

Západočeská univerzita v Plzni
Fakulta aplikovaných věd
Katedra informatiky a výpočetní techniky

Bakalářská práce

Hodnocení přibližné zrcadlové symetrie

ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI

Fakulta aplikovaných věd

Akademický rok: 2022/2023

ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

(projektu, uměleckého díla, uměleckého výkonu)

Jméno a příjmení: **Václav ŘEZNÍČEK**
Osobní číslo: **A19B0183P**
Studijní program: **B0613A140015 Informatika a výpočetní technika**
Specializace: **Informatika**
Téma práce: **Hodnocení přibližné zrcadlové symetrie**
Zadávající katedra: **Katedra informatiky a výpočetní techniky**

Zásady pro vypracování

1. Seznamte se s programem pro určení rovin přibližné zrcadlové symetrie bodových množin vytvořeným na KIV.
2. Prostudujte různé definice symetrie a způsoby hodnocení kvality rovin.
3. Pro zvolenou definici symetrie vyberte vhodné metriky hodnocení.
4. Implementujte výpočty vybraných metrik, otestujte a metriky porovnejte.
5. Získané výsledky zhodnoťte v textu práce.

Rozsah bakalářské práce: **doporuč. 30 s. původního textu**
Rozsah grafických prací: **dle potřeby**
Forma zpracování bakalářské práce: **tištěná/elektronická**

Seznam doporučené literatury:

Dodá vedoucí bakalářské práce

Vedoucí bakalářské práce: **Prof. Dr. Ing. Ivana Kolingerová**
Katedra informatiky a výpočetní techniky

Datum zadání bakalářské práce: **3. října 2022**
Termín odevzdání bakalářské práce: **4. května 2023**

L.S.

Doc. Ing. Miloš Železný, Ph.D.
děkan

Doc. Ing. Přemysl Brada, MSc., Ph.D.
vedoucí katedry

V Plzni dne 25. října 2022

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci vypracoval samostatně a výhradně s použitím citovaných pramenů.

V Plzni dne 3. května 2023

Václav Řezníček

Abstract

Symmetry is a fundamental concept in many areas of science and mathematics, including physics, chemistry, biology and geometry. One basic kind of symmetry is reflectional symmetry. This paper discusses methods that can evaluate the planar symmetry of a 3D object. Existing methods are described, as well as two new methods. These two methods are then tested during several experiments. How the methods can sort given 3D objects according to the degree of symmetry is compared with how a human could sort it. It is also tested how the method can evaluate a 3D object with missing information or a 3D object affected by noise. Finally, how the methods can rank a 3D object that appears to be perfectly symmetrical is tested.

Abstrakt

Symetrie je základním pojmem v mnoha oblastech vědy a matematiky, včetně fyziky, chemie, biologie a geometrie. Jedním základním druhem symetrie je symetrie rovinná. Tato práce se zabývá metodami, které dokáží vyhodnotit rovinnou symetrii 3D objektu. Jsou popsány již existující metody, kterými lze míru symetrie určit, ale i dvě nově navržené metody. Tyto dvě metody jsou pak během několika experimentů vyzkoušeny. Je porovnáno to, jak dokáží metody seřadit dané 3D objekty podle míry symetrie s tím, jak by je mohl seřadit člověk. Také je vyzkoušeno to, jak dokáže metoda ohodnotit 3D objekt s chybějící informací, či 3D objekt ovlivněný šumem. Nakonec je vyzkoušeno to, jak dokáží dané metody ohodnotit 3D objekt, který se zdá být perfektně symetrický.

Poděkování

Na tomto místě bych chtěl poděkovat prof. Dr. Ing. Ivaně Kolingerové za pomoc při vedení bakalářské práce. Mé poděkování patří též Mgr. Martinu Maňákovi, Ph.D., který mi pomohl pochopit princip fungování jím navržených metod.

Obsah

1	Úvod	1
2	Symetrie a její hodnocení	2
2.1	Využití symetrie	2
2.1.1	Konkrétní možné využití metod	2
2.2	Definice symetrie	4
2.2.1	Rozdíl mezi lokální a globální symetrií	4
2.2.2	Rozdíl mezi perfektní a přibližnou symetrií	5
2.2.3	Reprezentace objektu	5
2.2.4	Popis roviny symetrie	5
2.3	Existující metody hodnocení symetrie	5
2.3.1	Hausdorffova vzdálenost	5
2.3.2	Metro mean error	6
2.3.3	Transformace rovinné zrcadlové symetrie pro 3D tvary	7
2.3.4	Diferencovatelná míra symetrie	8
2.3.5	Vybrané metody	9
3	Nástroje sloužící k testování metod	12
3.1	Datové formáty	12
3.1.1	Lidar Binary File Format	12
3.1.2	Wavefront OBJ	12
3.1.3	Point cloud	13
3.1.4	Textová data	13
3.2	Popis jednotlivých nástrojů	13
3.2.1	Nástroj na hledání symetrie	13
3.2.2	Převod mezi formáty 3D modelu	14
3.2.3	Hodnotící metoda a barvení bodů	14
3.2.4	Modifikace objektu	14
4	Hodnocení vybraných metod	16
4.1	Výsledky experimentu	16
4.1.1	Porovnání subjektivního dojmu a metody	16
4.1.2	Oříznutí objektu	25
4.1.3	Vliv šumu	28
4.1.4	Perfektně symetrický objekt	35
4.2	Shrnutí výsledků metod	37

5 Závěr	38
Literatura	39

1 Úvod

Symetrie je vlastnost objektů nebo systémů, která popisuje, do jaké míry jsou stejné nebo podobné po určité transformaci. O systému nebo objektu se říká, že je symetrický, pokud je invariantní při transformaci. Jinými slovy, pokud na systém nebo objekt aplikujete transformaci a on zůstane stejný, pak vykazuje symetrii.

Symetrie je základním pojmem v mnoha oblastech vědy a matematiky, včetně fyziky, chemie, biologie a geometrie. Má důležité využití při studiu krystalů, konstrukci molekul a pochopení přírodních zákonů.

Jedním z typů symetrie je symetrie odrazová, známá také jako zrcadlová nebo reflexní symetrie. Systém nebo objekt vykazuje reflexní symetrii, pokud je po odrazu v zrcadle stejný nebo podobný. Odrazová symetrie se často používá v designu, umění a architektuře. Mnoho budov a staveb využívá symetrii k vytvoření pocitu rovnováhy a harmonie. Kromě toho se reflexní symetrie používá při navrhování vzorů a dalších vizuálních prvků, aby se vytvořil estetický a zapamatovatelný design. V matematice se reflexní symetrie používá také při studiu geometrických tvarů a vzorů. Je důležitým pojmem při studiu geometrie a používá se k definování mnoha geometrických tvarů, jako jsou čtverce, obdélníky a trojúhelníky.

Hodnocení symetrie může být v mnoha případech velmi obtížné. Je to dáno několika důvody. V případě, že je objekt teoreticky symetrický, i malé rozdíly ve velikosti nebo tvaru mohou ztížit určení, zda jsou obě poloviny vzájemně zrcadlovými obrazy. Hodnocení symetrie také může ovlivnit to, jak se na objekt díváme. Z nějakého úhlu se může objekt jevit jako symetrický, z jiného asymetrický. Šum v datech může také zkomplikovat vyhodnocování symetrie. S tímto se můžeme například setkat u dat z 3D skenování, kde mohou přesnost vyhodnocení ovlivnit chybějící informace nebo drobné chyby v datech. U složitých dat je problém hodnocení symetrie přirozeně ještě větší, protože u nich nemusí být ani zřejmá rovina symetrie daného objektu.

Tato práce se zabývá metodami, které dokáží vyhodnocovat rovinnou symetrii 3D modelů, a dané metody porovnává.

2 Symetrie a její hodnocení

V této kapitole je uvedena základní teorie k symetrii a její užití. V závěru jsou ještě uvedeny existující metody, s jejichž využitím jde symetrii vyhodnocovat.

2.1 Využití symetrie

Obecně má symetrie řadu aplikací v široké škále oborů, například:

- Matematika: Jedním ze základních pojmů v matematice je symetrie a reálné uplatnění nachází například v geometrii.
- Fyzika: V rámci fyziky je symetrie významná, obzvláště při zkoumání zákonů přírody.
- Chemie: Studium symetrie má zásadní význam pro pochopení molekulární struktury a vlastností molekul. Pojem symetrie se používá ke klasifikaci a analýze symetrie molekul a k předvídání jejich chování.
- Umění a design: Symetrie se používá v umění a designu k vytváření vyvážených a estetických kompozic. Používá se v oborech, jako je architektura, grafický design a módní návrhářství.
- Strojírenství: V inženýrství se symetrie využívá pro vytváření harmonických a efektivních struktur a výrobků. Je aplikována při návrhu strojů, mostů a budov.
- Biologie: Symetrie je přítomna ve struktuře organismů a hraje klíčovou roli při studiu genetiky a evoluce.

2.1.1 Konkrétní možné využití metod

Metody zkoumané v této práci hodnotí míru symetrie 3D objektů, mohly by být využity především v geometrii a s geometrií spjatých oborech, jako je například počítačová grafika. V této podsekcí jsou uvedeny některá konkrétní využití. V této části textu je čerpáno z [1, 2].

vzhledem k rovině nebo ose symetrie, čímž můžeme snížit počet bodů, vrcholů a ploch potřebných k reprezentaci objektu, aniž bychom ztratili vlastnosti daného objektu.

Segmentace objektu

Dalším využitím symetrie může být dekompozice objektu na jeho symetrické části.

2.2 Definice symetrie

Přesnou matematickou definici symetrie je velmi obtížné určit [3, 4]. Nejčastěji je ale symetrie popisována jako invariance objektu nebo systému při určité transformaci. Tedy platí, že objekt X je symetrický vzhledem k transformaci T , jestliže platí, že $X = T(X)$. Platí tedy, že provedeme-li danou transformaci objektu, zůstane stejný. Podle konkrétní povahy transformace T lze pak symetrii dělit do několika základních kategorií:

- Zrcadlová symetrie: Nastává, když lze objekt nebo obrazec rozdělit na dvě stejné poloviny, které jsou navzájem zrcadlovými obrazy.
- Rotační symetrie: Tento typ symetrie se vyskytuje, když lze objekt otočit kolem středového bodu, a přesto objekt vypadá stejně. Počet otáček obrazce, který může vypadat stejně, se nazývá pořadí rotační symetrie.
- Translační symetrie: Tento typ symetrie nastává, když lze objekt posunout v určitém směru, a přesto vypadá stejně. Vzor se opakuje v pravidelných intervalech.
- Kombinace již uvedených symetrií, tedy objekt lze transformovat sám na sebe kombinací odrazu, rotace a posunu.

2.2.1 Rozdíl mezi lokální a globální symetrií

Globální symetrie označuje vlastnost symetrie, která platí pro celý objekt. Příklady objektů s globální symetrií jsou například krychle nebo koule. Lokální symetrie označuje vlastnost symetrie, která se vztahuje jen na část objektu. Znamená to, že se určitý vzor nebo tvar opakuje pouze v lokální oblasti. Příkladem může být například rameno sněhové vločky.

2.2.2 Rozdíl mezi perfektní a přibližnou symetrií

V reálných situacích, tedy například, když získáme data z 3D skeneru, je téměř vyloučeno to, že by se objekt X mapoval s využitím dané transformace T sám na sebe. Lze tedy rozlišit symetrii přibližnou a perfektní. Perfektní (dokonalá) symetrie nastane, když se všechny body objektu X mapují samy na sebe. Když toto neplatí, mluví se o přibližné symetrii.

2.2.3 Reprezentace objektu

3D Objekt (nebo povrch) X je v textu používán jednoduše jako množina bodů:

$$X = \{x_1, x_2, \dots, x_N\} \quad (2.1)$$

kde: x_i = i -tý bod objektu X
 N = počet bodů objektu X

Při popisu metody popsané v sekci 2.3.3 je místo objektu použita objemová funkce.

2.2.4 Popis roviny symetrie

Pokud je potřeba v textu vyjádřit rovinu symetrie, je určena s využitím parametrů a, b, c, d obecné rovnice roviny v prostoru jako $R : ax + by + cz + d = 0$.

2.3 Existující metody hodnocení symetrie

V této sekci jsou uvedeny některé stávající metody, které lze využít k hodnocení míry symetrie.

2.3.1 Hausdorffova vzdálenost

Hausdorffova vzdálenost [5] je měřítko podobnosti mezi dvěma množinami bodů v metrickém prostoru. Hausdorffova vzdálenost mezi dvěma množinami X a Y je definována jako maximální vzdálenost od libovolného bodu $x \in X$ k nejbližšímu bodu $y \in Y$ nebo naopak. Jinými slovy, měří maximální nesoulad mezi dvěma množinami, přičemž bere v úvahu jak jejich tvar, tak jejich vzájemnou polohu. Čím menší je Hausdorffova vzdálenost mezi dvěma množinami bodů, tím jsou si tyto množiny podobnější.

Vztah pro výpočet Hausdorffovy vzdálenosti je následující:

$$d_H(X, Y) = \max\left\{\sup_{x \in X} \inf_{y \in Y} d(x, y), \sup_{y \in Y} \inf_{x \in X} d(x, y)\right\} \quad (2.2)$$

kde: X = množina bodů $x \in X$ první množiny
 Y = množina bodů $y \in Y$ druhé množiny
 $d(x, y)$ = euklidovská vzdálenost mezi body $x \in X$ a $y \in Y$

Výhodou Hausdorffovy vzdálenosti je to, že se jedná o metriku. Pro Hausdorffovu vzdálenost proto platí tyto vlastnosti:

- $d_H(X, Y) \geq 0$ pro každé množiny X a Y
- $d_H(X, Y) = 0$ pouze, když $X = Y$
- $d_H(X, Y) = d_H(Y, X)$ pro každé množiny X a Y
- $d_H(X, Z) \leq d_H(X, Y) + d_H(Y, Z)$ pro každé množiny X, Y a Z

Nevýhodou Hausdorffovy vzdálenosti může být citlivost metody na body, které se vymykají těm ostatním. Může být jednoduše ovlivnitelná malou skupinkou odlehlých bodů. Tuto nedokonalost lze řešit upravenou verzí - RHC [6] (Robust Hausdorff Distance), která je navržena tak, aby řešila problém s těmito odlehlými body.

2.3.2 Metro mean error

Metro [7] je nástroj, který umí určit jak číselné ohodnocení podobnosti sítí, jako je maximální a střední vzdálenost, tak i vizuální ohodnocení v podobě obarvení povrchu sítě podle získané chyby.

Pro výpočet maximální vzdálenosti plochy X od plochy Y je využit vztah:

$$E(X, Y) = \max_{x \in X} \min_{y \in Y} d(x, y) \quad (2.3)$$

kde: X = první plocha
 Y = druhý plocha
 $d(x, y)$ = euklidovská vzdálenost bodu $x \in X$ od bodu $y \in Y$.

Při výpočtu střední vzdálenosti je použit následující vztah pro výpočet vzdálenosti povrchu X od povrchu Y :

$$E_m(X, Y) = \frac{1}{|X|} \int_X \min_{p' \in S} d(p, p') ds \quad (2.4)$$

kde: X = první povrch
 Y = druhá povrch
 $d(p, p')$ = euklidovská vzdálenost bodu $p \in X$ od bodu $p' \in Y$

Autor metody uvádí dva způsoby, jak určit výslednou střední vzdálenost dvou povrchů.

První metoda spočívá ve výpočtu vzdálenosti povrchu od povrchu vzorkováním bodů s pevně stanoveným vzorkovacím krokem. Přesnost výsledku závisí na volbě vzorkovacího kroku. Pro dostačující přesnost je vhodné zvolit velikost kroku o délce 0.1% délky diagonály ohraničujícího boxu.

Druhá metoda využívá pro výpočet střední vzdálenosti přístupu Monte Carlo. Uvnitř každého jednotlivého trojúhelníku tvořícího daný povrch je náhodně vygenerován počet bodů, který je přímo úměrný obsahu daného trojúhelníku. Metoda zefektivňuje výpočet a dává výsledky s podobnou přesností jako u první metody. Nevýhodou je to, že neumožňuje následnou vizualizaci, a odlišné výsledky při opakovaných výpočtech.

2.3.3 Transformace rovinné zrcadlové symetrie pro 3D tvary

Transformace rovinné zrcadlové symetrie pro 3D tvary (Planar Reflective Symmetry Transform - *PRST*) [2] je funkce, sdružující rovinu γ z prostoru rovin s číselnou hodnotou $PRST(f, \gamma)$, která určuje, jak symetrická je objemová funkce f vzhledem k rovině γ .

Vztah definovaný pro *PRST*:

$$PRST^2(f, \gamma) = 1 - \frac{SD^2(f, \gamma)}{\|f\|^2} \quad (2.5)$$

kde: f = objemová funkce definující povrch
 γ = rovina symetrie
 $SD^2(f, \gamma)$ = euklidovská vzdálenost funkce f od roviny γ

PRST je 1, když je funkce f perfektně symetrická vzhledem k rovině γ , a 0, když je funkce f perfektně asymetrická vzhledem k rovině γ .

$SD(f, \gamma)$ určuje euklidovskou vzdálenost funkce f a funkce g , kde funkce g je nejbližší funkce, která je vzhledem k rovině γ perfektně symetrická. Je definována tímto vztahem:

$$SD(f, \gamma) = \min_{g|\gamma(g)=g} (\|f - g\|) \quad (2.6)$$

SD leží mezi hodnotami 0 a $\|f\|$. Míra symetrie je nejvyšší, když je SD rovno 0 a naopak nejnižší při SD rovno $\|f\|$.

2.3.4 Diferencovatelná míra symetrie

Diferencovatelná míra symetrie (Differentiable symmetry measure) [4] umožňuje určit míru symetrie objektu tvořeného množinou bodů $x \in X$ vzhledem k rovině definované vektorem parametrů roviny $P = [a, b, c, d]^T$. Body mohou být vzorkované jak z povrchu objektu, tak i z jeho vnitřku. Míra symetrie s_X bere v úvahu každou možnou dvojici bodů $x_i \in X$ a $x_j \in X$. Je dána součtem vzdáleností bodů $r(P, x_i)$ od bodů x_j dosazené do funkce $\varphi(l)$ všech dvojic bodů $x_i \in X$ a $x_j \in X$.

Celková míra symetrie je definována vztahem:

$$s_X(P) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \omega_{ij} \varphi(\|r(P, x_i) - x_j\|) \quad (2.7)$$

kde: X = množina bodů reprezentující zrcadlený objekt.
 x_k = k-tý bod množiny X
 P = vektor s parametry roviny
 ω_{ij} = váhy dvojic bodů
 $\varphi(l)$ = radiální funkce taková, že $\varphi(0) = 1$ a klesá k nule s rostoucím l
 $r(P, x)$ = vektorová funkce, která odráží bod x přes rovinu P

Funkce $r(P, x)$ je vektorová funkce, která zobrazuje bod x na svůj odraz vzhledem k rovině symetrie P . Je spojitá a diferencovatelná vzhledem k rovině P kromě roviny $P = [0, 0, 0, d]^T$, která nepředstavuje platnou rovinu.

Definice funkce $r(P, x)$ je následující:

$$r(P, x) = x - 2 \frac{n_P^T x + d}{n_P^T n_p} n_p \quad (2.8)$$

kde: P = vektor s parametry roviny
 x = bod odražený přes rovinu P
 n_p = normálový vektor roviny P

Funkce $\varphi(l)$ je radiální funkce taková, že $\varphi(0) = 1$ a klesá k nule s rostoucím l .

Jedná se o upravenou Wendlandovu funkci, která má tento tvar:

$$\varphi(l) = \begin{cases} (1 - \frac{1}{2.6}\alpha l)^5(8(\frac{1}{2.6}\alpha l)^2 + 5\frac{1}{2.6}\alpha l + 1) & \alpha l \leq 2.6 \\ 0 & \alpha l > 2.6 \end{cases} \quad (2.9)$$

kde: α = tvarový parametr funkce

Důležitou vlastností funkce $\varphi(l)$ je to, že pro $\alpha l > 2.6$ nabývá nulové hodnoty. Tato vlastnost má za důsledek to, že body x_j , které mají od bodu $r(P, x_i)$ vzdálenost větší než $\frac{2.6}{\alpha}$, mají nulový příspěvek na celkové míře symetrie. To způsobuje, že body, které mají příliš velkou vzdálenost od bodu $r(P, x_i)$, nejsou do výsledku míry symetrie započítány. Další důležitou vlastností funkce $\varphi(l)$ je její diferencovatelnost pro libovolné l ležící na intervalu $l \in (-\infty; 0]$ a pro $\frac{d}{dl}\varphi(0) = 0$. Tato vlastnost zaručuje diferencovatelnost funkce míry symetrie $s_x(P)$ pro všechny roviny P , s výjimkou roviny $P = [0, 0, 0, d]^T$.

Užitečnou vlastností metody je to, že případně, že je známa nějaká dodatečná informace, lze pomocí vah ω_{ij} vylepšit přínos dvojice bodů $x_i \in X$ a $x_j \in X$. Další užitečnou vlastností je je zmíněná diferencovatelnost, která umožňuje analyticky vypočítat gradient míry symetrie a rychle najít maximum funkce.

2.3.5 Vybrané metody

V rámci práce byly vybrány dvě metody pro hodnocení symetrie 3D modelů, se kterými se prováděly experimenty. Obě dvě metody byly navrženy Mgr. Martinem Maňákem, Ph.D. Obě metody vychází z metody popsané v sekci 2.3.4. Hausdorffova vzdálenost popsaná v sekci 2.3.1 nebyla vybrána z toho důvodu, že se nezdála pro hodnocení symetrie úplně vhodná, protože z definice vztahu pro výpočet je zřejmé, že může být výsledná míra příliš ovlivněna odlehlými body testovaného 3D modelu. Ostatní uvedené metody nebyly vybrány především z toho důvodu, že již byly autory metod různými způsoby otestovány. Vybrané metody nebyly na druhou stranu v takové míře otestovány. Jejich implementace byla také snadněji dostupnější. Dalším důvodem k výběru metod je požadavek od vedoucí práce.

Popis první vybrané metody

V první části výpočtu míry symetrie se u každého bodu $x_i \in X$ objektu X určí bod $T(x_i)$ v opačném poloprostoru vzhledem ke zkoumané rovině symetrie. Stejně jako u původní metody se využije stejná Wendlandova funkce (2.9). Pro každý bod $T(x_i)$ se zjistí, jestli daná Wendlandova funkce vrací nenulovou hodnotu. Body, u kterých vyjde nulový výsledek Wendlandovy funkce, se v dalších výpočtech již neuvažují. U každého zrcadleného bodu $T(x_i)$ se určí nejbližší soused $N(T(x_i)) \in X$, ze stejného poloprostoru, jako je $T(x_i)$. Vypočítá se vzdálenost bodu $T(x_i)$ a jeho nejbližšího souseda $N(T(x_i))$. Tyto vzdálenosti se normalizují vydělením poloměrem Wendlandovy funkce. Udělá se 2D graf, kde na ose x budou seřazené body a na ose y normalizovaná vzdálenost nejbližšího souseda. Osa x se normalizuje do rozsahu 0-1 vydělením počtem použitých bodů.

Výsledná míra symetrie s_x se pak určí jako vzdálenost křivky grafu funkce od bodu (1, 0). Čím menší je tato vzdálenost, tím je objekt symetričtější a naopak čím je větší, tím je objekt asymetričtější. Perfektně symetrický objekt by měl mít tuto hodnotu nulovou, naopak asymetrický objekt by měl mít míru symetrie rovnou jedné.

Popis druhé vybrané metody

V první části výpočtu míry symetrie se každý bod $x_i \in X$ objektu X transformuje na jeho symetrickou polohu $T(x_i)$ do opačného poloprostoru, a to vzhledem ke zkoumané rovině symetrie. Jako další se určí bod $N(T(x_i))$, který představuje bod objektu X ze stejného poloprostoru jako je $T(x_i)$ a zároveň je k tomuto bodu nejbližší. Bod x_j je bod, který se nachází ve stejném poloprostoru jako $T(x_i)$. V dalším kroku se pro každý bod x_i určí hodnota $\delta(x_i)$. Tato hodnota se určí jako vzdálenost bodu $T(x_i)$ k jeho nejbližšímu bodu $N(T(x_i))$ vydělená vzdáleností bodu x_i a bodu $T(x_i)$. Před vydělením představuje tato hodnota absolutní odchylku bodu $T(x_i)$ od nejbližšího souseda. Po vydělení pak představuje relativní odchylku.

Výpočet hodnoty $\delta(x_i)$ je určený následujícím vztahem:

$$\delta(x_i) = d((T(x_i), N(T(x_i))))/d(x_i, T(x_i)) \quad (2.10)$$

kde: $T(x_i)$ = transformovaný bod v opačném poloprostoru
 $N(T(x_i))$ = bod objektu X , který je nejbližší bodu $N(T(x_i))$
 $d(x, y)$ = euklidovská vzdálenost bodu x od bodu y

Všechny body x_i se seřadí podle hodnoty $\delta(x_i)$. Celkové hodnocení symetrie $s(X)$ se vypočte tímto způsobem:

$$s(X) = \min_i d([1; 0], [\frac{i}{N}; \delta(x_i)]) \quad (2.11)$$

kde: $\delta(x_i)$ = relativní odchylka bodu $T(x_i)$ od jeho nejbližšího souseda
 N = počet bodů objektu X
 $d(x, y)$ = euklidovská vzdálenost bodu x od bodu y

Index i je vydělený počtem bodů N objektu X tak, aby bylo zajištěné to, že výsledné hodnocení symetrie bude rovněž spadat do rozsahu 0-1. Menší $s(X)$ značí větší míru symetrie a naopak větší $s(X)$ značí větší míru asymetrie. Perfektně symetrický objekt by měl mít tuto hodnotu nulovou, naopak perfektně asymetrický objekt by měl mít míru symetrie rovnou jedné.

3 Nástroje sloužící k testování metod

V této kapitole je uveden přehled podpůrných nástrojů, které byly při práci využity. Dále jsou zde popsány použité datové formáty.

3.1 Datové formáty

V této sekci jsou nejprve popsány datové formáty, které jednotlivé nástroje používají.

3.1.1 Lidar Binary File Format

Lidar Binary File Format (LAS) [8] je formát, který slouží k uchování dat mračna bodů LiDAR. LiDAR (Light Detection and Ranging) je technologie, která se používá pro dálkový průzkum Země a využívá laserových pulzů k měření vzdáleností a tvorbě 3D reprezentací okolí.

Soubor se skládá z binární hlavičky, která je následována posloupností binárních záznamů proměnné délky. Hlavička obsahuje informace o souboru, jako je formát bodu, počet bodů a ohraničující pole. Záznamy obsahují jednotlivé body, z nichž každý je reprezentován souborem souřadnic X, Y, Z a volitelných atributů, jako je intenzita, barva nebo klasifikace.

Formát LAS podporuje různé formáty bodů, které určují přesnost a velikost jednotlivých záznamů bodů. Nejběžnější formáty jsou 0, 1, 2 a 3, přičemž formát 3 je nejrozsáhlejší a nejpřesnější. Formát LAS také podporuje volitelná rozšíření, která umožňují uložení dalších informací do souboru, jako jsou například údaje o průběhu nebo metadata.

3.1.2 Wavefront OBJ

Formát souboru Wavefront OBJ, zkráceně .OBJ [9], je jednoduchý datový formát popisující geometrii 3D objektu, obsahuje informace o poloze každého vrcholu, souřadnicích textury a normálách vrcholů a ploch.

3.1.3 Point cloud

Point cloud [10] (PC) je formát souboru pro uchovávání mračka bodů 3D objektů.

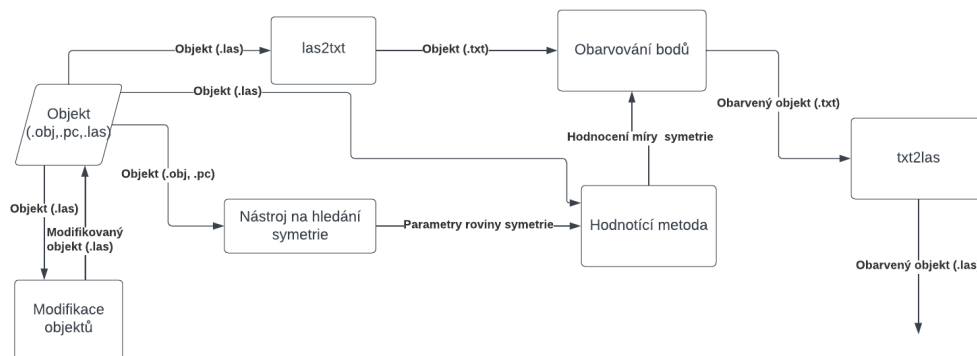
Souborový formát .pc je jednoduchý ASCII formát, který obsahuje seznam souřadnic bodů, přičemž každý bod je na jednom řádku. Každý řádek v souboru reprezentuje jeden bod a obsahuje tři prostorově oddělené hodnoty: souřadnice X, Y a Z bodu. Formát také podporuje volitelné hodnoty intenzity a barvy pro každý bod.

3.1.4 Textová data

Textový soubor exportovaný s využitím nástroje LASTools. Obsahuje data z LAS souboru v čitelné podobě, stejně jako u formátu PC.

3.2 Popis jednotlivých nástrojů

V této sekci jsou popsány nástroje, které byly při práci použity. Většina nástrojů je převzata, z toho důvodu jsou tyto nástroje popsány stručněji (především zaměřeno na vstupy a výstupy). Nástroj pro modifikaci vznikl v rámci této práce, takže tam je popis o něco podrobnější. Na obrázku 3.1 je zobrazen diagram, který znázorňuje datové toky mezi jednotlivými nástroji.



Obrázek 3.1: Diagram znázorňující využití nástrojů

3.2.1 Nástroj na hledání symetrie

Je nástroj, který umožňuje najít přibližnou rovinu symetrie. Jako vstup přijímá 3D objekt ve formátu OBJ nebo PC. Výsledný objekt umožňuje

vizualizovat, včetně získané roviny symetrie. Hlavním výstupem programu jsou parametry určené roviny symetrie. Rovina symetrie je určena pomocí metody popsané v sekci 2.3.4.

3.2.2 Převod mezi formáty 3D modelu

K převodu mezi jednotlivými formáty slouží především nástroje LASTools, což je sada nástrojů, která je speciálně určena pro zpracování dat LIDAR. V rámci práce jsou použity dva nástroje `las2txt64` a `txt2las64`

`las2txt64` je nástroj, který umožňuje převádět data LIDAR v binárním formátu LAS do textových formátů. Tento nástroj je použit k tomu, aby bylo možné k objektu přimíchat barvu jednotlivých bodů a pak s využitím nástroje `txt2las64` převést textové soubory zpět do formátu LAS, který lze pak otevřít v různých editorech.

3.2.3 Hodnotící metoda a barvení bodů

Implementace konkrétní hodnotící metody. Bere si jako vstup 3D objekt ve formátu LAS a parametry roviny symetrie získané z nástroje na hledání roviny symetrie.

K obarvení 3D objektů slouží podpůrný nástroj spjatý s hodnotící metodou. Slouží k obarvení bodů objektu (konkrétní obarvení se liší dle metody). Textová data exportovaná s využitím nástroje `las2txt` zpracovává dle výsledků hodnotící metody a přimíchává k jednotlivým bodům barvu. Textová data pak exportuje zpět do formátu LAS s využitím nástroje `txt2las` tak, aby obarvený model šel otevřít v jakémkoliv prohlížeči LAS souborů.

3.2.4 Modifikace objektu

Umožňuje modifikaci objektu. Jako vstup přijímá tyto parametry:

- Cesta ke vstupnímu souboru ve formátu LAS.
- Cesta k souboru pro výstup.
- Parametry a, b, c roviny $ax + by + cz + d = 0$ normalizované v rozsahu 0-1.
- Souřadnice x, y, z bodu (x, y, z) , kterým má procházet rovina $ax + by + cz + d = 0$. Souřadnice jsou opět v rozsahu 0-1. Například bod $(0.5, 0.5, 0.5)$ by značil průsečík diagonál kvádrů označující objekt. Výhodou použití tohoto rozsahu je to, že uživatel nástroje nemusí znát minimální a maximální souřadnice objektu.

- Dalším parametrem je volba toho, co má program udělat. První možnost je ovlivnit body umělým šumem. Druhá možnost je část objektu oříznout.
- Intenzita šumu v rozsahu 0-1.

V případě, kdy je zvoleno přidání umělého šumu k objektu, program nejprve dopočítá s využitím předané roviny a bodem ležícím v této rovině parametr d roviny $ax + by + cz + d = 0$. Určí, jaké znaménko má vzdálenost všech jednotlivých bodů od nově určené roviny. Body, jejichž vzdálenost od roviny mají nulové nebo záporné znaménko, zůstanou beze změny. Naopak u bodů, jejichž vzdálenost od roviny je kladná, se určí nové souřadnice těchto bodů jako náhodné číslo z normálního rozdělení $\mathcal{N}(s, I)$, kde s je původní souřadnice bodu. Modifikovaný objekt program nakonec uloží do výsledného souboru. V případě, že je vybráno odříznutí bodů, program jednotlivé body s kladnou vzdáleností od roviny vynechá a modifikuje hlavičku souboru tak, aby šel uložit.

Program je implementován jako jednoduchý skript pro příkazovou řádku v jazyce Python. K manipulaci s LAS soubory využívá program knihovny `laspy` [11].

4 Hodnocení vybraných metod

V této kapitole jsou sepsány výsledky získané při experimentech na vybraných metodách hodnotící symetrii 3D modelů.

4.1 Výsledky experimentu

V této sekci jsou uvedeny výsledky získané při experimentování s uvedenými metodami, včetně podrobného popisu průběhu experimentu.

V rámci experimentu byla nejprve shromážděna sada 3D modelů pro testování. Modely byly vybrány s ohledem na jejich očekávanou míru symetrie tak, aby byly zastoupeny jak modely, které se subjektivně jeví jako symetrické, tak i ty, které se jeví spíše asymetrické, nebo i takové modely, které jsou zčásti symetrické a zčásti asymetrické. Hlavní důvod je to, že dobrá metoda by měla být schopna správně ohodnotit modely s různou mírou symetrie.

Jednotlivé modely byly převedeny z původních formátů (převážně OBJ) do jednotného formátu LAS. Jednotlivé modely byly vzorkovány na předem určený počet bodů - 100 tisíc. Tento počet byl po několika vyzkoušení vybraných metod vybrán jako optimální. S tímto počtem je zachován vysoký detail modelu a zároveň výpočet výsledného hodnocení netrvá příliš dlouho. Nástrojem na hledání symetrie se určila rovina symetrie. S touto stejnou rovinou pracovala při výpočtu jak první, tak i druhá metoda.

U několika vybraných objektů byly uměle nasimulovány speciální případy, vůči kterým by měla být daná metoda odolná. Konkrétně se jedná o objekty, které jsou oříznuty, tedy chybí nějaká část z původního objektu, nebo je nějaká jeho část ovlivněna nežádoucím šumem.

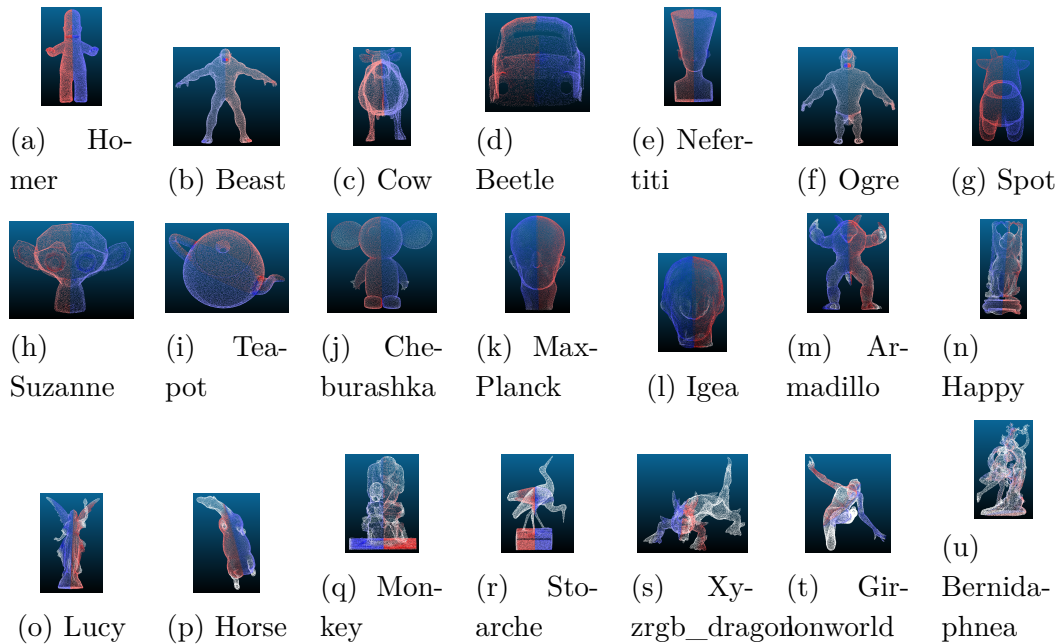
4.1.1 Porovnání subjektivního dojmu a metody

V první části experimentu se zjišťovalo to, jak lze s využitím metody ohodnotit danou sadu modelů vzhledem k jejich rovině symetrie. Zkoumalo se především to, jak by metoda dané objekty podle této míry seřadila a jak dalece se toto pořadí liší od pořadí dané subjektivním dojmem člověka. Důvodem je to, že hlavní předpoklad pro dobrou metodu je to, že objekt, který se zdá symetričtější, získá lepší hodnocení než objekt, který má symetrických znaků méně nebo jsou zanedbatelnější. Je velmi důležité myslet na to, že se

jedná pouze o subjektivní pořadí, které se vzhledem k obtížnosti hodnocení symetrie může podstatně lišit s ohledem na to, kdo model hodnotí. Například někdo může říci, že je konkrétní model zcela symetrický, ale někdo jiný vidí jen symetrii lokální.

Výsledky první metody

Na obrázcích 4.1 jsou zobrazeny vybrané testované objekty obarvené dle výsledků první metody. Jednotlivé objekty jsou seřazeny dle subjektivního ohodnocení od nejméně symetrického po nejvíce symetrický. Obarvení jednotlivých bodů daných objektů značí příspěvek těchto bodů k míře symetrie. Modře jsou obarveny body, které se nacházejí na jedné straně vzhledem k rovině symetrie. Červeně jsou obarveny body nacházející se na straně opačné k té první. Čím je jedna z těchto dvou barev sytější, tím je příspěvek bodu s takovou barvou větší. Naopak čím je odstín barvy méně sytý, tím je příspěvek bodu k míře symetrie menší. Body, které přispívají k míře symetrie nejméně (mají nulový příspěvek), jsou tedy znázorněny bílou barvou.



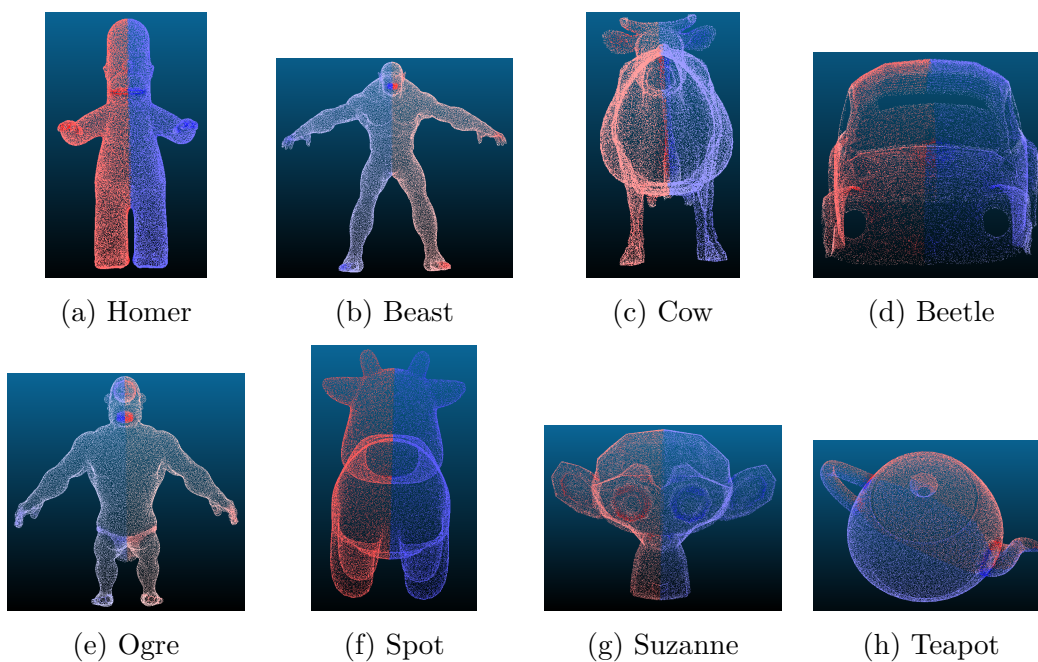
Obrázek 4.1: Testované objekty

Výsledky experimentu pro první metodu všech testovaných objektů jsou uvedeny v tabulce 4.1. V této tabulce je uveden název objektu, získaná míra symetrie, pořadí dané metodou, subjektivní pořadí a rozdíl mezi jednotlivými pořadími.

Objekt	Míra symetrie	Pořadí dané mírou symetrie	Subjektivní pořadí	Rozdíl
Beetle	0.0520936	1	4	-3
Ogre	0.071046	2	6	-4
Homer	0.0725821	3	1	+2
Spot	0.0746726	4	7	-3
Cow	0.0761208	5	3	+2
Teapot	0.0767918	6	9	-3
Suzanne	0.0828964	7	8	-1
Beast	0.0987185	8	2	+6
Nefertiti	0.167464	9	5	+4
Max-planck	0.201055	10	11	-1
Igea	0.27872	11	12	-1
Cheburashka	0.289458	12	10	+2
Lucy	0.310648	13	15	-2
Armadillo	0.310775	14	13	+1
Horse	0.331321	15	16	-1
Happy	0.351307	16	14	+2
Xyzrgb_dragon	0.382196	17	19	-2
Monkey	0.382309	18	17	+1
Stoarche	0.383149	19	18	+1
Bernidaphnea	0.490731	20	21	-1
Girilonworld	0.504999	21	20	+1

Tabulka 4.1: Porovnání subjektivního seřazení rovin a seřazení metodou.

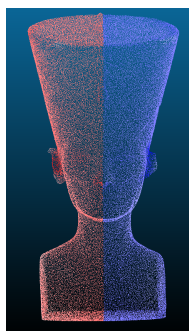
Z uvedených výsledků je možné si povšimnout toho, že prvních osm metodou nejlépe ohodnocených modelů má relativně podobná hodnocení. Hodnocení se pohybují od pěti setin u modelu Beetle do deseti setin u modelu Beast. Hodnocení jsou tedy v rozsahu pouhých 5 setin. Na obrázcích 4.2 je zobrazena tato skupina objektů ve zvětšené verzi.



Obrázek 4.2: První skupina objektů.

U těchto objektů bylo velmi obtížné rozhodnout se, který ze dvou porovnávaných objektů je symetričtější. Hlavním důvodem je to, že tyto objekty nevykazují žádné zřejmé asymetrické znaky. Z tohoto důvodu se pravděpodobně subjektivní pořadí lišilo od pořadí dané metodou v průměru více než u objektů s horším ohodnocením. Největší rozdíl v pořadí byl u objektu Beast. Bylo to konkrétně celých šest míst, což je největší odchylka ze všech objektů. Nejnižší celkové ohodnocení měl objekt Beetle.

Jako další v pořadí byl určen model Nefertiti, který je zobrazen ve zvětšené verzi na obrázku 4.3.

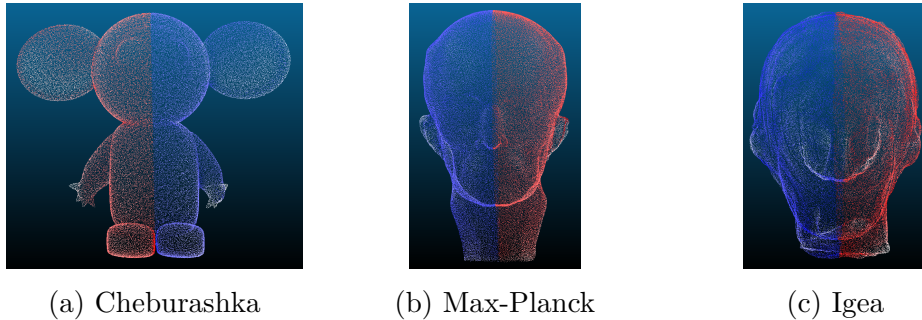


Obrázek 4.3: Nefertiti

Model Nefertiti má ohodnocení téměř 0.17, což je relativně velká odchylka v hodnocení ve srovnání s předchozím modelem Beast, který získal

hodnocení kolem deseti setin. Důvodem může být nepatrný rozdíl velikosti pravého a levého ucha. Metoda by ale měla pravděpodobně ohodnotit objekt podobně jako osm předcházejících objektů.

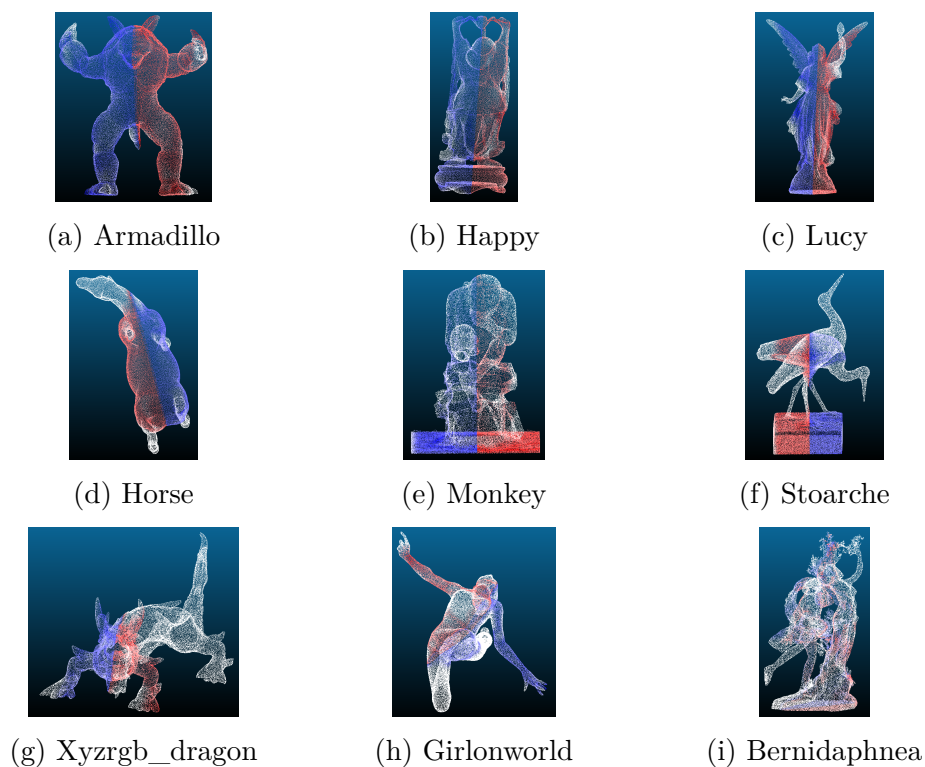
Na obrázcích 4.4 je zobrazena skupina tří objektů, které byly ohodnoceny podstatně hůře než předchozích devět objektů.



Obrázek 4.4: Druhá skupina objektů.

U všech tří následujících objektů byly vidět nějaké asymetrické části. U objektu Cheburashka to jsou trochu nerovné dlaně, u Max-Planck uši a krk. Igea má stejné známky asymetrie jako Max-Planck, ale jsou zřetelnější. U těchto objektů bylo o něco jednodušší rozhodnout se, jak vytvořit jejich pořadí podle míry symetrie. U objektu Igea je asymetrie patrná ve více místech, proto byl z těchto tří objektů zařazen jako poslední. Obtížnější bylo rozhodnout se, jestli je symetričtější Cheburashka nebo Max-Planck. Jako nejsymetričtější byl metodou ohodnocen objekt Max-Planck s hodnocením míry symetrie kolem 0.2. Ohodnocení u dvou zbylých objektů bylo o několik setin vyšší.

Na obrázcích 4.5 je zobrazena skupina devíti objektů, které byly ohodnoceny jako nejméně symetrické.



Obrázek 4.5: Třetí skupina objektů.

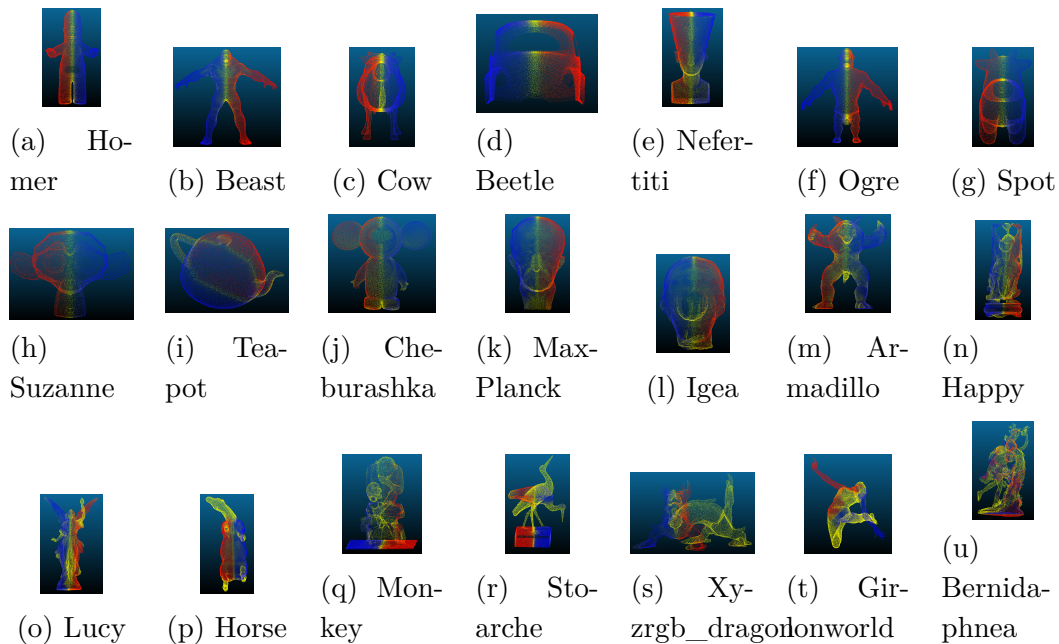
Do skupiny těchto objektů patří objekty, které mají na první pohled zřejmé známky asymetrie. S přibývajícím pořadím jsou tyto známky navíc často zřetelnější. Bylo proto jednoduché rozhodnout se o pořadí daných objektů. U Armadillo se zdály asymetrické části nejméně významné. Asymetrické jsou konkrétně relativně malé části končetin. U Happy byla asymetrická část o něco málo větší. U tohoto objektu lze pozorovat naklonění těla k jedné ze stran, což způsobuje rozdíly především ve spodní části objektu. U Lucy jsou asymetrické především ruce, jedna je směrem nahoru a druhá naopak. Další známkou asymetrie jsou hrboly ve spodní části těla. U Horse přispívá k míře symetrie pouze tělo. Monkey má symetrický podstavec a část těla, zbývající část objektu je vzhledem k rovině symetrie od pohledu asymetrická. U Stoarche je míra symetrie silně ovlivněna větším podstavcem. Xyzrgb_dragon má vzhledem k rovině symetrie symetrickou pouze hlavu a velmi malou část těla. U Gironworld jsou symetrické jen ruce a malá část těla. Bernidaphnea nemá žádnou viditelnější symetrickou část.

Metoda seřadila objekty v pořadí velmi podobném tomu subjektivnímu. Největší rozdíl mezi hodnoceními byla dvě pořadí. Číselné ohodnocení se pohybovalo v intervalu od 0.31 do 0.5. Přestože se dva v pořadí poslední objekty zdají spíše asymetrické, metoda je ohodnotila relativně malou hod-

notou. U metody, která zobrazuje míru symetrie na interval od 0 do 1, by se dalo spíše čekat, že bude hodnocení vyšší. Stupňující se asymetrie byla u těchto objektů mnohem viditelnější než u předchozích skupin. Je tedy pozitivní, že u těchto objektů došlo k lepší shodě.

Výsledky druhé metody

Na obrázcích 4.6 jsou zobrazeny vybrané testované objekty obarvené dle výsledků první metody. Jednotlivé objekty jsou seřazeny dle subjektivního ohodnocení od nejméně symetrického po nejvíce symetrický. Obarvení jednotlivých bodů daných objektů značí příspěvek těchto bodů k míře symetrie. Modře jsou obarveny body, které se nacházejí na jedné straně vzhledem k rovině symetrie. Červeně jsou obarveny body nacházející se na opačné straně. Do objektu je pak přimíchán odstín žluté, který značí velikost relativní chyby pro daný bod. Poblíž roviny symetrie je mnoho žlutě obarvených bodů právě proto, že je velká relativní chyba, přestože je absolutní chyba malá.



Obrázek 4.6: Testované objekty

Výsledky experimentu pro druhou metodu všech testovaných objektů jsou uvedeny v tabulce 4.1. V této tabulce je uveden název objektu, získaná míra symetrie, pořadí dané metodou, subjektivní pořadí a rozdíl mezi jednotlivými pořadími.

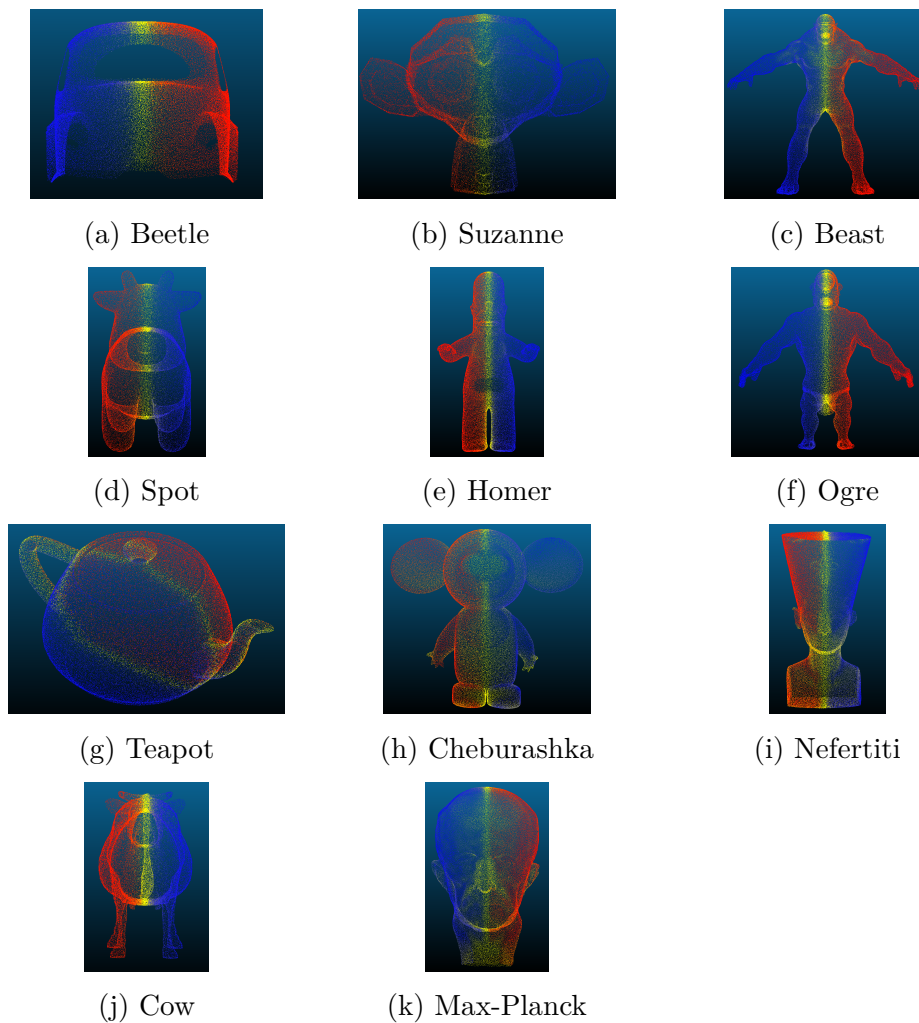
Objekt	Míra symetrie	Pořadí dané mírou symetrie	Subjektivní pořadí	Rozdíl
Beetle	0.0643787	1	4	-3
Suzanne	0.0768074	2	8	-6
Beast	0.0793399	3	2	+1
Spot	0.0801257	4	7	-3
Homer	0.0904044	5	1	+4
Ogre	0.0957244	6	6	+0
Teapot	0.0998036	7	9	-2
Cheburashka	0.106235	8	10	-2
Nefertiti	0.110826	9	5	+4
Cow	0.112638	10	3	+7
Max-Planck	0.117854	11	11	+0
Armadillo	0.135338	12	13	-1
Igea	0.156539	13	12	+1
Happy	0.193648	14	14	+0
Lucy	0.23551	15	15	+0
Monkey	0.258192	16	17	-1
Stoarche	0.351445	17	18	-1
Berninidaphnea	0.38772	18	21	-3
Horse_dragon	0.398619	19	16	+3
Girilonworld	0.5413	20	20	+0
Xyzrgb_dragon	0.546987	21	19	+2

Tabulka 4.2: Porovnání subjektivního seřazení rovin a seřazení metodou.

Na první pohled si lze povšimnout toho, že u objektů, které metoda ohodnotila jako nejsymetričtější, je poměr do žluta obarvených bodů nejmenší (značí velkou relativní vzdálenost bodu od jeho nejbližšího souseda). S přibývajícím hodnocením míry symetrie se tento poměr postupně zvětšuje. U objektů, které metoda ohodnotila jako nejméně symetrické, je poměr žlutých bodů největší. Tento trend má ale výjimky. Například objekt Cheburashka má větší poměr žlutě obarvených bodů než objekt Cow, ale dle ohodnocení metodou je objekt Cheburashka symetričtější. Ohodnocení symetrie se ale u těchto dvou objektů liší o méně než jednu setinu. Důvod tohoto jevu může být to, že počet bodů, které mají větší než očekávanou vzdálenost transformovaného bodu od jeho nejbližšího souseda, není jediná příčina větší míry symetrie. Z povahy toho, jak se výsledná míra symetrie počítá, je další, ale možná důležitější, vliv velikosti této vzdálenosti. Další, co může ovlivňovat

míru symetrie, je poměr bodů, které se nacházejí poblíž roviny symetrie. Body, které jsou poblíž roviny symetrie, mají totiž z povahy výpočtu na výslednou míru velký vliv. Vzdálenost transformovaného bodu od jeho nejbližšího souseda je dělena vzdáleností transformovaného bodu od bodu původního. U prvních jedenácti metodou seřazených objektů se míra symetrie pohybuje velmi nízko, a to mezi šesti a jedenácti setinami. Skoky v hodnocení mezi dvěma po sobě následujícími objekty jsou velmi malé, maximálně setinové. Tyto objekty bylo ale velmi těžké subjektivně seřadit, takže je tato vlastnost metody pouze částečně pozitivní.

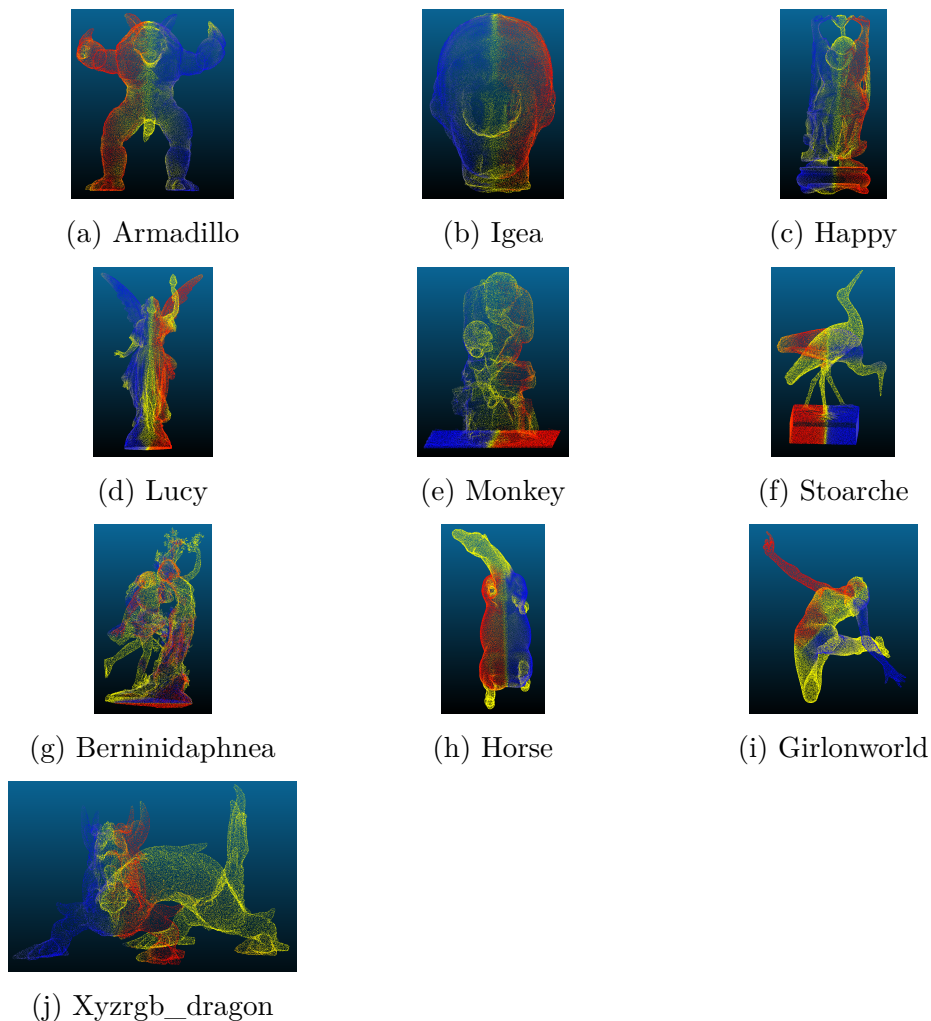
Na obrázcích 4.7 je zobrazena skupina objektů, které byly ohodnoceny metodou jako nejvíce symetrické.



Obrázek 4.7: První skupina objektů.

Od pořadí objektu Armadillo se míra symetrie zvětšuje se zvyšujícím pořadím mnohem rychleji. Stejně jako u první metody se pořadí dané meto-

dou podobá mnohem více tomu subjektivnímu u méně symetrických objektů. Zbylé nejhůře ohodnocené objekty jsou zobrazeny na obrázcích 4.8.



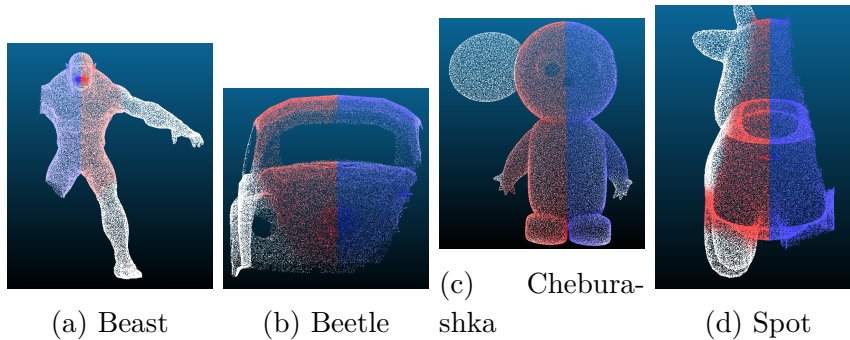
Obrázek 4.8: Druhá skupina objektů.

4.1.2 Oříznutí objektu

V této části experimentu se prošetřovalo to, jak se míra symetrie daného objektu změní, když se jedna nebo více z jeho symetrických částí odstraní. Po odříznutí symetrické části by se měla míra symetrie zmenšit, pokud hodnotíme symetrii lokální, a naopak zvětšit, když hodnotíme spíše symetrii globální. U některých objektů byla odříznuta větší část a u některých zase menší. Objekty byly oříznuty ještě, když byly ve formátu OBJ a následně převedeny do LAS tak, aby měly stejný počet bodů (100 tisíc) jako ostatní testované objekty.

Výsledky první metody

V této části textu jsou uvedeny výsledky míry symetrie získané s využitím první metody po oříznutí části objektu. Na obrázcích 4.9 jsou uvedeny obrázky znázorňující testované objekty po jejich oříznutí. V tabulce 4.3 jsou uvedeny celkové míry symetrie dané metodou. V tabulce je také uvedeno využití bodů. Využití bodů značí poměr bodů, které měly nenulový výsledek Wendlandovy funkce ku celkovému množství bodů, tedy poměr počtu bodů, které se na celkovém výsledku podílely, ku celkovému množství bodů.



Obrázek 4.9: Oříznuté objekty.

Objekt	Původní		Oříznutý	
	Míra symetrie	Využití bodů	Míra symetrie	Využití bodů
Beast	0.0987185	1	0.14222	0.702028
Beetle	0.0578502	1	0.135246	0.773591
Cheburashka	0.289458	1	0.240422	0.898302
Spot	0.0746726	1	0.197442	0.866837

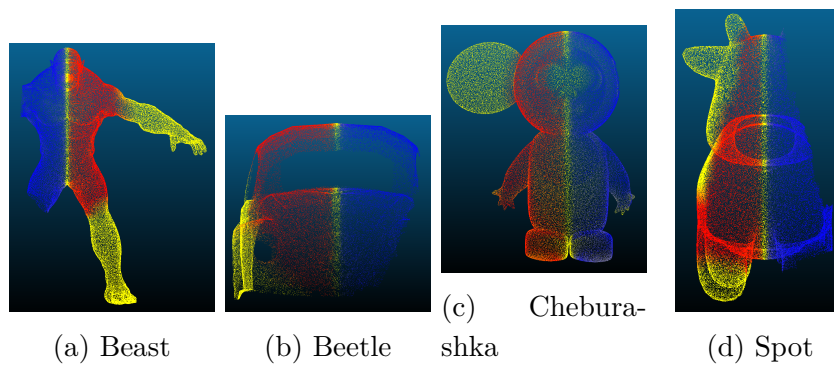
Tabulka 4.3: Míra symetrie před a po oříznutí.

U objektů Beast, Beetle a Spot se dle očekávání míra symetrie zmenšila. Nedostatek může být ale to, že poklesla o méně, než by se dalo čekat. Například u Beast míra symetrie poklesla jen o něco málo přes čtyři setiny. Je to proto, že výsledné hodnocení závisí pouze na využitých bodech. To, co se ale změnilo podstatněji, je využití bodů. Když se ale podíváme na poměr využitých bodů, tak můžeme vidět, že kleslo mnohem podstatněji. Objekt Cheburashka ohodnotila metoda po oříznutí jako symetričtější než původní objekt beze změny, což je v rozporu s očekáváním. Klesl také poměr využitých bodů. Mohlo by to být z toho důvodu, že velká část bodů tvořící oříznutou část, nepřispívá k míře symetrie tak velkým způsobem, jak

se z původního obrázku může zdát. Z obrázků je také vidět, že bílé body (nevyužité body) korespondují s oříznutými částmi objektu na druhé straně roviny symetrie. Je také vidět to, že výsledná míra symetrie značí spíše jen lokální symetrii a hodnota využití bodů určuje v tomto případě míru globality symetrie.

Výsledky druhé metody

V této části jsou uvedeny výsledky míry symetrie objektů po odříznutí určitého množství bodů s využitím druhé metody. Na obrázcích 4.10 jsou zobrazeny obrázky znázorňující testované objekty po jejich oříznutí. V tabulce 4.4 jsou zapsány celkové míry symetrie dané metodou. V tabulce není využití bodů, jelikož na rozdíl od první metody, druhá metoda žádné body nevynechává.



Obrázek 4.10: Oříznuté objekty.

Objekt	Míra symetrie	
	Původní	Oříznutý
Beast	0.0987185	0.35129
Beetle	0.0578502	0.290845
Cheburashka	0.289458	0.190242
Spot	0.0746726	0.251224

Tabulka 4.4: Míra symetrie před a po oříznutí.

Podobně jako u první testované metody se míra symetrie zmenšila u objektů Beast, Beetle a Spot. U objektu Cheburashka stejně jako u první metody hodnocení míry symetrie stoupl. Lze si také povšimnout toho, že rozdíl hodnocení míry symetrie mezi původním a oříznutým objektem je větší než u předchozí metody. Například pro objekt Beast bylo u předchozí metody

hodnocení míry symetrie po oříznutí kolem čtrnácti setin, při čemž před oříznutím to bylo kolem deseti setin. Rozdíl byl tedy pouze čtyři setiny. U objektu Beetle byl rozdíl asi osm setin, u objektu Spot něco přes dvanáct setin. U druhé metody je rozdíl mezi původním a oříznutým objektem Beast šestkrát větší, u objektu třikrát větší a u objektu téměř dvojnásobný. Tato vlastnost je pozitivní, pokud chceme hodnotit pouze globální symetrii celého objektu. Důvodem je fakt, že oříznutí symetrické části objektu značně zhoršilo ohodnocení míry symetrie. U první metody tento pokles byl menší, než by se dalo očekávat a více se zmenšil poměr využití bodů.

4.1.3 Vliv šumu

Často se také může stát to, že je objekt ovlivněný nějakým nevídaným šumem. Je proto potřeba, aby dobrá metoda byla vůči takovému jevu odolná. Hodnocení míry symetrie by pravděpodobně mělo být ve většině případů horší pro vyšší úroveň šumu a naopak lepší pro nižší úroveň šumu. Podobné by to mělo být i s ohledem na poměr šumem ovlivněných bodů ku celkovému počtu bodů daného objektu. S přibývajícím počtem šumem ovlivněných bodů by se mělo ohodnocení zhoršovat.

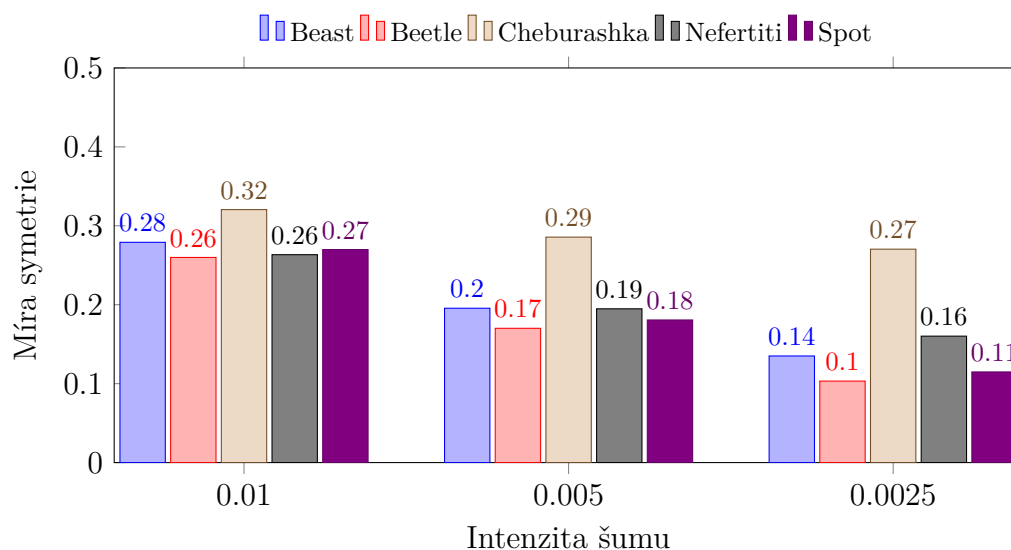
Objekt ovlivněný šumem vznikl tak, že nejprve byly vybrány parametry A , B , C , které reprezentují normálový vektor \vec{n} roviny $Ax + By + Cz + D = 0$, a bod q , kterým rovina prochází. Jako další byl dopočítán parametr D . Každý bod x_i objektu X se dosadil do levé strany rovnice roviny $Ax + By + Cz + D$. Znaménko výsledku pak značí, na jaké straně roviny se bod nachází. Jestliže byl u bodu výsledek kladný, ke každé jeho souřadnici byla připočítána náhodná hodnota z normálního rozdělení $\mathcal{N}(0, I)$. Body, u kterých byl výsledek záporný, zůstaly bez změny. V případě ořezávání se s částí objektu, kde byl výsledek po dosazení bodů kladný, nepracovalo. Pokusy byly zopakovány pro různé hodnoty parametru I a pro různé roviny.

Výsledky první metody

V této části jsou uvedeny výsledky míry symetrie s využitím první metody po ovlivnění části objektu šumem. V tabulce 4.5 jsou uvedeny dané výsledky míry symetrie. Poměr ovlivněných bodů určuje, jak velká část objektu byla šumem ovlivněna. Například pro hodnotu 0.5 je ovlivněna šumem polovina všech bodů daného objektu. Intenzita šumu určuje to, jak moc jsou body ovlivněny. Čím vyšší je intenzita šumu, tím je ovlivněná část objektu na obrázku více rozmazaná. Graf 4.11 znázorňuje závislost míry symetrie na intenzitě šumu, když je ovlivněna polovina daného objektu.

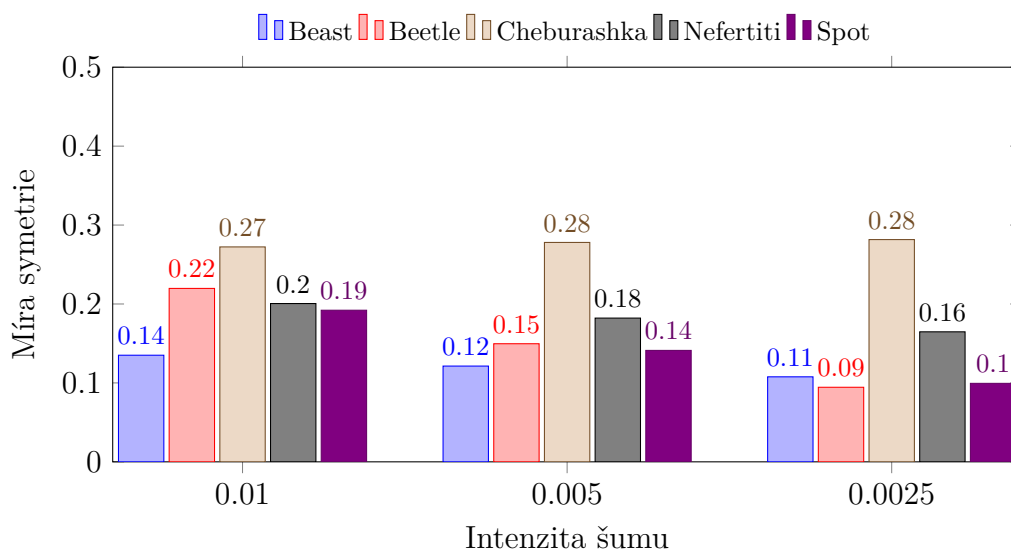
Poměr ovlivněných bodů	0.5			0.25		
	0.01	0.005	0.0025	0.01	0.005	0.0025
Intenzita šumu	0.01	0.005	0.0025	0.01	0.005	0.0025
Beast	0.279096	0.195568	0.135085	0.135085	0.121334	0.107713
Beetle	0.259914	0.170147	0.103259	0.219728	0.149636	0.094479
Cheburashka	0.320529	0.285679	0.270408	0.272311	0.27798	0.2816
Nefertiti	0.263413	0.19484	0.160204	0.200558	0.182128	0.164734
Spot	0.269913	0.180698	0.114867	0.19209	0.141183	0.0994372

Tabulka 4.5: Míra symetrie po ovlivnění šumem



Obrázek 4.11: Graf s výsledky ovlivnění objektu šumem 1.

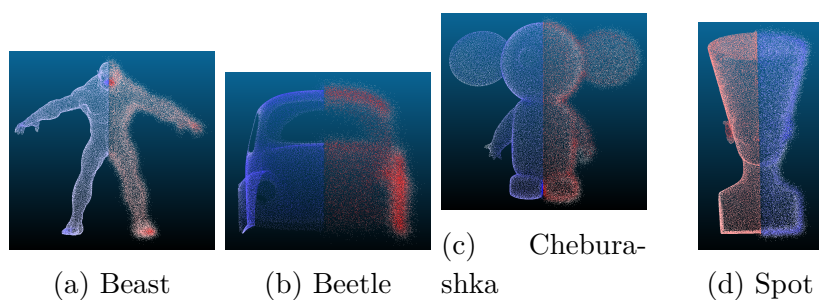
Z grafu je patrné to, že metoda hodnotí objekt jako méně symetrický, když je větší intenzita šumu. Míra symetrie pak klesá s intenzitou šumu až k původnímu ohodnocení míry symetrie. Graf 4.12 znázorňuje totéž, ale v případě ovlivnění čtvrtiny objektu.



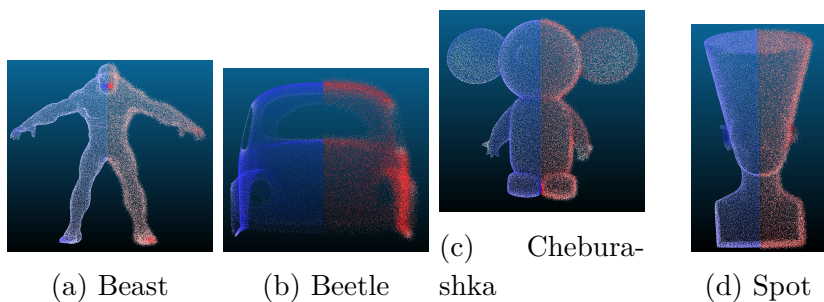
Obrázek 4.12: Graf s výsledky ovlivnění objektu šumem 2.

Z grafu je opět vidět to, že s větší intenzitou šumu klesá míra symetrie (u Cheburashka zůstala podobná). Když porovnáme oba dva grafy, je také vidět to, že míra symetrie je mnohem menší, když je menší poměr využitých bodů. Také je vidět to, že poklesy mezi jednotlivými intenzitami šumu jsou menší.

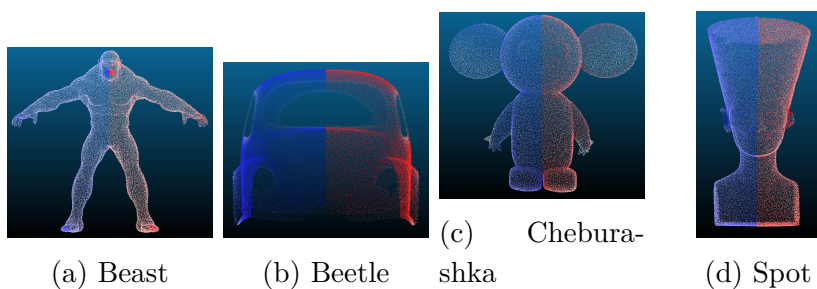
Na obrázcích 4.13 až 4.15 jsou uvedeny obrázky s objekty ovlivněnými šumem, objekty s postupně rostoucí intenzitou šumu a poměrem ovlivněných bodů 0.5.



Obrázek 4.13: Objekty ovlivněné šumem 1.

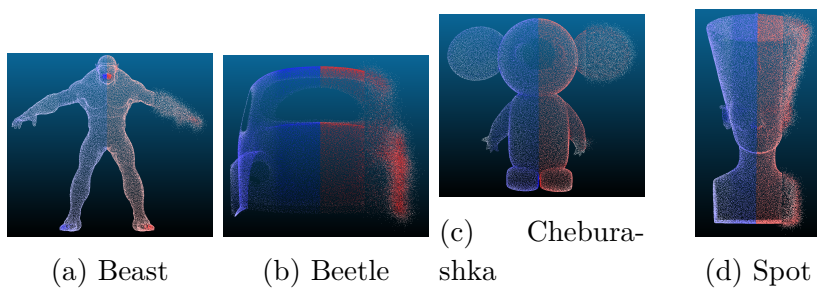


Obrázek 4.14: Objekty ovlivněné šumem 2.

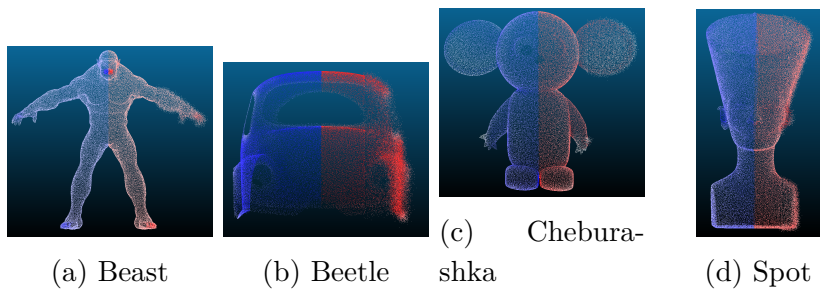


Obrázek 4.15: Objekty ovlivněné šumem 3.

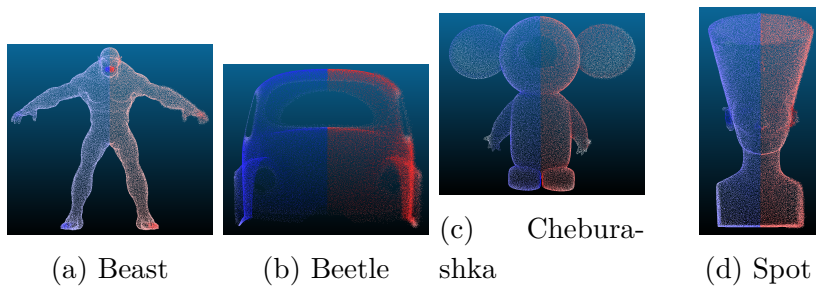
Na obrázcích 4.16 až 4.18 jsou uvedeny postupně obrázky objektů, které mají šumem ovlivněnou pouze jednu čtvrtinu bodů.



Obrázek 4.16: Objekty ovlivněné šumem 4.



Obrázek 4.17: Objekty ovlivněné šumem 5.



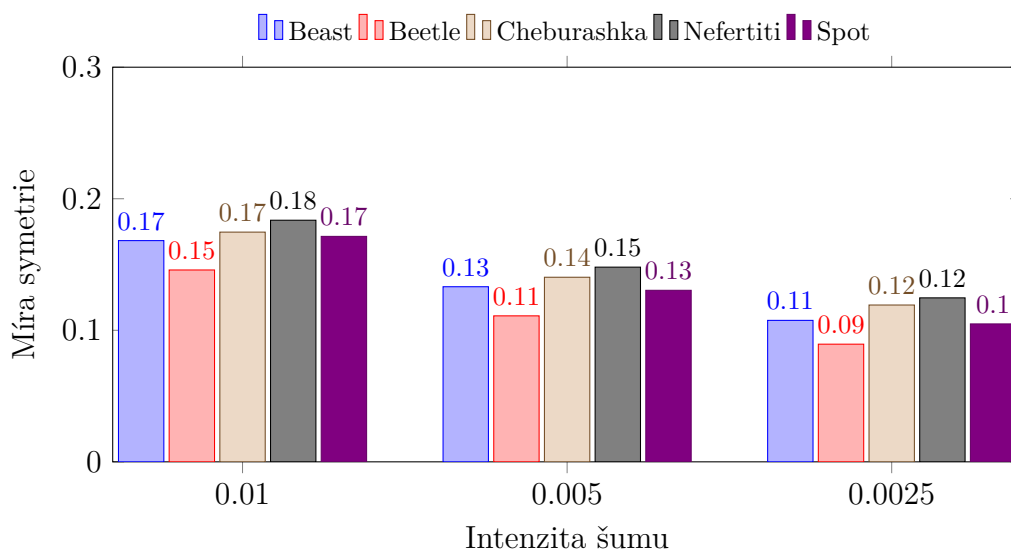
Obrázek 4.18: Objekty ovlivněné šumem 6.

Výsledky druhé metody

V této části jsou uvedeny výsledky míry symetrie získané s využitím druhé metody po ovlivnění části objektu šumem. V tabulce 4.6 jsou uvedeny výsledky míry symetrie stejně jako u první metody. Graf 4.19 znázorňuje závislost míry symetrie na intenzitě šumu, když je ovlivněna polovina objektu.

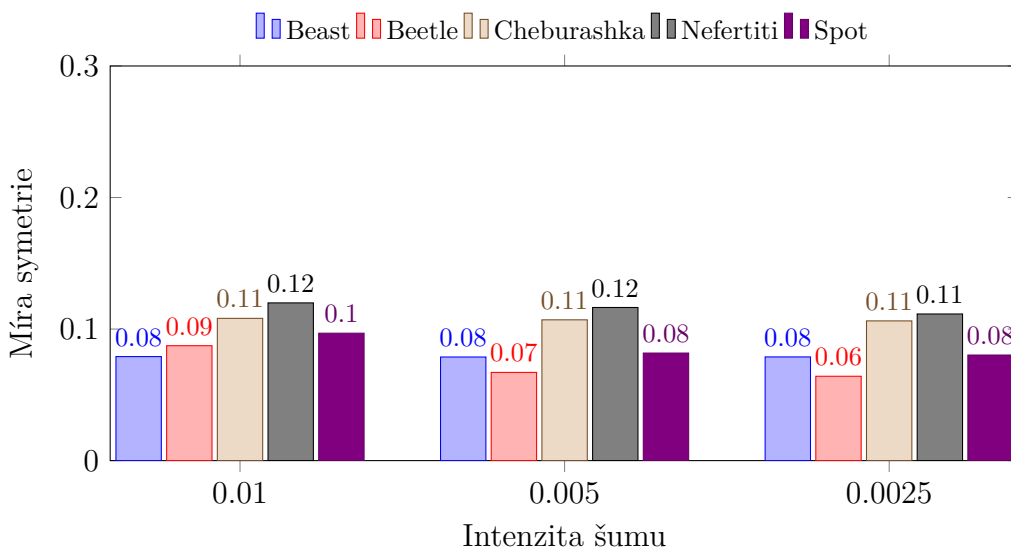
Poměr ovlivněných bodů	0.5			0.25		
	0.01	0.005	0.0025	0.01	0.005	0.0025
Beast	0.168177	0.13312	0.107539	0.0790707	0.0787641	0.0788278
Beetle	0.145853	0.110978	0.0894482	0.0873466	0.0670613	0.064142
Cheburashka	0.174632	0.140323	0.119215	0.108145	0.107028	0.106217
Nefertiti	0.18367	0.14801	0.124654	0.119899	0.116409	0.111467
Spot	0.171386	0.130395	0.104846	0.0968616	0.0817688	0.0802685

Tabulka 4.6: Míra symetrie po ovlivnění šumem



Obrázek 4.19: Graf s výsledky ovlivnění objektu šumem 3.

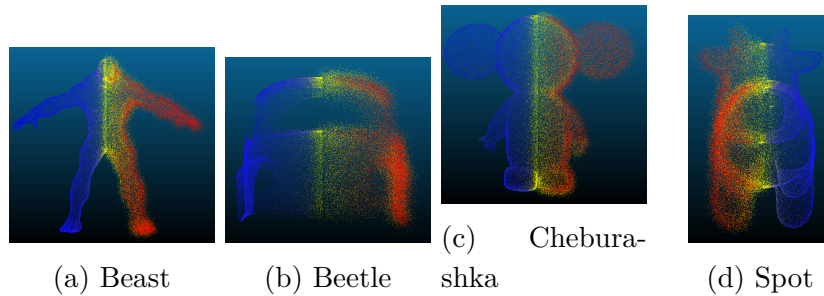
Je opět vidět to, že metoda hodnotí objekt jako méně symetrický v případě, že roste intenzita šumu. Na rozdíl od první metody jsou ale výsledné míry symetrie menší (téměř poloviční). Druhá metoda je tedy proti šumu o něco odolnější než předchozí metoda. Graf 4.20 znázorňuje stejně jako u první metody výsledné míry symetrie v případě, kdy je ovlivněna pouze čtvrtina objektu.



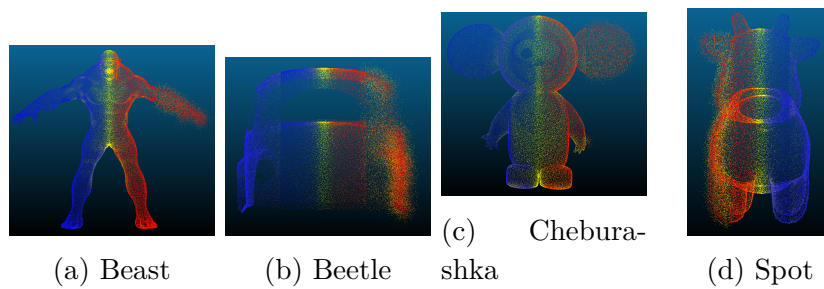
Obrázek 4.20: Graf s výsledky ovlivnění objektu šumem 4.

Opět je vidět to, že závisí na tom, jak velké množství bodů je ovlivněno. Účinek tohoto efektu je ale v tomto případě mnohem menší.

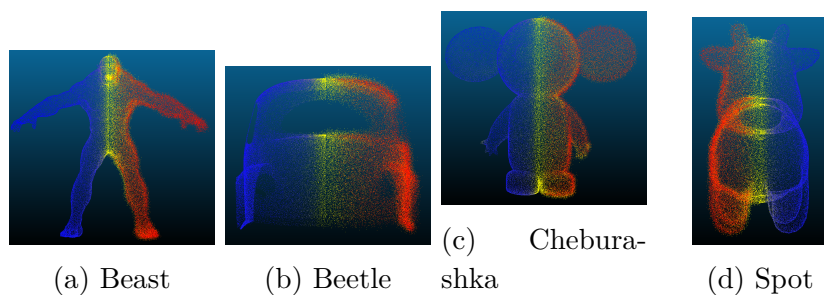
Na obrázcích 4.21 až 4.23 jsou uvedeny obrázky s objekty ovlivněnými šumem, s body obarvenými metodou, postupně s rostoucím šumem a poměrem ovlivněných bodů 0.5.



Obrázek 4.21: Objekty ovlivněné šumem 1.

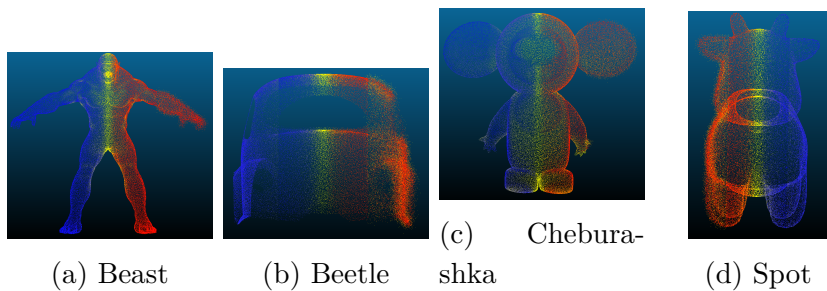


Obrázek 4.22: Objekty ovlivněné šumem 2.

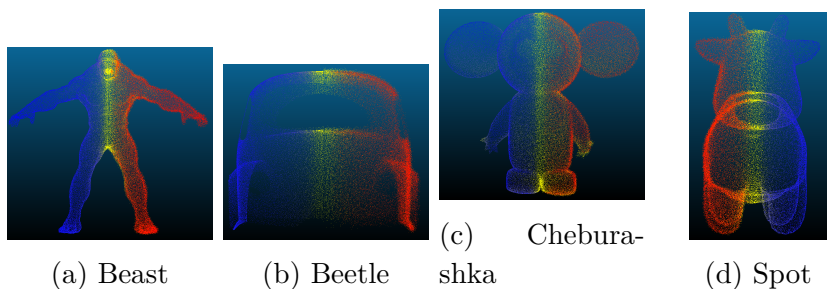


Obrázek 4.23: Objekty ovlivněné šumem 3.

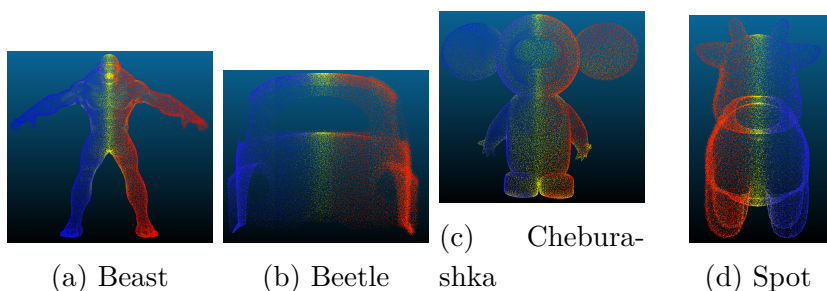
Na obrázcích 4.24 až 4.26 jsou uvedeny postupně obrázky objektů, které mají šumem ovlivněnou pouze jednu čtvrtinu bodů.



Obrázek 4.24: Objekty ovlivněné šumem 4.



Obrázek 4.25: Objekty ovlivněné šumem 5.



Obrázek 4.26: Objekty ovlivněné šumem 6.

4.1.4 Perfektně symetrický objekt

Poslední experiment měl za účel ověřit to, že metoda umí správně ohodnotit objekt, který se jeví jako perfektně symetrický. Takový objekt by měl být metodou ohodnocen nejlepší možnou hodnotou v rozsahu hodnotící stupnice dané metody.

Za tímto účelem byl vygenerován objekt tvořený množinou bodů $x_i \in X$, body x_i mají souřadnice $(ik, ik, 0)$, kde k je vzdálenost bodů x_i od bodu x_{i+1} . Jedná se o body čtverce rovnoměrně rozprostřené v rovině doplněné

o třetí (nulovou) souřadnici. V takovém objektu existují zřejmě hned čtyři perfektní roviny symetrie. Dvě úhlopříčky pomyslného čtverce a dvě roviny procházející středy protilehlých stran.

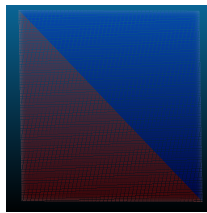
Tento pokus by bylo velmi dobré vyzkoušet i s objektem jevícím se jako perfektně asymetrický, bohužel je poměrně obtížné si takový objekt představit.

Výsledky první metody

V tabulce 4.7 je uveden výsledek míry symetrie první metody vizuálně perfektně symetrického objektu. Na obrázku 4.27 je daný objekt zobrazen.

Objekt	Míra symetrie
Square	0.00315462

Tabulka 4.7: Výsledky pro perfektně symetrický objekt.



Obrázek 4.27: Square

Dle očekávání metoda ohodnotila tento objekt velmi nízkou hodnotou. Dalo se předpokládat to, že výsledek bude nulový, ale vzhledem k množství výpočtů může být chyba zanedbatelná.

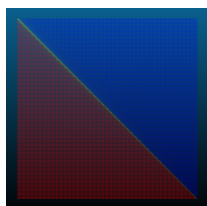
Výsledky druhé metody

V tabulce 4.8 je uveden výsledek míry symetrie druhé metody vizuálně perfektně symetrického objektu. Na obrázku 4.28 je daný objekt zobrazen.

Objekt	Míra symetrie
Square	0.00315765

Tabulka 4.8: Výsledky pro perfektně symetrický objekt.

Objekt byl ohodnocen podobně, tedy opět velmi malou hodnotou.



Obrázek 4.28: Square

4.2 Shrnutí výsledků metod

Obě dvě zkoumané metody nedokázaly ohodnotit testované objekty tak, aby všechny objekty po jejich seřazení podle míry symetrie přesně korespondovaly s pořadím daným subjektivním dojmem. Největší rozdíly mezi pořadími byly u těch objektů, u kterých bylo velmi těžké se rozhodnout, jaký objekt je symetričtější. Naopak u objektů u kterých bylo řazení snadnější, byl rozdíl mezi pořadími obvykle velmi malý. Dá se tedy říci to, že metody dokáží poměrně spolehlivě rozlišit symetrické objekty od objektů spíše asymetrických.

Metody byly také ověřeny na objektech s nějakou chybějící informací. Za tímto účelem byla od vybraných testovaných objektů odříznuta konkrétní skupina bodů, která se v původním objektu na výsledné míře podílela. Experimenty bylo následně zjištěno to, že metody hodnotí takové objekty jako méně symetrické. U první metody nebyla změna míry symetrie u objektů s chybějící informací příliš velká. První metoda poskytuje ale i poměr využitých bodů. Tento údaj vytváří další užitečnou informaci k hodnocení, protože v některých případech může udávat míru globality symetrie. U druhé metody byla změna míry symetrie u těchto objektů mnohem větší. Součástí výsledné míry symetrie už není údaj o využití bodů.

Další, co bylo experimenty vyzkoušeno, je to, jak metody hodnotí objekty ovlivněné šumem s různou intenzitou. Bylo zjištěno to, že metoda hodnotí objekt jako méně symetrický, když je větší intenzita šumu. Objekt je naopak ohodnocen jako více symetrický, když je intenzita šumu menší. Dále bylo zjištěno, že stejný vliv na výslednou míru symetrie má i poměr šumem ovlivněných bodů k celkovému množství všech bodů testovaného objektu.

Nakonec bylo experimentem zjištěno to, jak metody ohodnotí objekt, který se na první pohled jeví jako perfektně symetrický. Jak první, tak i druhá testovaná metoda ohodnotila takový objekt téměř nejlepší možnou hodnotou na hodnotící škále.

5 Závěr

Tématem této práce byla zrcadlová symetrie a její hodnocení. Bylo uvedeno potřebné zázemí k pochopení významu symetrie a její důležitosti. Bylo popsáno několik konkrétních aplikací, ve kterých se symetrie dá uplatnit. Byly vysvětleny existující metody, které lze za účelem hodnocení rovin symetrie využít. Popsány byly také dvě nově vzniklé metody, které byly následně podrobně zkoumány. S využitím různých experimentů byly tyto metody mezi sebou porovnány. Obě metody dokázaly symetrii testovaných 3D objektů hodnotit poměrně uspokojivě.

Za účelem testování metod byla posbírána sada rozdílných 3D objektů, na kterých byly pak prováděny různé experimenty. K testování jednotlivých metod bylo využito několik rozdílných nástrojů. Vznikl nástroj, který umožňuje tyto modely jednoduše modifikovat a popřípadě využít při testování dalších metod. Nástroj umožňuje oříznutí všech bodů objektu nacházejících se na jedné straně od zadané roviny nebo v těchto bodech uměle vytvořit náhodný šum, který může mít různou intenzitu.

V budoucnosti by bylo možné podobně otestovat i další metody. Bylo by také velmi vhodné rozšířit sadu testovaných objektů a více zautomatizovat samotné testování metod.

Literatura

- [1] Niloy J Mitra, Mark Pauly, Michael Wand, and Duygu Ceylan. Symmetry in 3d geometry: Extraction and applications. In *Computer Graphics Forum*, volume 32, pages 1–23. Wiley Online Library, 2013.
- [2] Joshua Podolak, Philip Shilane, Aleksey Golovinskiy, Szymon Rusinkiewicz, and Thomas Funkhouser. A planar-reflective symmetry transform for 3d shapes. In *ACM SIGGRAPH 2006 Papers*, pages 549–559. 2006.
- [3] Michel Petitjean. A definition of symmetry. *Symmetry: Culture and Science*, 18(2-3):99–119, 2007.
- [4] Lukáš Hruda, Ivana Kolingerová, and Libor Váša. Robust, fast and flexible symmetry plane detection based on differentiable symmetry measure. *The Visual Computer*, 38(2):555–571, 2022.
- [5] Jean Serra. Hausdorff distances and interpolations. *Computational Imaging and Vision*, 12:107–114, 1998.
- [6] Baraka Jacob Maiseli. Hausdorff distance with outliers and noise resilience capabilities. *SN Computer Science*, 2(5):358, 2021.
- [7] Paolo Cignoni, Claudio Rocchini, and Roberto Scopigno. Metro: measuring error on simplified surfaces. In *Computer graphics forum*, volume 17, pages 167–174. Wiley Online Library, 1998.
- [8] LAS Specification. Specification 1.4—r14. *The American Society for Photogrammetry & Remote Sensing*. Available online: http://www.asprs.org/wp-content/uploads/2019/03/LAS_1_4_r14.pdf (accessed on 26 March 2021), 2019.
- [9] FileFormat.info. Wavefront obj file format summary. Summary from the Encyclopedia of Graphics File Formats, n.d. Accessed May 1, 2023.
- [10] Point Cloud Library. Pcd file format. https://pointclouds.org/documentation/tutorials/pcd_file_format.html, 2021. Accessed May 1, 2023.
- [11] Daniel J. McCarthy. Python library for lidar las/laz io. Documentation, 2015.