

Západočeská univerzita v Plzni

Fakulta aplikovaných věd

Katedra kybernetiky

# Bakalářská práce

ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI

Fakulta aplikovaných věd  
Akademický rok: 2021/2022

# ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

(projektu, uměleckého díla, uměleckého výkonu)

Jméno a příjmení: **Martin KRAUS**  
Osobní číslo: **A19B0301P**  
Studijní program: **B0714A150005 Kybernetika a řídicí technika**  
Specializace: **Automatické řízení a robotika**  
Téma práce: **Návrh a realizace algoritmů Repetitive Control pro mechatronické systémy**  
Zadávací katedra: **Katedra kybernetiky**

## Zásady pro vypracování

1. Seznamte se s technikou řízení Repetitive Control se zaměřením na použití v elektromechanických systémech.
2. Navrhněte vhodnou metodiku návrhu algoritmů typu Repetitive Control ve variantách s pevnou a proměnnou periodou externí poruchy.
3. Otestujte navržené algoritmy na simulačních modelech.
4. Realizujte navržené strategie řízení na fyzikálním modelu s využitím vhodných HW a SW prostředků.

Rozsah bakalářské práce: **30 – 40 stránek A4**  
Rozsah grafických prací:  
Forma zpracování bakalářské práce: **tištěná**

Seznam doporučené literatury:

GOUBEJ, M a MELICHAR, J. Lineární systémy 1. Učební text, Západočeská univerzita, Fakulta aplikovaných věd, 2017.  
GOUBEJ, M a MELICHAR, J. Lineární systémy 2. Učební text, Západočeská univerzita, Fakulta aplikovaných věd, 2019.  
YAMAMOTO, Yutaka . An Overview on Repetitive Control – what are the issues and where does it lead to? [online] Release Date: August 22, 2011 [cit. 5.10.2021]. Dostupné z: <https://web.archive.org/web/20111006211955/http://wiener.kuamp.kyoto-u.ac.jp/yy/Papers/RepetitiveControldocfin.pdf>

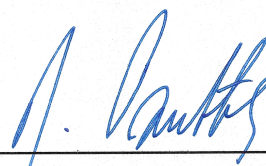
Vedoucí bakalářské práce: **Ing. Martin Goubej, Ph.D.**  
Katedra kybernetiky

Datum zadání bakalářské práce: **15. října 2021**  
Termín odevzdání bakalářské práce: **23. května 2022**



---

**Doc. Ing. Miloš Železný, Ph.D.**  
děkan



---

**Prof. Ing. Josef Psutka, CSc.**  
vedoucí katedry

# Prohlášení

Předkládám tímto k posouzení a obhajobě bakalářskou práci zpracovanou na závěr studia na Fakultě aplikovaných věd Západočeské univerzity v Plzni.

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci vypracoval samostatně a výhradně s použitím odborné literatury a pramenů, jejichž úplný seznam je její součástí.

V Plzni, dne 19. června 2022

## Poděkování

Rád bych touto cestou poděkoval Ing. Martinu Goubejovi, Ph.D. za vedení této bakalářské práce, odborné rady a připomínky, trpělivost a ochotu.

## Abstrakt

Tato bakalářská práce se zabývá návrhem a realizací algoritmů Repetitive Control pro konkrétní mechatronický systém. V tomto fyzikálním modelu dochází ke generování periodické poruchy, která vede ke kolísání otáček rotační části a kterou je potřeba vykompenzovat na straně aktuátoru. Jsou představeny dva přístupy Repetitive Control metody, a to klasický (tradiční) a polohový. Liší se v závislosti na charakteru působící poruchy, jestli má pevnou periodu anebo s časem proměnnou. Dále je v práci teoreticky popsána technika řízení Repetitive Control zvlášť pro tradiční a polohový přístup a navrhnutá vhodná metodika návrhu regulátorů typu Repetitive Control pro obě varianty. Následně dochází k otestování navržených algoritmů v simulačních modelech za využití nástrojů Matlab, Simulink a REXYGEN s vyhodnocením dosažených výsledků, které jsou vzájemně pro jednotlivé varianty porovnány. Poslední část reprezentuje realizace navržené strategie řízení na fyzikálním modelu.

**Klíčová slova:** tradiční a polohový Repetitive Control, referenční signál, stabilita, filtr, dynamika

## Abstract

This bachelor thesis deals with the design and implementation of Repetitive Control algorithms for a specific mechatronic system. In this physical model, a periodic disturbance is generated, which leads to fluctuations in the rotational speed of the rotating part and which needs to be compensated on the actuator side. Two approaches of the Repetitive Control method are presented, namely the classical (traditional) and the positional approach. They differ depending on the nature of the disturbance acting, whether it has a fixed period or time-varying. Furthermore, the theoretical description of the Repetitive Control technique is presented separately for the traditional and positional approaches and a suitable design methodology of Repetitive Control regulators for both approaches is proposed. Subsequently, the proposed algorithms are tested in simulation models using Matlab, Simulink and REXYGEN tools and the obtained results are evaluated and compared with each other for each variant. The last part represents the implementation of the proposed control strategy on the physical model.

**Keywords:** traditional and positional Repetitive Control, reference signal, stability, filter, dynamics

# Obsah

<b>1</b>	<b>Úvod</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Teoretická část</b>	<b>2</b>
2.1	Princip vnitřního modelu . . . . .	2
2.2	Repetitive Control . . . . .	4
2.2.1	Minimální realizace systému . . . . .	4
2.2.2	Sledování referenčního signálu a podmínky stability . . . . .	7
2.2.3	Zaručení stability tradičního RC . . . . .	12
2.2.4	Implementace filtrů $Q$ a $L$ . . . . .	15
2.2.5	Implementace nekauzálních filtrů $Q$ a $L$ . . . . .	16
2.2.6	Polohový Repetitive Control . . . . .	17
2.2.7	Realizace polohového bufferu dat . . . . .	18
2.3	Mechatronický stand . . . . .	21
2.3.1	Popis mechatronického standu . . . . .	21
2.3.2	Dynamika rotorů . . . . .	23
2.3.3	Aretační moment (Cogging torque) . . . . .	24
2.3.4	Elektronická komutace motoru . . . . .	25
2.3.5	Torzní vibrace elektromechanických systémů . . . . .	27
<b>3</b>	<b>Praktická část</b>	<b>28</b>
3.1	Známary signál poruchy . . . . .	28
3.1.1	Návrh a implementace PI regulátoru . . . . .	29
3.1.2	Sestavení simulačního modelu . . . . .	32
3.1.3	Zpracování signálů a analýza frekvenčního spektra poruchy . . . . .	34
3.2	Neznámary signál poruchy . . . . .	38
3.2.1	Odhad neznámého signálu poruchy . . . . .	39
3.2.2	Realizace filtru $Q$ . . . . .	42
3.2.3	Implementace filtru $Q$ a simulační ověření . . . . .	45
3.2.4	Realizace filtru $L$ a úprava filtru $Q$ . . . . .	47
3.2.5	Implementace filtru $L$ . . . . .	52
3.2.6	Ověření vlivu RC řízení na standu . . . . .	53
3.3	Realizace a implementace polohového Repetitive Control . . . . .	60
3.3.1	Simulační ověření v Simulinku . . . . .	60
3.3.2	Simulační ověření v REXYGENU . . . . .	64

4 Závěr	66
Reference	69
Seznam obrázků	71



# 1 Úvod

V polohovacích systémech se často vyskytují periodické poruchy, které mají základní charakter právě v oblasti polohy. Mohou to být například přehrávače CD disků, systémy s ozubením anebo robotická ramena. V takovýchto soustavách je většinou požadavek implementace vhodného řízení, které dokáže tyto periodické poruchy kompenzovat a docílit nulové regulační odchylky v ustáleném stavu. Za tímto účelem se využívá metoda Repetitive Control, která je detailně popsána v kapitole (2.2). Obecně se jedná o algoritmy, které mají za cíl vylepšit chování zpětnovazebních regulačních smyček za pomoci procesu učení při opakovaných pokusech. Opakované pokusy si lze představit na zmíněných systémech. Může se jednat například o mechatronický stand, pro který byly tyto algoritmy navrhovány. Jedná se o řízení otáček rotačního stroje s nedokonalé vyváženou zátěží, která generuje periodický průběh zatěžovacího momentu, který se projevuje kolísáním otáček.

Pro správnou funkčnost Repetitive Control je potřeba znát přesně danou periodu působící poruchy. V praktických aplikacích se ovšem vyskytují poruchy, u kterých se perioda s časem mění a nelze proto využít metod klasického (tradičního) RC. Příkladem takové situace může být opět mechatronický stand, kde se poruchový moment mění v závislosti na poloze, ale rychlost otáčení se může s časem lišit (měnit). Pro tyto účely se zavádí polohový Repetitive Control popsáný v kapitole (2.2.6).

Z teorie lineárních systémů plyne, že není fyzikálně možné zajistit dokonalé potlačení poruch působících na tyto systémy a sledovat požadované hodnoty. Je to z důvodu možných omezení zpětné vazby, například stabilita nebo kauzalita. Z tohoto důvodu se využívá zmíněných opakovaných pokusů, ve kterých je schováno spoustu informací, které lze využít na zlepšení chování celého systému. Jedná se o aplikaci vhodného algoritmu učení s úpravou struktury zpětnovazebního regulátoru.

## 2 Teoretická část

### 2.1 Princip vnitřního modelu

Princip vnitřního modelu se zakládá na znalosti pólů systému (zdroje), které generují referenční signál  $w(t)$ . Abychom mohli tento signál sledovat s nulovou chybou v ustáleném stavu, musí být již zmíněné póly obsaženy v pólech otevřené regulační smyčky. Můžou být součástí systému a nebo jsou obsaženy v pólech regulátoru. Při splnění této podmínky dochází k zajištění nulové regulační odchylky při sledování referenčního signálu a nebo k odregulování výstupní poruchy. Předpoklad sledování obecného referenčního signálu  $w(t)$  veličinou  $y(t)$  můžeme zapsat jako

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0, \quad (2.1)$$

při splnění podmínky

$$v(t) = 0, \quad (2.2)$$

kde  $v(t)$  je signál výstupní poruchy. Po vyjádření regulační odchylky  $e(t)$  v L-obrazech dostaneme rovnici ve tvaru součinu otevřené smyčky a generátoru referenčního signálu

$$E(p) = \frac{1}{1 + F_0(p)} W(p) = \frac{a(p)c(p)}{a(p)c(p) + b(p)d(p)} \frac{b_w}{a_w}. \quad (2.3)$$

Rovnici (2.3) dále upravíme pomocí vyjádření charakteristického polynomu ve jmenovateli a dostaneme

$$E(p) = \frac{a(p)c(p)}{a_z(p)} \frac{b_w}{a_w} = \frac{\tilde{b}_z(p)}{a_z(p)} + \frac{\tilde{b}_w(p)}{a_z(p)}, \quad (2.4)$$

což lze chápat jako součet obrazů přirozené složky a složky vynucené

$$E(p) = E_n(p) + E_f(p). \quad (2.5)$$

Polynomy  $\tilde{b}_z(p)$ ,  $\tilde{b}_w(p)$  vyjádříme porovnáním čitateľů v (2.4)

$$a(p)c(p)b_w(p) = \tilde{b}_z a_w(p) + \tilde{b}_w(p)a_z. \quad (2.6)$$

Při aplikování zpětné Laplaceovy transformace na rovnici (2.5) s následným využitím limity, můžeme podmínku pro sledování referenčního signálu  $w(t)$  v ustáleném stavu zapsat jako

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} e_n(t) + \lim_{t \rightarrow \infty} e_f(t) = 0. \quad (2.7)$$

Jelikož platí ve stabilní uzavřené regulační smyčce vztah

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e_n(t) = 0. \quad (2.8)$$

stačí, aby člen  $\tilde{b}_w(p)$ , což vede na splnění podmínky

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e_f(t) = 0. \quad (2.9)$$

Výsledkem těchto úprav je zjednodušení podmínky sledování referenčního signálu  $w(t)$  v ustáleném stavu

$$a(p)c(p)b_w(p) = \tilde{b}_z(p)a_w(p), \quad (2.10)$$

ze které můžeme usoudit, že polynom  $a_w(p)$  musí dělit součin  $a(p)c(p)$ , jelikož s polynomem  $\tilde{b}_w(p)$  je dle výchozí rovnice nesoudělný.

Předpoklad kompenzace výstupní poruchy  $v(t)$  v ustáleném stavu zapíšeme jako

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = 0, \quad (2.11)$$

při splnění podmínky

$$w(t) = 0. \quad (2.12)$$

Po vyjádření veličiny  $y(t)$  v L-obrazech dostaneme analogické vztahy, což vede na stejné, již zmíněné závěry uvedené výše.

## 2.2 Repetitive Control

Repetitive Control (RC) je jedna z používaných metod pro řízení systémů s periodickými referenčními signály nebo pro asymptotické kompenzování periodických rušivých signálů s pevnou a známou periodou. Tento typ řízení je využíván v mnoha zařízeních, jako například v řízení robotů, v hard discích, v krokových měničích ve výrobě integrovaných obvodů a v mnoha dalších. Základním cílem je sestavení zpětnovazebního řízení, které je schopno se samostatně učit tak, aby dosáhlo požadovaného vstupu. Tento proces se sestává ze tří základních úkolů. Prvním je nasazení referenčního signálu do řízeného dynamického systému. Následuje uschování chyby signálu pro dobu jedné periody. Posledním krokem je nasazení této chyby zpátky do řízeného systému a tyto kroky se s časem opakují.

Obecně vede tento popsaný proces na sestavení řídicího systému generujícího periodický signál se snahou sledovat libovolný periodický signál s pevnou periodou  $T$ . Základ tohoto mechanismu je založen na Principu vnitřního modelu (2.1) s požadavkem na zachycení modelu poruchy ve zpětnovazební smyčce.

### 2.2.1 Minimální realizace systému

Důležitým aspektem je samotná realizace systému, která generuje všechny periodické signály s periodou  $T$ . Nejmenší realizace systému je dána přenosem

$$q(p) = \frac{1}{e^{Tp} - 1}. \quad (2.13)$$

Nyní tento výsledek dokážeme pomocí rozvinutí Fourierovy řady

$$r(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} r_n e^{\frac{2n\pi jt}{T}}, \quad (2.14)$$

z čehož můžeme odvodit, že systém podle Principu vnitřního modelu musí mít póly v  $\frac{2n\pi j}{T}$ .

Tomuto by odpovídal vztah

$$q(p) = p \prod \left( p - \frac{2n\pi j}{T} \right), \quad (2.15)$$

který ale diverguje. Použijeme proto Hadamardovův teorém:

*Pokud je funkce  $f$  celou funkcí konečného řádu  $p \geq 0$ , pak může být funkce  $f$  vyjádřena jako*

$$f(z) = e^{g(z)} z^m \sum_{j=1}^{\infty} E_d(z/a_j), \quad (2.16)$$

kde

- $a_1, a_2, \dots$  jsou nuly funkce  $f(z)$ , které se opakuji podle jejich násobnosti
- $m = \text{ord}_{z=0} f(z)$
- $g(z) \in \mathbb{C}[z]$

Kromě toho máme  $\deg(g) < p$ .

Pro úplnost zavedeme pojem funkce konečného řádu.

*Celá funkce  $f$  je konečného řádu pouze pokud  $\exists p_0, \exists R_0$  taková, že*

$$|f(z)| < \exp(|z|^{p_0}) \text{ pokud } |z| \geq R_0 \quad (2.17)$$

Po aplikaci Hadamardova teorému dostaneme rovnici popisující minimální systém

$$q(p) = p \prod_{n=1}^{\infty} (1 - Tp/2n\pi j), \quad (2.18)$$

kterou upravíme do následujícího tvaru

$$q(p) = p \prod_{n=1}^{\infty} (1 + T^2 p^2 / 4n^2 \pi^2). \quad (2.19)$$

Všimněme si, že platí vztah

$$\sinh \pi p = \pi p \prod_{n=1}^{\infty} (1 + p^2/n^2), \quad (2.20)$$

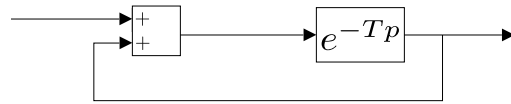
který po použití změny rovnici na tvar

$$q(p) = \frac{2\pi}{\exp(Tp/2) - \exp(-Tp/2)}, \quad (2.21)$$

což vede na úpravu do finální podoby přenosu minimálního systému, který obsahuje všechny póly  $2n\pi j/T$

$$q(p) = \frac{1}{e^{Tp} - 1}. \quad (2.22)$$

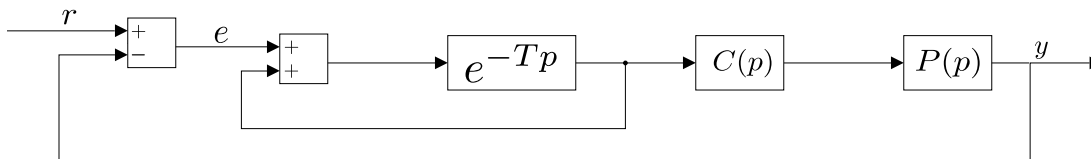
Tento systém označujeme jako Repetitive compensator. Je založen na Principu vnitřního modelu (2.1) a je schopen generovat libovolný (lokálně L2) periodický signál s periodou  $T$  a s vhodnou počáteční funkcí uloženou v časovém zpoždění. Níže je vidět schéma Repetitive compensatoru.



Obrázek 1: Schéma Repetitive Compensatoru.

## 2.2.2 Sledování referenčního signálu a podmínky stability

Na obrázku (2) můžeme vidět nasazení Repetitive compensatoru do zpětnovazebního řízení s přenosem  $P(p)$  reprezentujícím systém a s přenosem  $C(p)$  popisujícím regulátor.



Obrázek 2: Schéma Repetitive Compensatoru ve zpětnovazební smyčce.

Po vyjádření přenosu reprezentující tento systém dostaneme

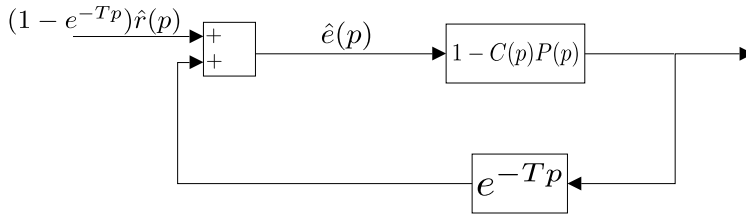
$$\begin{aligned}
 W_{er}(p) &= \frac{1}{1 + C(p)P(p)/(e^{Tp} - 1)} \\
 &= \frac{e^{Tp} - 1}{e^{Tp} - 1 + C(p)P(p)}.
 \end{aligned}
 \tag{2.23}$$

Jak již bylo zmíněno, Repetitive compensator obsahuje póly v bodech  $2n\pi j/T$  pro  $n$  nabývajících hodnot všech přirozených čísel jako například:  $n = 0, n = \pm 1, n = \pm 2$ . Z tohoto plyne, že kořeny jmenovatele vyjádřeného přenosu (2.23) budou opět ležet v bodech  $2n\pi j/T$ .

Pokud bychom měli referenční signál ve tvaru

$$r(t) = \sin(2n\pi jt/T), \tag{2.24}$$

tak bude nepozorovatelný. Pozorovatelný bude v rámci stability uzavřené smyčky a musíme proto změnit návrh schématu modelu. Na následujícím obrázku je upravené schéma, které odpovídá zmíněnému požadavku.



Obrázek 3: Schéma Repetitive Compensatoru ve zpětnovazební smyčce.

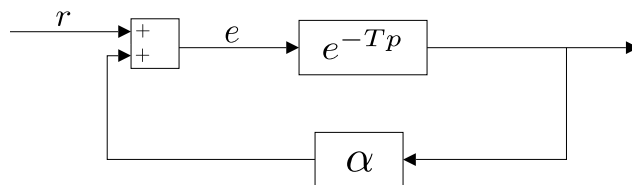
Přenos popisující toto schéma je ekvivalentní s přenosem (2.23).

Pokud bychom dokázali splnit následující podmínku vyjadřující nekonečno normu lineárního systému, což znamená supremum amplitudové frekvenční charakteristiky

$$\|1 - C(p)P(p)\|_{\infty} < 1, \quad (2.25)$$

obdrželi bychom podmínku takzvané inkrementální L2 stability, která bude splněna pouze pokud bude relativní řád přenosu systému roven nule. Tato stabilita je řízena výhradně zpětnovazební smyčkou Repetitive compensatoru a je schopna stabilitu zaručit, ovšem při libovolném periodickém referenčním signálu je tento požadavek pro splnění velmi náročný. Inkrementální L2 stabilita zaručuje, že při změně počátečních podmínek dojde v odezvě systému pouze k poruše s konečnou energií, kterou mají i všechny signály ve zpětnovazební smyčce.

V případě, že bychom měli systém s neutrálním zpožděním

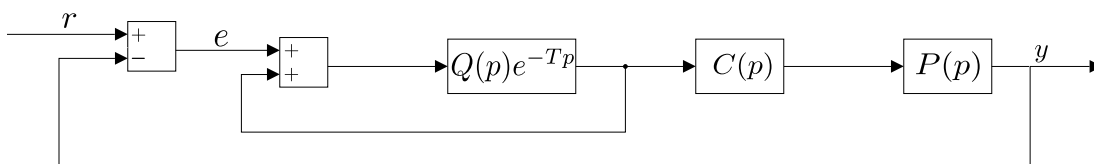


Obrázek 4: Schéma systému s neutrálním zpožděním.



budou se póly přenosu uzavřené smyčky (2.23) asymptoticky přibližovat ose  $\Re s = \log \alpha$ , nezávisle na přenosu systému  $C(p)P(p)$  dokud nemá průchozí člen. Toto není možné exponenciálně stabilizovat do té doby, dokud nemá přenos  $C(p)P(p)$  relativní řád roven nule. Zároveň víme, že pro exponenciální stabilitu je potřeba aby póly přenosu  $W_{er}$  (2.23) byly obsaženy v oblasti  $\Re s \leq -c < 0$  a toto není možné splnit pro přenos s kladným relativním řádem.

Z tohoto důvodu se ke zpoždění zavádí *low-pass* filtr, který zanáší do modelu problému při sledování signálu na vysokých frekvencích a ztrácíme díky němu přesný vnitřní model. Pomáhá ale z hlediska stability, konkrétně se nastavuje jeho zesílení na nízké hodnoty tam, kde  $|1 - C(p)P(p)| > 1$ , aby došlo k zaručení podmínky stability (2.26). Druhou modifikací je přechod do diskretní domény ze spojitě. Níže je vidět schéma upraveného modelu.



Obrázek 5: Schéma Repetitive Compensatoru s filtrem  $Q$  ve zpětné smyčce.

Člen  $C(p)$  reprezentuje přenos regulátoru a člen  $Q(p)$  již zmíněný *low-pass* filtr, který posune póly systému pryč od imaginární osy. Podmínka stability přechází z tvaru (2.25) na tvar

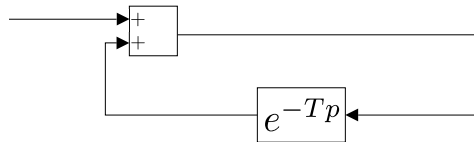
$$\|Q(p)(1 - C(p)P(p))\|_{\infty} < 1, \quad (2.26)$$

která vyjadřuje podmínku nezávislosti na zpoždění (tedy konečná dimenze). Tato podmínka je pro systémy v praktických úlohách náročná na splnění, a proto se od schématu na obrázku č.(5) přechází na schémata obsahující dopravní zpoždění zavedené ve zpětné vazbě, viz vysvětlení u obrázku č.(6).

Přechod do diskretní domény je kompromisem mezi stabilitou a schopností sledování referenčního signálu. Relativní řád přenosové funkce již není problémem, pokud dovolíme zpožděné sledování. Může ale nastat potíže při trackování mezi jednotlivými vzorky referenčního signálu, a proto je potřeba zavést nějaký rámec, který by toto chování kontroloval.

Důvodem této překážky je fakt, že většina referenčních signálů je zaváděna ve spojitě podobě a sledování je prováděno pouze v jednotlivých časových okamžicích a nedochází k němu mezi jednotlivými vzorky. Významnou roli pak hraje perioda vzorkování, kterou lze tento problém zmírnit, ale ne vyřešit.

Jak již bylo zmíněno výše v této kapitole, v některých případech (většinou u praktických systémů) se zavádí čisté dopravní zpoždění oproti obrázku č. (1) ve zpětné vazbě, jako je zobrazeno v následujícím schématu.



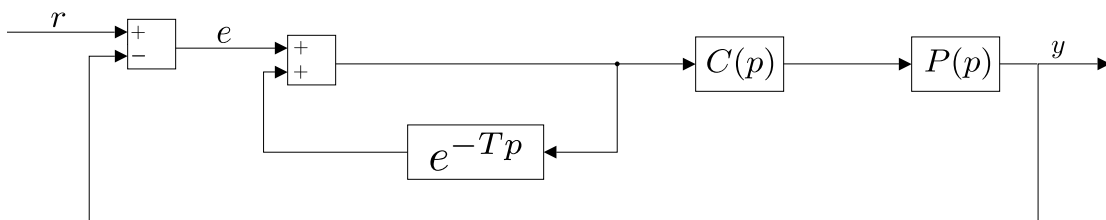
Obrázek 6: Schéma Repetitive Compensatoru v jiné variantě.

Přenos popisující tento systém je

$$q(p) = \frac{1}{1 - e^{-Tp}}, \quad (2.27)$$

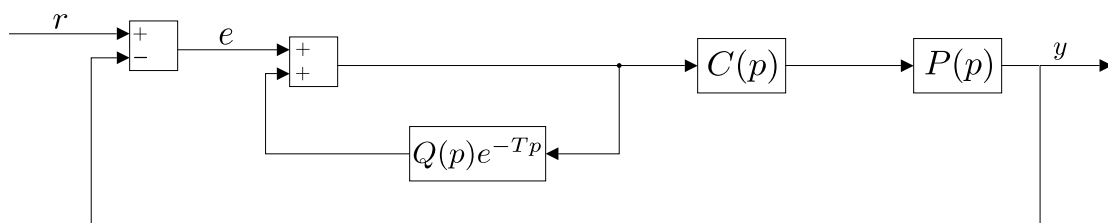
který má stejné póly jako přenos (2.22). Výhodou této realizace oproti variantě na obrázku č.(1) je zavedení menšího fázového zpoždění mezi vstupem a výstupem. Tento fakt je žádoucí v případě stability celé zpětnovazební smyčky.

Na následujícím obrázku je opět vidět nasazení Repetitive compensatoru do zpětnovazebního řízení jako na obrázku č.(2) s tím rozdílem, že dopravní zpoždění je zavedeno ve zpětné vazbě.



Obrázek 7: Zpětnovazební smyčka se zpožděním ve zpětné vazbě.

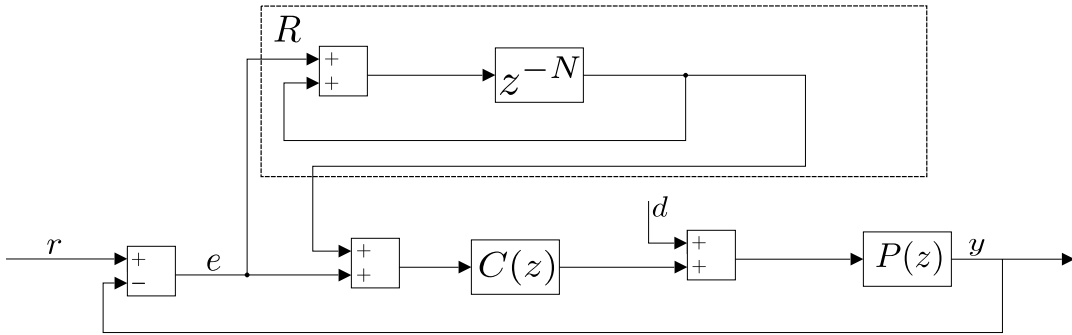
Opět se do modelu přidává filtr  $Q$  z důvodu snazšího zaručení podmínky stability.



Obrázek 8: Repetitive compensator s přidaným filtrem  $Q$ .

### 2.2.3 Zaručení stability tradičního RC

Tato sekce se zabývá zaručením podmínky stability Repetitive compensatoru ve zpětnovazební smyčce s působícím signálem poruchy  $d$ . Na obrázku níže můžeme vidět diskrétní implementaci známého přenosu minimálního systému odvozeného v kapitole (2.2.1) bez *low-pass* filtru  $Q$  (s filtry bude vysvětleno níže v textu). V porovnání s obrázky č.(1) a č.(6) se tradiční RC liší právě zmíněnou diskrétní implementací (přechod ze spojité oblasti) z důvodu snažší implementace čistého dopravního zpoždění, jelikož v číslicové variantě stačí buffer dat reprezentovaný jednorozměrným polem (ve spojité doméně nelze snadno realizovat analogovými prvky). Druhým rozdílem je změna sériové struktury generátoru modelu na paralelní, která bývá označována jako "add-on" nebo "plug-in". Zavádí se za účelem jednoduchého připojení a odpojení do regulační smyčky za běhu regulátoru, což může být využito k zapínání RC například jen v ustáleném stavu, aby nedocházelo ke změnám přechodového děje při velkých počátečních změnách reference.



Obrázek 9: Schéma tradičního RC se zpožděním.

Pro porovnání paralelní varianty RC a sériové (obrázek č.(7)) jsou níže vypsány přenosy vyjadřující dynamiku jednotlivých realizací, která je zaváděna do otevřené smyčky. Konkrétně pro paralelní variantu (obrázek č. (9)) se jedná o přenos dynamiky mezi levým rozdílovým členem produkujícím odchylku  $e$  a vstupem do bloku  $C(p)$ . V sériové variantě se jedná o přenos dynamiky reprezentující dopravní zpoždění ve zpětné vazbě.

#### 1. Paralelní varianta

$$\begin{aligned}
 M_p &= 1 + R = 1 + \frac{z^{-N}}{1 - z^{-N}} \\
 &= \frac{1 - z^{-N} + z^{-N}}{1 - z^{-N}} = \frac{1}{1 - z^{-N}}.
 \end{aligned}
 \tag{2.28}$$

2. Sériová varianta

$$M_s = \frac{1}{1 - e^{-Tp}}. \quad (2.29)$$

S respektováním spojitě a diskrétní realizace dopravního zpoždění je zde vidět, že obě varianty zavádí do otevřené smyčky stejnou dynamiku.

Z modelu č.(9) vyjádříme regulační odchylku  $e$ , pro kterou dostaneme vztah

$$\begin{aligned} e &= (I + CP(I + R))^{-1}(r - Pd) \\ &= (I + TR)^{-1}(I + CP)^{-1}(r - Pd), \end{aligned} \quad (2.30)$$

ze kterého lze vyjádřit následující členy

$$\begin{aligned} S_R &= (I + TR)^{-1} - \text{tvarovací citlivostní funkce} \\ S &= (I + CP)^{-1} - \text{citlivostní funkce} \end{aligned} \quad (2.31)$$

Po dosazení dostaneme finální vztah pro regulační odchylku  $e$

$$e = S_R S (r - Pd), \quad (2.32)$$

kde člen  $r$  je referenční signál,  $d$  vyjadřuje signál působící poruchy a člen  $R$  popisuje přidaný 'Compensator'. Přenos  $S$  je citlivostní funkcí systému bez přidaného RC, kterou využijeme pro určení komplementární citlivostní funkce  $T$  jako  $T = I - S = CP(I + CP)^{-1}$ .

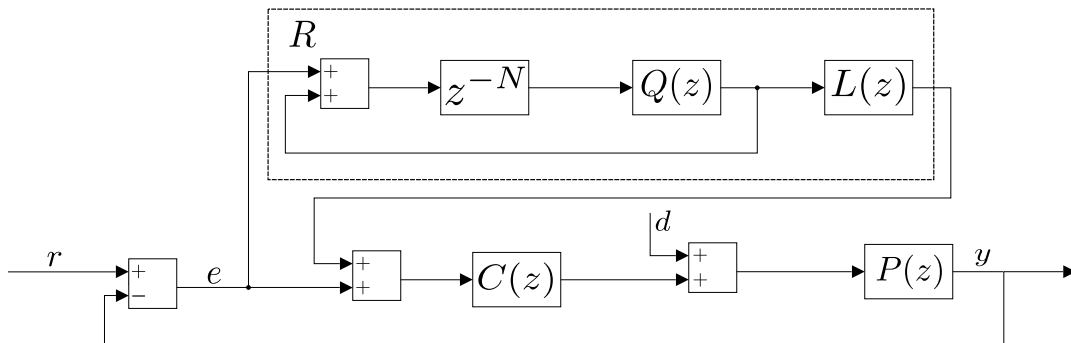
Předpokládáme, že funkce  $S$  a  $T$  jsou stabilní, což vyplývá z návrhu přenosu regulátoru  $C$ . Jak již bylo zmíněno, přenos  $S_R$  je označován jako tvarovací citlivostní funkce, u které požadujeme zaručení stability. Při jejím vyjádření dostaneme tvar

$$S_R = \frac{1}{1 + TR} = \frac{1}{1 + T\left(\frac{z^{-N}}{1 - z^{-N}}\right)} = \frac{1 - z^{-N}}{1 - z^{-N}(1 - T)}. \quad (2.33)$$

S využitím Nyquistovy teorie stability bude přenos  $S_R$  stabilní tehdy a jen tehdy, pokud Nyquistova charakteristika přenosu  $z^{-N}(1 - T)$  nebude obkružovat kritický bod  $j = [-1, 0]$  a zároveň ním ani nebude procházet. Pokud by tyto dvě podmínky nebyly splněny, byl by systém nestabilní (pokud by obkružoval kritický bod) a nebo by byl na mezi stability (procházel by kritickým bodem).

Protože přenos  $|1 - T| > 1$  pro některé frekvence a člen  $z^{-N}$  pouze otáčí fázi o  $360^\circ$ , bude docházet k obkličování bodu  $j$  a tím i k nestabilitě celého systému. Proto se zavádí opět robustní filtr  $Q$  a učící se filtr  $L$  viz obrázek níže. Důvod přidání filtru  $Q$  byl popsán v předchozí kapitole.

Filtr  $L$  se přidává za účelem rozšíření pásma frekvencí, kde může být  $Q$  roven jedné. Tím může být zlomová frekvence filtru  $Q$  na vyšších frekvencích a může docházet ke kompenzaci více harmonických složek.



Obrázek 10: Schéma tradičního RC se zpožděním a zavedenými filtry  $Q$  a  $L$ .

Přenos  $S_R$  přechází pro toto schéma na tvar

$$S_R = \frac{1 - z^{-N}Q(z)}{1 - z^{-N}Q(z)(1 - T(z)L(z))}. \quad (2.34)$$

Pokud budeme stále uvažovat stabilitu citlivostní a komplementární citlivostní funkce, potom bude funkce  $S_R$  stabilní pro libovolnou periodu  $N$  právě tehdy, když bude splněna podmínka

$$|z^{-N}Q(z)(1 - T(z)L(z))| < 1, \forall N, z = e^{i\omega}, \omega \in [0, 2\pi] \quad (2.35)$$

V případě, že je filtr  $L = 1$ , redukuje se předchozí vztah na tvar

$$|z^{-N}Q(z)(1 - T(z))| < 1, \forall N, z = e^{i\omega}, \omega \in [0, 2\pi], \quad (2.36)$$

ze kterého plyne, že  $S_R$  bude stabilní pouze na oblasti frekvencí, kde  $|S| < 1$ . Jedná se tedy o oblast šířky pásma uzavřené smyčky. Z tohoto důvodu se přidává filtr  $L$ , jak bylo popsáno výše, který zavádí vhodný fázový předstih a je schopen toto pásmo rozšířit. Regulátor je proto schopen kompenzovat harmonické poruchy na takových frekvencích, kde je model systému známý a dobře realizovatelný.

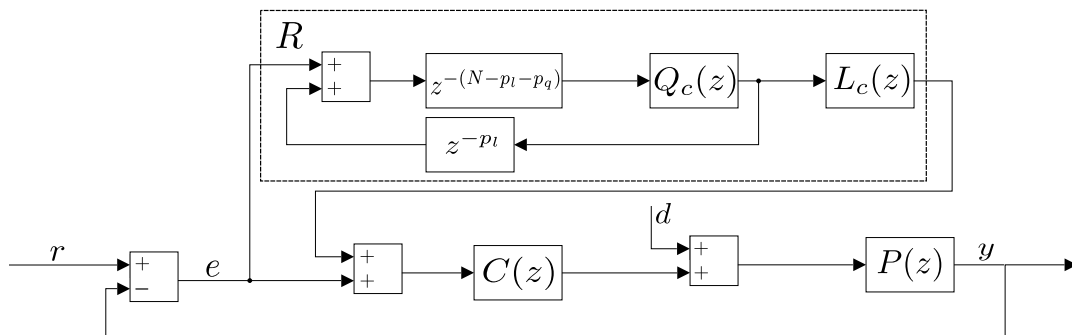
### 2.2.4 Implementace filtrů $Q$ a $L$

Jak bylo odvozeno výše, pro zajištění stability funkce  $S_R$  je potřeba vytvořit filtry  $L$  a  $Q$ . Učíci se filtr  $L$  navrhujeme jako inverzi komplementární citlivostní funkce, tzn.  $L = T^{-1}$ . Při návrhu mohou ovšem nastat dva problémy. Zaprvé, pokud bude funkce  $T$  neminimálně fázová, potom je její inverze nestabilní. A zadruhé může mít komplementární citlivostní funkce kladný relativní řád (rozdíl stupně jmenovatele a stupně čitatele), z čehož vyplývá že její inverze bude mít relativní řád záporný a to způsobí nekauzalitu funkce (takový přenos je v realitě, a tedy i v Simulinku nerealizovatelný). V těchto případech můžeme využít například ZPETC metody (pro případ neminimálně fázové přenosové funkce  $T$ ) a nebo diskrétního časového zpoždění (pro přenosovou funkci  $L$  se záporným relativním řádem).

Filtr  $Q$  navrhujeme tak, aby byla splněna podmínka  $|Q(z)(1 - T(z)L(z))| < 1, \forall z = e^{i\omega}, \omega \in [0, 2\pi]$ . Pokud bude filtr  $Q \neq 1$  ( $|Q| \neq 1$ ), potom dochází k nedokonalému sledování požadované hodnoty. Jako řešení se obvykle využívá nekauzální low-pass filtr s nulovou fází.

### 2.2.5 Implementace nekauzálních filtrů $Q$ a $L$

Jelikož může nastat situace, že filtry  $Q$  a  $L$  budou nekauzální, dá se využít diskrétního dopravního zpoždění pro jejich úpravu viz následující schéma.



Obrázek 11: Schéma tradičního RC s nekauzálními filtry  $Q$  a  $L$ .

Filtr  $L$  můžeme rozšířit o  $p_l$  o pólů v nule (filtr  $Q$  o  $p_q$  pólů), což znamená přidání čistého dopravního zpoždění přenosu. Přidáme jich tolik, kolik je potřeba na doplnění relativního řádu přenosů na hodnotu nula. O tolik pólů ( $p_l$ ,  $p_q$ ) se zkrátí hlavní dopravní zpoždění v horní větvi schématu, ale zároveň se musí přidat do spodní větve, aby se nerozhodila celá RC část (posun nul). Tento proces je aplikovatelný pouze pokud platí  $p_l + p_q \leq N$  a zároveň musí být implementovaný v diskrétní formě, jelikož ve spojitém případě má dopravní zpoždění nekonečný řád.

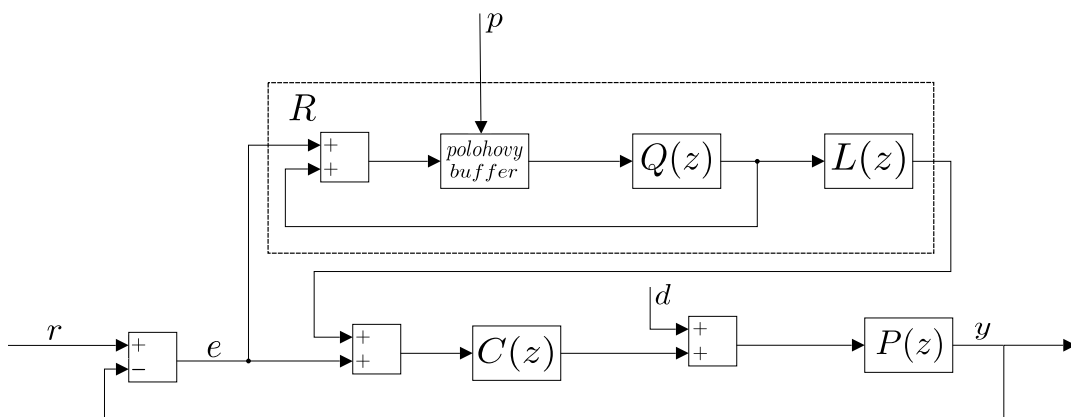


## 2.2.6 Polohový Repetitive Control

Polohovací systémy s sebou přináší ve většině případů poruchy v oblasti polohování, ve které jsou periodické. V oblasti časové ovšem periodické nejsou. Z tohoto důvodu se zavádí Repetitive Control (v polohové doméně), který je schopen tlumit rušivé vlivy s měnící se periodou. Hlavním úkolem polohového RC je inicializování bufferu dat pro ukládání hodnot z oblasti polohy namísto času, respektive transformování signálů z časové domény do polohové, což zahrnuje následující aspekty:

1. Jednotlivá pozorování v polohové oblasti se stávají ne-ekvidistantními oproti oblasti časové (rovnoměrně vzorkované) v důsledku změn v rychlosti.
2. Ukládání aktuálního vzorku polohy do bufferu dat vyžaduje jeho nekonečně velkou paměť z důvodu přerušovaných polohových pozorování.
3. Pro vyhodnocení bufferu na aktuální pozici je potřeba dalšího vyhodnocovacího procesu.

Na obrázku níže je vidět schéma polohového Repetitive Control systému. Od tradičního RC se liší pouze polohovým bufferem dat.

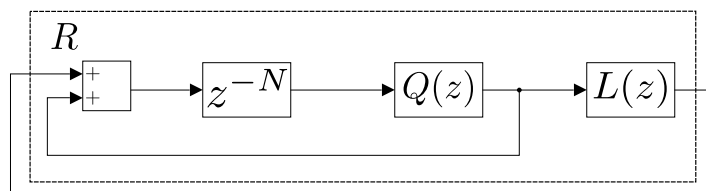


Obrázek 12: Schéma polohového RC.

### 2.2.7 Realizace polohového bufferu dat

Jak bylo již výše napsáno, schéma polohového RC se liší od tradičního pouze polohovým bufferem dat, a proto nastavení filtrů  $Q$  a  $L$  je shodné jako v sekci (2.2.4). V této kapitole se tedy zaměříme na sestavení bufferu dat s cílem kompenzace poruchy.

V tradičním RC se buffer dat skládá z klasického zpoždění realizovaného v diskretní formě, jak můžeme vidět níže.



Obrázek 13: Buffer dat realizovaný diskretním zpožděním.

Číslo  $N$  odpovídá celočíselnému násobku periody signálu poruchy s uvažováním vzorkovací frekvence. V tomto případě je zápis aktuálního vzorku  $k$  do bufferu dat závislý na předchozím vzorku  $k - N$  podle vztahů

$$\begin{aligned} l(k) &= e(k) + z^{-N}l(k) \\ &= e(k) + l(k - N). \end{aligned} \tag{2.37}$$

Tento jednoduchý algoritmus umožňuje bufferu se naučit periodický signál s následnou schopností kompenzace poruchy za předpokladu, že porucha působí s periodou  $N$  a nemění se. Při splnění této podmínky je RC schopen snížit hodnotu regulační odchylky na nulu.

V případě změny periody  $N$  v průběhu času (v důsledku změn rychlosti) není dostačující jít  $N$  vzorků zpět, jelikož  $N$  v tomto případě neodpovídá jedné periodě poruchy. Pro tento případ se zavádí vyrovnávací paměť v polohové oblasti pro zápis aktuální hodnoty získané na základě předchozí hodnoty z konkrétní pozice. Tento způsob umožňuje extrapolaci dat z bufferu do časové domény pro měnící se rychlosti.

Velikost bufferu vychází z požadavku ukládaných hodnot. Jelikož zápis aktuální hodnoty do bufferu závisí na hodnotě staré přesně jednu periodu, je potřeba ukládat pouze hodnoty z jedné periody. To nám nastavuje velikost paměti na jednu periodu, po které mohou být data přepsána. Pro vyjádření přesného čísla velikosti je využít vzorec

$$N_{min} = \frac{p_{per}}{\dot{p}_{min}} f_s, \quad (2.38)$$

kde  $p_{per}$  v radiánech je perioda v polohové oblasti, takže  $2\pi$  radiánů. Člen  $\dot{p}_{min}$  vyjadřuje nejmenší rychlost stroje v  $rad/s$  a je zvolena proto, protože generuje nejvíce vzorků za jednu periodu. Proměnná  $f_s$  je vzorkovací frekvence.

Nyní budou vysvětleny zmíněné algoritmy pro čtení a zápis do bufferu dat. Pro tyto kroky je potřeba:

1. Aktuální pozice  $p_{cur}(k)$ , která je uložena do paměti na vzorek  $k$ , a která se může vyskytnout libovolně na intervalu  $p_{cur} \in [0, 2\pi)$ .
2. Hodnota jednu periodu stará  $p_{prev}$  pro zápis nové hodnoty  $l$  do bufferu dat, která v něm ovšem nemusí být obsažena a je nutné ji odhadnout na základě sousedních pozorování.

Při uvážení aktuální pozice  $p(k)$ , velikosti bufferu  $N_{min}$  (2.2.7), proměnné vyjadřující jednu periodu  $p_{per}$ , regulační odchylky  $e(k)$  a zavedeného časovače  $i = 1$  se paměť dat aktualizuje každý krok  $k$  podle následujících bodů:

1. Mapuje se člen  $p(k)$  na interval  $p \in (0, p_{per}]$  podle vztahu

$$p_{cur}(k) = mod(p(k), p_{per}) \quad (2.39)$$

kde  $mod$  vyjadřuje operátor modulo.

2. Zapiše se hodnota  $p_{cur}(k)$  do bufferu na index  $i$ .
3. Hledá se jednu periodu starý index  $i_{prev}$ .
4. Zjistí se hodnota na tomto indexu

$$l_{prev} = buffer(i_{prev} + n_l + n_q), \quad (2.40)$$

kde členy  $n_l$  a  $n_q$  vyjadřují zavedené zpoždění od filtrů  $L$  a  $Q$ . Pokud  $p(k) < p_{per}$ , pak  $l_{prev} = 0$ .

5. Zapiše se nová hodnota do bufferu

$$l(k) = l_{prev} + \alpha e(k) \quad (2.41)$$

na index  $i$ , kde  $\alpha \in (0, 1]$  je učící parametr.

6. Aktualizuje se časovač  $i$

- pokud  $i \leq N_{min}$ , pak  $i = i + 1$
- pokud  $i = N$ , pak  $i = 1$

a zopakuje se postup od kroku (1).

Parametr  $\alpha$  ovlivňuje algoritmus tak, že může být méně citlivý na neopakující se chyby.

V praxi se může stát, že aktuální hodnota  $p(k)$  není v bufferu dat obsažena, ale vyskytuje se mezi dvěma hodnotami a nelze proto určit hodnotu  $l_{prev}$  pro následný výpočet  $l(k)$ . Z tohoto důvodu je využita lineární interpolace. Vyhodnotí se  $p_{cur}$  podle (2.39) a najdou se indexy  $i_{prev}^{-1}$  a  $i_{prev}^{+1}$ . Dále se postupuje podle kroků níže.

1. Určí se hodnoty z bufferu na nejbližších indexech

$$\begin{aligned} p_{prev}^{-1} &= \text{buffer}(i_{prev}^{-1}) \\ p_{prev}^{+1} &= \text{buffer}(i_{prev}^{+1}) \end{aligned} \quad (2.42)$$

a vypočítá se parametr  $\beta$

$$\beta = \frac{|p_{cur}(k) - p_{prev}^{-1}|}{|p_{prev}^{+1} - p_{prev}^{-1}|}. \quad (2.43)$$

2. Získají se hodnoty bufferu

$$\begin{aligned} l_{prev}^{-1} &= \text{buffer}(i_{prev}^{-1}) \\ l_{prev}^{+1} &= \text{buffer}(i_{prev}^{+1}) \end{aligned} \quad (2.44)$$

s následným použitím lineární interpolace pro získání odhadu hodnoty  $p_{cur}(k)$

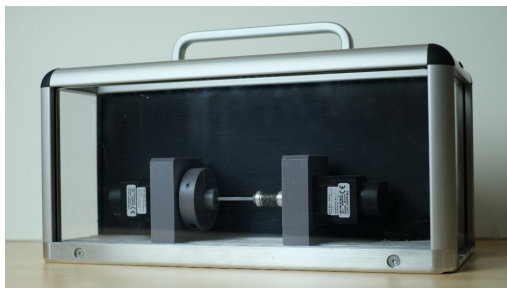
$$\hat{l}_{prev} = (1 - \beta)l_{prev}^{-1} + \beta l_{prev}^{+1}. \quad (2.45)$$

3. Provede se krok (5) s uvážením  $l_{prev} = \hat{l}_{prev}$ .

## 2.3 Mechatronický stand

### 2.3.1 Popis mechatronického standu

Fyzikální model o rozměrech 40 (D) x 20 (Š) x 19 (V) [cm] a hmotnosti necelých 8 kg se skládá ze dvou částí. První část je mechanická a je zobrazena na následujícím obrázku.

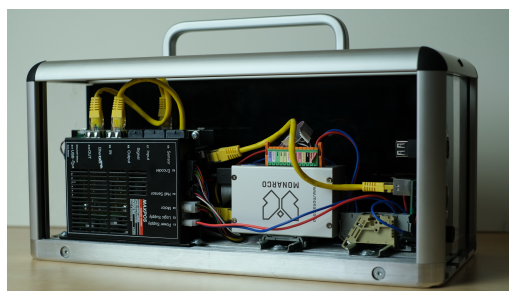


Obrázek 14: Mechanická část mechatronického systému.

Tento úsek obsahuje systém rotorů stojících na pevné desce s kolejkami, které slouží ke konfiguračním a konstrukčním úpravám. Na podložce jsou umístěny základní pilíře z materiálu PLA (Polylactic acid) nesoucí pohyblivé části, jako je vidět na obrázku. Odlišnost materiálu pilířů a desky snižuje vzájemný přenos vibrací. Mechanická část dále obsahuje příslušné řídicí jednotky motorů.

Systém rotorů se skládá ze dvou servomotorů typu BLDC se snímači polohy spojených torzní hřídelí a pružnou spojkou, jejíž schopností je eliminace axiální nesouososti připojených hřídelí. Díky tomuto typu spojení nedochází k zavádění žádných vůlí, což je z hlediska přesného řízení pohybu důležité. K hřídeli motoru je přímo připojen setrvačnický umožňující měnit setrvačnost zatížení a zároveň zachovat pružnost hřídele.

Druhá polovina systému (obrázek č. (15) ) umožňuje softwarové řízení. Tato řídicí sekce zahrnuje jednodeskový počítač Raspberry Pi a zařízení Monarco. Celý systém je ovládán SW REXYGEN, který poskytuje prostředí pro rychlé real-time řídicí prototypování.



Obrázek 15: Řídicí část mechatronického systému.

### 2.3.2 Dynamika rotorů

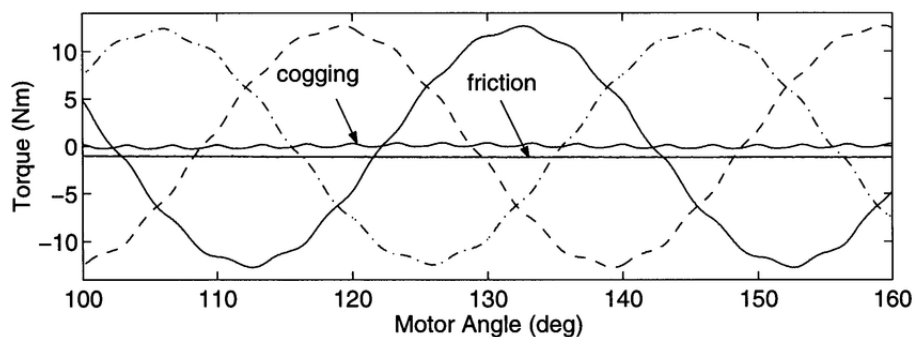
Dynamika rotorů je oblast aplikované mechaniky zaměřená na chování rotujících systémů zahrnující jevy jako například: vibrace, rezonance, vyvážení a stabilita. Tento obor se stal během posledních let ještě důležitějším, jelikož zvyšování rychlosti strojů a jejich účinnosti přinesly vedlejší problémy uvedené v následujícím odstavci.

Rotující zařízení vykazují určitou míru vibrací s ohledem na konstrukci mechanismu. Lehká závada může zapříčinit vyvolání či zesílení vibračních signálů se schopností změny funkce systému. Dalším předmětem dynamiky rotorů jsou kritické otáčky, které nastávají při jejich shodě s vlastní frekvencí rotoru. Z tohoto důvodu je nutná minimalizace rotační nevyváženosti a vnějších vlivů, které by mohli vést k rezonanci. Může také docházet ke kmitavému pohybu (kmitání) při nevyváženosti rotoru. Častým typem je radiální kmitání ve směru kolmém na osu otáčení. Může ale také docházet k pružným deformacím podél osy rotoru.

V následujících kapitolách budou popsány zdroje periodického signálu poruchy vyskytující se na popsaném mechatronickém standu (2.3.1).

### 2.3.3 Aretační moment (Cogging torque)

Aretační moment je jeden ze zdrojů vzniku periodických poruch. Vzniká v důsledku interakce mezi permanentními magnety rotoru a drážkami statoru stroje s permanentním magnetem. U motorů je aretační moment nežádoucí složkou, protože vede k nerovnoměrnému chodu systému, především u otáček nízkých rychlostí. Naopak u vysokých rychlostí je schopen moment setrvačnosti motoru potlačit či odfiltrovat efekt a účinky tohoto aretačního momentu, který je polohově závislý a periodický. Jeho perioda se odvíjí od počtu magnetických pólů a počtu "zubů" statoru. Na obrázku níže je vidět průběh aretačního momentu v závislosti na úhlu motoru. Lze sledovat zvlněný signál výstupního momentu motoru jako důsledek zmíněného aretačního momentu, což může vést k nerovnoměrné funkci systému.



Obrázek 16: Zobrazení průběhu aretačního momentu.

Jako perioda tak i síla aretačního momentu závisí na počtu magnetických pólů, ale i na magnetické síle permanentního magnetu. Například pro dvoupólový motor se třemi cívkami a pólovými deskami je vztah mezi magnety a těmito deskami nelineární, což vede k pouze malému aretačnímu momentu v porovnání se lineárními vztahy (čtyřpólový motor se šesti cívkami a pólovými deskami). Síla může být také tím menší, čím je větší vzduchová mezera mezi permanentním magnetem a pólovou deskou. Mezi další vlivy se řadí velikost magnetu a pólových desek.

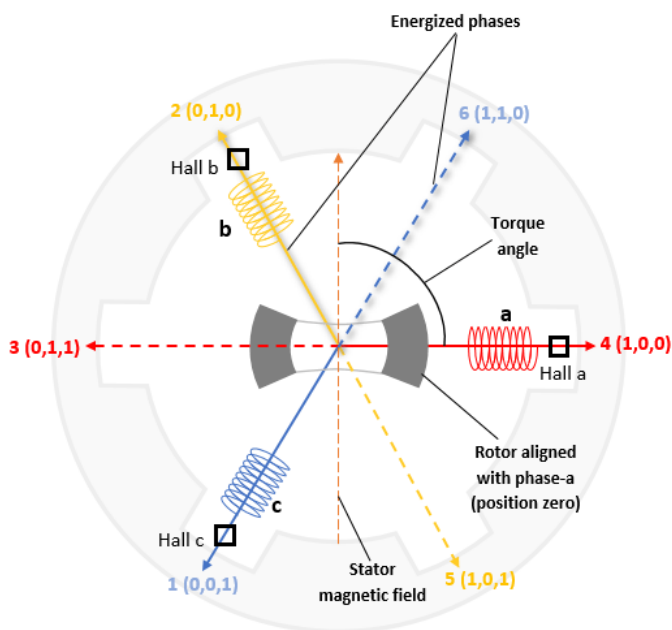
Aretační moment může být tlumen například uspořádáním drážek statoru s drobným skosením, což způsobí plynulejší přechod mezi drážkami a okraji magnetů (přechody již nejsou rovnoběžné).



### 2.3.4 Elektronická komutace motoru

Elektronická komutace stejnosměrných motorů představuje proces zapínání a vypínání statorového vinutí podle natočení rotoru. Tato schopnost poskytuje dosahování momentu při libovolných otáčkách a tím zaručí možnost práce stejnosměrných motorů v širokém rozsahu otáček. Název vychází z mechanického komutátoru představující rotující část motoru. Skládá se z lamel a k nim připojených vývodů cívek vinutí kotvy vytvářející dutý válec, který je elektricky spojený s hřídelí motoru. Hlavní funkcí komutátoru je změna kmitočtu proudu kotvy nebo napájecí sítě a je schopen přivádět do kotvy proud.

S pokrokem v oblasti elektroniky se přešlo na elektrickou komutaci využívanou v bezkartáčových stejnosměrných (BLDC) motorech. Jak již bylo výše uvedeno, elektronická komutace spíná proud vinutím, a to na základě kombinace magnetů, senzorů a elektronických zařízení. V porovnání s mechanickým komutátorem plní stejnou funkci, ale bez fyzického kontaktu. Takzvaný sensorový magnet, který společně s permanentním magnetem tvoří rotor motoru, spíná Hallovy senzory, které detekují polohu hřídele a řídicí jednotka má možnost přepínat proud do jednotlivých vinutí (tvoří s Hallovými senzory stator motoru) ve vhodných časových okamžicích. BLDC motory proto mohou pracovat bez tření, v tichém režimu a také bez uvolňování uhlíkového prachu. Pro lepší představu je zde uveden obrázek.



Obrázek 17: Fázory magnetického pole statoru spolu s jejich výchozí Hallovou posloupností.

Elektronická komutace je také jeden z důvodů vzniku periodických poruch systému. Jednou z příčin je fakt, že při provozu BLDC motorů za nízkých otáček dochází k mírným vibracím, které se při vyšších rychlostech zmenšují. Dalším důvodem je existence vlastní frekvence vibrací těchto motorů, která se může shodovat s frekvencí vibrací těla tělesa nebo plastové konstrukce, což může zapříčinit vznik rezonance.

### 2.3.5 Torzní vibrace elektromechanických systémů

V předchozích kapitolách byly popsány dva důvody vzniku periodických poruch u popisovaného mechatronického standu. Dalším důvodem jsou torzní vibrace. Jsou to úhlové vibrace, které se v rotorové soustavě vyskytují okolo osy hřídele. V důsledku těchto vibrací dochází u systémů ke kolísání rychlosti otáček a ke kroucení jednotlivých částí hřídele při otáčivém pohybu stroje.

Torzní vibrace vznikají na základě superpozice úhlových kmitů podél celé hřídele, motorů a pružné spojky. V porovnání s jinými formami vibrací mají výraznější vlivy (destrukční) při nižších rychlostech, než by tomu bylo například u ohybových módů. Je to protože modul tuhosti konstrukčních materiálů je menší přibližně než polovina modulu pružnosti. V důsledku torzních vibrací může také docházet k většímu opotřebením pružných spojů, ozubených kol a také k problémům se synchronizací, což může vést ke snížení výkonu systému.

## 3 Praktická část

### 3.1 Známý signál poruchy

Tato sekce se zabývá odhadem a analýzou signálu působící poruchy na systém, který je známý a předem implementovaný pro možnost ověření funkčnosti výpočtů. Hlavním úkolem je získání dominantních frekvencí a příslušných amplitud pro možnost rekonstrukce daného signálu v případě, kdy bude předem neznámy. Pro aplikaci tohoto procesu byl vytvořen simulační model uzavřené smyčky pro obdržení potřebných přenosů a výstupních signálů.

### 3.1.1 Návrh a implementace PI regulátoru

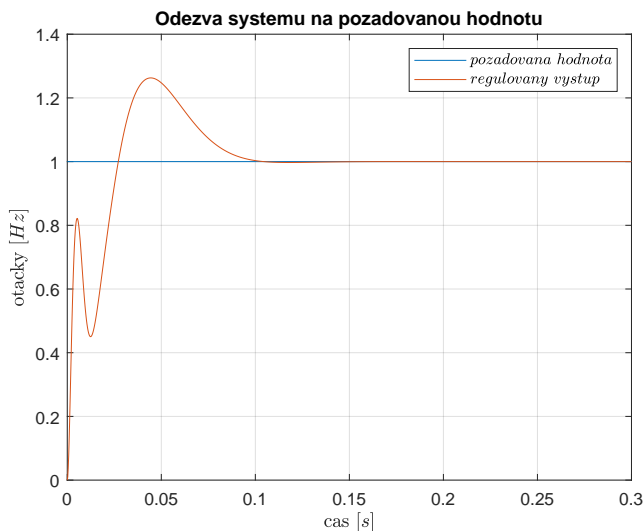
Na základě identifikace systému byl odvozen přenos popisující dynamiku soustavy pohonu a pružné zátěže, ve které se využívá třífázového BLDC motoru

$$P = \frac{2.9383e06(s^2 + 1.869s + 1.419e04)}{(s + 823.4)(s + 1.706)(s^2 + 12.45s + 6.92e04)}. \quad (3.1)$$

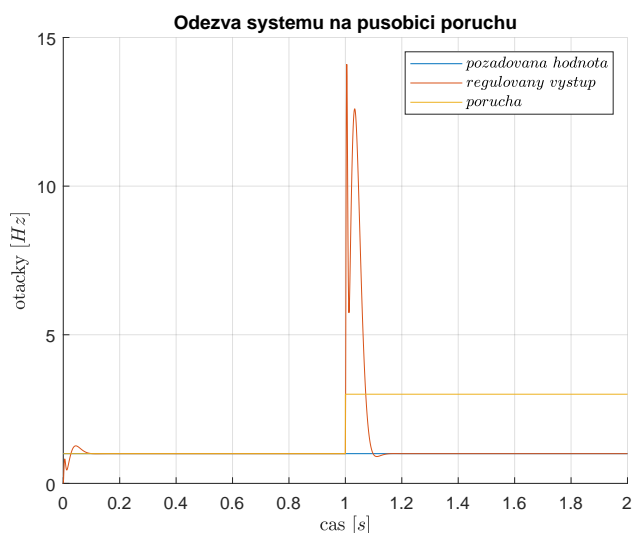
Vstupem systému je moment a výstupem generované otáčky motoru. Pro tento systém byl navržen PI regulátor se snahou o maximální šířku pásma při standardních požadavcích na bezpečnosti ve stabilitě vyjádřený přenosem

$$C = \frac{(0.1151(s + 30.38))}{s}. \quad (3.2)$$

Na obrázcích níže je vidět odezva systému na požadovanou hodnotu (nastavena na jednu otáčku motoru za sekundu) a odezva systému na poruchu působící v čase 1 sekunda. Na obrázcích níže jsou vidět funkce PI regulátoru.



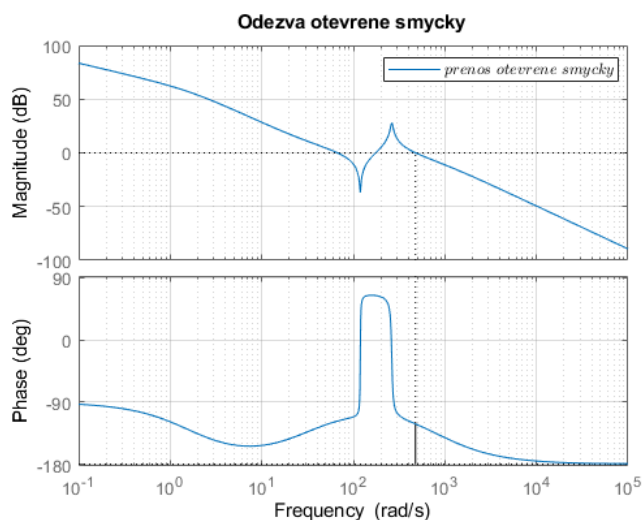
Obrázek 18: Odezva systému na požadovanou hodnotu.



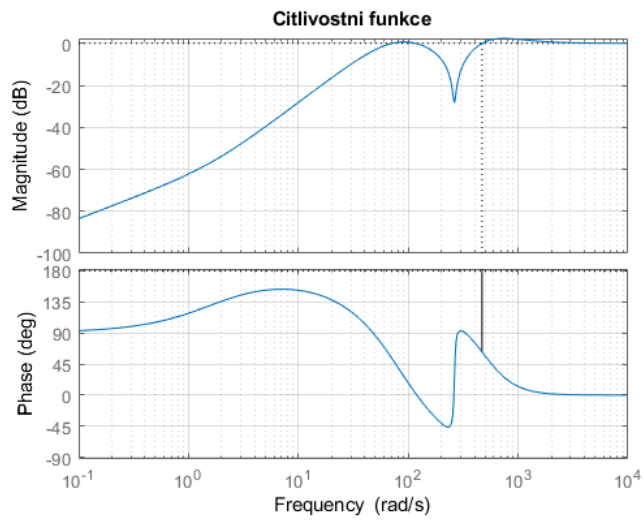
Obrázek 19: Odezva systému na poruchu působící v čase 1 sekunda.

Můžeme vidět rychlou odezvu na přechodový děj a působící poruchu, což byly požadované vlastnosti navrhovaného regulátoru.

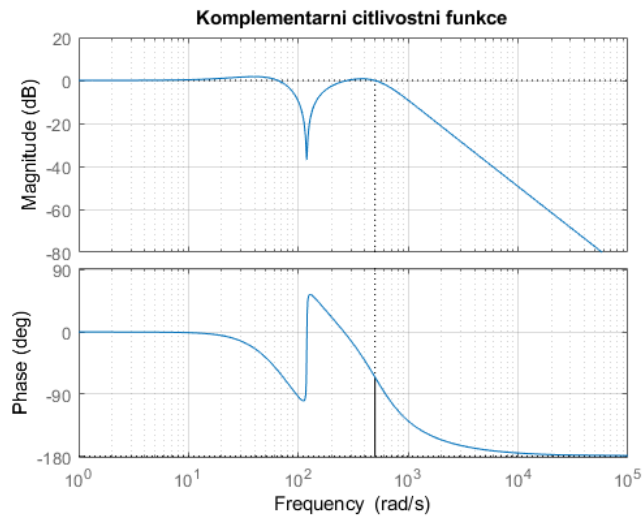
Pro přesnější analýzu systému s PI regulátorem je zde vykreslen Bodeho diagram otevřené smyčky systému, citlivostní a komplementárně citlivostní funkce.



Obrázek 20: Odezva otevřené smyčky systému - Bodeho diagram.



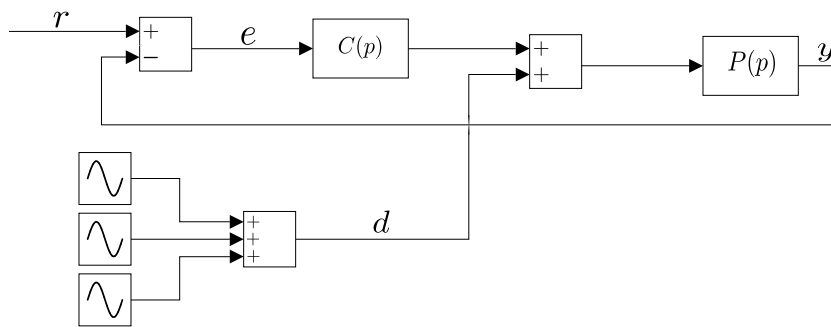
Obrázek 21: Citlivostní funkce systému.



Obrázek 22: Komplementární citlivostní funkce systému.

### 3.1.2 Sestavení simulačního modelu

Následným krokem bylo sestavení simulačního schématu pro získání výstupních signálů potřebných pro odhad signálu poruchy. Na obrázku níže je vidět zmíněný model se zpětnovazebním řízením a působícím signálem poruchy.

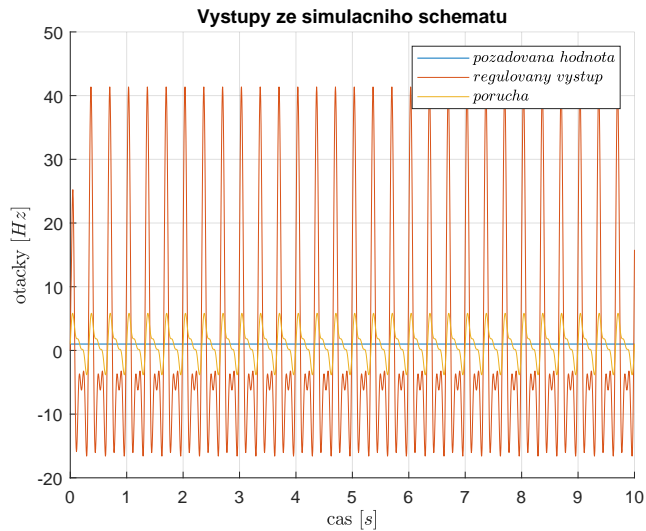


Obrázek 23: Simulační model systému.

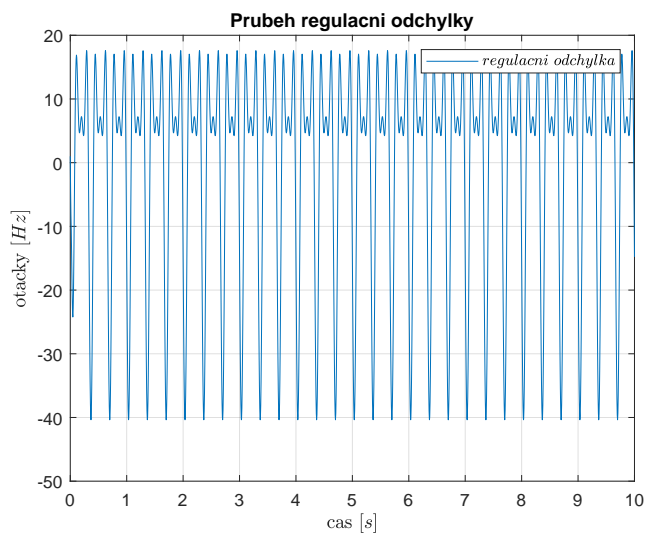
Přenos  $C(p)$  reprezentuje regulátor a člen  $P(p)$  přenos vyjadřující reálný systém.



Na základě simulace byly získány výstupní signály zároveň s regulační odchylkou pro analýzu vlivu sestrojeného regulátoru na signál poruchy.



Obrázek 24: Výstupy ze simulace systému.

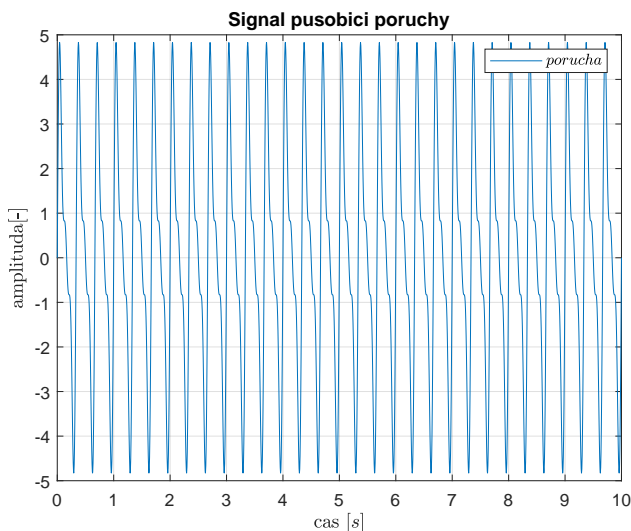


Obrázek 25: Průběh regulační odchylky.

Z obrázků je vidět, že regulátor nedokáže potlačit působící periodickou poruchu a regulovaný výstup nesleduje požadovanou hodnotu, ale periodicky na ni reaguje. Podobně se chová i regulační odchylka, která má nenulovou hodnotu a nedochází k přibližování k nulové hodnotě.

### 3.1.3 Zpracování signálů a analýza frekvenčního spektra poruchy

Působící signál poruchy na model byl reprezentován součtem tří funkcí sinus. První se základní frekvencí 3  $Hz$  a amplitudou 3. Zbylé dvě o frekvenci celočíselných násobků hlavní frekvence, čili 6 a 9  $Hz$  o amplitudách 2 a 1. Na obrázku níže je vidět signál působící poruchy.



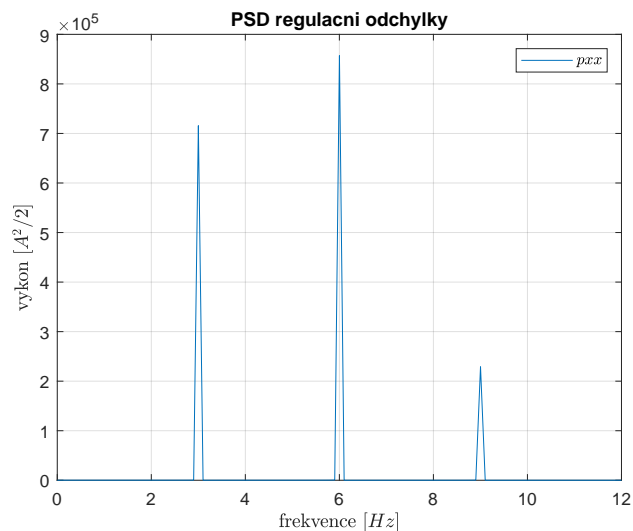
Obrázek 26: Působící signál poruchy.

Pro odhad signálu poruchy byl využit vztah mezi signálem regulační odchylky a přenosem vstupní citlivostní funkce  $PS$  ve frekvenční oblasti ve tvaru

$$D(j\omega) = PS(j\omega)^{-1} \cdot E(j\omega). \quad (3.3)$$

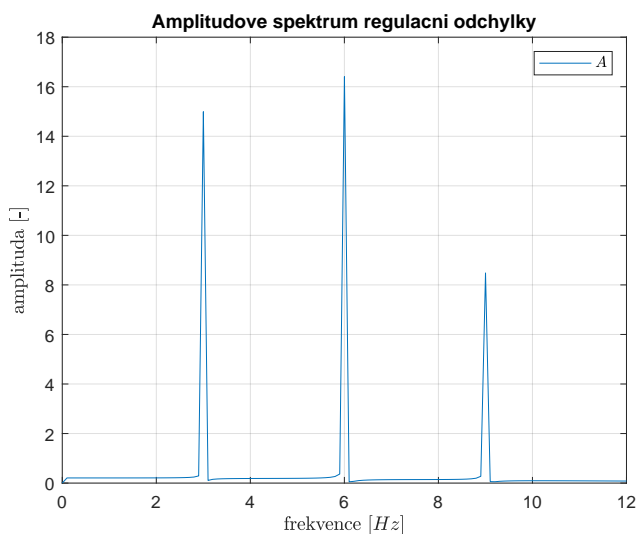
Přenos  $PS$  je vyjádřený:  $PS = P \cdot S$ , kde  $P$  je přenos popisující systém a  $S$  je přenos citlivostní funkce vypočítané jako:  $S = \frac{1}{1+F_o}$ , kde  $F_o$  reprezentuje přenos otevřené smyčky jako součin přenosu systému a regulátoru.

K získání obrazu regulační odchylky  $E(j\omega)$  byl použit příkaz *periodogram*, který vrací výkonovou spektrální hustotu (PSD) společně s normalizovanou frekvencí v jednotkách  $rad/s$ . Parametrem této funkce byl signál regulační odchylky a jeho délka ( $L$ ), která způsobí znormování na frekvenční ose z důvodu odstranění vlivu periody vzorkování na celkovou úroveň grafu. Na obrázku je vidět PSD v závislosti na frekvenci v jednotkách  $Hz$ .



Obrázek 27: PSD regulační odchylky.

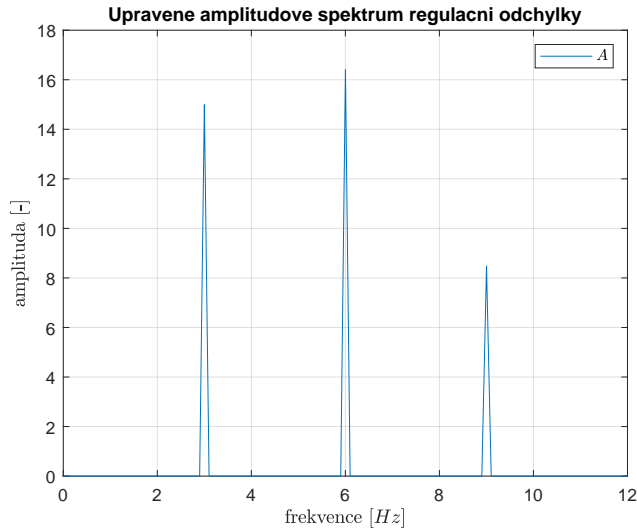
Jelikož je výkonová spektrální hustota počítána na základě amplitudy signálu podle vztahu  $pxx = A^2/2$ , amplitudové spektrum se vyjádří jako  $A = \sqrt{pxx \cdot 2}$ . Protože bylo PSD znor-mováno šířkou signálu na frekvenční ose, bylo nutné vztah pro výpočet amplitud upravit do tvaru:  $A = \sqrt{pxx \cdot 2 \cdot 2\pi/L}$ .



Obrázek 28: Amplitudové spektrum regulační odchylky.

Na obou předešlých obrázcích je vidět základní frekvence a její celočíselné násobky působícího signálu poruchy, které souhlasí se zavedeným signálem. Aby nedocházelo k nepřesnostem při

zobrazení vypočítaného amplitudového spektra signálu poruchy, bylo amplitudové spektrum regulační odchylky upraveno tak, aby se zachovaly hodnoty pouze na již zmíněných frekvencích a na ostatních frekvencích byly nulové, jak je vidět níže na obrázku.

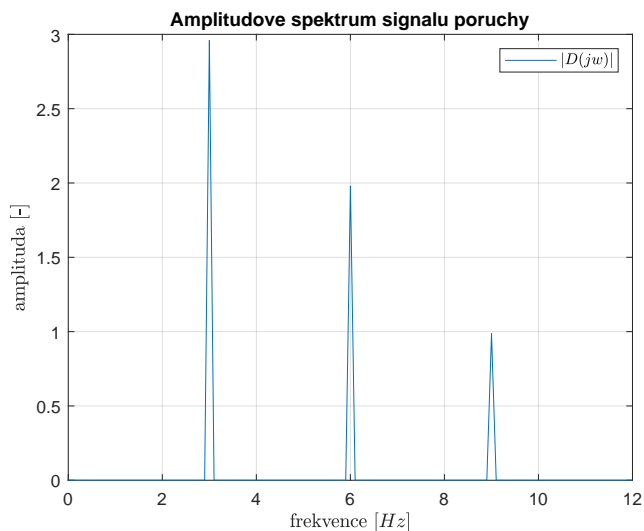


Obrázek 29: Upravené amplitudové spektrum regulační odchylky.

Pro vyhodnocení frekvenční odezvy přenosu  $PS$  na stejných frekvencích jako bylo vypočítáno PSD regulační odchylky se využila funkce  $freqresp$ . Prvním parametrem tohoto makra je přenos a druhým již zmíněné frekvence v jednotkách  $rad/s$ . Z této frekvenční odezvy se vzala pouze absolutní hodnota, jelikož nás zajímá pouze amplituda a ne fáze. Získalo se tak amplitudové spektrum přenosu  $PS$  označené jako  $|PS|$ , které bylo následně využito k získání amplitudového spektra signálu poruchy ( $D$ ) podle vztahu

$$D = A./|PS|, \quad (3.4)$$

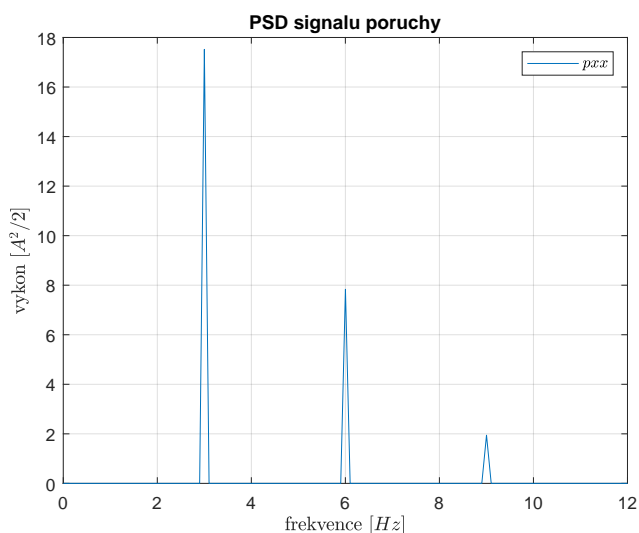
kde člen  $A$  vyjadřuje amplitudové spektrum regulační odchylky. Na obrázku níže je vykresleno amplitudové spektrum poruchy.



Obrázek 30: Amplitudové spektrum signálu poruchy.

Z tohoto obrázku jsou vidět vlastnosti signálu poruchy, konkrétně frekvence na kterých působí (3, 6, 9 Hz) a jednotlivé amplitudy na daných frekvencích (3, 2, 1). Došlo tedy k ověření funkčnosti aplikovaných výpočtů ke zpětnému získání již předem známého signálu poruchy bez jeho využití.

S využitím vztahu mezi amplitudovým spektrem a spektrální hustotou (uvedeno výše v textu) byla PSD dopočítána viz následující obrázek.



Obrázek 31: PSD signálu poruchy.

## 3.2 Neznámý signál poruchy

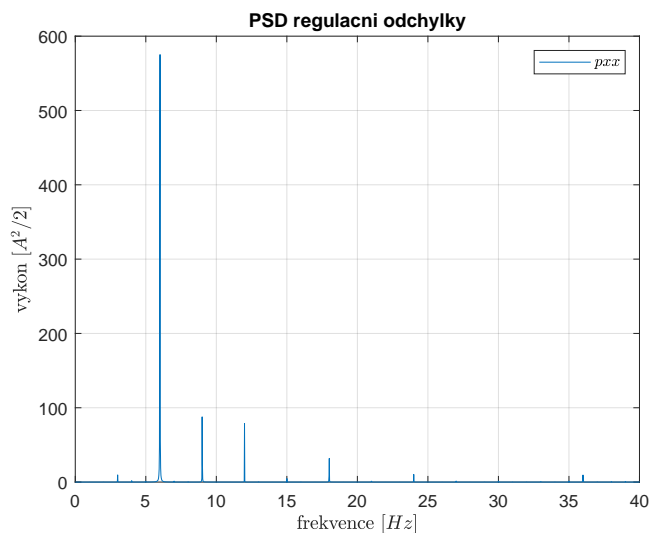
Tato část dokumentu se soustředí na odhad předem neznámého signálu poruchy s využitím ověřených výpočtů, použitých v předchozí kapitole. Tento signál vzniká na experimentálním mechatronickém systému, který je společně se zdroji této poruchy popsán v kapitole (2.3).

Dále dochází k návrhu a implementaci *lowpass* filtru  $Q$  s uvážením splnění podmínky stability (2.2.3) společně s nastavením počtu kroků zpoždění. Pro vylepšení schopnosti Repetitive Control regulátoru potlačovat působící poruchu dochází ke konstrukci učícího filtru  $L$ , což vede k možným úpravám filtru  $Q$ . Důležitou částí je kompenzace rezonance zavedené filtrem  $L$ , a tedy modifikace filtru  $Q$  řešící tento problém.

### 3.2.1 Odhad neznámého signálu poruchy

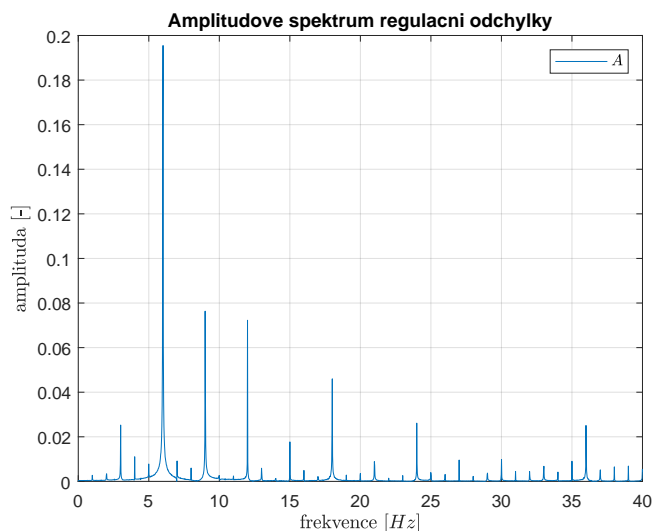
Za účelem odhadu a schopnosti rekonstrukce působícího signálu poruchy byla získána data z experimentálního systému, která byla získána v režimu konstantních otáček motoru při nastavené referenční hodnotě na jednu otáčku za sekundu (frekvence  $1 \text{ Hz}$ ). Toto odpovídá 4000 vzorkům regulační smyčky (frekvence vzorkování  $F_s$ ). Perioda vzorkování je tedy podle vztahu  $T_s = 1/F_s$  na hodnotě  $0.25 \text{ ms}$ .

Pro odhad signálu poruchy byla využita data signálu rychlosti motoru označena jako  $vel$ . Pro získání regulační odchylky  $e$  se odečetla od každého vzorku průměrná hodnota ze všech rychlostí jako:  $e = vel - mean(vel)$ . Následně bylo využito stejných postupů jako v kapitole (3.1.3), a tedy získání obrazu  $E(jw)$ , respektive výkonové spektrální hustoty  $pxx$  pomocí funkce *periodogram* zobrazené níže.



Obrázek 32: PSD regulační odchylky.

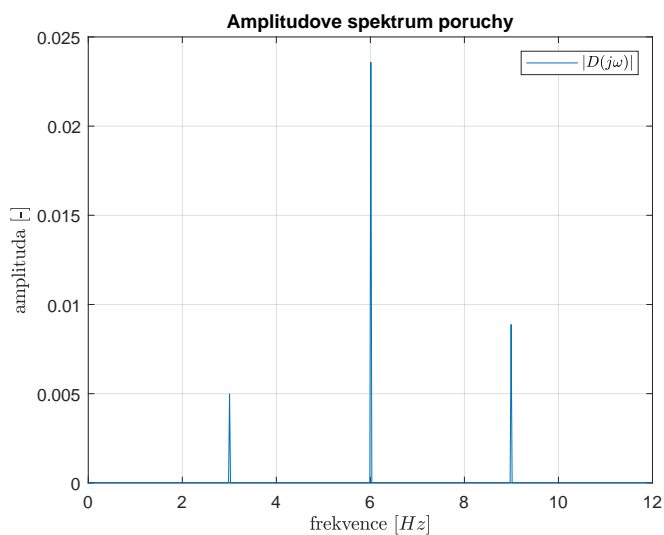
Na následujícím obrázku je vidět amplitudové spektrum odchyly.



Obrázek 33: Amplitudové spektrum regulační odchyly.

Z obou obrázku můžeme vyčíst základní frekvence dominantních harmonických složek působících na 3, 6, 9, 12, 15 Hz a dalších násobcích.

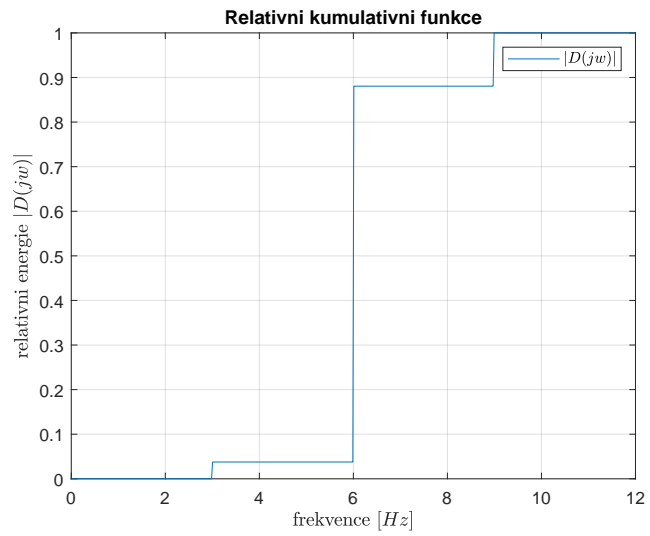
S využitím upraveného spektra s výběrem tří frekvencí (3, 6, 9 Hz) bylo stejně jako v kapitole vypočítáno amplitudové spektrum signálu poruchy zobrazeného na následujícím obrázku.



Obrázek 34: Amplitudové spektrum působícího signálu poruchy.



Pomocí metody *cumsum* byla vykreslena relativní kumulativní funkce signálu PSD poruchy.



Obrázek 35: Relativní kumulativní funkce spektrální hustoty poruchy.

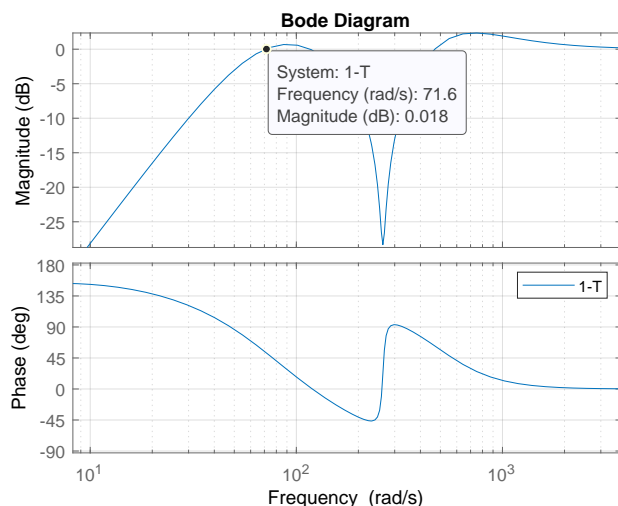
### 3.2.2 Realizace filtru $Q$

Tvar filtru dolní propusti (*lowpass* filtr)  $Q$  vychází z podmínky stability (2.2.3). V tomto případě byl uváženo učící se filtr  $L$  jako  $L = 1$  pro jednodušší implementaci a otestování funkčnosti jednotlivých kroků. V dalších částech bude nastavován i tento učící se filtr. Podmínka stability tím pádem přechází na tvar

$$|z^{-N}Q(z)(1 - T(z))| < 1, \forall N, z = e^{i\omega}, \omega \in [0, 2\pi]. \quad (3.5)$$

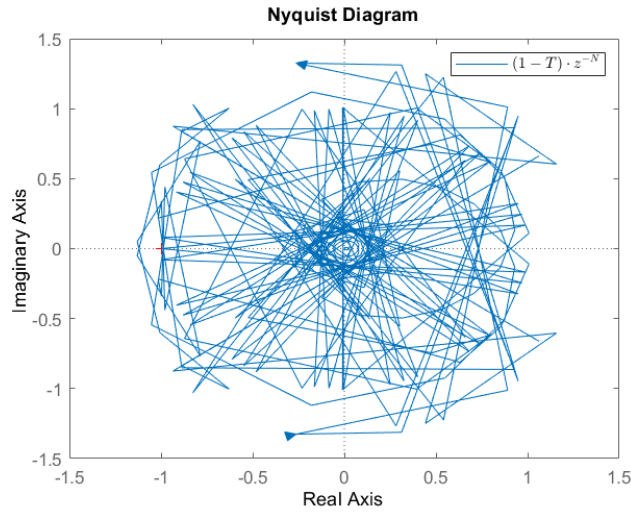
Při uvážení, že jsou přenosy  $S$  a  $T$  stabilní, rozhoduje podle Nyquistovy teorie o stabilitě počet obklíčení kritického bodu přenosem citlivostní funkce vynásobené dopravním zpožděním.

Na obrázku vidíme Bodeho diagram přenosu  $|1 - T|$ , který je na některých frekvencích větší než 1.



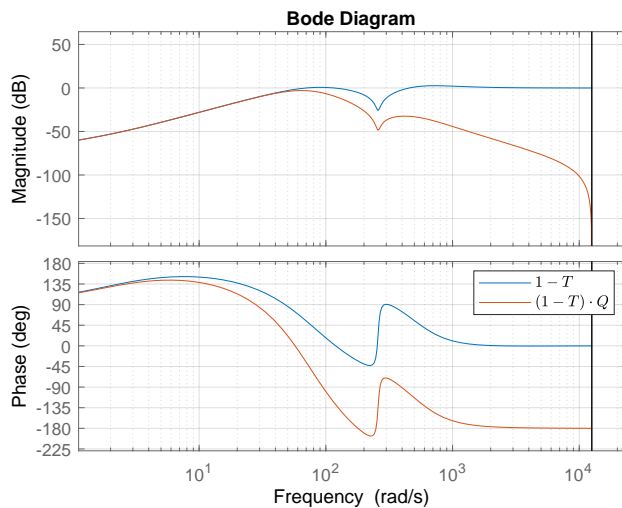
Obrázek 36: Bodeho digram citlivostní funkce.

Je vidět, že zhruba od hodnoty  $70 \text{ rad/s}$  dochází k přechodu  $0 \text{ dB}$ , čili k přechodu amplitudy hodnoty 1. Dopravní zpoždění pouze otáčí fázi, takže nemá vliv na absolutní hodnotu citlivostní funkce  $S$ , a proto tedy bude podle Nyquistovy teorie docházet k obklíčení kritického bodu a bude docházet k nestabilitě systému. Pro ukázkou byl přenos komplementární citlivostní funkce převeden do diskrétní podoby s periodou vzorkování  $Ts = 0.25 \text{ ms}$  a číslo  $N$  v dopravním zpoždění  $z^{-N}$  zvoleno jako nejbližší celočíselný násobek převrácené hodnoty základní frekvence signálu poruchy vydělený periodou vzorkování. V tomto případě vyšlo  $N = 1333$ .



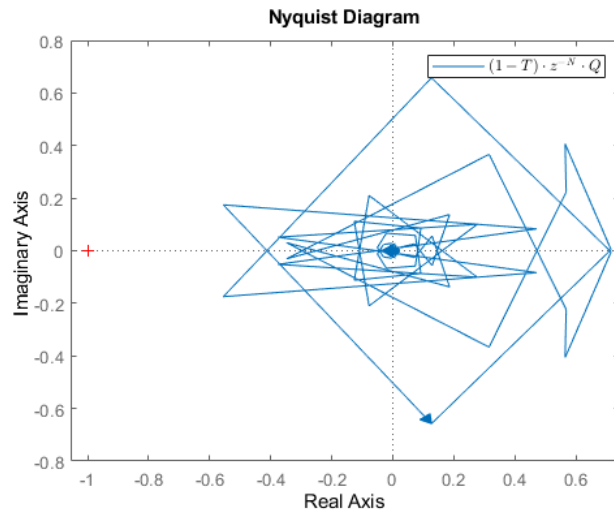
Obrázek 37: Nyquistův graf přenosu  $(1 - T) \cdot z^{-N}$ .

Z tohoto důvodu se zavádí *lowpass* filtr  $Q$ , jehož nastavení vychází z obrázku (36), respektive jeho mezní (zlomová) frekvence nastavená na  $70 \text{ rad/s}$ . Pro získání koeficientů jmenovatele a čitatele *lowpass* filtru byl využit příkaz *butter* s parametry: řád přenosu (2) a normovaná zlomová frekvence v jednotkách *rad/s*. Pomocí příkazu *tf* byl vytvořen přenos filtru  $Q$ . V tomto případě byl sestaven opět v diskrétní formě. Ostatní přenosy (systém, regulátor a citlivostní přenosová funkce) byly také převedeny do diskrétní podoby pro pozdější implementaci v Simulinku. Zde je ověření funkčnosti filtru  $Q$ .



Obrázek 38: Bodeho digram citlivostní funkce s filtrem  $Q$ .

Můžeme sledovat, že člen  $|Q \cdot (1 - T)|$  nepřekračuje hranici  $0 \text{ dB}$  na žádné frekvenci a je tedy stabilní, což můžeme vypočítat z Nyquistova grafu přenosu  $Q \cdot z^{-N} \cdot (1 - T)$



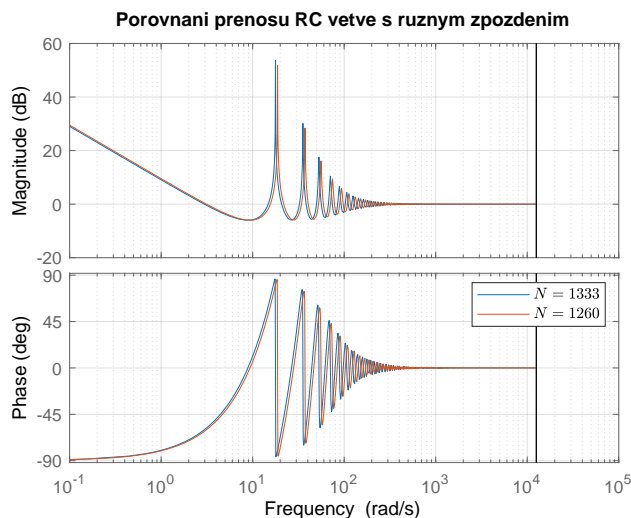
Obrázek 39: Nyquistův graf přenosu  $(1 - T) \cdot z^{-N} \cdot Q$ .

### 3.2.3 Implementace filtru Q a simulační ověření

Významnou roli hraje dopravní zpoždění  $z^{-N}$ , které bylo vypočítáno na hodnotu  $N = 1333$ . Při sestavení přenosu RC regulátoru (s uvážením  $L = 1$ )

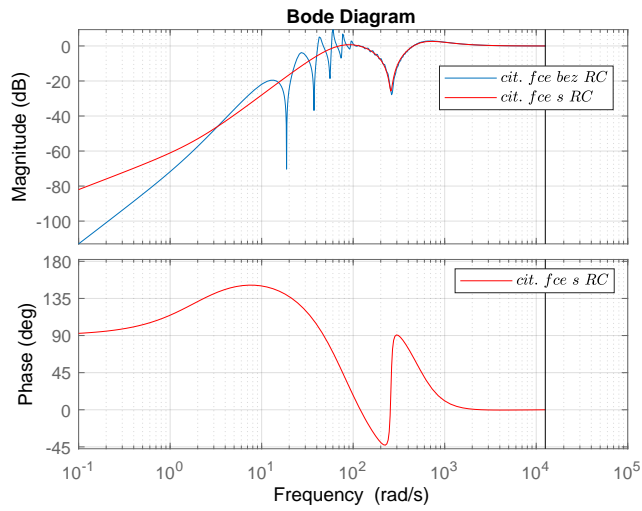
$$RC = \frac{1}{1 - Q \cdot z^{-N}} \quad (3.6)$$

dostaneme první peak na frekvenci  $17.8 \text{ rad/s}$ . Jelikož ale první harmonická složka působí na frekvenci  $3 \text{ Hz}$  ( $18.85 \text{ rad/s}$ ) bylo nutné číslo  $N$  upravit tak, aby první peak nastával přímo na hodnotě frekvence první harmonické složky. Opětovným zkoušením bylo  $N$  zvoleno na hodnotu  $N = 1260$ . Níže jsou vidět přenosy RC regulátoru se zvolenými dopravními zpožděními.



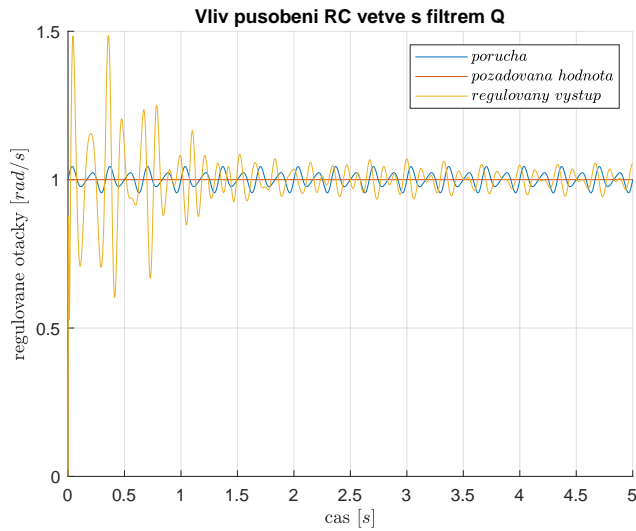
Obrázek 40: Porovnání přenosů RC s různým zpožděním.

Pod tímto odstavcem je vidět porovnání citlivostních funkcí bez a se zapojenou RC větví. Vygenerovaný hřeben působící na frekvencích poruchy zaručí její kompenzaci pouze do hodnoty  $18 \text{ Hz}$ , jelikož v okolí  $41 \text{ Hz}$  se nachází nula přenosu uzavřené smyčky a nedochází k takovému tlumení. Daný hřeben už zde není tak výrazný.



Obrázek 41: Porovnání citlivostních funkcí s a bez zapojené RC větve.

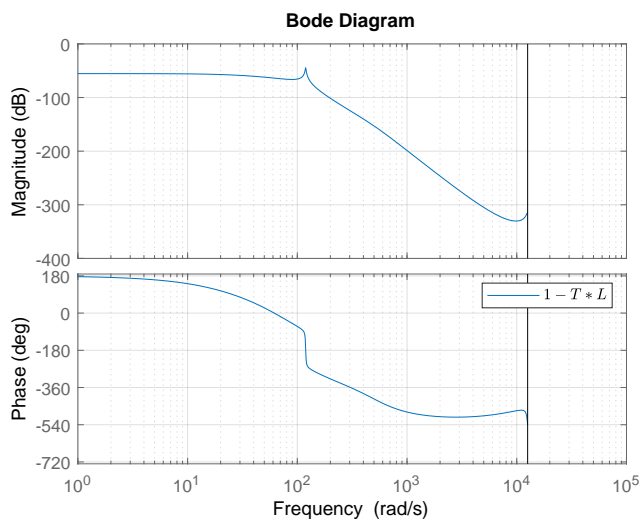
Již navržený a sestavený filtr  $Q$  se zapojil do vytvořeného schématu v Simulinku podle obrázku (11) s filtrem  $L = 1$  a zpožděním  $z^{-N}$ . Působící porucha byla také upraveno do diskrétní podoby. Na následujícím obrázku je vidět vliv zavedené RC větve na působící poruchu.



Obrázek 42: Výsledek simulace se zapojenou RC větví obsahující filtr  $Q$ .

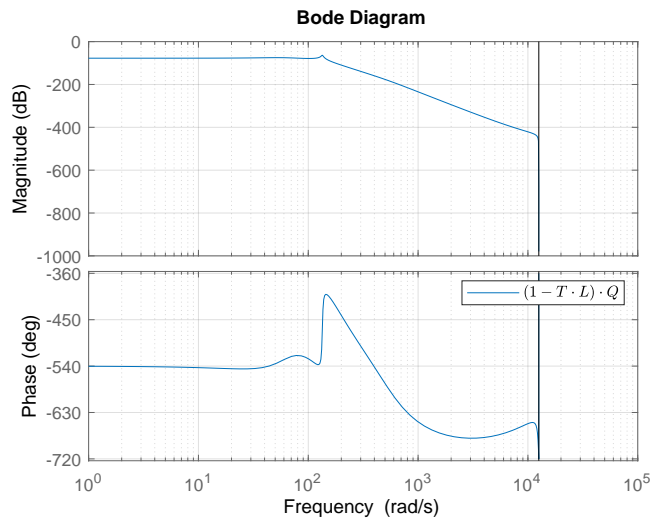
### 3.2.4 Realizace filtru $L$ a úprava filtru $Q$

Tvar učícího se filtru  $L$  podle definice vychází z tvaru komplementární citlivostní funkce  $T$ , respektive je jeho inverzí  $L = inv(T)$ . Důvodem je opět podmínka stability (2.2.3), ve které filtr  $L$  figuruje. Z teoretického hlediska bude  $|1 - T \cdot L|$  skoro nula na všech frekvencích, a to dává větší možnost pro návrh filtru  $Q$ , konkrétně na nastavení jeho šířky pásma (požadavek aby  $|Q| \ll 1$  na frekvencích, kde model neznám přesně). V Bodeho diagramu můžeme sledovat přenos  $(1 - T \cdot L)$ .



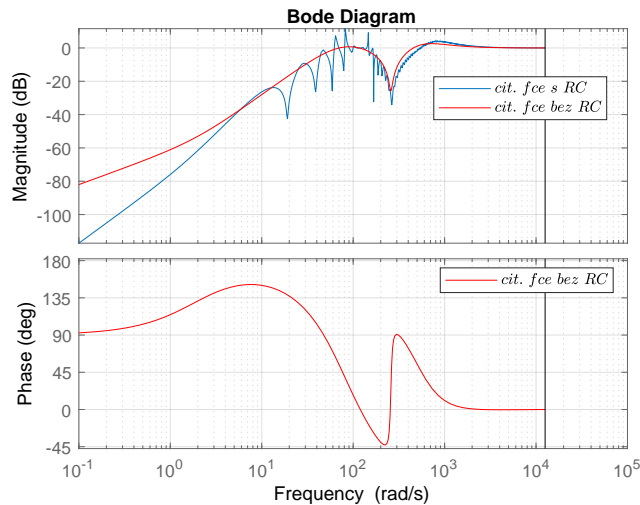
Obrázek 43: Bodeho diagram přenosu  $1 - T \cdot L$ .

Nedochází k přechodu nad  $0 \text{ dB}$  na žádných frekvencích, a proto mohlo dojít k úpravě filtru  $Q$ . Jeho zlomová (mezní) frekvence byla nastavena na  $130 \text{ rad/s}$ .



Obrázek 44: Bodeho diagram přenosu  $Q \cdot (1 - T \cdot L)$ .

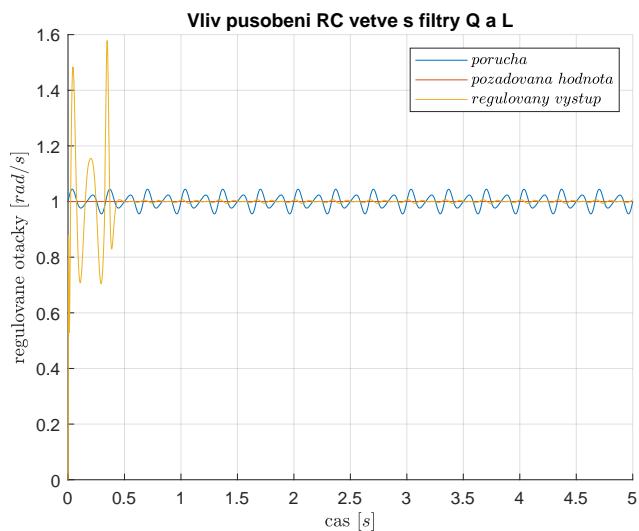
Muselo být také upraveno diskrétní zpoždění  $z^{-N}$ , aby peaky generované přenosem RC byly na správných frekvencích, kde působí signál poruchy. Můžeme zde opět vidět porovnání citlivostních funkcí bez a se zapojenou RC větví.



Obrázek 45: Bodeho diagram citlivostních funkcí bez a s přidanou RC větví.

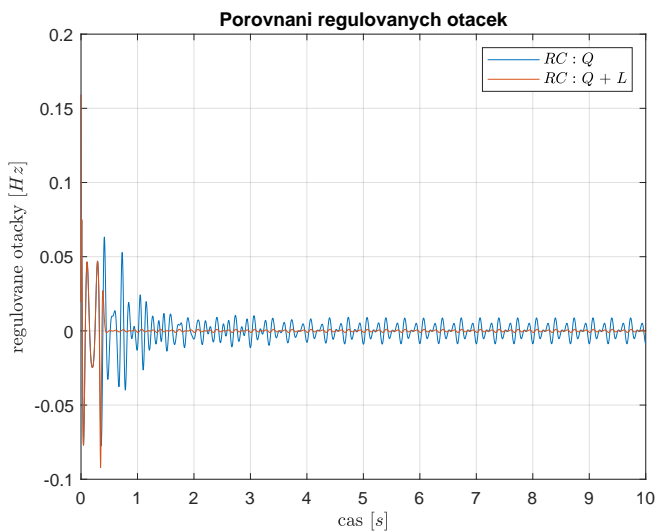
Je zde vidět, že hřeben je výraznější i po zapůsobení nuly uzavřené smyčky a může tedy docházet k větší kompenzaci poruch (vyšší násobky základní harmonické) viz výsledek simulace níže.





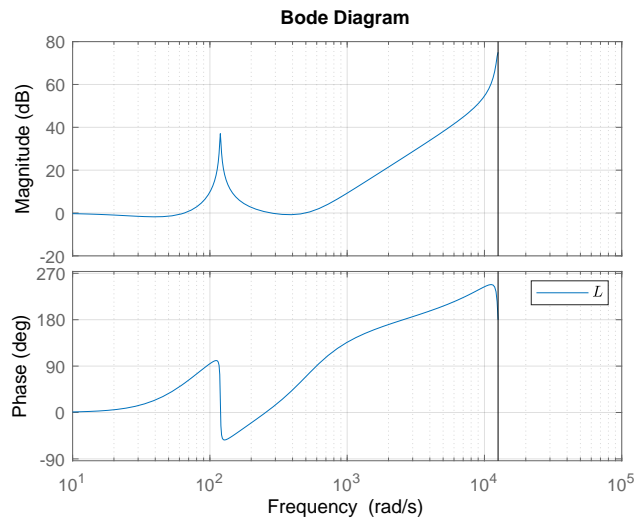
Obrázek 46: Výsledek simulace se zapojenou RC větví obsahující filtry  $Q$  a  $L$ .

Pro porovnání vlivu různých forem RC větve (filtr  $Q$ /filtry  $Q$  a  $L$ ) byl vykreslen následující graf porovnávající regulované otáčky v jednotkách  $Hz$ .



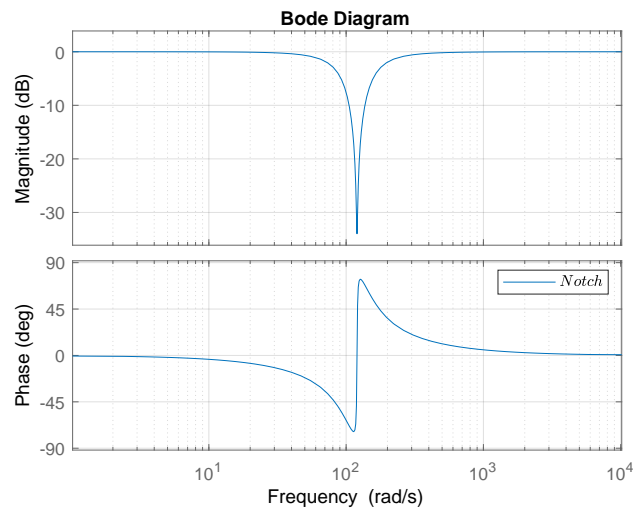
Obrázek 47: Porovnání regulovaných otáček vzhledem k působící RC části.

Jak bylo výše napsáno, filtr  $L$  byl získán čistou inverzí komplementárně citlivostní funkce  $T$ . Ta ovšem zavádí rezonanci okolo hodnoty  $119 \text{ rad/s}$ , a proto filtr  $L$  zavádí na této frekvenci antirezonanci.



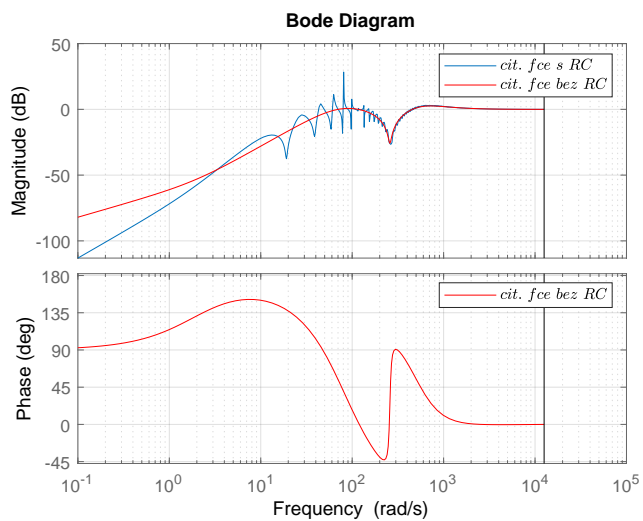
Obrázek 48: Zobrazení zavedené antirezonance filtrem  $L$ .

Bylo nutné tento vliv kompenzovat zavedením Notch filtru. Notch filtr potlačuje frekvence v určitém rozmezí a ostatní propouští beze změny. Omezení bylo tedy zvoleno okolo frekvencí, kde nastává zmíněná antirezonance s odpovídající hodnotou amplitudy peaku.



Obrázek 49: Bodeho diagram Notch filtru.

Níže je opět porovnání citlivostních funkcí bez a s přidaným RC obsahující  $L$  a  $Q$  filtr, který je rozšířený o Notch filtr.



Obrázek 50: Bodeho diagram citlivostních funkcí bez a s přidanou RC větví.

### 3.2.5 Implementace filtru $L$

Při implementaci filtru  $L$  v Simulinku bylo potřeba dbát na jeho relativní řád. Jelikož komplementárně citlivostní funkce má kladný relativní řád, její inverze má záporný. Takový přenos je nekauzální a nelze realizovat v Simulinku. Výhodou v tomto případě byla diskrétní implementace modelu, jelikož se mohla vytvořit nekauzální predikce ze známého dopravního zpoždění (bufferu dat) podle schématu (11).

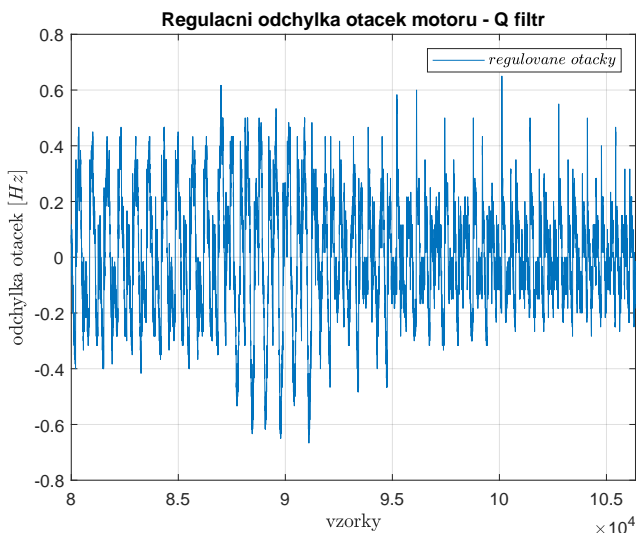
Filtr  $L_c$  je kauzální podoba filtru  $L$ , který má přidáno  $p_l$  pólů v nule (čisté dopravní zpoždění). O tolik pólů musel být zkrácen buffer dat v horní větvi, ale zároveň se muselo přidat do zpětné vazby, aby nedošlo ke rozhození celé RC části (poloha nul).

### 3.2.6 Ověření vlivu RC řízení na standu

Jelikož byly Repetitive Control algoritmy již otestovány v Simulinku s následným vykreslením výsledků, bylo nutné pro ověření jejich vlastností na reálném standu vytvořit model v softwaru REXYGEN. Využilo se stejných schémat jako v předchozích kapitolách s tím rozdílem, že data byla získána rovnou ze standu v závislosti na aplikovaném řízení. Testovány byly postupně dvě varianty, a to RC pouze s filtrem  $Q$  a RC s filtry  $Q$  (rozšířený o Notch filtr) a  $L$  (zkonstruovaný podle kapitoly (3.2.5)). V obou případech bylo zahrnuto diskrétní zpoždění upravené tak, aby generované peaky byly na správných frekvencích.

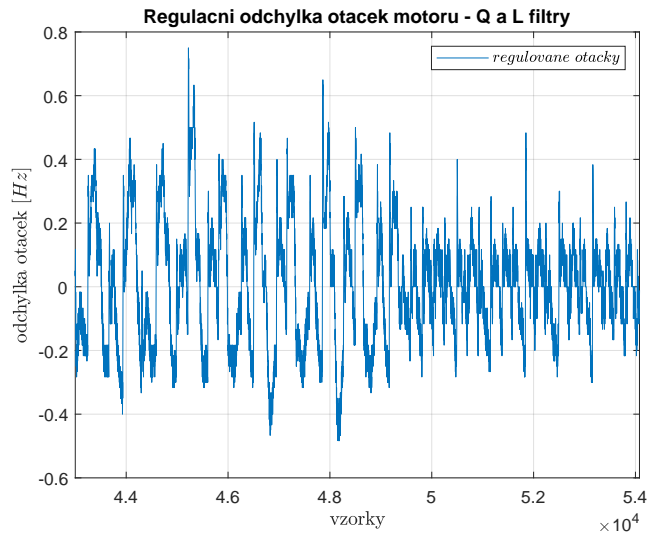
Nejprve byly otestovány navržené algoritmy pro poruchu se základní harmonickou  $3\text{ Hz}$ , jako tomu bylo v předchozích kapitolách. Lepších výsledků se nicméně dosáhlo pro poruchu se základní harmonickou  $1\text{ Hz}$ . Pro tuto hodnotu byly navržené algoritmy řízení přenastaveny.

Pro referenční hodnotu otáček  $1\text{ Hz}$  byly aplikovány obě uvedené varianty RC. Na následujícím obrázku je zobrazena regulační odchylka otáček na straně motoru po zapojení regulátoru s RC obsahující pouze filtr  $Q$ .



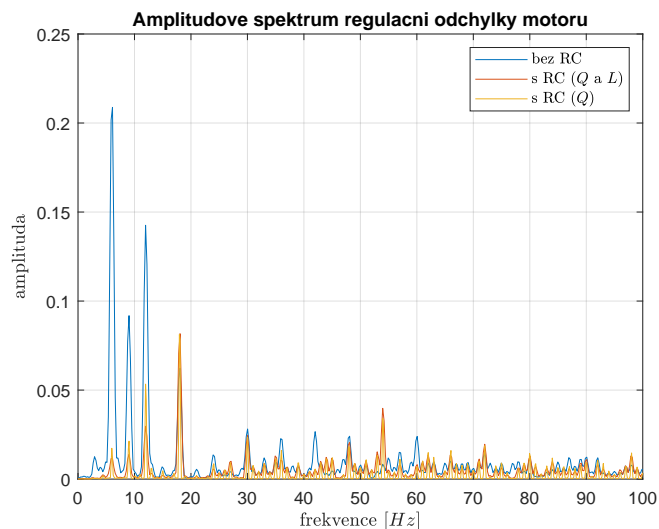
Obrázek 51: Srovnání regulační odchylky otáček motoru s RC ( $Q$  filtr).

Pro druhou variantu RC ( $Q$  a  $L$  filtry) je také vykreslena regulační odchylka otáček motoru.



Obrázek 52: Srovnání regulační odchylky otáček motoru s RC ( $Q$  a  $L$  filtry).

Po ustálení přechodového děje zůstává regulační odchylka u varianty RC s  $Q$  a  $L$  filtry v užším pásmu, než v prvním případě a dochází tedy k lepší regulaci. Při vykreslení amplitudového spektra je vidět výrazný vliv regulátorů, potlačující amplitudy do frekvence 18  $Hz$ , jak bylo popsáno v kapitole (3.2.3).



Obrázek 53: Srovnání amplitudového spektra před a po zapojení regulátoru - motor.

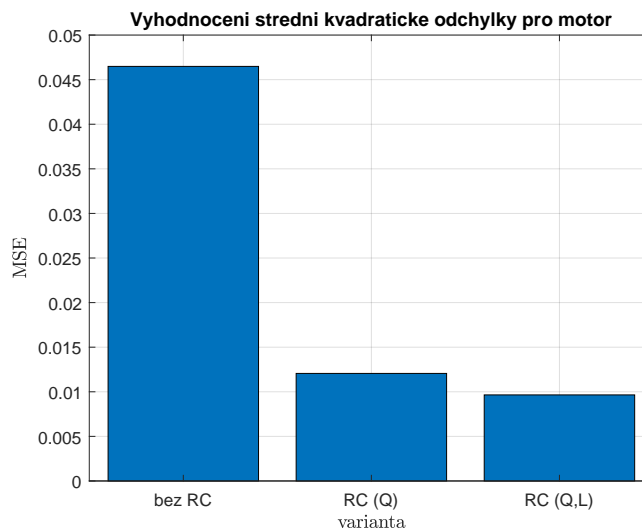
U varianty regulátoru s RC zahrnují  $Q$  a  $L$  filtry dochází k výraznějšímu potlačení amplitud.

Pro vyhodnocení kvality regulace bylo vypočítána střední kvadratická odchylka (MSE), reprezentující průměrný kvadratický rozdíl reálné hodnoty od požadované, která byla v tomto případě nulová, jelikož byla požadována nulová regulační odchylka. V následující tabulce jsou vidět dosažené výsledky.

Střední kvadratická odchylka	
Bez RC	0.0465
S RC - $Q$ filtr	0.0121
S RC - $Q$ a $L$ filtry	0.0096

Tabulka 1: Výsledky střední kvadratické odchylky pro motor.

Podle uvedených hodnot dochází po zapojení regulace k podstatně menším odchylkám. Pro lepší reprezentaci výsledků je níže zobrazen sloupcový graf.



Obrázek 54: Vyhodnocení výsledků střední kvadratické chyby pro motor.

Dalším kritériem pro analýzu nasazeného regulátoru bylo porovnání maxima z absolutních hodnot regulovaných otáček zaznamenaného níže. Zde nedošlo k takovému rozdílu jako v předchozích případech, ale je zde dokonce vidět navýšení hodnoty u RC s  $Q$ , což lze rozeznat z obrázku č. (51).

Maxima z absolutních hodnot	
Bez RC	0.4833
S RC - $Q$ filtr	0.5333
S RC - $Q$ a $L$ filtry	0.4667

Tabulka 2: Maxima z absolutních hodnot regulační odchylky motoru.

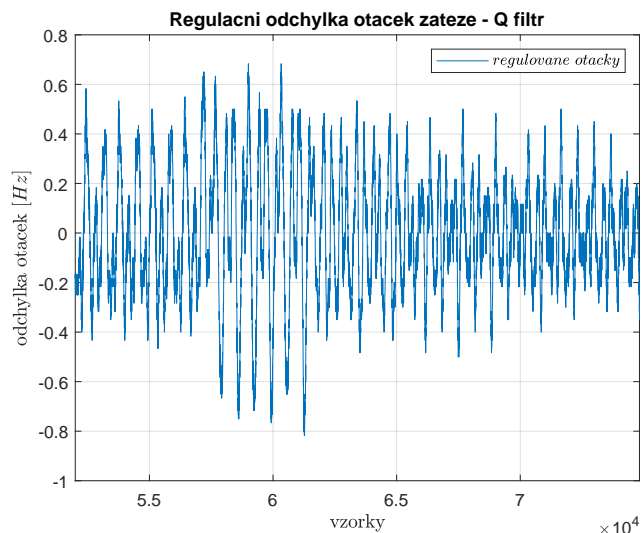
V následující tabulce je vyhodnoceno porovnání *peak to peak* zobrazující rozdíl maximální a minimální hodnoty signálu.

Rozdíl maximální a minimální hodnoty	
Bez RC	0.9333
S RC - $Q$ filtr	0.8500
S RC - $Q$ a $L$ filtry	0.7667

Tabulka 3: *Peak to peak* kritérium regulační odchylky motoru.

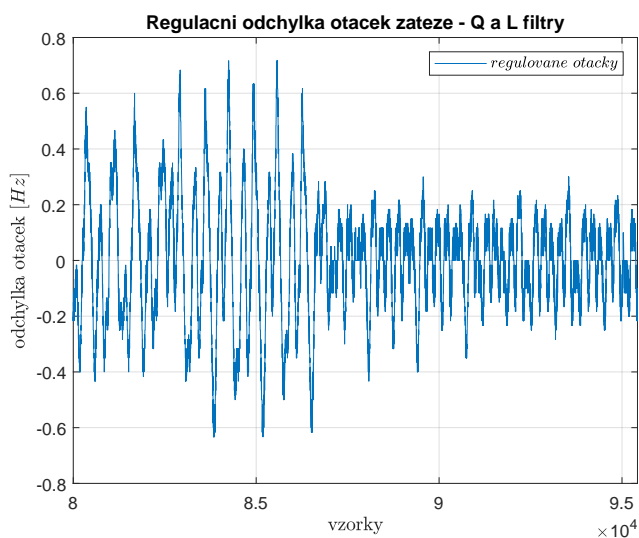
Opět je vidět pozitivní vliv regulátorů omezující regulační odchylku do užšího pásma hodnot.

Stejné postupy byly aplikovány také pro motor generující zátěž, kde nastává odlišná dynamika v porovnání s motorem generujícím požadované otáčky. Zregulované otáčky zátěže v obou variantách setrvávají ještě v menší oblasti než tomu bylo u motoru.



Obrázek 55: Srovnání regulační odchylky otáček zátěže s RC ( $Q$  filtr).

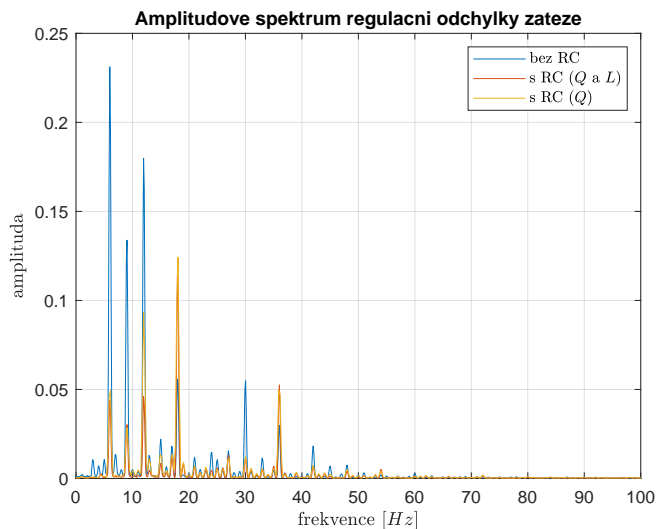




Obrázek 56: Srovnání regulační odchylky otáček zátěže s RC ( $Q$  a  $L$  filtry).

Porovnáním obrázků č. (55) a č. (56) je vidět u varianty RC s  $Q$  a  $L$  filtry rychlejší ustálení přechodového děje.

Při zobrazení amplitudového spektra je opět vidět potlačení amplitud do frekvence 18  $Hz$ .



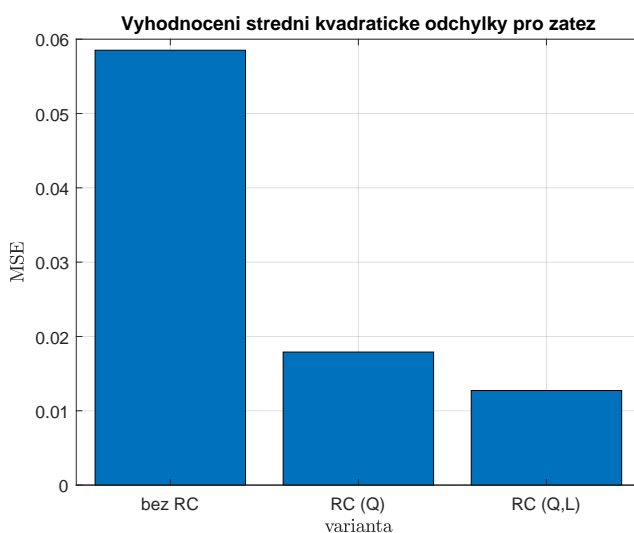
Obrázek 57: Srovnání amplitudového spektra před a po zapojení regulátoru - zátěž.

V následujících tabulkách jsou zobrazeny dosažené výsledky při použití kritérií jako pro motor generující otáčky.

Střední kvadratická odchylka	
Bez RC	0.0585
S RC - $Q$ filtry	0.0179
S RC - $Q$ a $L$ filtry	0.0127

Tabulka 4: Výsledky střední kvadratické odchylky pro zátěž.

Pro vizualizaci výsledků střední kvadratické chyby pro zátěž je níže opět vykreslen sloupcový graf.



Obrázek 58: Vyhodnocení výsledků střední kvadratické chyby pro zátěž.

Maxima z absolutních hodnot	
Bez RC	0.6167
S RC - $Q$ filtr	0.3833
S RC - $Q$ a $L$ filtr	0.3000

Tabulka 5: Maxima z absolutních hodnot regulační odchylky zátěže.

Rozdíl maximální a minimální hodnoty	
Bez RC	1.1167
S RC - $Q$ filtr	0.7000
S RC - $Q$ a $L$ filtry	0.5667

Tabulka 6: *Peak to peak* kritérium regulační odchylky zátěže.

Ze znázorněných hodnot je opět poznat výrazný vliv regulátorů vylepšující kvalitu regulace.

### 3.3 Realizace a implementace polohového Repetitive Control

#### 3.3.1 Simulační ověření v Simulinku

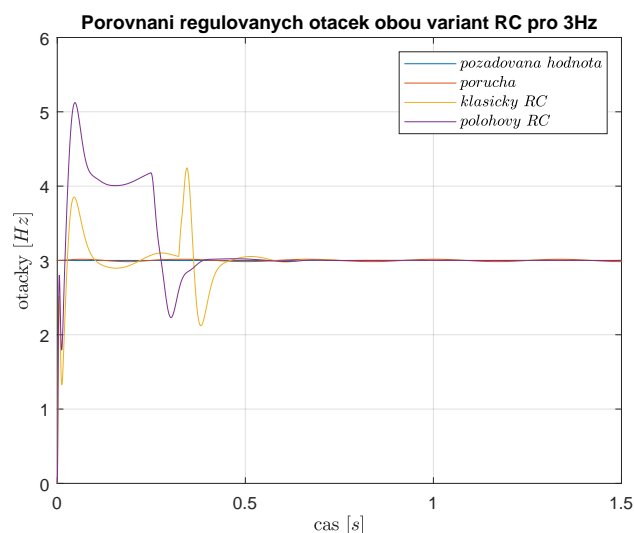
Za účelem realizace polohového Repetitive Control bylo využito stejných postupů jako pro tradiční RC, to znamená stejně nastavené filtry  $Q$  a  $L$ . Jedinou a hlavní změnou je polohový buffer dat namísto bloku reprezentující zpoždění pevné délky. Tento buffer byl zrealizován podle postupu sepsaného v kapitole (2.2.6) a následně byl sestaven model v Simulinku (obrázek č.(12)) za účelem otestování implementovaného bufferu.

V následující části je porovnán vliv poruchy na tradiční a polohový RC obsahující filtry  $Q$  i  $L$ . Tato porucha je závislá na poloze modelovaného systému a je vyjádřena předpisem

$$d_i = A_i \cdot \sin(k_i \cdot \text{poloha}). \quad (3.7)$$

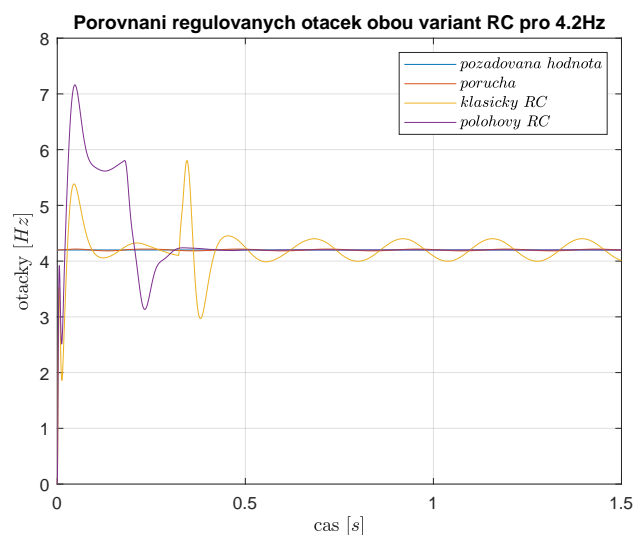
Člen  $A_i$  reprezentuje amplitudu dané složky a  $k_i$  je kladné celé číslo udávající násobek dané harmonické složky. Jelikož je rychlost systému proměnná, získá se jeho poloha integrací a daná porucha bude s polohou svázána přes úhel natočení systému. Za účelem testování byla porucha zrealizována jako první násobek harmonické složky s amplitudou 0.1.

Na následujících obrázcích jsou vidět regulované otáčky v  $Hz$  pro obě varianty RC v závislosti na požadované hodnotě otáček (3  $Hz$  a 4.2  $Hz$ ) a působící poruše. Zpoždění v klasické variantě RC bylo nastaveno v závislosti na referenční hodnotě otáček systému, konkrétně pro hodnotu 3  $Hz$ . S takovou konfigurací se docílí pro vstupní hodnotu 3  $Hz$  nulové regulační odchylky v ustáleném stavu stejně jako u varianty polohové, kde polohový buffer generuje odpovídající zpoždění.



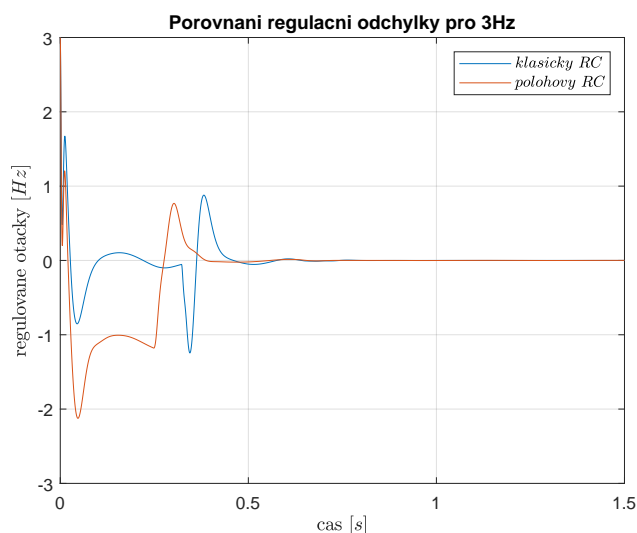
Obrázek 59: Porovnání regulovaných otáček pro referenci 3  $Hz$ .

V případě změny požadované hodnoty otáček na 4.2  $Hz$  už přestává klasický RC fungovat, jelikož zpoždění o nastavené délce již neodpovídá celočíselnému násobku periody signálu poruchy a dochází k odchýlkám u regulovaných otáček, jak lze sledovat níže.



Obrázek 60: Porovnání regulovaných otáček pro referenci 4.2  $Hz$ .

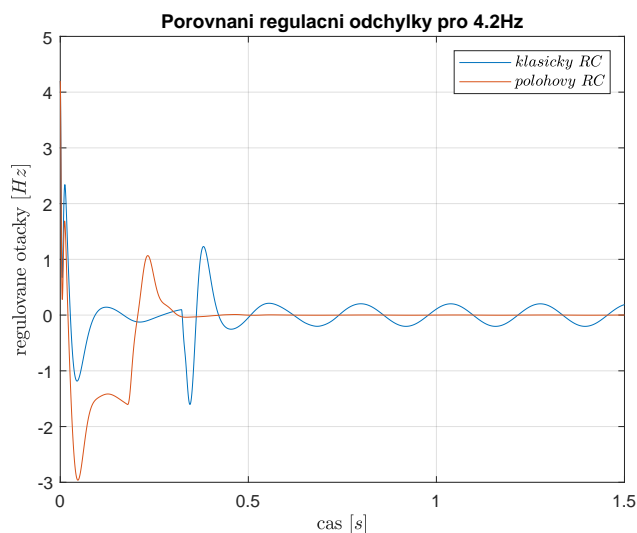
Pro předchozí případy jsou vykresleny průběhy regulačních odchylek.



Obrázek 61: Porovnání průběhu regulační odchyly pro referenční hodnotu  $3 \text{ Hz}$ .

Z obrázku lze vypožorovat, že v obou případech dochází k nulové hodnotě regulační odchyly po odeznění přechodového děje.

Ve druhé situaci při změně referenční hodnoty na  $4.2 \text{ Hz}$  a ponechání nastaveného dopravního zpoždění u klasického RC se dosáhlo následujících výsledků.



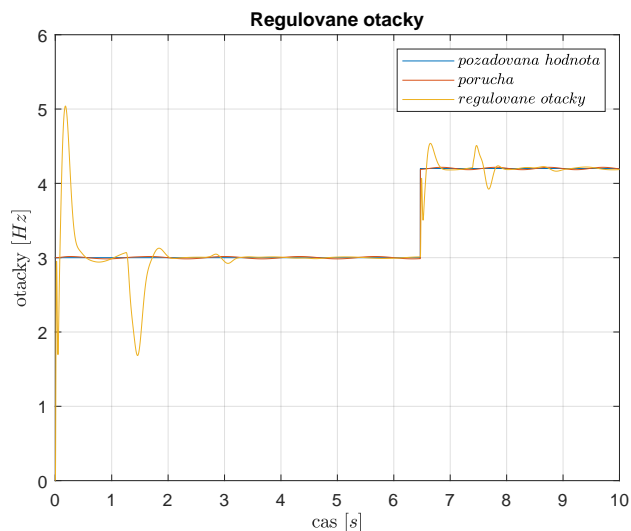
Obrázek 62: Porovnání průběhu regulační odchyly pro referenční hodnotu  $4.2 \text{ Hz}$ .

Polohový buffer je schopen v závislosti na požadované hodnotě otáček určit odpovídající zpoždění a docílit opět nulové regulační odchyly v ustáleném stavu. Jak již bylo zmíněno, u klasického

RC byla nastavena pevná délka zpoždění pro referenční hodnotu  $3 \text{ Hz}$ , a proto zde k nulové hodnotě nedochází, jelikož peaky generované přenosem RC nejsou na správném místě viz kapitola (3.2.3).

### 3.3.2 Simulační ověření v Rxygenu

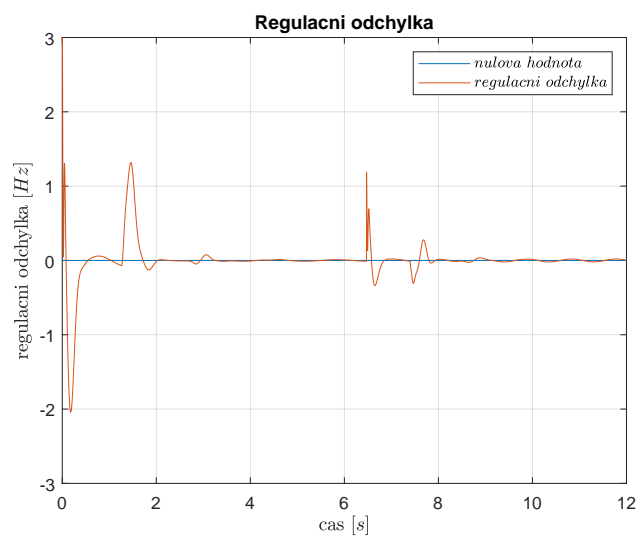
Polohový Repetitive Control byl také zrealizován v prostředí Rxygen za účelem otestování v simulaci před nasazením na mechatronický systém. Schéma regulační smyčky je obdobné jako na obrázku č.(12), jen se liší implementace polohového bufferu dat, jelikož byla prováděna oproti Simulinku v programovacím jazyce C. Na následujícím obrázku je zobrazen průběh regulovaných otáček v jednotkách  $Hz$  v závislosti na referenční hodnotě a působící poruše realizované jako v Simulinku.



Obrázek 63: Regulované otáčky v závislosti na požadované hodnotě a poruše.

V systému Rxygen také došlo k ověření správné funkce polohového bufferu dat generující požadovanou délku zpoždění v závislosti na referenční hodnotě otáček. Je zde vyobrazena i regulační odchylka odpovídající předchozímu grafu, která se drží v blízkosti nulové hodnoty.





Obrázek 64: Průběh regulační odchyky.

## 4 Závěr

V této bakalářské práci byly navrženy a realizovány dva přístupy algoritmů Repetitive Control, a to klasický (tradiční) a polohový. Klasická varianta se použila v případě pevné a známé periody signálu poruchy vznikající ve fyzikálním modelu. Jednalo se konkrétně o nedokonale vyváženou zátěž, která generuje periodický průběh zatěžovacího momentu, který vede ke kolísání otáček rotační části stroje při neměnné referenční hodnotě.

Pro tuto variantu byly v teoretické části představeny dva způsoby napojení Repetitive Compensatoru k regulační smyčce, sériová a paralelní. Hlavní výhodou paralelní realizace je možnost jednoduchého připojení a odpojení od této smyčky za běhu regulátoru a zapínat tak RC například jen v ustáleném stavu, což se dá využít při velkých změnách referenčního signálu, aby nedocházelo k velkým změnám přechodového děje. Pro snazší zaručení podmínky stability odvozené v kapitole (2.2.2) byly postupně přidány filtry  $Q$  a  $L$ , které umožňují, aby docházelo ke kompenzaci více harmonických složek signálu poruchy.

V prostředí Simulink byly zrealizovány modely regulačních smyček za účelem otestování navržených řešení (řízení s regulátorem s RC s  $Q$  filtrem a řízení s regulátorem s  $Q$  i  $L$  filtry) viz kapitoly (3.2.3) a (3.2.4). Po ověření funkčnosti byla tato schémata také realizována v programu REXYGEN s cílem jejich vyzkoušení na mechatronickém standu a porovnání dosažených výsledků v závislosti na konkrétním typu regulátoru. Sledovala se regulační odchylka otáček motoru před a po zapojení regulátoru s RC obsahující zvlášť filtr  $Q$  a zvlášť filtr  $Q$  i  $L$ . V případě prezenze obou filtrů docházelo k větší regulaci a regulační odchylka tak zůstala v užším pásmu hodnot. Dalším vyhodnocením bylo vykreslení amplitudového spektra, kde byl názorně vidět vliv regulátoru potlačující jednotlivé amplitudy do frekvence  $18\text{ Hz}$  (viz kapitola (3.2.3)). Pro detailnější porovnání byly navíc vypočítány hodnoty střední kvadratické odchylky, maxima z absolutních hodnot a *peak to peak* srovnání pro všechny tři varianty. Výsledkem byl fakt, že nejlepších výsledků dosahuje regulátor s RC s  $Q$  i  $L$  filtry, jak se na začátku očekávalo. Stejně postupy byly aplikovány také pro motor generující zátěž, u kterého nastává jiná dynamika. Opět se i zde dospělo k očekávaným výsledkům.

Druhou variantou byl polohový Repetitive Control, nasazovaný v úlohách, kdy je perioda působící poruchy s časem proměnná. V této práci se jednalo o situaci fyzikálního modelu, kde se poruchový moment mění v závislosti na poloze a rychlost otáčení se liší v závislosti na čase a možné změně referenční hodnoty. Schéma polohového RC je shodné s klasickým, jen je místo čistého dopravního zpoždění implementován polohový buffer dat s algoritmem

pro zápis aktuální hodnoty získané na základě hodnoty z konkrétní pozice. Čisté dopravní zpoždění zde nestačí, jelikož návrat o  $N$  kroků zpět nemusí odpovídat celočíselnému násobku periody poruchy. Schéma bylo jako v předchozím případě realizováno v Simulinku pro otestování funkčnosti (kapitola č.(3.3.1)) a následně implementováno v prostředí Rexygen opět pro simulační ověření (kapitola č.(3.3.2)) před samotným nasazením na mechatronický stand. V obou prostředích došlo k potvrzení správné funkce polohového bufferu dat, který je schopen generovat odpovídající zpoždění v závislosti na působící poruše, což u klasické varianty RC není realizovatelné. K samotnému nasazení řízení na mechatronický systém nedošlo z důvodu vyšší výpočetní složitosti navržených algoritmů, které v simulaci fungují, ale nestihly by se upočítat v reálném a omezeném čase. Byl analyzován průměrný čas vykonání výpočtů pro jeden tik a došlo se k závěru, že by byla potřeba časová optimalizace těchto algoritmů, konkrétně aby došlo k urychlení minimálně desetkrát pro jeden tik.

## Reference

- [1] MELICHAR, J.; GOUBEJ, M.; Lineární systémy 1 (Učební text), Západočeská Univerzita v Plzni, Fakulta Aplikovaných věd, 2017.
- [2] MELICHAR, J.; GOUBEJ, M.; Lineární systémy 2 (Učební text), Západočeská Univerzita v Plzni, Fakulta Aplikovaných věd, 2019.
- [3] YAMAMOTO, Y.; An Overview on Repetitive Control – what are the issues and where does it lead to? [online]. Release Date: August 22, 2011 [cit. 5.10.2021].  
Dostupné z: <https://web.archive.org/web/20111006211955/http://wiener.kuamp.kyoto-u.ac.jp/yy/Papers/RepetitiveControloldocfin.pdf>
- [4] MOOREN, N.; WITVOET, G.; AÇAN, I.; KOUIJMAN, J.; OOMEN, T.; Suppressing Position-Dependent Disturbance in Repetitive Control: With Application to a Substrate Carrier System. *2020 IEEE 16th International Workshop on Advanced Motion Control (AMC)* [online]. 2020, pp. 331-336 [cit. 18.5.2022].  
doi: 10.1109/AMC44022.2020.9244347. Dostupné z:  
<https://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?tp=&arnumber=9244347&isnumber=9244300>
- [5] *Rexygen* [online]. [cit. 18.5.2022].  
Dostupné z: <https://www.rexygen.com/>
- [6] GOUBEJ, M; BLÁHA, L.; Raspberry Pi-based Motion Control Testbed for Mechatronics Education. *IFAC Symposium on Advances in Control Education 2022*, in press [cit. 18.5.2022]
- [7] BEETZ, M.; Basics: What is the cogging torque? *Baumeller* [online]. [cit. 17.5.2022].  
Dostupné z: <https://www.baumueller.com/en/insights/basics/what-is-the-cogging-torque>
- [8] MAZURKIEWICZ, J.; Electronic commutation [online]. Release Date: July, 2000 [cit. 17.5.2022].  
Dostupné z: [http://fab.cba.mit.edu/classes/961.04/topics/brushless\\_DC1.pdf](http://fab.cba.mit.edu/classes/961.04/topics/brushless_DC1.pdf)
- [9] Binsfeld Engineering. A beginner's Guide to Torsional Vibration Analysis. *Binsfeld* [online]. July 2, 2020 [cit. 17.5.2022].  
Dostupné z: <https://binsfeld.com/torsional-vibration-analysis-guide/>
- [10] Siemens. Torsional Vibration: What is it? *Siemens* [online]. October 7, 2020 [cit. 17.5.2022].  
Dostupné z: <https://community.sw.siemens.com/s/article/torsional-vibration-what-is-it>

- [11] AGHILI, F; BUEHLER, M.; Experimental characterization and quadratic programming-based control of brushless-motors. *ResearchGate* [online]. February, 2003 [cit. 18.5.2022].  
Dostupné z:  
[https://www.researchgate.net/publication/3332427\\_Experimental\\_characterization\\_and\\_quadratic\\_programming-based\\_control\\_of\\_brushless-motors](https://www.researchgate.net/publication/3332427_Experimental_characterization_and_quadratic_programming-based_control_of_brushless-motors)
- [12] MathWorks. Six Step Commutation. *MathWorks* [online]. 2020 [cit. 18.5.2022]  
Dostupné z: <https://la.mathworks.com/help/mcb/ref/sixstepcommutation.html>

## Seznam obrázků

1	Schéma Repetitive Compensatoru. . . . .	6
2	Schéma Repetitive Compensatoru ve zpětnovazební smyčce. . . . .	7
3	Schéma Repetitive Compensatoru ve zpětnovazební smyčce. . . . .	8
4	Schéma systému s neutrálním zpožděním. . . . .	8
5	Schéma Repetitive Compensatoru s filtrem $Q$ ve zpětné smyčce. . . . .	9
6	Schéma Repetitive Compensatoru v jiné variantě. . . . .	10
7	Zpětnovazební smyčka se zpožděním ve zpětné vazbě. . . . .	10
8	Repetitive compensator s přidaným filtrem $Q$ . . . . .	11
9	Schéma tradičního RC se zpožděním. . . . .	12
10	Schéma tradičního RC se zpožděním a zavedenými filtry $Q$ a $L$ . . . . .	14
11	Schéma tradičního RC s nekauzálními filtry $Q$ a $L$ . . . . .	16
12	Schéma polohového RC. . . . .	17
13	Buffer dat realizovaný diskretním zpožděním. . . . .	18
14	Mechanická část mechatronického systému. . . . .	21
15	Řídicí část mechatronického systému. . . . .	22
16	Zobrazení průběhu aretačního momentu. . . . .	24
17	Fázory magnetického pole statoru spolu s jejich výchozí Hallovoú posloupností. . . . .	25
18	Odezva systému na požadovanou hodnotu. . . . .	29
19	Odezva systému na poruchu působící v čase 1 sekunda. . . . .	30
20	Odezva otevřené smyčky systému - Bodeho diagram. . . . .	30
21	Citlivostní funkce systému. . . . .	31
22	Komplementární citlivostní funkce systému. . . . .	31
23	Simulační model systému. . . . .	32
24	Výstupy ze simulace systému. . . . .	33
25	Průběh regulační odchyly. . . . .	33
26	Působící signál poruchy. . . . .	34
27	PSD regulační odchyly. . . . .	35
28	Amplitudové spektrum regulační odchyly. . . . .	35
29	Upravené amplitudové spektrum regulační odchyly. . . . .	36
30	Amplitudové spektrum signálu poruchy. . . . .	37
31	PSD signálu poruchy. . . . .	37
32	PSD regulační odchyly. . . . .	39
33	Amplitudové spektrum regulační odchyly. . . . .	40
34	Amplitudové spektrum působícího signálu poruchy. . . . .	40

35	Relativní kumulativní funkce spektrální hustoty poruchy. . . . .	41
36	Bodeho digram citlivostní funkce. . . . .	42
37	Nyquistův graf přenosu $(1 - T) \cdot z^{-N}$ . . . . .	43
38	Bodeho digram citlivostní funkce s filtrem $Q$ . . . . .	43
39	Nyquistův graf přenosu $(1 - T) \cdot z^{-N} \cdot Q$ . . . . .	44
40	Porovnání přenosů RC s různým zpožděním. . . . .	45
41	Porovnání citlivostních funkcí s a bez zapojené RC větve. . . . .	46
42	Výsledek simulace se zapojenou RC větví obsahující filtr $Q$ . . . . .	46
43	Bodeho diagram přenosu $1 - T \cdot L$ . . . . .	47
44	Bodeho diagram přenosu $Q \cdot (1 - T \cdot L)$ . . . . .	48
45	Bodeho diagram citlivostních funkcí bez a s přidanou RC větví. . . . .	48
46	Výsledek simulace se zapojenou RC větví obsahující filtry $Q$ a $L$ . . . . .	49
47	Porovnání regulovaných otáček vzhledem k působící RC části. . . . .	49
48	Zobrazení zavedené antirezonance filtrem $L$ . . . . .	50
49	Bodeho diagram Notch filtru. . . . .	50
50	Bodeho diagram citlivostních funkcí bez a s přidanou RC větví. . . . .	51
51	Srovnání regulační odchylky otáček motoru s RC ( $Q$ filtr). . . . .	53
52	Srovnání regulační odchylky otáček motoru s RC ( $Q$ a $L$ filtry). . . . .	54
53	Srovnání amplitudového spektra před a po zapojení regulátoru - motor. . . . .	54
54	Vyhodnocení výsledků střední kvadratické chyby pro motor. . . . .	55
55	Srovnání regulační odchylky otáček zátěže s RC ( $Q$ filtr). . . . .	56
56	Srovnání regulační odchylky otáček zátěže s RC ( $Q$ a $L$ filtry). . . . .	57
57	Srovnání amplitudového spektra před a po zapojení regulátoru - zátěž. . . . .	57
58	Vyhodnocení výsledků střední kvadratické chyby pro zátěž. . . . .	58
59	Porovnání regulovaných otáček pro referenci 3 Hz. . . . .	61
60	Porovnání regulovaných otáček pro referenci 4.2 Hz. . . . .	61
61	Porovnání průběhu regulační odchylky pro referenční hodnotu 3 Hz. . . . .	62
62	Porovnání průběhu regulační odchylky pro referenční hodnotu 4.2 Hz. . . . .	62
63	Regulované otáčky v závislosti na požadované hodnotě a poruše. . . . .	64
64	Průběh regulační odchylky. . . . .	65