

TORRICELLIHO ZÁKON, PYTHAGORŮV A TANTALŮV POHÁR, STEJNOSMĚRNÝ MOTOR

Vladimír VOCHOZKA, Veronika BURDOVÁ a Pavel ČERNÝ

Abstrakt

Dostupnost FFF/FDM 3D tiskáren umožňuje snadno vytvářet z plastů pomůcky s různými mechanickými či optickými vlastnostmi. V příspěvku jsou diskutovány modely, které by jinak nešly vyrobit, či by jejich cena byla řádově vyšší a jsou pro výuku fyziky přínosné. Válcová nádoba s tryskami je osvědčenou pomůckou pro demonstraci závislosti hydrostatického tlaku na výšce vodního sloupce. Téma hydrostatický tlak a jeho důsledky spojuje i pomůcka Pythagorův a Tantalův pohár. Vymodelovaný a vytisknutý řez pohárem je vizuální pomůcka jasně demonstrující chování kapaliny uvnitř nasávací soustavy. Posledním modelem doplněným o 3D výtisky je stejnosměrný elektromotor.

TORRICELLI'S LAW, PYTHAGORAS AND TANTALUS CUP, DC MOTOR

Abstract

FFF/FDM 3D printers are useful for making instruments with various mechanical or optical properties. In the article, there are discussed models which cannot be produced in another way or are too expensive. The cylinder with nozzles is a typical instrument for demonstration of hydrostatic pressure. The Pythagorean and the Tantalus cup are also an ideal instrument for demonstration of the application of hydrostatic pressure. These cups simulate properties of liquid in the intake water system. The last model with 3D printing accessories is a DC electric motor.

Torricelliho zákon

Odvození Torricelliho zákona například z Bernoulliho rovnice je popsáno v mnoha skriptech [1, 2] a učebnicích [3, 4]. K možnému ověření platnosti důsledků Toricelliho zákona slouží Mariottova láhev, Danaida či válcová nádoba s otvory.

Válcová nádoba s tryskami je standardní pomůckou fyzikálních kabinetů sloužící k demonstraci závislosti hydrostatického tlaku na výšce vodního sloupce. Dodnes dochované verze vyrobené z barevného plastu či kovu jsou stále součástí fyzikálních sbírek (Obrázek 1a). Nově prodávané pomůcky jsou již z průhledného skla (Obrázek 1b).



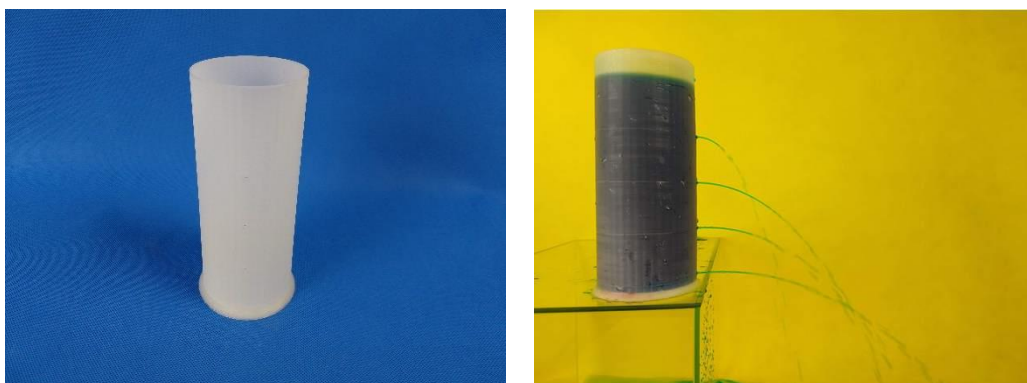
Obrázek 1: (a) Pomůcka „nádobka s výpustkami“. [5] (b) Pomůcka „tlak ve sloupci“. [6]

Vzhledem k tomu, že ve výuce válec s tryskami najde své uplatnění v jedné či dvou vyučovacích jednotkách, je možné považovat investici 1 971 Kč [7] do nové pomůcky jako nadbytečnou. Novější skleněná verze nabízí navíc možnost pozorovat změnu hladiny v průběhu pokusu. Jako řešení se nabízí vytisknutí tohoto válce na 3D tiskárně transparentním materiálem. Aktuální cena tiskového materiálu 0,50 Kč/g (transparentní PLA filament $d = 1,75$ mm $m = 1$ kg lze zakoupit za 545 Kč – 5. 4. 2019) [8] je přívětivá, protože pro vytisknutí válce je potřeba struna o hmotnosti 76 g.

Ve strojírenském 3D CAD softwaru SolidWorks pro platformu Microsoft Windows byly vymodelovány různé válce s tryskami s různým průměrem.

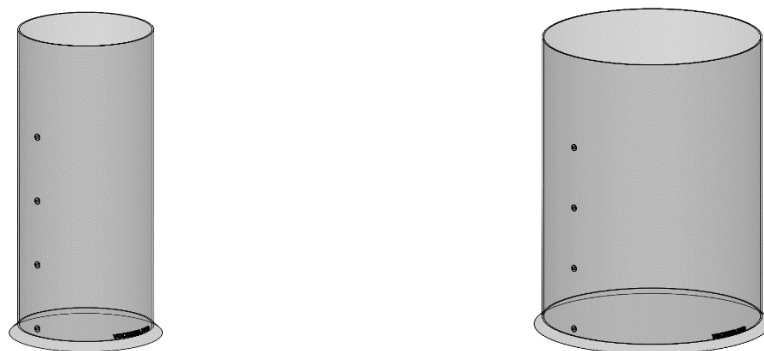
Modely [9] jsou ideálně tisknuty z transparentní struny s nejmenší výplní (infill = 5%), tryskou s větším průměrem (1,0 mm) a s malým počtem perimetrů (perimeters = 2). Díky tomuto nastavení lze získat nejvíce průsvitný materiál (Obrázek 2a). Nicméně i s více procentní výplní, větším počtem perimetrů a tryskou s menším průměrem, lze dosáhnout dostatečného výsledku.

K demonstraci závislosti hydrostatického tlaku na výšce vodního sloupce je vhodné použít vodu obarvenou potravinářským barvivem. Válec umístíme na dostatečně vyvýšené místo a naplníme ho po okraj vodou. Od počátku plnění můžeme pozorovat změnu vzdálenosti dostřiku proudu vody z jednotlivých trysek v závislosti na výšce vody nad tryskou (Obrázek 2b).



Obrázek 2: (a) Vytisknutý model tiskárnou Original Prusa i3 MK3S. b) Válec naplněný obarvenou vodou demonstrující různý dostřik v závislosti na výšce vodního sloupce.

Častou miskoncepcí je představa závislosti velikosti hydrostatického tlaku na objemu, tedy záměna výšky vodního sloupce za objem. Je vhodné porovnat chování vody ve dvou stejně vysokých válcích s rozdílným průměrem (Obrázek 3).



Obrázek 3: (a) Model s průměrem $d_{\text{menší}} = 80$ mm. (b) Model s průměrem $d_{\text{větší}} = 140$ mm.

Pythagorův pohár a Tantalův pohár

Název Pythagorův pohár se odvíjí od jména starořeckého filozofa a učenice Pythagora z ostrova Samos. Pohár údajně vymyslel na žádost krále proto, aby lidé nepopíjeli příliš vína. Kdo byl hamižný a nalil si vína moc, tomu celý pohár vytekl [10].

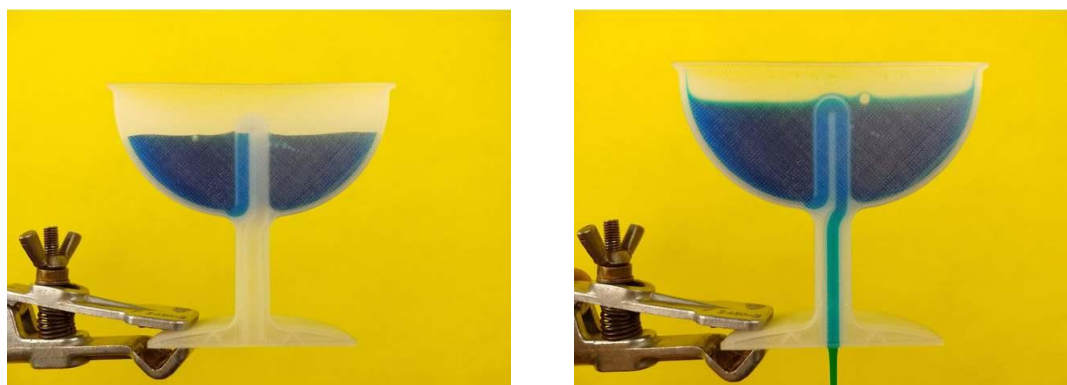
Původ názvu Tantalova poháru se váže k řecké mytologii. Tantalos byl králem Lýdie. Svého syna podle pověsti předložil k jídlu bohům, aby vyzkoušel jejich vševědoucnost. Byl odhalen a odsouzen k věčnému hladu a žízni. Když stál ve vodě, nemohl se z ní napít, větve stromů s ovocem před ním uhýbaly. Proto pohár, který se po naplnění před vypitím samovolně vyprázdní, nese jeho jméno [11].

Pro heuristický demonstrační pokus je vhodné 3D model [12] tisknout z tmavě barevné struny a s vysokou hodnotou výplně (infill = 50%). Model zastává funkci černé skřínky (Obrázek 4a), u které je třeba diskutovat vnitřní uspořádání. Další úroveň poznání umožňuje tisk z transparentního materiálu (Obrázek 4b), u kterého lze částečně nahlédnout do vnitřního uspořádání (Obrázek 4c).



Obrázek 4: (a) Pohár vytisknutý barevným filamentem. (b) Tisk transparentním filamentem. (c) Voda vytékající z dolní části, transparentní materiál umožňující pozorovat cestu vody stopkou poháru.

Hypotézy ohledně tvaru nasávací soustavy je ideální s žáky/studenty konfrontovat s modelem [13] představující řez jednoho z mnoha řešení (Obrázek 5).



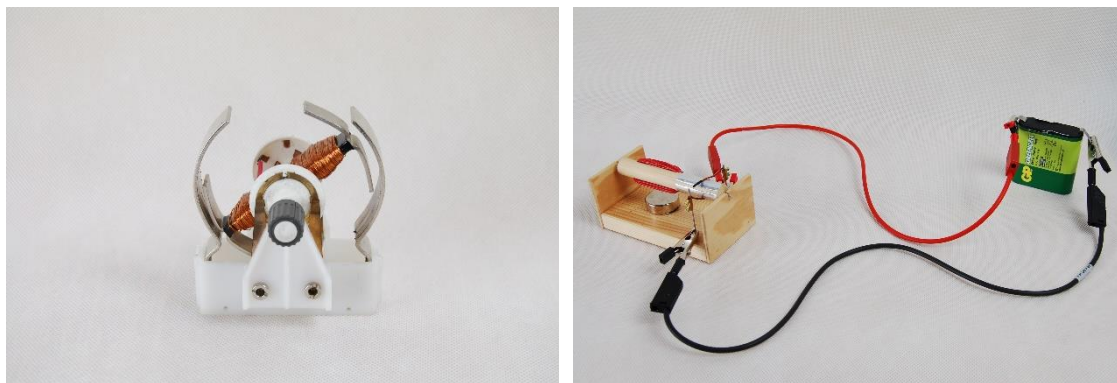
Obrázek 5: (a) Řez poháru, situace, kdy nedochází k samovolnému vytékání. (b) Obarvená voda vytéká nasávací soustavou.

Modely jsou tisknuty z transparentní struny s nejmenší výplní (infill = 5%) tryskou s větším průměrem (1,0 mm) a s malým počtem perimetrů (perimeters = 1).

Pohár obsahuje dva otvory, jeden na konci stopky a druhý uvnitř prostoru, kam se nalévá kapalina. Oba otvory jsou spojeny uvnitř poháru a tvoří nasávací soustavu. Při nalévání kapaliny se postupně plní i nasávací soustava podobná obrácené „U trubici“. Dokud hladina nedosáhne nejvyššího bodu v ohybu, plní se nasávací soustava jen směrem svisle vzhůru. V okamžiku, kdy hladina kapaliny dosáhne nejvyššího bodu v ohybu, začne proudit i do sestupné druhé části a odtud dnem ven z poháru. Protože druhý konec je pod úrovní hladiny kapaliny v poháru, rozdílnost tlaků způsobuje odtékání kapaliny.

Model stejnosměrného motoru

Znalosti z oblasti elektřiny a magnetismu lze demonstrovat na jednoduchém elektromotoru na stejnosměrný proud. Významnou pomůckou je stojánek s otáčivou cívkou ze soupravy pro žákovské pokusy (Obrázek 6a). Pomůcka obsahuje pohybující se mechanické části, které postupem času stárnou, případně dle diskuzí s učiteli často ve sbírkách fyzikálních kabinetů chybí. Možnou alternativou, sestavitelnou ve vyučovací jednotce s žáky, je model vytvořený z dostupných materiálů (Obrázek 6b) [14].



Obrázek 6: (a) Stojánek s otáčivou cívkou. (b) Model stejnosměrného motoru.

Problémovou částí modelu ze dřeva je komplikované vyvážení rotoru (Obrázek 7).

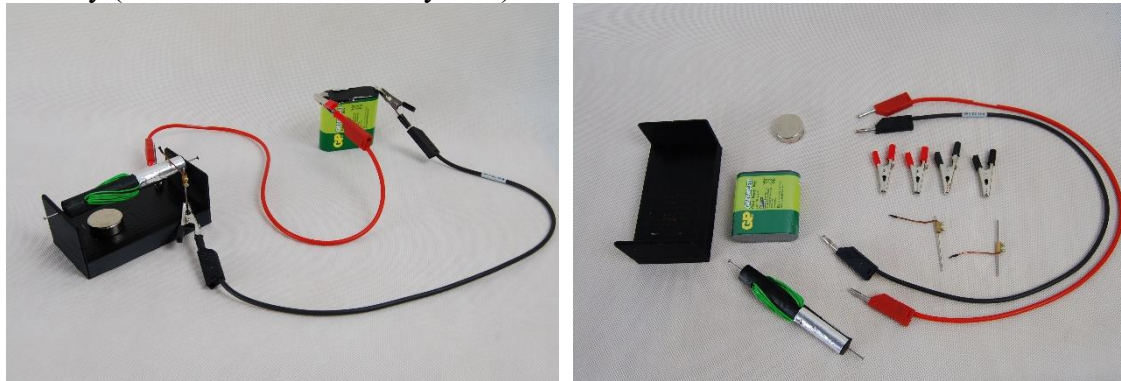


Obrázek 7: (a) Rotor stejnosměrného motoru: cívka – vodič s izolací namotaný na dřevěném válci, komutátor – dva obdélníkové kusy vodivé aluminiové fólie. (b) Detail osy rotoru – hlavičky hřebíku.

Složitě umístění osy otáčení do těžiště komutátoru je způsobené různorodou hustotou dřeva. Uvedenou nedokonalost lze odstranit vytisknutím dílu pomocí 3D tiskárny (Obrázek 8a).

Obrázek 8b obsahuje pohled na všechny součásti modelu: tištěný stator, 4,5V baterii, neodymový magnet $d = 30$ mm, $2 \times$ vodič $l = 300$ mm, $4 \times$ krokosvorka, tištěný rotor

(2× hřebíček $l = 20$ mm, aluminiová fólie, izolovaný měděný vodič $l = 1\,500$ mm), kluzné kontakty (2× kartáček s vodivou tyčkou).



Obrázek 8: (a) Model stejnosměrného motoru s vytisknutými díly nahrazující dřevěné. (b) Přehled všech součástí modelu.

Připojí-li se cívka ke zdroji stejnosměrného napětí, začne jí procházet elektrický proud a kolem cívky vznikne magnetické pole. Protože je cívka již umístěna v magnetickém poli trvalého magnetu a je otáčivá kolem své osy, začnou na ni působit síly podle pravidel o přitahování a odpuzování magnetů a dá se do otáčivého pohybu.

Závěr

Všechny diskutované modely jsou volně k dispozici na veřejném portále www.thingiverse.com [9, 12, 13, 15]. Především nízké náklady na tisk pomůcek umožňují jejich využití k frontálním experimentům místo demonstračních, a také k práci vlastním tempem.

Príspevek vznikl v rámci projektu Zvýšení kvality vzdělávání žáků, rozvoje klíčových kompetencí, oblastí vzdělávání a gramotností, reg. č. CZ.02.3.68/0.0/0.0/16_011/0000664 (2017–2019), financováno z Evropských sociálních fondů, řešiteli projektu jsou Univerzita Karlova, Masarykova univerzita, Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích a Technická univerzita v Liberci.

Literatura

1. DRÁBKOVÁ, Sylva. *Mechanika tekutin* [online]. Ostrava: Vysoká škola báňská – Technická univerzita, 2008 [cit. 3.4.2019]. ISBN 978-80-248-1508-4.
2. ŠOB, František. *Hydromechanika*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2008.
3. ČARNOGURSKÁ, Mária a Martin LAZAR. *HYDROMECHANIKA – Zbierka príkladov z vybraných kapitol*. Košice: Technická univerzita v Košiciach, 2016. ISBN 978-80-5532-540-8.
4. DRÁBKOVÁ, Sylva a Milada KOZUBKOVÁ. *Cvičení z mechaniky tekutin* [online]. Ostrava: Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava, Fakulta strojní, katedra hydromechaniky a hydraulických zařízení, 2004 [cit. 3.4.2019]. Dostupné z: www.338.vsb.cz/wp-content/uploads/2016/03/Hydro_2012.pdf
5. *Školní výukové pomůcky* [online]. HELAGO-CZ s.r.o., Kladská 1082/67, 500 03 Hradec Králové Česká republika: HELAGO-CZ, 2017 [cit. 6.4.2019]. Dostupné z: www.helago-cz.cz/files/katalogy/katalog-skolni-vyukove-pomucky-2017-2018.pdf

6. *Katalog 2018/2019* [online]. Conatex-Didactic učební pomůcky, s.r.o., Velvarská 1698/31, 160 00 Praha 6 Česká republika: Conatex-Didactic učební pomůcky, 2019 [cit. 5.4.2019]. Dostupné z: www.conatex.cz/blaetterkatalog/katcz
7. Tlak ve sloupci vody. *Výroba a prodej školního a kancelářského nábytku a prodej didaktických pomůcek* [online]. Nový Jičín: MULTIP Moravia s.r.o., Palackého 1135/27, Nový Jičín 741 01, 2019 [cit. 7.4.2019]. Dostupné z: www.multip.cz/tlak-ve-sloupci-vody
8. Filament 1,75 PLA – transparentní 1 kg. *Tiskové struny do 3D tiskáren – Plasty Mladeč* [online]. Zemědělské družstvo Haňovice, Haňovice 18, 783 21 Chudobín: Plasty Mladeč, 2019 [cit. 7.4.2019]. Dostupné z: www.filament-pm.cz/filament-1-75-pla-transparentni-1-kg/p60
9. Cylinder with four jets – Torricelli’s law by wladimir658 – Thingiverse. *Thingiverse – Digital Designs for Physical Objects* [online]. Copyright © 2019 [cit. 6.4.2019]. Dostupné z: www.thingiverse.com/thing:3348483
10. SOUKUPOVÁ, Jitka. Pythagorův a Tantalův pohárek – experiment. *Asociace mladých debrujářů České republiky*. [Online] 6.12.2014. [cit. 15.4.2018.] www.debrujar.cz/clanek/2014120013-pythagoruv-a-tantaluv-poharek-experiment.
11. Věda nás baví. Lekce VI / 11: Pythagorův a Tantalův pohár. *Věda nás baví je projekt skupiny Omniveda*. [Online] Omniveda, 2016. [cit. 15.2.2019.] www.vedanasbavi.cz/orisek-300-zs-vnb-vi-11-pythagoruv-a-tantaluv-pohar?ID_mesta=2&IDp=44.
12. Pythagorean cup by wladimir658 – Thingiverse. *Thingiverse – Digital Designs for Physical Objects* [online]. Copyright © 2019 [cit. 6.4.2019]. Dostupné z: www.thingiverse.com/thing:3294694
13. Half of a pythagorean cup by wladimir658 – Thingiverse. *Thingiverse – Digital Designs for Physical Objects* [online]. Copyright © 2019 [cit. 6.4.2019]. Dostupné z: www.thingiverse.com/thing:3294486
14. KLOFÁČ, Patrik. *Fyzikální pomůcky vytvořené 3D tiskem*. České Budějovice, 2018. Diplomová práce. Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích. Vedoucí práce Vladimír Vochozka.
15. DC motor by wladimir658 – Thingiverse. *Thingiverse – Digital Designs for Physical Objects* [online]. Copyright © 2019 [cit. 24.4.2019]. Dostupné z: www.thingiverse.com/thing:3585435

Kontaktní adresa

Mgr. Vladimír Vochozka, Ph.D.

Katedra aplikované fyziky a technické výchovy, Fakulta pedagogická, Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích

Jeronymova 10, 371 15 České Budějovice

Telefon: +420 387 773 056

E-mail: vvochozka@pf.jcu.cz