

Review of the doctoral thesis  
**Parameterization methods of algebraic varieties**

by Mgr. Marek Byrtus,  
Faculty of Applied Sciences, University of West Bohemia, Plzeň

The submitted doctoral thesis deals with interpolation techniques of planar and spatial data. This subject is a very up to date research field in contemporary computer geometry and results in this field have very often very useful application in various branches of industry or information technologies.

The thesis starts with introduction, where the main points are explained, specially the concept of an algebraic curve with Pythagorean hodograph and its usefulness for applications.

Chapter 2 presents historical remarks on the development of the computer aided geometric design. Here the author explains the origins of all contemporary tools and techniques used for representation, approximation, interpolation and modeling of geometric objects.

Chapter 3 is devoted to the introduction to the main problem discussed in the thesis and this is the question how to use Pythagorean hodograph curves for the purposes of computer aided geometry. The offset curve or surface is an important notion in the industry, and because all contemporary techniques in CAGD use NURBS curves, it makes sense to look for curves and surfaces, which have rational parameterization of the offset curve. This problem has been solved approximately 20 years ago by PH curves and the author gives a clear description of the result.

Chapter 4 deals with Hermite interpolation by PH curves. In spite of the fact that the class of PH curves is very small, it can be used for interpolation. Author gives necessary and sufficient conditions for the existence of a Hermite interpolation by a PH cubic. Moreover, for applications it is necessary to know if the interpolating arc has a loop. This problem is also discussed and solved. The result is illustrated by figures.

In chapter 5 the author shows that there always exist at most two interpolants with match the given G1 Hermite interpolation data. Although it is clear from the context, the author could explain in more detail what is the

Hermite interpolation and what is the difference between G1 and C1 interpolations.

The connection to Blaschke cylinder is also mentioned and one example is presented.

Chapter 6 is devoted to interpolation of surfaces. Here the concept of a bubble patch needs a more detailed explanation. The role of the associated implicitly defined algebraic surface is not clear. Moreover, it cannot be given by its truncated Taylor expansion, if the Taylor expansion is truncated, it describes a different surface. The same is true for the remark 24. The definition 25 is independent of the previous explanation and its applications are described in the following parts of this chapter. 6.5 yields the construction of bubble function on a quadrilateral given by bilinear interpolants.

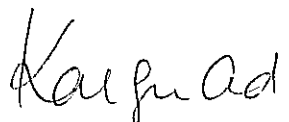
Some of the new results obtained in the thesis can be summarized as follows:

Detailed discussion of G1 Hermite interpolation by PH cubics, results have been already published by the author in CAGD. The author also formulated a conjecture about data for which we have PH interpolation without loop.

The results concerning development of new techniques for interpolation of quadrilateral meshes with associated normals are submitted for publication in the same journal.

The Thesis of Mgr. Byrtus is devoted to contemporary problems of computer aided geometry and it contains new results which he already published or which are submitted for publication. The author has a very good knowledge of the work which already has been done in the subject and uses up to day methods. The Thesis is clearly written, all notions are clearly explained ( up to the exception mentioned above). It can be expected that the author will be able to continue his research on this subject also in the future. The list of references is more then satisfactory, figures have excellent quality.

**In view of the presented facts I have the pleasure to recommend the presented thesis for defense. After it will be successfully defended, I recommend to grant to Mgr. Marek Byrtus the degree of Ph. D.**



Prof. RNDr. Adolf Karger, DrSc.  
matematicko fyzikální fakulta UK,  
Ke Karlovu 3, Praha 2

V Praze dne 18. dubna 2011.

Oponentský posudek doktorské disertační práce  
METODY PARAMETRIZACE ALGEBRAICKÝCH VARIET

Marka Byrtuse

Předložená doktorská disertační práce se zabývá problematikou interpolace rovinných a prostorových geometrických dat. Disertace svým zaměřením spadá do oblasti geometrického modelování a přináší řadu nových a zajímavých výsledků.

Práce je tematicky rozdělena do čtyř částí. Kapitoly první části jsou věnovány zařazení výsledků práce do kontextu geometrického modelování. Po přehledném historickém úvodu se autor věnuje popisu současných trendů v oblasti geometrického modelování v souvislosti s PH křivkami a interpolací geometrických dat pomocí této speciální třídy křivek. Autor také velmi dobře vystihuje souvislosti mezi PH křivkami a racionálními parametrizacemi offsetů.

Druhá část představuje autorovu práci v oblasti interpolace rovinných dat pomocí PH křivek třetího stupně, tzv. TC interpolantů. Tato část je dále rozdělena na dvě kapitoly. První z nich, kapitola čtvrtá, se zabývá  $G^1$  interpolací hermitovských dat pomocí oblouků PH kubiky. V kapitole páté autor studuje složitější problém, kde dva napojené oblouky PH kubiky mají interpolovat  $C^1$  hermitovská data v rovině. V obou případech je studována existence a kvalita interpolantů a oba problémy jsou vyřešeny včetně otázky samoprůniku jednotlivých oblouků.

Třetí část práce, kapitola šestá, je věnována interpolaci prostorových geometrických dat v podobě čtyřúhelníkových sítí s asociovanými normálami pomocí tzv. "bubble patches". Tyto pláty jsou napojeny s libovolnou, předem zvolenou  $G^n$  spojitostí, a to dokonce i v oblastech s valencí jinou než čtyři.

Závěrečná část potom přehledně shrnuje hlavní myšlenky a výsledky celé práce.

V práci, zejména v kapitole páté, jsem našel několik nedostatků (popř. záležitostí ke zvážení), které jsou formulované v následujících poznámkách a dotazech:

- Jak zvolený název práce "Metody parametrizace algebraických variet" koresponduje s jejím obsahem?
- str. 20: Věta 6 má zahrnovat všechna data, která lze interpolovat pomocí PH kubiky. Jak je to tedy s daty v Tabulce 4.1 na téže straně?
- str. 30, odst. 1: Množina řešení je zde velmi omezena. Jak je to s obecným řešením?
- Jak je myšlen odstavec před příkladem 4 na straně 32?
- Proč se v podkapitole 5.2.1 řeší problém samoprůniku oblouku PH kubiky jinak než v podkapitole 4.2?
- Kapitola 5 neobsahuje porovnání s výsledky jiných autorů, kteří řešili stejný [18,63] nebo podobný problém [116].
- V příkladu 5 jsou některé prvky PH křivky počítány v desetinných číslech. Je výsledná křivka interpolační (nebo pouze aproximační) a splňuje PH podmínku?

- Podkapitola 5.4 obsahuje pojednání o aproximačním stupni. Je-li dána křivka, která má být převedena na  $C^1$  TC-spline, proč se autor zabývá odhadem tečných vektorů?
- V první kapitole práce se hovoří o CAGD a dvou oddělených technologiích: NURBS a "subdivision". Jaké mají obě tyto reprezentace křivek a ploch výhody a nevýhody a jaký je jejich vztah k studované problematice?
- V podkapitole 6.6.1 je použit tzv. Catmull-Clark subdivision algoritmus. Jaký je jeho vztah k bubble patches a jak byla sestavena pomocná síť v obr. 6.4 na str. 71?

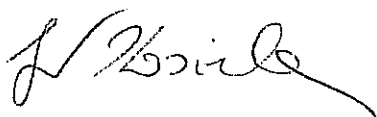
Dále jsem v práci našel řadu nepřesností a překlepů, které často mění význam vět, což potom znesnadňuje jejich pochopení. Některé z nich zahrnují např.

- str. 29, odst. 1, ř. 2: "...there exist at most two TC-interpolants which match such data". Jedná se o zavádějící tvrzení, které nevystihuje řešený problém. Toto tvrzení se nese celou disertací od úvodu, přes pátou kapitolu a až po závěr práce.
- str. 10, odst. 2: "Because all CAD and CAM systems use NURBS ...". Existuje řada systémů založených na jiných reprezentacích (subdivision, G-code, B-rep, ...)
- str. 29, ř. -3: v textu je "intersection", ale značení odpovídá sjednocení
- str. 29, důkaz věty 14, ř. 1: "(of Theorem 14)" zde nemá být; ř. 2: co je vektor  $\bar{t}$  ?
- str. 19, ř. -2: "not non-negative"
- od str. 35 se najednou mění značení daných  $G^1$  dat.
- v názvu podkapitoly 5.2.1: "TC-interpolatNs"
- str. 59, ř. 5: " $F_q$ " má zřejmě být " $F_p$ ".
- str. 64, ř. -3: "beighoring"
- str. 86: "List of authoR'S publications"

Až na výše zmíněné nedostatky je práce psána srozumitelně a přehledně, použité výsledky jsou citovány, odkazy na literaturu jsou dostatečné, formální a tiskové chyby se vyskytují v akceptovatelném rozsahu. Velmi oceňuji časté zařazování kvalitních obrázků, jež významně přispívají ke snadnému pochopení studovaných situací či k prezentaci výsledků. Stanovený cíl disertace byl splněn, použité metody odpovídají studovanému problému a řešení obsahuje vlastní přínos. Část výsledků práce, konkrétně materiál z kapitoly čtvrté, již byla publikována v Computer Aided Geometric Design, což je impaktovaný a vysoce uznávaný mezinárodní časopis. Výsledky šesté kapitoly již byly také zaslány k publikaci.

#### Závěr:

Autor předloženou práci dokazuje, že zvládá metodiku vědecké činnosti. Disertační práce splňuje všechny požadavky na ni kladené k získání akademického titulu doktor. I přes výše uvedené nedostatky proto navrhuji, aby práce Marka Byrtuse byla přijata k obhajobě jako disertační.



RNDr. Jiří Kosinka, Ph.D.

Cambridge, UK, April 26, 2011