co víme o čtverci?

„Má všechny strany stejně dlouhé."

„Má pravé úhly."

„Má 4 rohy"

Tak my neříkáme rohy, ale vrcholy. Proto v modrých rámečcích máme čísla vrcholová. Mezi nimi uprostřed jsou oranžově vyznačena čísla středová. Dovnitř do červeného kruhu napíšeme součet středových čísel. (obr. 17, č. 1)

- krok č. 2: zadaná čísla

Jak násobilkový čtverec funguje si ukážeme na jednoduchém příkladu. Máme zadaná dvě čísla vrcholová a jedno číslo středové. (obr. 17, č. 2)

- krok č. 3: násobení

Vždycky začínáme tím, co známe. Když vynásobíme dvě čísla vrcholová (6 . 4), výsledek zapíšeme do rámečku uprostřed mezi nimi a dostaneme tím číslo středové (24). (obr. 17, č. 3)

- krok č. 4: rozklad čísla na činitele

Dále známe číslo středové, které je výsledkem násobení dvou činitelů. Jaká dvě čísla můžu vynásobit, aby výsledek byl 12?

„3 . 4, 4 . 3, 6 . 2, 2 . 6, 1 . 12, 12 . 1“

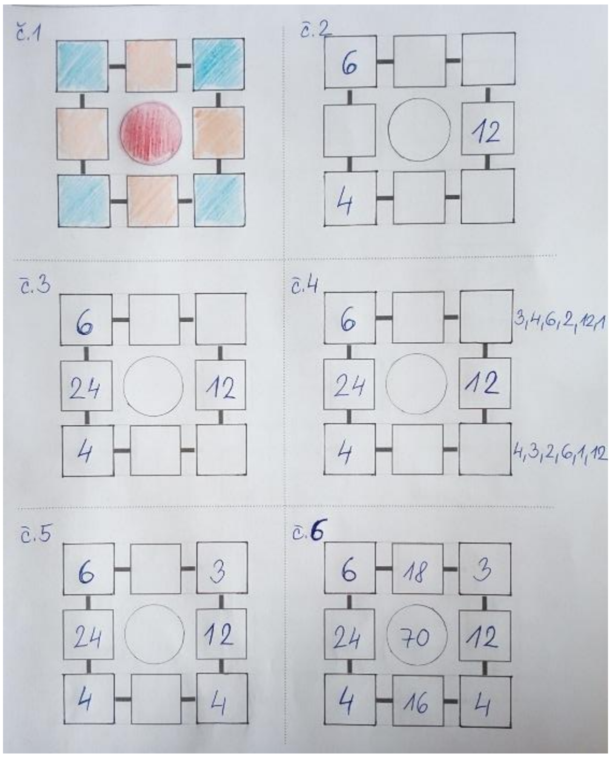
Vidíte, že máme hned několik možností, jak se k číslu 12 dopracovat. (obr. 17, č. 4)

- krok č. 5: výběr jedné z možností

Vybereme jednu variantu a čísla doplníme do vrcholů čtverce. (obr. 17, č. 5)

- krok č. 6: dopočítání středových čísel a jejich součtu

Nyní stejně jako na začátku násobíme čísla vrcholová a výsledky zapíšeme jako čísla středová. Úplně posledním krokem bude sečtení čísel středových a výsledek zapíšeme do kruhu uprostřed čtverce. (obr. 17, č. 6)



Obrázek 17 – Násobilkové čtverce – postup zavádění [vlastní foto]

3.2.3 Reflexe průběhu zavádění prvků metody podle profesora Hejného

1) Indické násobení

Z diskuze s žáky vyplynulo, že nejčastější chyby při počítání pomocí indického násobení měli v součtech, jen minimálně šlo o problémy s násobením. Výhodou indického násobení je posloupnost operací – nejprve násobení, potom sčítání. Nevýhodou, kterou uváděli i sami žáci, je možná nepřehlednost při sčítání – ne vždy je v materiálech barevně vyznačen sloupec, ve kterém se čísla sčítají dohromady, některým žákům proto přijde přehlednější písemné násobení, kde jsou sčítanci přímo pod sebou a ne „šikmo“.

2) Násobilkové čtverce

První příklady jsme procvičili společně na malé i velké násobilce. Při velké si někteří žáci potřebovali mezivýpočty psát vedle na papír, který měli k dispozici. Problém může dělat rozlišení potřebné operace – kdy násobit (známe vrcholová čísla, počítáme středové) a kdy dělit (známe číslo středové a jedno vrcholové, počítáme druhé vrcholové).

3.2.4 Pracovní list, vyhodnocení

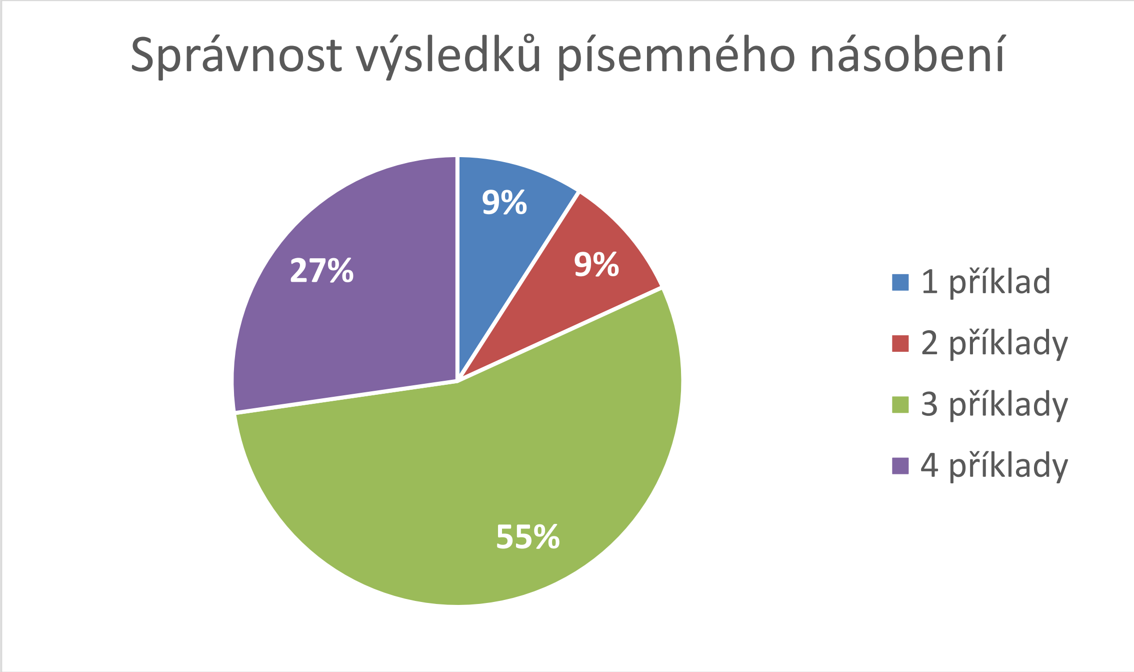
Pracovní list obsahoval tři cvičení. (příloha 1) V prvním byly čtyři příklady na „klasické“ písemné násobení jednociferným i dvojciferným činitelem. Druhé cvičení obsahovalo tři příklady na indické násobení a ve třetím cvičení měli žáci doplnit tři násobilkové čtverce.

Při vyučovací hodině bylo přítomno 11 žáků, vyhodnoceno tedy bylo 11 pracovních listů.

Cvičení 1 – písemné násobení

Počet správně vyřešených příkladů	Počet žáků
1	1
2	1
3	6
4	3

Tabulka 1 – Písemné násobení



Graf 1 – Správnost výsledků písemného násobení

Slovní zhodnocení:

Úspěšnost řešení tohoto cvičení byla 27 %. (graf 1) Tři žáci měli všechny příklady vypočítané správně. (tab. 1)

Šest žáků mělo správně vypočítané tři příklady (tab. 1), z nichž čtyři měli správně vypočítané písemné násobení jednociferným činitelem a chybu udělali až v násobení dvojciferným činitelem, většinou se jednalo o chybu v součtu dílčích výpočtů. Další dva žáci měli početní chybu v násobení číslem 9.

Jeden žák měl správně vypočítané dva příklady. (tab. 1) Jeho chyby byly početní, jednou v násobení, jednou v součtu výsledků.

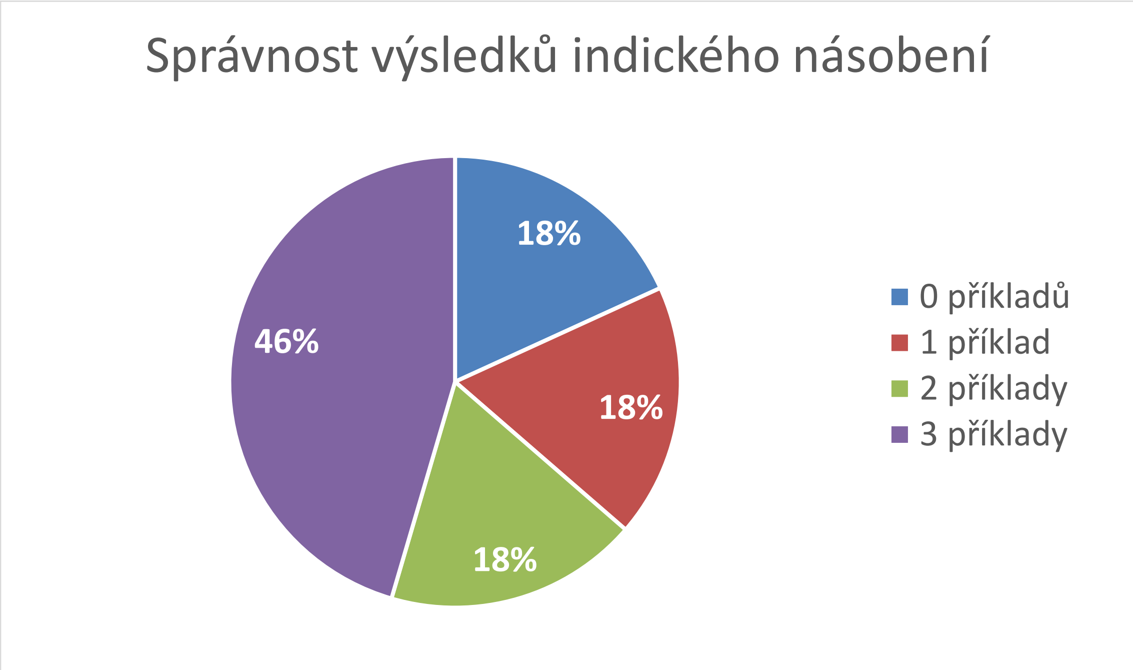
Jeden žák měl správně jediný příklad. (tab. 1) Chyby byly opět numerické.

Domnívám se, že všech jedenáct žáků má správně osvojený mechanizmus písemného násobení, chyby bych zhodnotila spíše jako nepozornost při operacích násobení nebo sčítání. (příloha 2, příloha 3)

Cvičení 2 – indické násobení

Počet správně vyřešených příkladů	Počet žáků
0	2
1	2
2	2
3	5

Tabulka 2 – Indické násobení



Graf 2 – Správnost výsledků indického násobení

Slovní zhodnocení:

Úspěšnost řešení tohoto cvičení byla 46 %. (graf 2) Pět žáků mělo všechny příklady vypočítané správně. (tab. 2)

Dva žáci měli správně vypočítané 2 příklady. (tab. 2) Chybu oba žáci udělali v posledním příkladě, kde bylo nutné využít znalosti inverze operací násobení – dělení a tím se dopočítat k druhému činiteli. Na to samozřejmě navazuje chybný konečný výsledek.

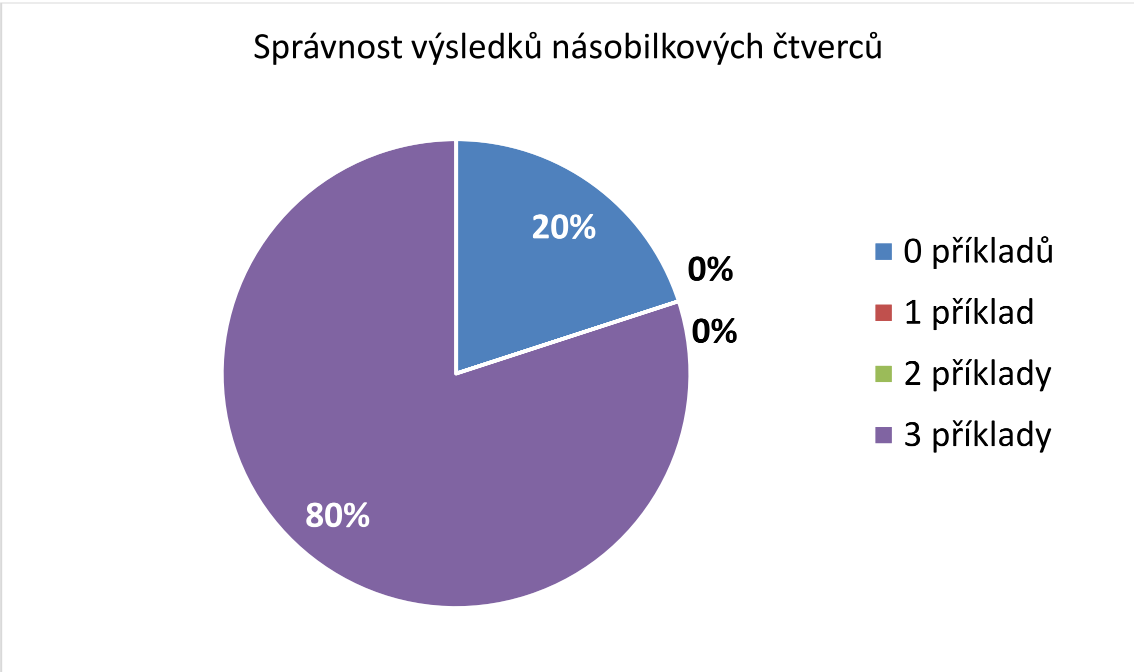
Dva žáci měli správně vypočítaný jeden příklad. (tab. 2) Jeden žák udělal chyby v konečných součtech, druhý žák nestihl vypočítat víc než jeden příklad, který měl správně. Tento žák má problém s násobilkou, snaží se počítat sám bez pomoci násobící tabulky, počítání trvá dlouho a ani prodloužení časové dotace nestačilo ke kompletnímu vypracování.

Dva žáci neměli správně vypočítaný žádný příklad. (tab. 2) Problém nebyl v porozumění mechanizmu počítání, ale jednalo se o početní chyby v konečných součtech. (příloha 2, příloha 3)

Cvičení 3 – násobilkové čtverce

Počet správně vyřešených příkladů	Počet žáků
0	2
1	0
2	0
3	9

Tabulka 3 – Násobilkové čtverce



Graf 3 – Správnost výsledků násobilkových čtverců

Slovní zhodnocení:

Úspěšnost řešení tohoto cvičení byla 80 %. (graf 3) Devět žáků mělo všechny příklady vypočítané správně. (tab. 3)

Dva žáci neměli správně vypočítaný žádný příklad. (tab. 3) Jeden žák zadání nevypracoval z časových důvodů, kvůli pomalému počítání nestihl dokončit ani předchozí cvičení. Druhý žák nepochopil princip násobilkového čtverce a čísla z nabídky doplňoval bez jakéhokoli smyslu. (příloha 2, příloha 3)

3.3 Vyučovací hodina – Geometrie

3.3.1 Příprava

Cíl: Žáci si procvičí znalosti základních vlastností rovinných útvarů včetně výpočtu jejich obvodu a obsahu

Žáci se seznámí s prvky metody podle profesora Hejného – čtvercovou sítí, dřívky a geodeskou

Typ hodiny: opakovací

Ročník: 5.

Stavba hodiny:

1) Úvod

- seznámení s obsahem hodiny

- opakování základních vlastností rovinných útvarů – čtverec, obdélník, trojúhelník – strany, úhly

2) Obvod

Se žáky si připomeneme:

- co je to obvod, jeho praktické využití (plot kolem zahrady)

- jak zjistíme obvod libovolného útvaru

- vzorec pro výpočet obvodu čtverce

- vzorec pro výpočet obvodu obdélníka

- vzorec pro výpočet obvodu trojúhelníka

3) Obsah

Se žáky si připomeneme:

- co je to obsah, jeho praktické využití (vnitřní plocha místnosti – koberec)

- jak zjistíme obsah libovolného útvaru – práce s učebnicí – čtvercová síť – počítání čtverečků [2]

- vzorec pro výpočet obsahu čtverce

- vzorec pro výpočet obsahu obdélníka

4) Čtvercová síť

- žáci znají z učebnice

- nyní vyznačování útvaru do čtvercové sítě na pracovním listě podle zadání obvodu nebo obsahu

5) Dřívka

- každý žák má k dispozici 10 dřívek

- práce podle zadání – tvorba útvaru, zmenšování a zvětšování útvaru

- zjišťování obvodu útvaru

6) Geodeska

- práce podle zadání – tvorba útvaru, zmenšování a zvětšování útvaru

- zjišťování obvodu a obsahu útvaru

7) Pracovní list

- samostatná práce – písemně zadán obdélník (náčrtek, narýsovat, obvod, obsah) (příloha 4)

8) Závěr

- společné zhodnocení jednotlivých prvků

3.3.2 Realizace prvků metody podle profesora Hejného

1) Čtvercová síť

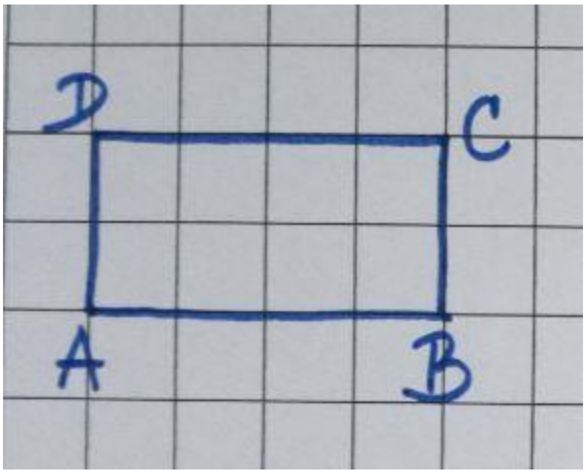
Každý máte na lavici papír se čtvercovou sítí. My už jsme s ní pracovali, když jsme zjišťovali obsah zakreslených útvarů v učebnici. Také jsme si řekli, jaké má mřížka rozměry?

„1 cm na 1 cm."

Ano, takže i tady budeme pracovat s tímto rozměrem. Teď si všichni vezměte modrou pastelku nebo fix a ve čtvercové síti vyznačte obdélník o rozměrech 4 x 2. Co tohle zadání znamená?

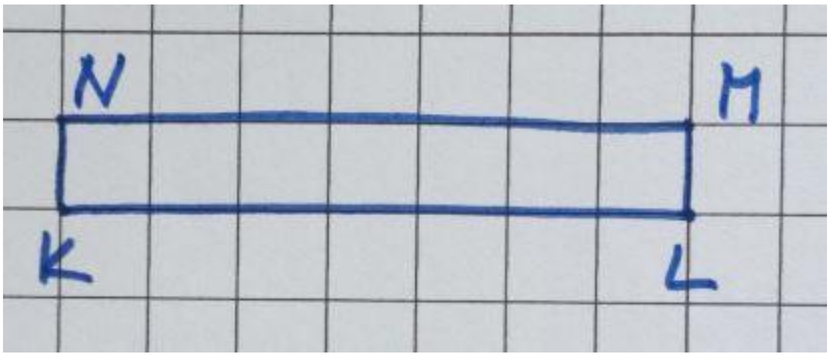
„Že jedna strana je dlouhá 4 cm, takže 4 čtverečky. A druhá má 2 cm, takže 2 čtverečky."

Výborně. Vyznačte obdélník tak, že obtáhnete jeho strany, nevybarvujte ho. Tento obdélník pojmenujte ABCD. (obr. 18)



Obrázek 18 – Obdélník 4 cm x 2 cm [vlastní foto]

Dalším útvarem bude také obdélník o rozměrech 7 x 1. Vyznačte ho a pojmenujte KLMN. (obr. 19)



Obrázek 19 – Obdélník 7 cm x 1 cm [vlastní foto]

Teď si vezměte zelenou pastelku nebo fix a zkusíme obtížnější úkol. Vyznačte čtverec, který bude mít obsah 4 cm^2. Pozor, jde o obsah. Máme vyznačeno? Tak a teď mi řekněte, jaký bude mít tento čtverec obvod?

„16 cm.“

„8 cm.“

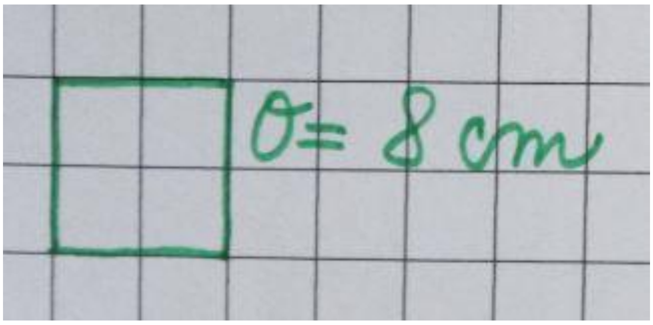
Tak kdo má pravdu? Ověříme si to výpočtem podle vzorečku. Když má čtverec obsah 4 cm^2, jaké jsou jeho rozměry?

„2 x 2.“

Ano, 2 cm krát 2 cm. Kolik bude jeho obvod? Dosadíme do vzorečku pro výpočet obvodu.

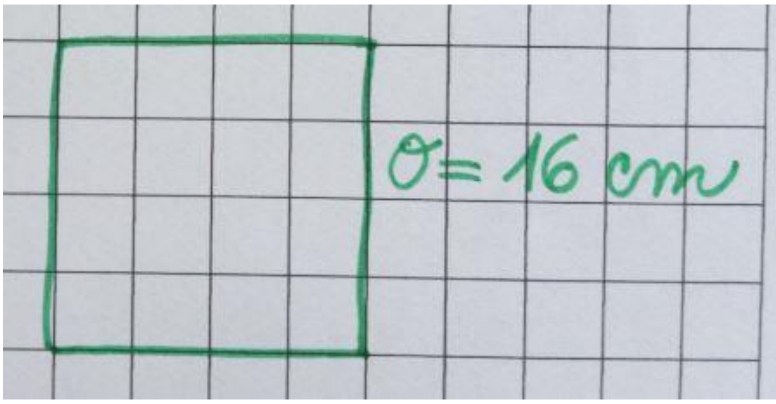
„O = 4 . a, takže 4 . 2 = 8 cm.“

Výborně, teď si všichni zkontrolujte ve čtvercové síti, že váš vyznačený čtverec má obvod 8 cm. (obr. 20)



Obrázek 20 – Čtverec S = 4 cm^2 [vlastní foto]

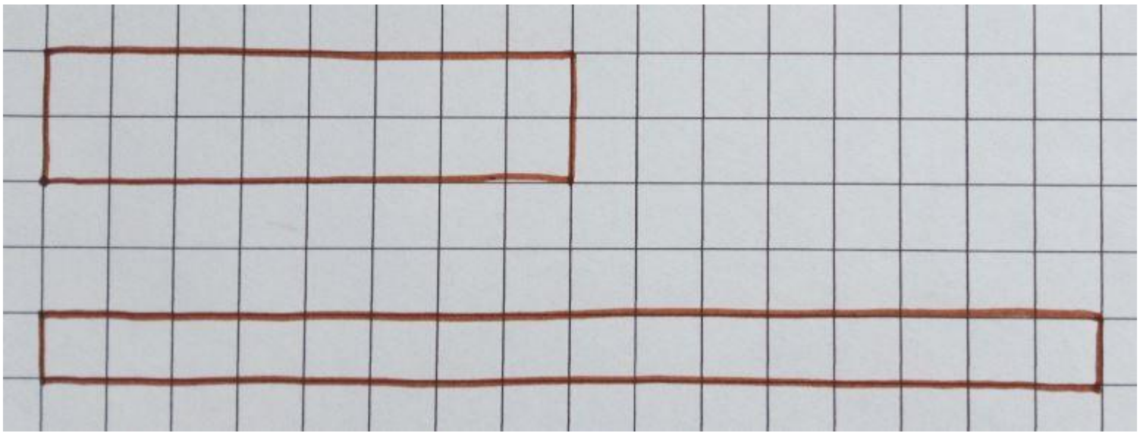
Další, co vyznačíte v síti, bude čtverec o obsahu 16 cm^2. Kdo má vyznačeno, spočítá jeho obvod a pro kontrolu si výsledek ověříme výpočtem. (obr. 21)



Obrázek 21 – Čtverec S = 16 cm^2 [vlastní foto]

„Strana čtverce má 4 cm, takže O = 4 . 4, což je 16 cm.“

Správně. Nyní si vezměte hnědou pastelku a poslední útvar bude obdélník o obsahu 16 cm^2. Jaké rozměry má váš obdélník? (obr. 22)



Obrázek 22 – Obdélník S = 16 cm^2 [vlastní foto]

„8 x 2.“

„16 x 1.“

„4 x 4.“

Tak, dosazením do vzorečku si ověříme, jestli to může být obdélník. Jaký obsah bude mít obdélník o rozměrech 8 cm a 2 cm?

„16 cm^2.“

Obdélník o rozměrech 16 cm a 1 cm?

„16 cm^2.“

A o rozměrech 4 cm a 4 cm?

„Ale když má všechny strany stejně dlouhé, tak to není obdélník, ale čtverec.“

Správně, takže 4 x 4 není správně vyznačené podle zadání, protože to je čtverec a ne obdélník.

2) Dřívka

Každý máte k dispozici 10 dřívek. Nemůžete je půlit a protínat se mohou vždy jen ve vrcholech.

Vaším prvním úkolem bude postavit ze všech dřívek co největší obdélník.

Jaké rozměry má váš obdélník? Máme jen jednu možnost, jak zadání splnit? (obr. 23)


Obrázek 23 – Největší obdélník [vlastní foto]

„4 x 1, delší strana je ze čtyř a kratší z jednoho dřívka“

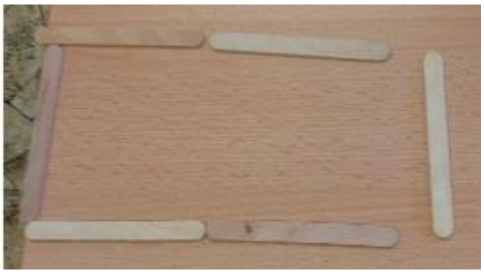
„Já mám delší stranu ze tří, kratší ze dvou a taky jsem použil všech 10 dřívek.“

Správně, takže máme dvě možnosti. Teď odstraňte dřívka tak, aby vám vznikl obdélník poloviční. Jaké máte možnosti, jak ho upravit?

„Můžu ho rozpůlit vodorovně.“

„Když ho rozpůlím od shora dolů, taky mám poloviční.“

Takže zase dvě možnosti, vodorovně nebo svisle. (obr. 24)

Obrázek 24 – Rozpůlený obdélník [vlastní foto]

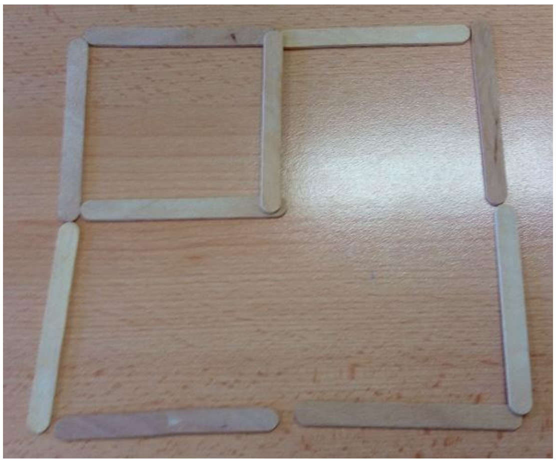
Nyní udělejte libovolný čtverec. Kolik dřívek má tvůj čtverec? Jaký je jeho obvod? (obr. 25)

„Já jsem použila 4 dřívka, takže obvod bude 4.“

„Já mám větší čtverec z osmi dřívek, obvod bude 8.“

Obrázek 25 – Čtverec [vlastní foto]

Dej dřívka tak, aby ti vznikl čtverec uvnitř čtverce. (obr. 26)



Obrázek 26 – Čtverec uvnitř čtverce [vlastní foto]

Jakou část velkého čtverce zaujímá ten malý a jakou část ten zbytek?

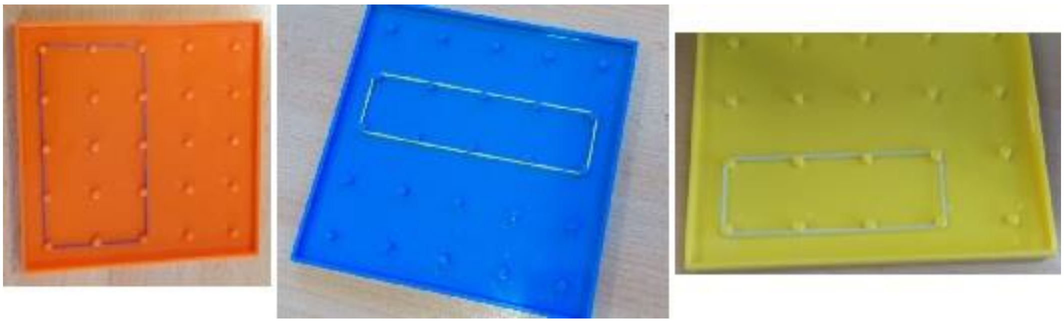
„Ten malý je čtvrtka, teda čtvrtina, protože by se do velkého vešel čtyřikrát.“

„A zbytek jsou tři čtvrtiny.“

3) Geodeska

Na geodesce máme pomocí bodů naznačenou také v podstatě čtvercovou síť, se kterou jsme pracovali předtím. Pomocí gumiček budete tvořit spojnice těchto bodů, čímž vzniknou různé obrazce.

Vezměte si jednu gumičku a na desce vytvořte libovolný obdélník. (obr. 27)



Obrázek 27 – Obdélník [vlastní foto]

Nyní svůj obdélník zvětšete. Jaký je obvod vašeho nového obdélníku? Jaký je jeho obsah?

„Obvod je 12, obsah je 8."

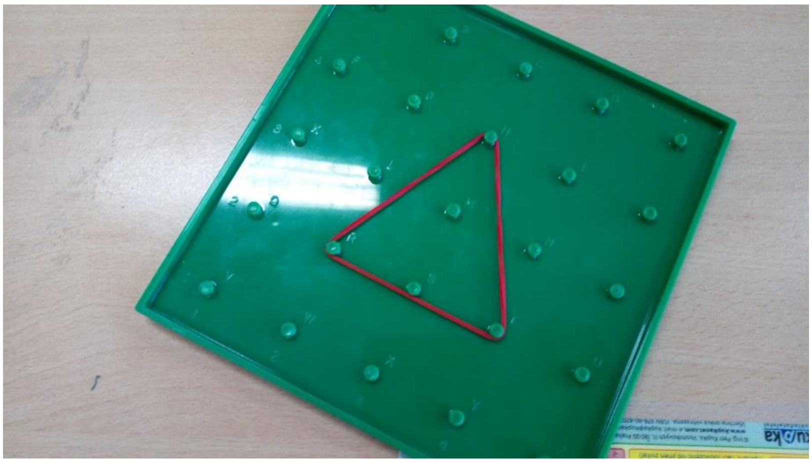
„Obvod je 10, obsah jsou 4."

„Můj obdélník je malý, obvod je 8 a obsah jen 3."

Nyní zase jednou gumičkou vytvořte rovnostranný trojúhelník. (obr. 28) Vezměte si pravítko a ověřte, jestli má opravdu všechny strany stejně dlouhé. Pokud ne, opravte ho. Kolik měří strana tvého trojúhelníku?

„6 cm."

„12 cm."



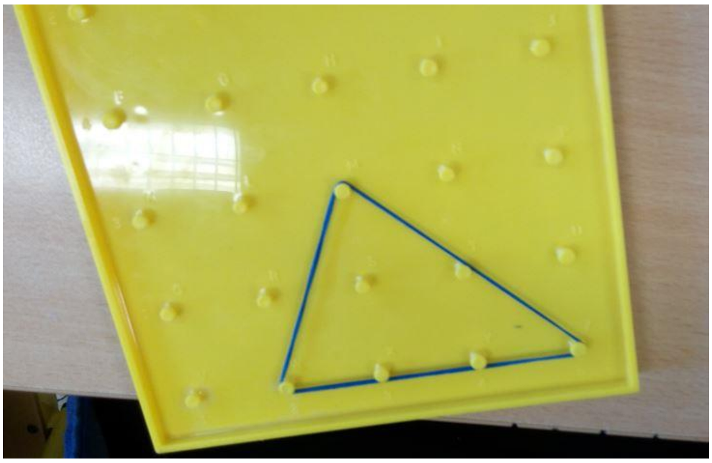
Obrázek 28 – Rovnostranný trojúhelník [vlastní foto]

Teď pomocí jedné gumičky vytvořte různostranný trojúhelník. (obr. 29) Pravítkem změřte jeho obvod. Jaký má obvod váš trojúhelník?

„24,5 cm."

„32 cm."

„14,5 cm."



Obrázek 29 – Různostranný trojúhelník [vlastní foto]

3.3.3 Reflexe průběhu zavádění prvků metody podle profesora Hejného

1) Čtvercová síť

Práce se čtvercovou sítí nebyla pro žáky úplně nová, použili jsme ji i při opakování obsahu, kde byly vyznačeny i nepravidelné obrazce a ze sítě jsme zjišťovali jejich obsah. Tři žáci chybovali při vyznačování obdélníku v tom, že nedodrželi posloupnost velikostí stran, takže nevyznačili obdélník 4 x 2, ale 2 x 4. Nakonec jsme se společně dopracovali k tomu, že papír otočili o 90° a teprve útvar pojmenovali, takže dodrželi, že delší strana AB má délku 4 cm a kratší BC má délku 2 cm. Další problém dvěma žákům dělalo zadání útvaru pomocí jeho obsahu, kdy někteří místo čtverce o obsahu 4 cm^2 vyznačili čtverec o straně 4 cm.

2) Dřívka

Poskládat z dřívek zadaný obrazec nebyl problém. Žáci si díky stavbě obrazce lépe uvědomili princip obvodu, takže nemuseli nic počítat, protože věděli, kolik dřívek na něj použili. Poslední úlohou jsem demonstrovala možnost využití při práci se zlomky. Pro takové úlohy je ale potřeba brát obrazec jako celek a nezohledňovat počet použitých dřívek. U „polovičního" obdélníku (obr. 24) totiž nelze využít polovinu počtu dřívek, tedy 5 dřívek, protože by vznikl útvar otevřený. V poslední úloze (obr. 26) můžeme pracovat s částmi celku, ptát se, jakou část zabírá malý čtverec uvnitř velkého nebo jaká část by nám zůstala po jeho odebrání.

3) Geodeska

Vytvoření obrazce nedělalo žákům problém, stejně jako zjištění obvodu. S obsahem to bylo složitější, někteří žáci si museli pravítkem naznačovat mřížku, díky které byli schopni spočítat čtverečky. Nakonec největší zábavou byla samozřejmě libovolná tvorba různých obrazců (domeček, prasátko apod.)

3.3.4 PRACOVNÍ LIST, VYHODNOCENÍ

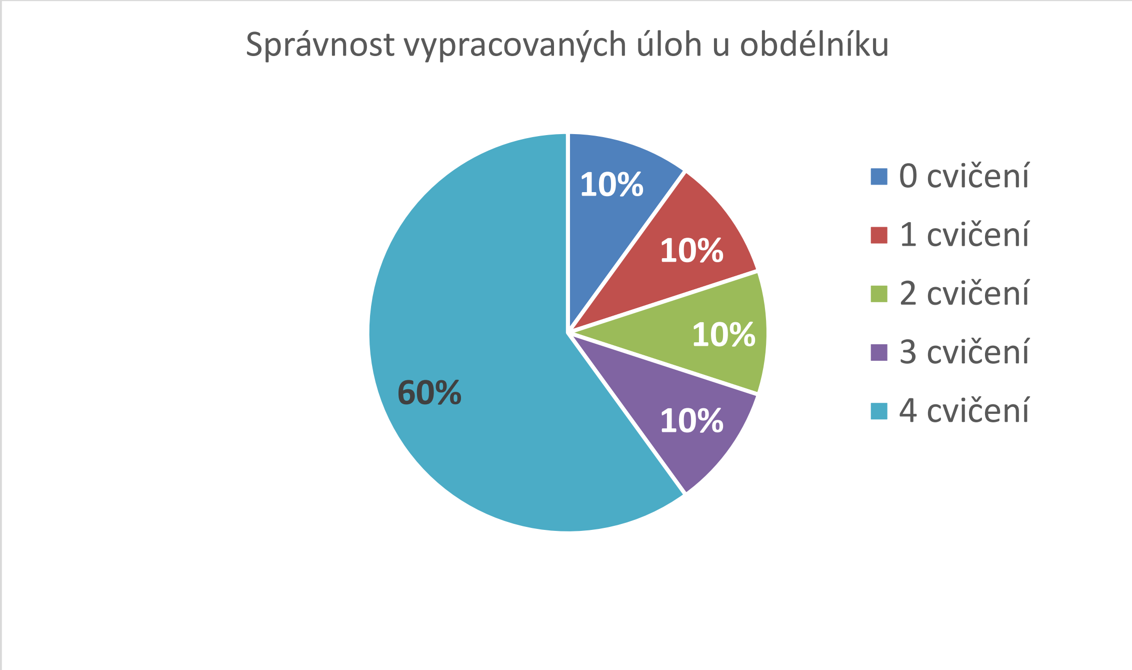
Pracovní list obsahoval zadání jednoho cvičení tvořeného čtyřmi dílčími úkoly. (příloha 4) Žáci měli zadaný obdélník, ke kterému měli vypracovat náčrtek, narýsovat ho a spočítat jeho obvod a obsah. Ostatní úlohy, tedy vyznačování ve čtvercové síti, práci s dřívky a znázorňování na geodesce, žáci prováděli podle slovního zadání učitele (viz kap. 0 Realizace prvků metody podle profesora Hejného). Vzhledem k potřebě manipulace s geoboardem a dřívky jsem tyto dvě části nezadávala na pracovní list jako samostatnou práci, protože by nešlo vypracované úkoly odevzdat. Žáci si aktivity vyzkoušeli přímo při hodině, kdy jsem procházela třídou a případné chyby korigovala a dovysvětlila.

Při vyučovací hodině bylo přítomno 10 žáků, vyhodnoceno tedy bylo 10 pracovních listů.

Část 1 – obdélník

Počet správně vyřešených úkolů	Počet žáků
0	1
1	1
2	1
3	1
4	6

Tabulka 4 – Obdélník



Graf 4 – Správnost vypracovaných úloh u obdélníku

Slovní zhodnocení:

Úspěšnost řešení tohoto cvičení byla 60 %. (graf 4) Šest žáků mělo všechny příklady vypočítané správně. (tab. 4)

Jeden žák měl správně vyřešené tři úkoly. (tab. 4) Chybu udělal ve výpočtu obsahu při dosazování číselných hodnot do vzorce.

Jeden žák měl správně vyřešené dva úkoly. (tab. 4) V náčrtku chybně označil strany a dosadil rozměry a neprovedl výpočet obsahu obdélníku.

Jeden žák měl správně vyřešen jeden úkol. (tab. 4) Správně vypracoval náčrtek, u rýsování špatně pojmenoval obrazec (velká psací písmena) a sestrojený obdélník neodpovídal zadaným rozměrům, u obvodu došlo k početní chybě a k výpočtu obsahu použil nesprávný vzorec.

Jeden žák neměl správně vyřešen žádný z úkolů. (tab. 4) V náčrtku byly dosazeny vymyšlené rozměry, narýsovaný obrazec neodpovídal zadaným parametrům, pro výpočty obvodu a obsahu uvedl vzorce, ale nedopočítal.

U tohoto pracovního listu jsem se kromě počtu správně vypracovaných úloh zaměřila také na dílčí části. (tab. 5) Z tabulky vyplývá, že nejproblematičtější částí je výpočet obsahu obdélníku. Úspěšnost řešení této části byla 40 %. Tři žáci nevypočítali obsah vůbec, další tři nepoužili správné jednotky. (příloha 5, příloha 6)

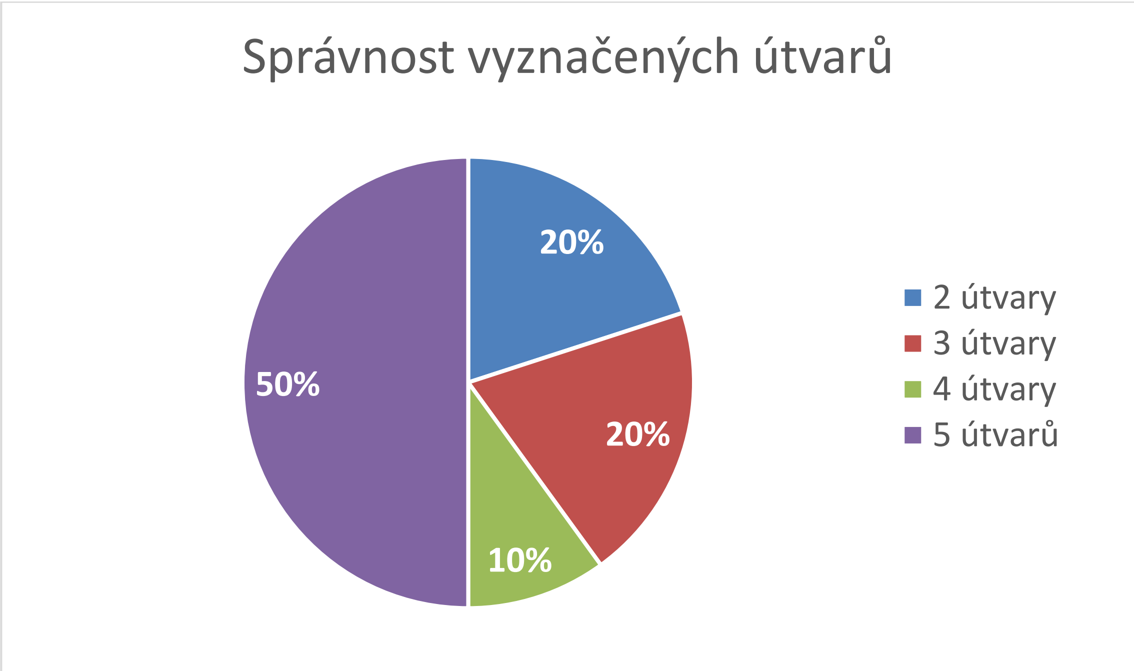
Dílčí úkoly	Počet žáků, kteří měli danou část správně
Náčrtek	8
Rýsování	9
Obvod (O)	8
Obsah (S)	4

Tabulka 5 – Dílčí úkoly obdélníku

Část 2 – čtvercová síť

Počet správně vyznačených útvarů	Počet žáků
2	2
3	2
4	1
5	5

Tabulka 6 – Čtvercová síť



Graf 5 – Správnost vyznačených útvarů – čtvercová síť

Slovní zhodnocení:

Úspěšnost řešení tohoto cvičení byla 50 %. (graf 5) Pět žáků mělo všechny útvary vyznačené správně. (tab. 6)

Jeden žák měl správně vyznačené čtyři obrazce. (tab. 6) Chybu udělal v pojmenování jednoho z obdélníků.

Dva žáci měli správně vyznačené tři obrazce. (tab. 6) Jeden chybně pojmenoval obdélníky, kdy místo označení vrcholů pojmenoval strany. Druhý vyznačil dva obrazce mimo čtvercovou síť.

Dva žáci měli správně vyznačené dva obrazce. (tab. 6) Oba chybně pojmenovali útvary a špatně spočítali počet polí čtvercové sítě při zadání pomocí obsahu. (příloha 7, příloha 8)

3.4 VYUČOVACÍ HODINA – PRÁCE SE ZÁVORKAMI

3.4.1 PŘÍPRAVA

Cíl: Žáci si procvičí znalosti posloupnosti početních operací a práce se závorkami

Žáci se seznámí s prvky metody podle profesora Hejného – šipkový zápis

Typ hodiny: opakovací

Ročník: 5.

Stavba hodiny:

1) Úvod

- seznámení s obsahem hodiny

2) Posloupnost operací

Se žáky si připomeneme:

- které operace mají přednost – (.) a (:) má přednost před (+) a (-)

- jak postupovat při práci se závorkami

- porovnání výsledku při přesouvání závorek v příkladech

- co dělá (-) před závorkou – nutnost nejprve vypočítat závorku, teprve potom odečíst – jiný výsledek

3) Pravidlo pořadí operací při výpočtu

Se žáky si připomeneme:

- jako první vypočítáme závorky

- další spočítáme operace násobení a dělení

- nakonec počítáme operace sčítání a odčítání

4) Šipkový zápis

- seznámení se šipkovým zápisem – znaky, čtení zápisu, vlastní zápis příkladu

- práce se závorkami v šipkovém zápisu – symbol „čelem vzad"

5) Pracovní list

- samostatná práce – příklady s více operacemi (posloupnost), příklady se závorkami (mínus před závorkou), šipkový zápis (přepis do příkladu a naopak)

8) Závěr

- společné zhodnocení jednotlivých prvků

3.4.2 REALIZACE PRVKŮ METODY PODLE PROFESORA HEJNÉHO

1) Šipkový zápis

Nyní si ukážeme, jak můžeme zapsat příklad pomocí šipek. Každá šipka znamená posun na číselné ose o jeden krok, takže podle počtu šipek určíme, o kolik kroků se posuneme. Podle směru šipky poznáme, na kterou stranu se po číselné ose pohybujeme. Šipka doprava znamená pohyb dopředu k větším číslům, šipka doleva znamená pohyb dozadu k menším číslům. Každý pohyb (jednotlivé číslo) potom oddělujeme rovnou čarou. Na začátku příkladu stojíme na číselné ose v bodě „nula".

Ukážeme si to na jednoduchém příkladu, začneme sčítáním:

3 + 2 = 5 Pomocí šipek to zapíšeme takto:

|→→→|→→| = |→→→→→|

|→→→| je 3, jelikož pak následuje + 2, tak to znamená „dvě šipky doprava“, takže |→→|. Potom napíšeme rovná se a za něj výsledek. Když udělám 3 kroky dopředu a potom ještě 2 kroky dopředu, dohromady jsem udělala 5 kroků dopředu.

Jelikož tu máme k dispozici krokovací pás, můžeme si náš výsledek ověřit. Aničko, pojď si prosím stoupnout na nulu a Klárka ti bude říkat, kolik kroků a kam máš udělat.

„Udělej 3 kroky dopředu. Teď udělej ještě dva kroky dopředu. Na jakém čísle stojíš?“

„Na pětce.“

Tím jsme si zkontrolovali výsledek.

Na dalším příkladě si ukážeme odčítání:

6 – 4 = 2

Pomocí šipek zapíšeme takto:

|→→→→→→|←←←←| = |→→|

|→→→→→→| znamená, že začínáme na poli 6 kroků od čísla 0, takže na čísle 6. Další čtyři šipky ale mají opačný směr, takže nepůjdeme dopředu, ale dozadu. Číslo, na kterém skončíme, je náš výsledek. Tak Martine, pojď prosím na krokovací pás a Kuba ti bude říkat, kolik kroků a kterým směrem máš udělat. Potom zkontrolujeme výsledek.

„Udělej 6 kroků dopředu. Teď udělej 4 kroky dozadu. Na jakém čísle stojíš?“

„Na dvojce.“

Výborně. Teď si napište každý do sešitu příklad a zkusíme trochu něco obtížnějšího:

5 – 2 + 3 =

Nejdřív příklad vypočítejte a potom ho zapište pomocí šipek. Kdo bude potřebovat, může využít krokovací pás pro lepší představu, kolik šipek a jakým směrem zapsat.

|→→→→→|←←|→→→| = |→→→→→→|

Teď si ukážeme, že šipky můžeme využít i při počítání příkladu, kde jsou závorky. Když máme příklad zapsaný číselně tak víme, že vždy nejdřív vypočítáme závorku a teprve potom ostatní početní operace. U šipek máme speciální znak pro ten případ, kdy před závorkou je znaménko mínus. Ten znak vypadá takhle „↺“ a znamená „čelem vzad“. Tím, že se otočíme čelem vzad, můžeme pokračovat v pohybu dopředu a dozadu, aniž by nám překážela závorka. Tento symbol umístíme jako začátek i jako konec závorky.

Ukážeme si to zase nejdřív na jednoduchém příkladě: 5 – (1 + 1) = 3

Pomocí šipek tento příklad zapíšeme takto:

|→→→→→|↺|→|→|↺| = |→→→|

Ondro, pojď prosím na krokovací pás, ostatní sledují. Udělej 5 kroků dopředu. Teď čelem vzad. Udělej 1 krok dopředu, 1 krok dopředu a čelem vzad. Na jakém čísle stojíš?

„Na trojce.“

Výborně. Uděláme si spolu ještě příklad: 4 – (3 – 1) = 2

Zapíšeme pomocí šipek, kdo chce, zkusí sám, pak si zkontroluje s tabulí.

|→→→→|↺|→→→|←|↺| = |→→|

Tome, pojď prosím na krokovací pás a Adam ti dá instrukce, abychom si zkontrolovali výsledek.

„Udělej 4 kroky dopředu. Čelem vzad. 3 kroky dopředu, 1 krok dozadu, čelem vzad. Na jakém čísle stojíš?“

„Na dvojce.“

Výborně, takže máme správný výsledek. Poslední příklad si zkuste vypočítat nejdřív sami:

6 – (3 + 1) – 2 =

Jaký je výsledek?

„Nula.“

Správně, tak teď příklad přepište pomocí šipek.

„Jak napíšu nulu?“

„Jako číslo 0 přece.“

„Ale já myslel jako těma šipkama.“

Tak jak napíšete nula šipek jako nula kroků?

„Když je jich nula, tak tam není žádná. Tak tam nenapíšu nic a nechám prázdný políčko."

„Ale to vypadá, jako bych ten příklad nevypočítal."

„A co když to proškrtnu?"

Můžeme se tak domluvit, ale bude to platit vždycky a pro všechny. Když bude výsledek nula, tak to proškrtnete, aby bylo vidět, že tam není žádná šipka.

3.4.3 REFLEXE PRŮBĚHU ZAVÁDĚNÍ PRVKŮ METODY PODLE PROFESORA HEJNÉHO

1) Šipkový zápis

Když jsem si začala hodinu připravovat, připadal mi šipkový zápis velmi nepřehledný a měla jsem obavy, jak si s ním žáci poradí. Po odučení hodiny ve třídě jsem zjistila, že žákům nedělá vůbec problém. Pokud docházelo zpočátku k chybám v zápisu, jednalo se spíše o chyby z nepozornosti, takže například místo 7 šipek zakreslil žák pouze 6 šipek apod., ale v principu tento systém většinou pochopili.

Po přidání požadované operace „čelem vzad" neboli mínus před závorkou měli tři žáci větší potřebu si příklad odkrokovat, aby neudělali chybu při pohybu po číselné ose. Postupně si dva z těchto žáků načrtli v sešitě číselnou osu, aby nemuseli ke krokovacímu pásu, a pohyb si názorně ukazovali na ní.

Vzhledem k tomu, že jsem v učebnici narazila ve vzorových příkladech na práci s nulou, zařadila jsem na konci také příklad, kde byl výsledek nula, abychom si s žáky stanovili, jak budeme nulu zapisovat. Symbol totiž není v učebnici zaveden a po konzultaci se školitelkou „Hejného metody" jsme se dopracovaly k tomu, že to není nikde určeno a záleží tedy na domluvě učitele se žáky.

3.4.4 PRACOVNÍ LIST, VYHODNOCENÍ

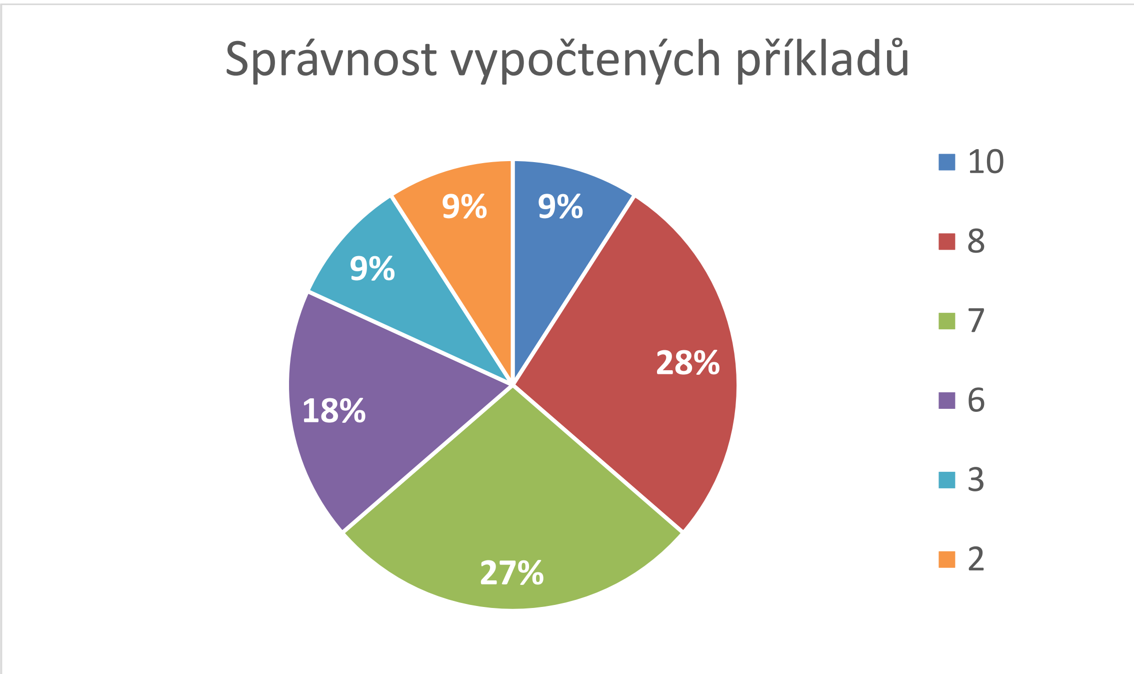
Pracovní list obsahoval čtyři cvičení. (příloha 9) V prvním žáci počítali číselně zadané příklady se závorkami, ve druhém cvičení byly příklady zadány pomocí šipek a těmi měli žáci zapsat také výsledek. Třetí a čtvrté cvičení kombinovalo číselný a šipkový zápis. U třetího cvičení žák příklad nejprve vypočítal číselně a pak celý příklad, zadání i výsledek, přepsal za použití šipek. Poslední cvičení bylo zadáno šipkami, žák měl stejně zapsat výsledek a pak celý příklad přepsat formou čísel.

Při vyučovací hodině bylo přítomno 11 žáků, vyhodnoceno tedy bylo 11 pracovních listů.

Cvičení 1 – klasické počítání se závorkami

Počet správně vyřešených příkladů	Počet žáků
2	1
3	1
6	2
7	3
8	3
10	1

Tabulka 7 – Klasické počítání se závorkami



Graf 6 – Správnost vypočtených příkladů – klasické počítání se závorkami

Slovní zhodnocení:

Úspěšnost řešení tohoto cvičení byla 9 %. (graf 6) Jeden žák měl všechny příklady vypočítané správně. (tab. 7)

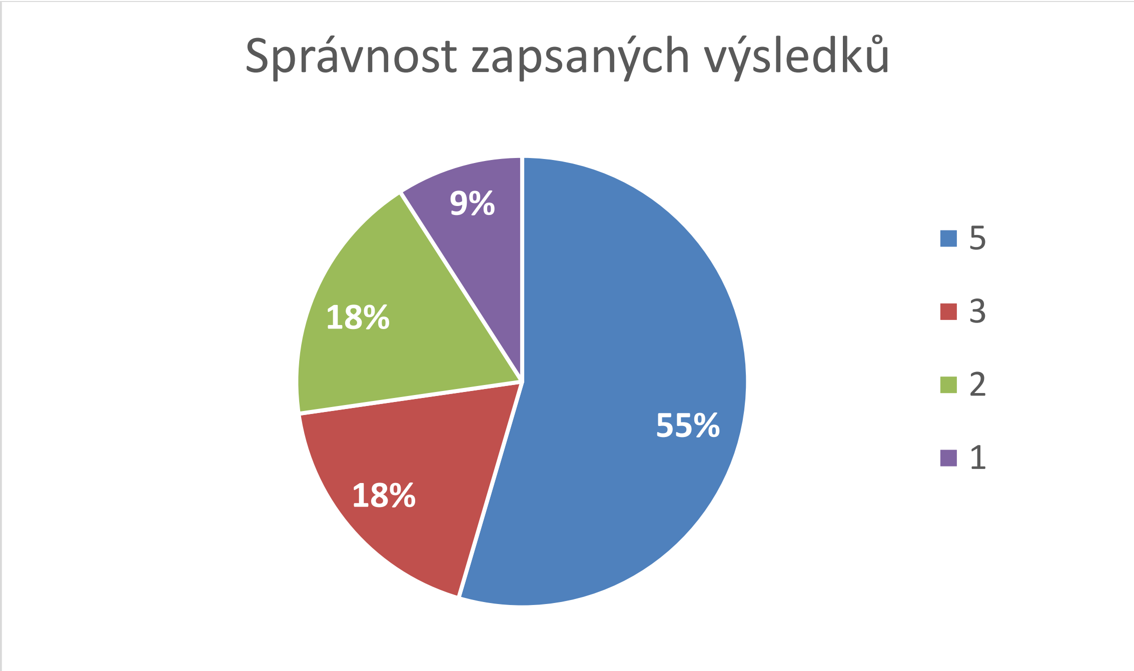
Tři žáci měli správně vypočítaných osm příkladů, tři žáci sedm příkladů a dva žáci šest příkladů. (tab. 7) U všech těchto byly chyby hlavně numerické, ve třech případech došlo k provedení opačné operace z nepozornosti, ale díky mezivýpočtům nad závorkami je patrné, že žáci znají princip výpočtu a přednost operace v závorce.

Jeden žák měl správně vypočítané tři příklady, jeden žák dva příklady. (tab. 7) U těchto dvou žáků vzhledem k vysoké chybovosti jde o nedostatky v pamětném počítání, nikoli o práci se závorkami. (příloha 10, příloha 11)

Cvičení 2 – šipkový zápis

Počet správně vyřešených příkladů	Počet žáků
1	1
2	2
3	2
5	6

Tabulka 8 – Šipkový zápis



Graf 7 – Správnost zapsaných výsledků – šipkový zápis

Slovní zhodnocení:

Úspěšnost řešení tohoto cvičení byla 55 %. (graf 7) Šest žáků mělo všechny příklady vypočítané správně. (tab. 8)

Dva žáci měli správně vypočítané tři příklady. (tab. 8) K chybě došlo pravděpodobně z nepozornosti, kdy výsledek odpovídá přehlédnutí směru šipek.

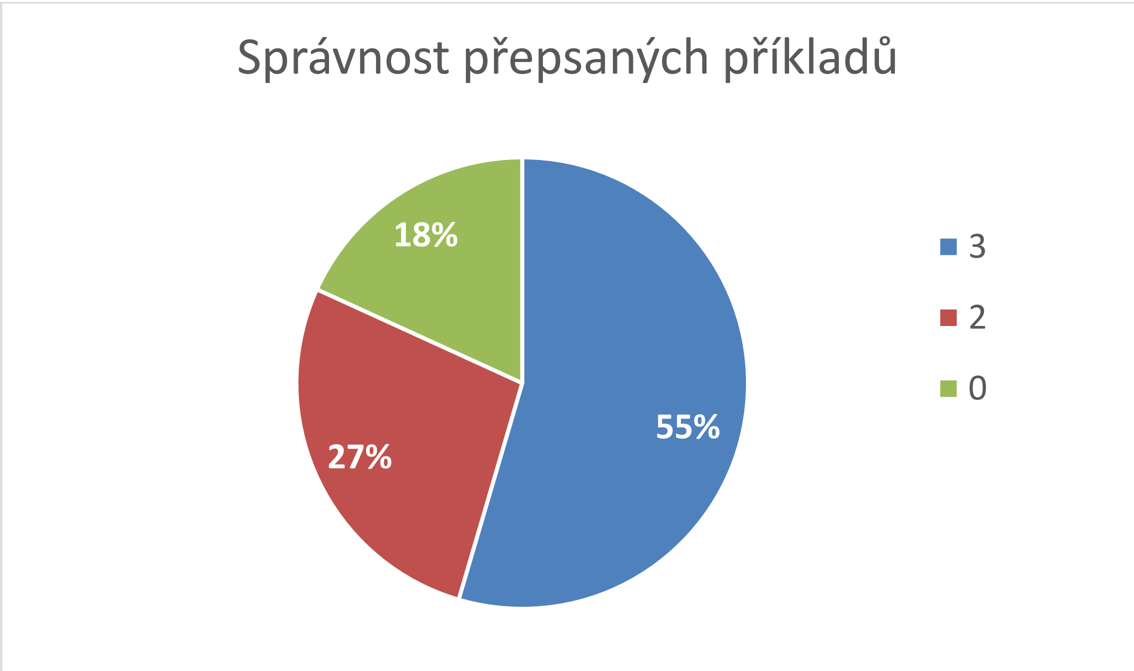
Dva žáci měli správně vypočítané dva příklady. (tab. 8) Jeden udělal chybu numerickou, kdy zakreslil špatný počet šipek, druhý nezohlednil v zápisu použitý symbol „čelem vzad“, který mění operace.

Jeden žák měl správně vypočítaný jeden příklad. (tab. 8) Ani přes společné instrukce při zadávání samostatné práce nevěnoval pozornost zadání, místo šipkového zápisu použil číselný a vzhledem k ignoraci nebo nepochopení symbolu „čelem vzad“ i ten byl chybný. (příloha 10, příloha 11)

Cvičení 3 – přepis číselného zápisu do šipkového

Počet správně převedených příkladů	Počet žáků
0	2
2	3
3	6

Tabulka 9 – Přepis číselného zápisu do šipkového



Graf 8 – Správnost přepsaných příkladů – číselný do šipkového zápisu

Slovní zhodnocení:

Úspěšnost řešení tohoto cvičení byla 55 %. (graf 8) Šest žáků mělo všechny příklady vyřešené správně. (tab. 9) Z těchto pouze dva měli přepis správně i formálně, u dalších čtyř chyběly čáry oddělující jednotlivé hodnoty, což ale nemá vliv na pochopení principu a výpočet, proto jsem to jako chybu nezohledňovala.

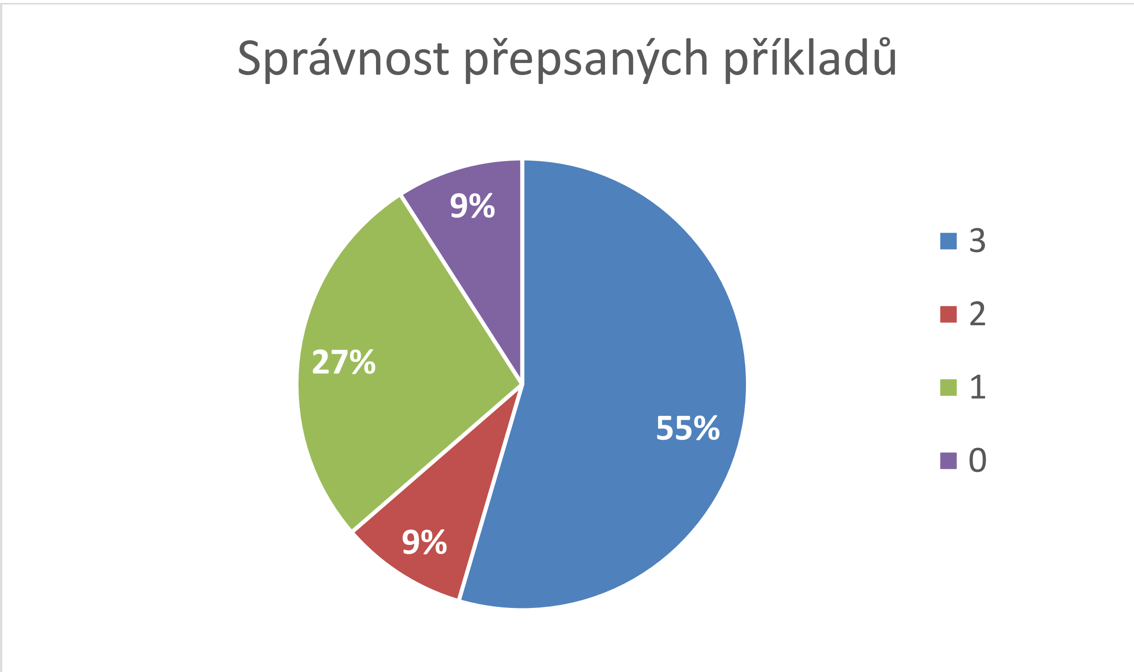
Tři žáci měli správně dva příklady. (tab. 9) Chybu udělali shodně v posledním příkladu, který byl nejsložitější na přepis.

Dva žáci neměli správně přepsaný žádný příklad. (tab. 9) K chybě došlo u obou jak ve směru šipek, tak v použití požadovaných symbolů. (příloha 10, příloha 11)

Cvičení 4 – přepis šipkového zápisu do číselného

Počet správně převedených příkladů	Počet žáků
0	1
1	3
2	1
3	6

Tabulka 10 – Přepis šipkového zápisu do číselného



Graf 9 – Správnost přepsaných příkladů – šipkový do číselného zápisu

Slovní zhodnocení:

Úspěšnost řešení tohoto cvičení byla 55 %. (graf 9) Šest žáků mělo správně vyřešené všechny tři příklady. (tab. 10)

Jeden žák měl správně dva příklady. (tab. 10) U posledního příkladu měl chybně vypočítaný výsledek, ale přepis do číselné podoby byl správně.

Tři žáci měli správně vypočítaný 1 příklad. (tab. 10) Všichni žáci měli správně pouze první příklad, u druhého a třetího došlo k chybám v přepisu a užití znamének a závorek.

Jeden žák neměl správně vyřešený žádný příklad. (tab. 10) Chybné byly jak výsledky, tak přepis do číselné podoby. Jednalo se o žáka, který měl ve všech cvičeních problémy se šipkovým zápisem. (příloha 10, příloha 11)

3.5 Dotazníkové šetření

Po absolvování tří vyučovacích bloků, kdy jsem se žáky nejprve zopakovala látku klasickým způsobem a poté jim nabídla možnost využít prvky z metody podle profesora Hejného, proběhlo ještě jedno setkání. V úvodu jsme se žáky zrekapitulovali, jaké aktivity v rámci výuky proběhly, žáci nahlédli do svých vyhodnocených pracovních listů a měli možnost se na cokoli doptat. Po každém bloku jsme diskutovali o tom, který způsob komu více vyhovoval, ale bylo potřeba toto hodnocení žáků zaznamenat, abych ho mohla vyhodnotit a dospět k nějakému závěru.

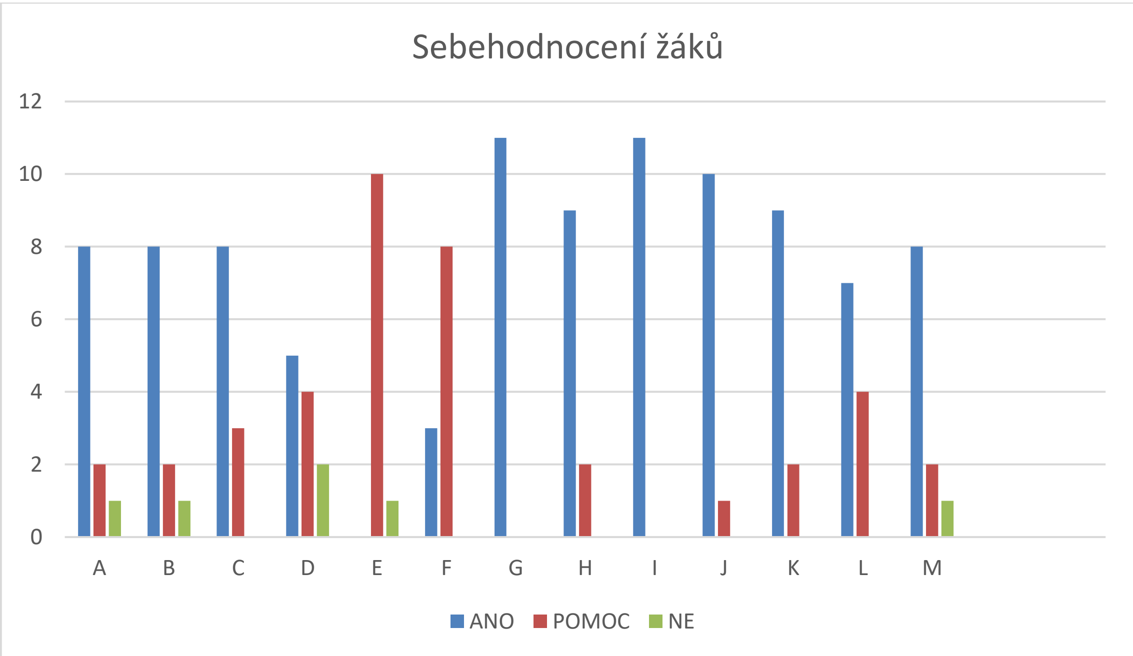
Pro tento účel jsem vypracovala dotazník (příloha 12), kde byly v tabulce uvedeny všechny procvičené i nově zavedené postupy. Žáci se měli vyjádřit pomocí smajlíků ke každému způsobu práce. Na výběr měli vždy ze tří odpovědí: ANO – v případě, že úkol zvládali sami a bez pomoci, POMOC – v případě, že potřebovali s něčím poradit a NE – v případě, kdy jim daný postup nešel nebo mu nerozuměli.

Dotazník vyplnilo celkem 11 žáků. Jeden žák, který se neúčastnil vyučovacího bloku obsahujícího geometrii, byl později seznámen s prvky na matematickém kroužku, takže práci s těmito postupy zhodnotil v dotazníku také.

1) vyhodnocení jednotlivých témat a prvků

TÉMA	☺ (ANO)	😐 (POMOC)	☹ (NE)
(A) Písemné násobení	8 x	2 x	1 x
(B) Násobilkové čtverce („HM“)	8 x	2 x	1 x
(C) Indické násobení („HM“)	8 x	3 x	-
(D) Obvody obrazců	5 x	4 x	2 x
(E) Obsahy obrazců	-	10 x	1 x
(F) Rýsování	3 x	8 x	-
(G) Čtvercová síť („HM“)	11 x	-	-
(H) Dřívka („HM“)	9 x	2 x	-
(I) Geodeska („HM“)	11 x	-	-
(J) Počítání se závorkami	10 x	1 x	-
(K) Šipkový zápis („HM“)	9 x	2 x	-
(L) Šipky -> čísla („HM“)	7 x	4 x	-
(M) Čísla -> šipky („HM“)	8 x	2 x	1 x

Tabulka 11 – Dotazníkové šetření – sebehodnocení



Graf 10 – Dotazníkové šetření – sebehodnocení

Výsledky sebehodnocení žáků odpovídají výsledkům, které mi vyšly při vyhodnocování pracovních listů a kontrole chybovosti, takže se většina žáků hodnotila objektivně. Tam, kde se u některých úkolů objevilo hodnocení ☹, odpovídalo toto hodnocení tomu, že žák tento úkol opravdu vypracoval nesprávně, většinou kvůli neporozumění principu.

V úkolech zadaných klasicky byl největší problém s výpočty obvodů a obsahů, čehož si jsou žáci vědomi (10 žáků shodně vyhodnotilo obtíže při řešení obsahu obrazců) a vyplývá to i z dlouhodobějšího pozorování problémů při výuce. (tab. 11) Nejprve dělá potíže porozumění tomu, co je obvod a co obsah a z toho vyplývající použití vhodného vzorce. Konstrukce a přesnost rýsování je oblast, která by samostatně stála za průzkum. I přes opakování a procvičování má většina žáků problém s manipulací s rýsovacími pomůckami a s postupem při rýsování zadaného obrazce. Naopak nejvíce si žáci byli jisti při práci se závorkami, neboť 10 žáků ohodnotilo svou práci se závorkami jako bezchybnou (tab. 11)

V úlohách zadaných s využitím metody podle profesora Hejného žáci příliš problémy neměli. Jelikož je většina těchto prvků pro ně názornější než v klasické metodice, bylo pro ně plnění úkolů spíše formou hry. Všech jedenáct žáků kladně vyhodnotilo práci se čtvercovou sítí, kde opravdu bylo vypracování v polovině případů bezchybné. Všichni žáci také kladně vyhodnotili práci s geodeskou, kde znázorňovali útvary a obrazce podle zadání. Devět žáků vyhodnotilo svoji práci jako úspěšnou také v příkladech se šipkovým zápisem. (tab. 11) (příloha 13, příloha 14)

2) vyhodnocení otevřených otázek

Baví tě matematika? A proč?

Dva žáci odpověděli, že je matematika nebaví. Důvodem je u jednoho zájem o jiné předměty, druhý žák si uvědomuje, že mu matematika nejde, což ho také demotivuje. Devět žáků matematika baví, protože mají rádi počítání a chtějí se učit nové věci.

Co pro tebe bylo úplně nové?

Sedm žáků vyhodnotilo jako něco úplně nového práci s dřívky, kterou jsme využili jako znázorňovací metodu při práci s geometrickými tvary. Jeden žák odpověděl, že pro něj bylo nové přepisování příkladů ze šipkového do číselného zadání a naopak. Jeden žák vyhodnotil jako novou látku násobení dvojciferným činitelem, které žáci probírají v klasické matematice ve 4. ročníku. Dva žáci napsali, že z využitých prvků pro ně nebyl žádný neznámý. Jsou to dvě žákyně, které navštěvují odpolední kroužek matematiky a logiky, kde vedoucí paní učitelka s prvky této metody také pracuje a využívá je jako hru.

Co tě nejvíc bavilo?

Dva žáky nejvíc bavilo indické násobení, jednoho žáka práce se závorkami a šipkovým zápisem. Dva žáky nejvíc bavilo rýsování, dva žáky práce s geodeskou. Jeden žák napsal, že ho bavily úplně všechny aktivity, které proběhly a tři žáci napsali, že je baví jakékoli počítání. (příloha 13, příloha 14)

3.6 Využití dalších prvků v průběhu 5. ročníku

V rámci praktické části bylo využito pouze několika vybraných prvků, které byly ve třídě zavedeny. V průběhu 5. ročníku lze ale při procvičování a upevňování učiva využít mnoha dalších prvků, aniž by bylo nutné zavádět celá prostředí. Postup práce při jednotlivých metodách je většinou intuitivní, takže žáci 5. ročníku jsou schopni využít předem známé zákonitosti a pracovat s daným prvkem izolovaně. Samozřejmě je potřeba myslet na to, že žáci neznají všechny souvislosti jednotlivých prostředí, ale na druhou stranu jsou schopni počítat v jiném číselném oboru než třeba žáci v 1. ročníku. Tomu je nutné úlohy přizpůsobit, což není velký problém. Pokud nemá učitel k dispozici přímo učebnice, lze čerpat z internetových zdrojů, kde je možné najít zásobárnu různých typů a obtížností daných úloh. Výhodou je založení metody podle profesora Hejného na principu hravosti, takže žáci pojmou procvičování jako hru či lze uspořádat jako soutěž, aniž by šlo pouze o mechanické počítání. Následuje výčet a stručný popis dalších prvků, kterých lze využít a možných aktivit na nich založených.

- Krokování

Částečně jsme ho využili k praktickému předvedení šipkového zápisu. Díky krokování si žáci uvědomí pohyb po číselné ose a v 5. ročníku to lze užít ke znázornění přechodu do záporných čísel.

- Autobus

Lze využít jako práci se statistickými údaji a orientaci v tabulce se záznamy. Také můžeme pracovat s „velkým autobusem“ a procvičovat pamětné počítání třeba do 100.

- Děda Lesoň

Žáci již v 5. ročníku poznávají základy rovnic, k čemuž se dá práce se zvířátky dědy Lesoně využít. Obrázek daného zvířete zastupuje symbol čísla a má určitou hodnotu. Také lze využít k pochopení principu převodu jednotek – malá zvířátka mají menší hodnotu a je jich potřeba víc k vyrovnání sil s velkým zvířetem.

- Rodokmen

Při práci s rodokmenem si žáci uvědomí vztahy a vazby mezi jednotlivými členy rodiny, čímž vytváří diagram.

- Biland

Toto prostředí bych využila spíše jako možnou hru, kdy si žáci uvědomí, že existují i jiné než desítkové soustavy. Bilandy představují měnu, kterou lze platit a mají různou hodnotu stejně jako běžné peníze založenou na dvojkové soustavě.

- Výstaviště

Při práci s výstavištěm nejde o počítání, ale spíše o tvorbu strategie, kdy každý žák má možnost najíst si svou vlastní cestu po číselné řadě, čímž vytváří různé geometrické útvary.

- Linky – cyklotrasy

V běžných učebnicích mají žáci tabulku s jízdním řádem a učí se v ní zorientovat, počítají délku cesty mezi danými zastávkami, což se všechno dá v tomto prostředí aplikovat také. Navíc je k linkám pomocný obrázek nebo mapa, na které jsou jednotlivé zastávky vyznačeny, takže mohou žáci vyhledávat i možnosti, jak se dostat z jednoho do druhého města různými cestami.

- Parkety

V rámci geometrie lze parkety využít při práci s obsahy obrazců nebo ve čtvercové síti. Pro 5. ročník bych už také zavedla číselné údaje, které v jistém směru určují způsob, jak jsou parkety poskládány dohromady, například aby byla čísla seřazena podle velikosti.

- Geodeska

V průběhu praktických hodin jsme geoboard využili pouze z jedné strany, kde je vyznačena čtvercová mříž. Z druhé strany je ale také využitelný k práci s kružnicí a kruhem, například vysvětlení poloměru a průměru.

- Krychlové stavby

Při posunu v geometrii od rovinných k prostorovým útvarům mají žáci často problémy s náčrtky v učebnici. Proto lze krychlové stavby využít k tomu, že manipulací s kostkami si žáci prostor lépe uvědomí, mohou si krychli osahat a prohlédnout ze všech úhlů. Také zápis krychlových staveb lze využít například k projektu, kdy si žák navrhne vlastní dům, udělá plán a druhý žák ho podle zápisu zkusí postavit, čímž si jeden ověří přehlednost zápisu a druhý schopnost stavět podle instrukcí.

- Hadi

Možnost procvičení všech typů matematických operací, kdy příklady jsou za sebe poskládány tak, aby navazovaly. Při numerické chybě může v polovině hada žák zjistit, že se dopracoval k „divnému“ výsledku, což ho vede k tomu, aby sám ověřoval své předchozí plnění úkolu a našel svou chybu.

- Šipkový diagram

Úloha je vlastně složitější verzí hada. Příklady na sebe navazují ne v řadě, ale v trojúhelníku nebo čtverci, šipky znázorňují směr operace a nad nimi je napsaný operátor i s číselnou hodnotou. Cílem je najít vhodné číslo, od nějž všechny operace začínají tak, aby celý řetězec početně vycházel. Opět lze tyto úlohy přizpůsobit učivu, které potřebujeme procvičit a žáci se vyhnou tolik neoblíbeným sloupečkům.

- Pavučiny

Další možnost, jak procvičit pamětné, ale i složitější počítání hravou formou. Pavučiny obsahují čísla a různě barevné šipky a cílem žáka je vyvodit hodnotu a operaci, která patří dané šipce. Nejběžnějším řešením je metoda pokus – omyl, kdy žák tipne hodnotu první šipky, tomu přizpůsobí ostatní a dopočítá, jestli celá pavučina vychází.

- Sousedé

Jedná se o složitější práci s číselnými hodnotami. Pro žáky 5. ročníku bych využila zpočátku strukturu pro nižší ročníky kvůli pochopení principu. Tato aktivita rozvíjí práci metodou pokus – omyl, protože žák je nucen nějakými hodnotami začít a potom v rámci zachování určených pravidel a podmínek doplnit hodnoty do dalších oken, případně původní upravit a přepočítat. Sousedé sestávají z několika na sobě závislých příkladů, nelze jednotlivé izolovat.

- Barevné trojice

Kromě rozkladu čísel na tři sčítance je zde ještě požadavek na využití trojbarevné kombinace. Žák musí pracovat systematicky, aby využil všechna nabídnutá čísla ve všech barvách a nic mu po vyřešení úlohy nezbylo.

- Házení kostkou

Házení kostkou znají žáci z mnoha deskových her, které lze k práci s kostkami využít a v průběhu například zapisovat počet výskytů daných hodnot na kostce a podobně. Tak se žáci setkávají s pravděpodobností.

- Slovní úlohy

Zadání slovních úloh je víceméně totožné s klasickými úlohami. Rozdíl je v tom, že zatímco u klasických slovních úloh je přesně dána podoba zápisu, výpočtu a odpovědi, zde si žáci mohou zvolit k řešení úlohy libovolný prvek nebo prostředí a není po nich vyžadován zápis a přesný postup výpočtu. Většina úloh je také stavěna tak, že má různé možnosti řešení nebo dokonce více možných výsledků. Kontrola řešení pak probíhá diskuzí mezi žáky, kde se každý učí individuálně obhájit svůj postup a využít přesvědčivé argumenty, proč je jeho řešení správné a vhodně zvolené.

- Součtové trojúhelníky

Jednoduchý princip, který lze přizpůsobit 5. ročníku úpravou číselného oboru hodnot, se kterým bude žák pracovat. Později lze přidávat také podmínky, například vyznačení dvou polí odlišnou barvou, přičemž jejich součet musí být roven nějaké hodnotě.

- Algebrogramy

Žáci pracují s obrázky místo čísel, k hodnotám se dopracují postupným zkoušením a dosazováním čísel za jednotlivé obrázky. Opět lze touto metodou procvičovat pamětné počítání a nahradit jím počítání ve sloupcích.

ZÁVĚR

Pro mě jako pedagoga byla příprava na vyučovací bloky velmi náročná. Nejprve jsem si musela daný prvek řádně nastudovat, u některých byl problém omezeného času na vysvětlení, protože při výuce metodou podle profesora Hejného na sebe některé prvky navazují nebo jsou zaváděny v rámci prostředí, na což jsme my při vyučovacích blocích neměli čas. Bylo tedy nutné seznámit se s každým prvkem hodně dopodrobna, abych při prvním předložení daného postupu žákům nevynechala nic podstatného a dokázala požadovaný prvek izolovat ze souvislostí v metodě podle profesora Hejného.

Tomu jsem také přizpůsobila výběr zaváděných prvků. Žáci v pátém ročníku většinu látky v průběhu roku opakují, příklady jsou spíše náročnější nebo složitější, ale využívají předchozí znalosti daných postupů. Potom jsem vyhodnotila své znalosti z absolvovaných školení, které prvky z „Hejného metody“ znám tak dobře, že si troufnu je vykládat žákům jako novou látku. Na základě vyhodnocení práce žáků a dotazníku se ukázalo, že v klasické matematice lze s největším úspěchem využít práci se čtvercovou sítí, geodeskou a příklady se šipkovým zápisem. Myslím, že volba prvků byla tedy vhodná.

Žáci mě velmi příjemně překvapili v tom, jak se dokázali oprostit od zavedených mechanizmů a předložené prvky intuitivně přijali jako hru. Během hodin bylo vidět, že práce žáky baví, ve třídě panovala zdravá soutěživost, ale při potížích se objevila i spolupráce a výpomoc formou dovysvětlení mezi jednotlivými žáky, aniž bych je k tomu vybízela.

Celkově mohu metodu podle profesora Hejného vyhodnotit jako zajímavou, zábavnou a v mnohém přínosnou, a to jak pro žáky, tak pro mě jako pedagoga. V tomto konkrétním kolektivu nebyl problém se skupinovou prací, jedná se o malotřídní kolektiv a žáci jsou zvyklí spolupracovat, frontální výuka je zde velmi minimalizována ve všech předmětech. Vzhledem ke komplexnosti a odlišnosti metody oproti klasické si ale myslím, že není příliš vhodná pro začínajícího učitele na prvním stupni, který většinou kromě matematiky učí také ostatní předměty, kde se musí zorientovat v učivu a dalších metodikách a neměl by tolik prostoru věnovat se zpočátku náročné přípravě hodin matematiky, která je v rozvrhu začleněna každý den.

Vzhledem k mojí teprve tříleté praxi v oboru si zatím na komplexní výuku pomocí metody podle profesora Hejného netroufám, ovšem jak jsem si nyní ověřila, jsem schopna využívat případně užitečné prvky, které mohou žákům pomoci s procvičením nebo lepším pochopením. Mým cílem do budoucna je hlubší seznámení s metodou a v případě souhlasu vedení začít „Hejného matematiku“ využívat při výuce naplno se všemi jejími možnostmi.

RESUMÉ

Práce se zabývá možností propojení dvou vyučovacích metod v matematice, klasické a metody podle profesora Hejného. Cílem je zavést vybrané prvky z „Hejného metody“ při procvičování se žáky 5. ročníku, kteří jsou vzděláváni klasickou metodikou.

Práce obsahuje dvě hlavní části. V první teoretické jsou popsány základní principy metody podle profesora Hejného a vyjádření tří dotázaných k této problematice. Druhá praktická část obsahuje popis práce se žáky, tedy přípravy na výuku, popis realizace a reflexi odučených hodin. V další části je zpracováno dotazníkové šetření mezi žáky a na závěr výčet dalších využitelných prvků.

Výsledkem práce je určitý přínos prvků pro žáky. Na základě vyhodnocení práce žáků a dotazníku se ukázalo, že v klasické matematice lze s největším úspěchem využít práci se čtvercovou sítí, geodeskou a příklady se šipkovým zápisem.

The thesis deals with the possibility of connecting two teaching methods in maths classes: the classical one and the method by Professor Hejný. The main purpose is to implement some chosen elements from Professor Hejný's method into teaching the fifth year pupils of a primary school, who are currently educated by classical mathematics.

The thesis is structured in three main parts. In the first theoretical part some basic principles of the method by Professor Hejný are described and three interviewed people's opinion on this method are presented. The second practical part contains a description of teaching these classes; namely the lesson plans, the description of the taught lessons and feedback on them. In the final part the pupils' questionnaires are analysed and also the list of some useful elements are presented there.

The result of this thesis is to discover benefit or otherwise of some Professor Hejný's method's elements to pupils. On the basis of the evaluation of the students' work and questionnaires' analyses it showed that in classical mathematics lessons the most beneficial could be the following elements: the squared net, geoboard and the examples with using arrows.

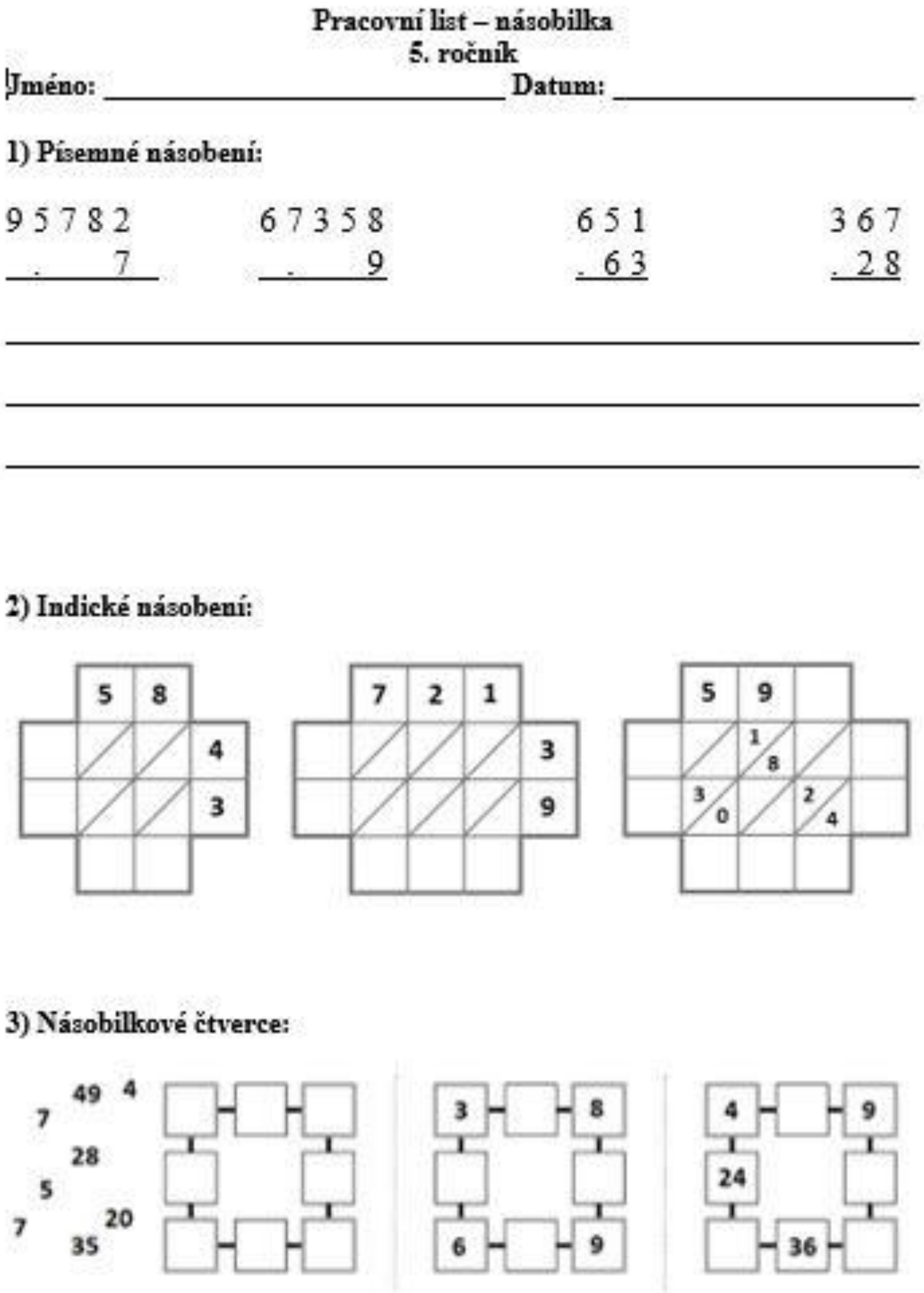
SEZNAM LITERATURY

1. HEJNÝ, Milan. *MATEMATIKA příručka učitele pro 4. ročník základní školy*. Plzeň: Nakladatelství Fraus, 2010. ISBN 978-80-7238-943-8.
2. JUSTOVÁ, Jaroslava. *Matematika pro 5. ročník základních škol: učebnice pro vzdělávací obor Matematika a její aplikace.* Vyd. 2. Všeň: Alter, 2014. ISBN 978-80-7245-297-2.
3. 12 klíčových principů | H-mat. *H-mat | Zasloužená radost z poznávání* [online]. Copyright © 2020 H-mat, o.p.s. [cit. 20.12.2018]. Dostupné z: https://www.h-mat.cz/principy
4. Co je to „Hejného metoda“? | H-mat. *H-mat | Zasloužená radost z poznávání* [online]. Copyright © 2020 H-mat, o.p.s. [cit. 21.12.2018]. Dostupné z: https://www.h-mat.cz/hejneho-metoda#vyvoj
5. Dřívka | Blog o Hejného metodě. *Blog o Hejného metodě* [online]. Copyright © 2018 H-mat, o.p.s. [cit. 21.12.2018]. Dostupné z: http://blog.h-mat.cz/didakticka-prostredi/drivka
6. Geoboard a mříž | Blog o Hejného metodě. *Blog o Hejného metodě* [online]. Copyright © 2018 H-mat, o.p.s. [cit. 22.12.2018]. Dostupné z: http://blog.h-mat.cz/didakticka-prostredi/geoboard-mriz
7. Indické násobení | Bomerová. *Aktuality | Bomerová* [online]. [cit. 23.12.2018]. Dostupné z: http://bomerova.cz/indicke-nasobeni
8. Krokování | Blog o Hejného metodě. *Blog o Hejného metodě* [online]. Copyright © 2018 H-mat, o.p.s. [cit. 22.12.2018]. Dostupné z: http://blog.h-mat.cz/didakticka-prostredi/krokovani
9. Násobilkové čtverce | Blog o Hejného metodě. *Blog o Hejného metodě* [online]. Copyright © 2018 H-mat, o.p.s. [cit. 21.12.2018]. Dostupné z: http://blog.h-mat.cz/didakticka-prostredi/nasobilkove-ctverce
10. Písemné násobení 1 ciferným činitelem. *Home* [online]. [cit. 23.12.2018]. Dostupné z: http://4a.upol.cz/index.php/za-skolou?id=164

SEZNAM OBRÁZKŮ, TABULEK A GRAFŮ

SEZNAM PŘÍLOH

PŘÍLOHY



Pracovní list – násobilka
5. ročník

Jméno: ____________________ **Datum:** ____________________

1) Písemné násobení:

9 5 7 8 2	6 7 3 5 8	6 5 1	3 6 7
. 7	. 9	. 6 3	. 2 8

2) Indické násobení:

3) Násobilkové čtverce:

Příloha 1 – Písemné násobení (čistý PL)

Pracovní list – násobilka
5. ročník

Jméno: [redacted] **Datum:** 1.3. 2019

1) Písemné násobení:

95782	67358	651	367
. 7	. 9	. 63	. 28
670474	606222	1853	2936
		3906	734
		40913	10276

2) Indické násobení:

	5	8	
	2/0	3/6	4
	7/5	2/4	3
5	3	4	

	7	2	1	
	2/7	0/6	0/3	3
	6/3	7/8	0/9	9
2 8	7	7	9	

	5	9	4	
	1/0	1/8	0/8	2
	3/0	5/4	2/4	6
4	4	4	4	

3) Násobilkové čtverce:

7 49 4 28 5 7 20 35

4	28	7
20		49
5	35	7

3	24	8
18		72
6	54	9

4	36	9
24		54
6	36	6

Příloha 2 – Písemné násobení (vyplněný PL 1)

Pracovní list – násobilka

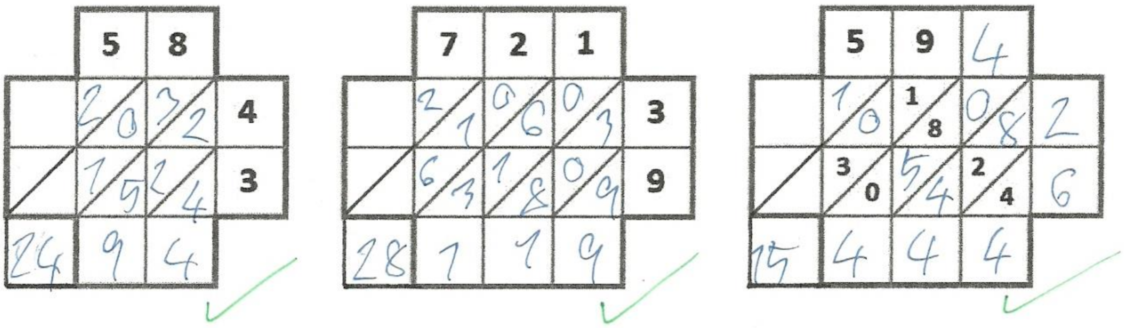
5. ročník

Jméno: [redacted] **Datum:** 1. 3

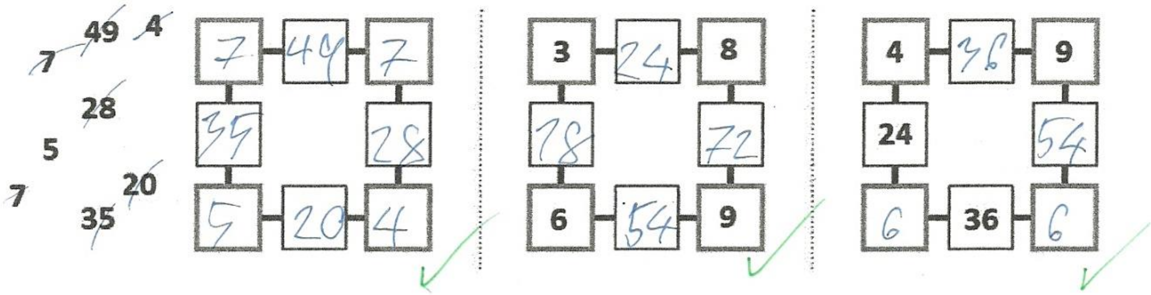
1) Písemné násobení:

95782	67358	651	367
. 7	. 9	. 63	. 28
670474	606222	1953	2936
		3906	734
		41013	10276

2) Indické násobení:



3) Násobilkové čtverce:



Příloha 3 – Písemné násobení (vyplněný PL 2)

Pracovní list – geometrie
5. ročník

Jméno: **Datum:**

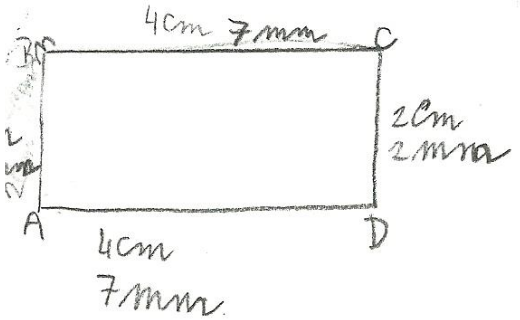
Obdélník ABCD má rozměry 6 cm a 40 mm.
Udělej náčrtek, obrazec narýsuj a spočítej jeho obvod a obsah.

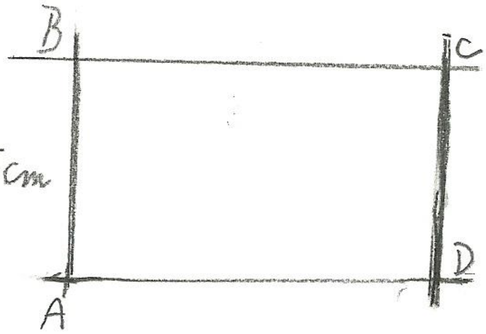
Příloha 4 – Geometrie (čistý PL)

Pracovní list – násobilka
5. ročník

Jméno: [redacted] **Datum:** 21.3.

Obdélník ABCD má rozměry 6 cm a 40 mm.
Udělej náčrtek, obrazec narýsuj a spočítej jeho obvod a obsah.





$o = 2 \cdot (a + b)$

$S = a + b$ ~~mm~~

náčrtek – označení, rozměry?

rýsování – !!

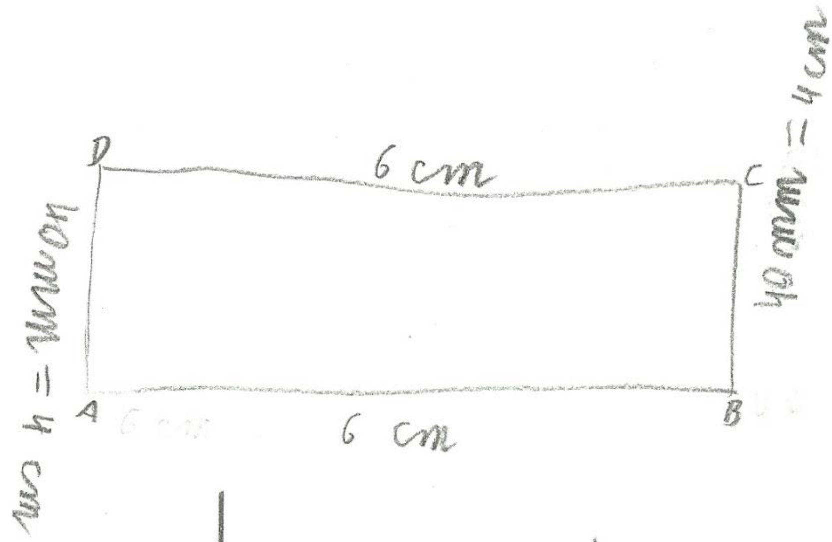
o – ×

Příloha 5 – Geometrie (vyplněný PL 1)

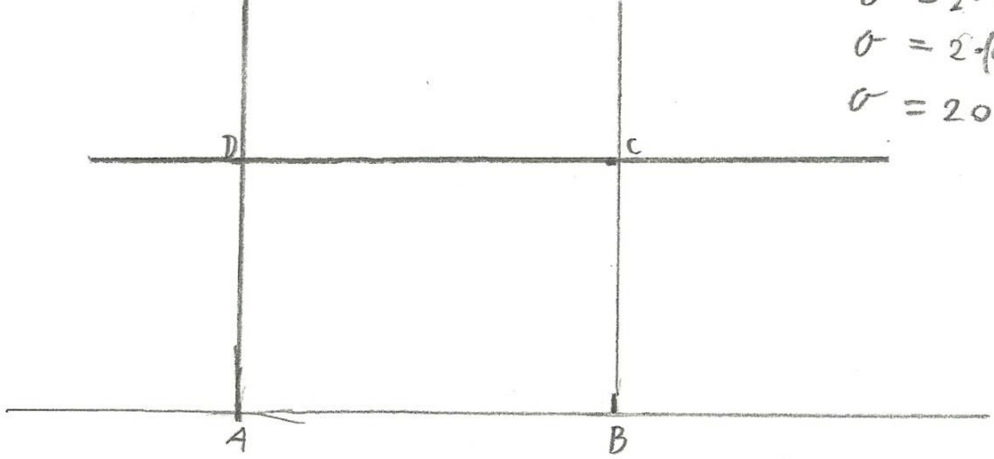
Pracovní list – násobilka
5. ročník

Jméno: [redacted] **Datum:** 21.3.

Obdélník ABCD má rozměry 6 cm a 40 mm.
Udělej náčrtek, obrazec narýsuj a spočítej jeho obvod a obsah.



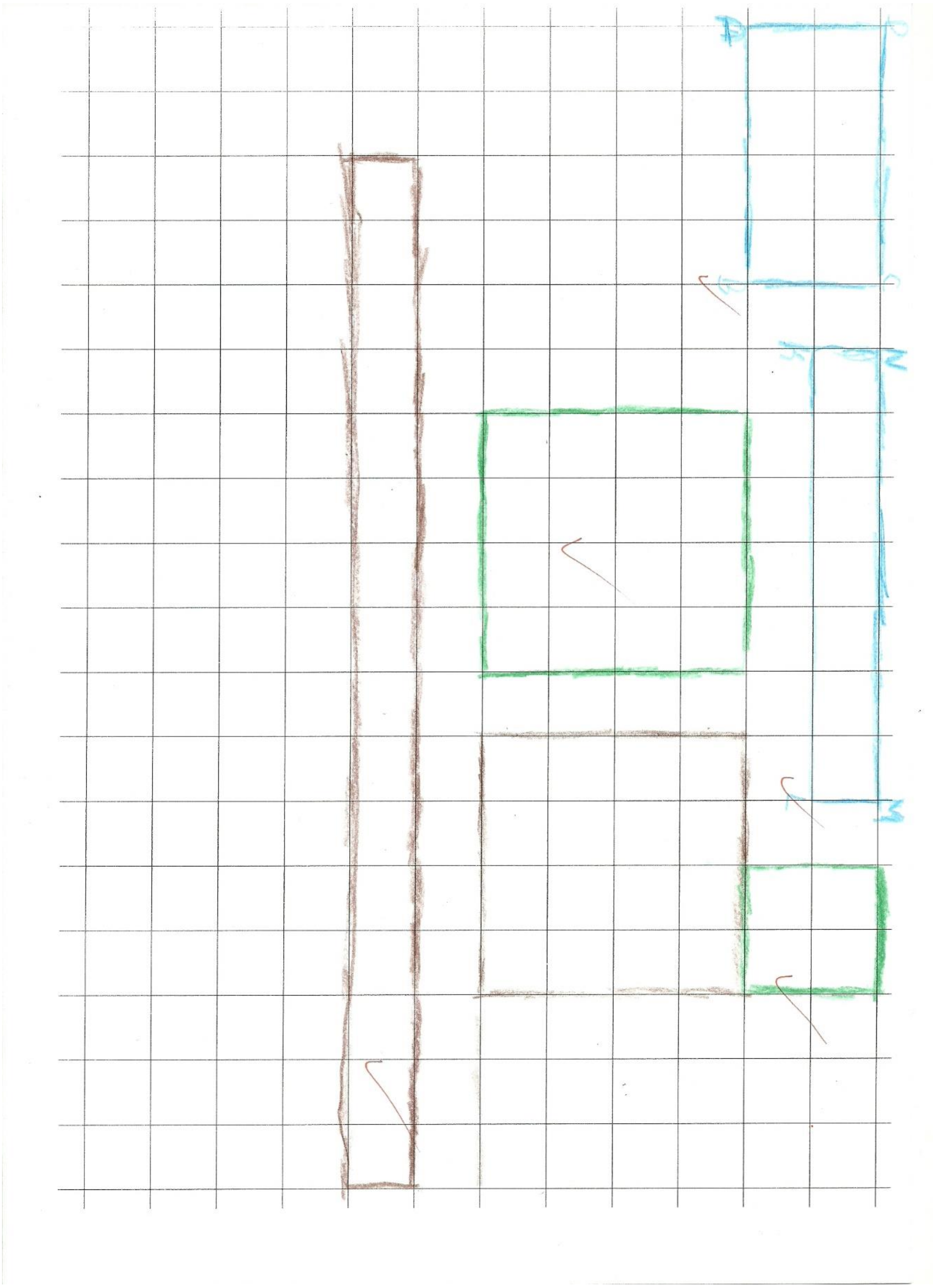
$o = 2 \cdot (a + b)$
$o = 2 \cdot (6 + 4)$
$o = 20\ cm$



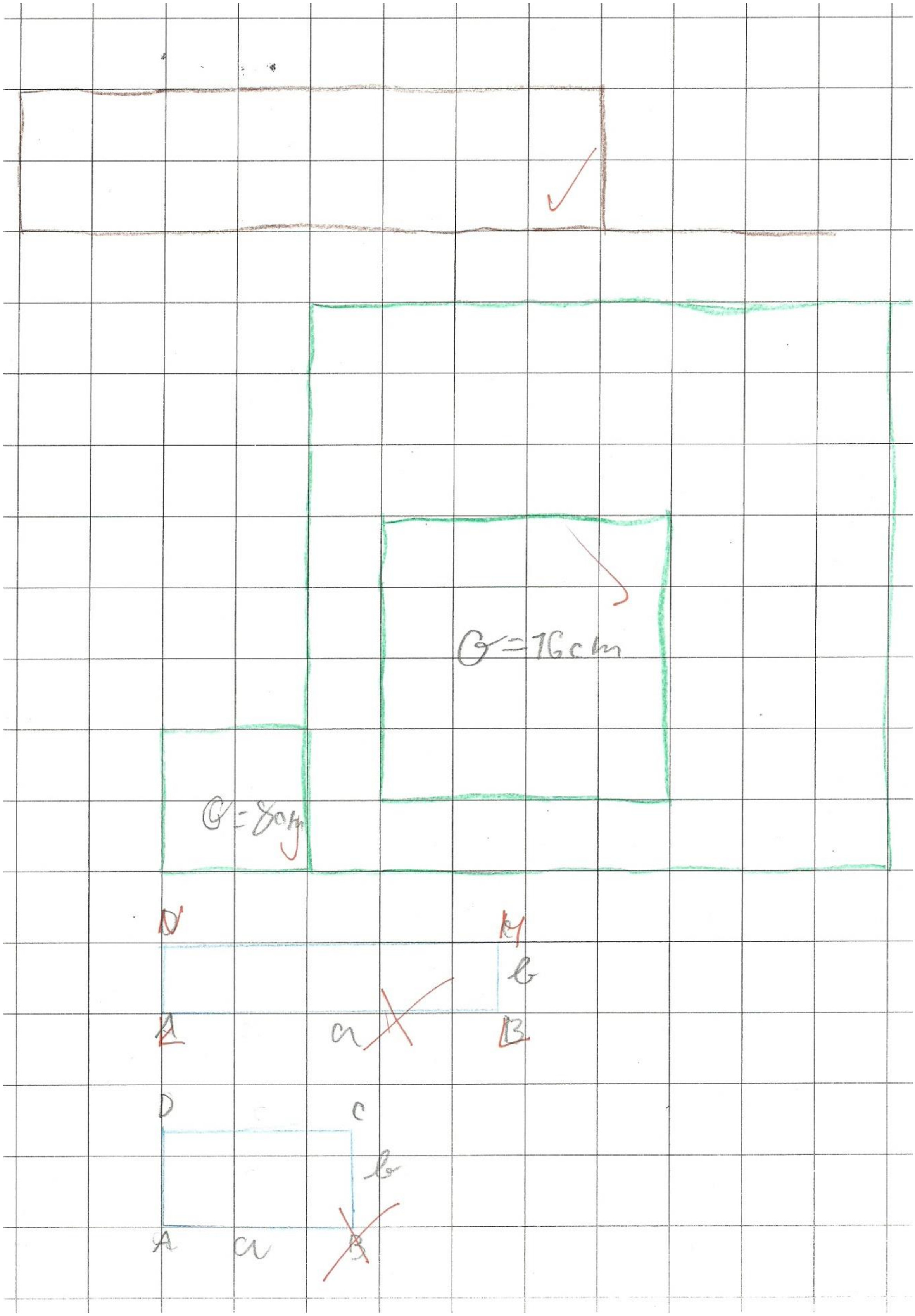
$S = a \cdot b$
$S = 6 \cdot 4$
$S = 24\ cm^2$

náčrtek – ok
rýsování – přesnost!
o – ok

Příloha 6 – Geometrie (vyplněný PL 2)



Příloha 7 – Čtvercová síť (vyplněný PL 1)



Příloha 8 – Čtvercová síť (vyplněný PL 2)

Pracovní list – závorky

5. ročník

Jméno: ______________________ **Datum:** ______________

1) Vypočítej:

300 – 150 + 30 = _______ (580 + 40) – (320 – 40) = _______

250 – (130 – 30) = _______ 140 + 30 – (20 + 50) = _______

740 – 320 + 40 = _______ 250 – 130 – 30 = _______

480 – (120 + 40) + 60 = _______ 110 + (360 – 120) + 30 = _______

300 – (150 + 30) = _______ 740 – (320 + 40) = _______

2) Vypočítej, použij šipkový zápis:

|→→→→|→→|←←←| = |__________|

|→→→→→|↺|→→|→|↺| = |__________|

|→→→|↺|→→|←|↺|→→| = |__________|

|→→|→→→→|↺|→→→|→→|↺| = |__________|

|→→→→→→|←←|↺|→→→|←←|↺| = |__________|

3) Přepiš pomocí šipek a vypočítej:

3 + 4 – 2 = _____ ____________________________________

5 – (1+2) = _____ ____________________________________

6 – 1 – (2+2) = _____ ________________________________|

4) Přepiš příklad číselně a vypočítej:

|→→→→|→|←←| = |________| ___________________

|→→→→→→→|↺|→→→|→→|↺| = |________| ___________________

|→→→|↺|→→→|←←|↺|→| = |________| ___________________

Příloha 9 – Práce se závorkami (čistý PL)

Pracovní list – závorky

5. ročník

Jméno: [redacted] **Datum:** 6.5

1) Vypočítej:

300 – 150 + 30 = 180

$250 - \overset{100}{(130 - 30)}$ = 150

740 – 320 + 40 = 460

$480 - \overset{160}{(120 + 40)} + 60$ = 320

300 – (150 + 30) = 120

$\overset{620}{(580 + 40)} - \overset{280}{(320 - 40)}$ = 340

$\overset{170}{140 + 30} - \overset{70}{(20 + 50)}$ = 100

250 – 130 – 30 = 90

$110 + \overset{240}{(360 - 120)} + 30$ = 380

$740 - \overset{360}{(320 + 40)}$ = 380

2) Vypočítej, použij šipkový zápis:

|→→→→|→→|←←←| = |→→→→→→|

|→→→→→|↺|→→|→|↺| = |→→→→|

|→→→|↺|→→|←|↺|→→| = |0|

|→→|→→→→|↺|→→→|→→|↺| = |→|

|→→→→→→|←←|↺|→→→|←←|↺| = |→→→|

3) Přepiš pomocí šipek a vypočítej:

3 + 4 – 2 = 5 |→→→|~~←←~~←←|~~→→~~| = |→→→→→|

5 – (1+2) = 2 |→→→→→|↺|→|~~←←~~|↺| = |→→|

6 – 1 – (2+2) = 1 |→→→→→→|←|↺|→→|~~←←~~|↺| = |→|

4) Přepiš příklad číselně a vypočítej:

|→→→→|→|←←| = |→→→→→| $4 \overset{+}{-} 1 \overset{-}{+} 2 = 5$

|→→→→→→→|↺|→→→|→→|↺| = |→→→→→→| $7 - (3 \overset{+}{-} 2) = 6$

|→→→|↺|→→→|←←|↺|→| = |→| $3 - (3 - 2) \overset{+}{-} 1 = 1$

Příloha 10 – Práce se závorkami (vyplněný PL 1)

Pracovní list – závorky

5. ročník

Jméno: [redacted] **Datum:** 6.5.

1) Vypočítej:

150
300 – 150 + 30 = 180

100
250 – (130 – 30) = 150

420
740 – 320 + 40 = 460

320 160
480 – (120 + 40) + 60 = 380

180
300 – (150 + 30) = 120

620 280
(580 + 40) – (320 – 40) = 340

170 70
140 + 30 – (20 + 50) = 100

120
250 – 130 – 30 = 90

350 240
110 + (360 – 120) + 30 = 380

360
740 – (320 + 40) = 380

2) Vypočítej, použij šipkový zápis:

|→→→→|→→|←←←| = |→→→|

|→→→→→|↺|→→|→|↺| = |→→|

|→→→|↺|→→|←|↺|→→| = |→→→→|

|→→|→→→→|↺|→→→|→→|↺| = |→|

|→→→→→→|←←|↺|→→→|←←|↺| = |→→→|

3) Přepiš pomocí šipek a vypočítej:

7
3 + 4 – 2 = 5 |→→→|→→→→|←←| = |→→→→→|

3
5 – (1+2) = 2 |→→→→→|↺|→|→→|↺| = |→→|

4
6 – 1 – (2+2) = 1 |→→→→→→|←|↺|→→|→→| = |→|

4) Přepiš příklad číselně a vypočítej:

|→→→→|→|←←| = |→→→| 4+1 – 2=3

|→→→→→→→|↺|→→→|→→|↺| = |→→| 7-(3+2)=2

|→→→|↺|→→→|←←|↺|→| = |→→→| 3-(3+2)+1=3

Příloha 11 – Práce se závorkami (vyplněný PL 2)

Jméno: ______________________

DOTAZNÍK SEBEHODNOCENÍ

Pomocí křížků vyznač v tabulce, který smajlík odpovídá tvojí práci s daným tématem.

Význam symbolů:

☺ zvládám bez problémů

😐 potřebuji pomoc

☹ nejde mi to

TÉMA	☺	😐	☹
Písemné násobení			
Násobilkové čtverce			
Indické násobení			
Obvody obrazců			
Obsahy obrazců			
Rýsování			
Čtvercová síť			
Dřívka			
Geodeska			
Počítání se závorkami			
Šipkový zápis			
Šipky -> čísla			
Čísla -> šipky			

Baví tě matematika? A proč?

____

____

Co pro tebe bylo úplně nové?

____

Co tě nejvíc bavilo?

____

Příloha 12 – Dotazník sebehodnocení (čistý)

Jméno: [redacted]

DOTAZNÍK SEBEHODNOCENÍ

Pomocí křížků vyznač v tabulce, který smajlík odpovídá tvojí práci s daným tématem.

Význam symbolů:

☺ zvládám bez problémů

😐 potřebuji pomoc

☹ nejde mi to

TÉMA	☺	😐	☹
Písemné násobení	X		
Násobilkové čtverce	X		
Indické násobení		X	
Obvody obrazců		X	
Obsahy obrazců		X	
Rýsování		X	
Čtvercová síť	X		
Dřívka	X		
Geodeska	X		
Počítání se závorkami	X		
Šipkový zápis	X		
Šipky -> čísla	X		
Čísla -> šipky	X		

Baví tě matematika? A proč?

ano baví,

Protože mi jde

Co pro tebe bylo úplně nové?

dřívka ale pak mi to paní učitelka vysvětlila

Co tě nejvíc bavilo?

násobilkové čtverce, geodeska,

Příloha 13 – Dotazník sebehodnocení (vyplněný 1)

Jméno: [redacted]

DOTAZNÍK SEBEHODNOCENÍ

Pomocí křížků vyznač v tabulce, který smajlík odpovídá tvojí práci s daným tématem.

Význam symbolů:

☺ zvládám bez problémů

😐 potřebuji pomoc

☹ nejde mi to

TÉMA	☺	😐	☹
Písemné násobení		X	
Násobilkové čtverce		X	
Indické násobení		X	
Obvody obrazců			X
Obsahy obrazců		~~X~~	X
Rýsování		X	
Čtvercová síť	X		
Dřívka	X		
Geodeska	X		
Počítání se závorkami		X	
Šipkový zápis	X		
Šipky -> čísla	X		
Čísla -> šipky	X		

Baví tě matematika? A proč?

Matematika mě nebaví protože mi jde špatně násobilka a počítání s velkými čísli.

Co pro tebe bylo úplně nové?

~~Dřívka~~. Pro mě byla úplně nová dřívka.

Co tě nejvíc bavilo?

Nejvíc mě bavilo pracování s geodeskou

Příloha 14 – Dotazník sebehodnocení (vyplněný 2)