

Oponentský posudek na disertační práci

Ing. Tomáše Svatoně

nazvanou:

Smíšené metody v problémech nelineární elasticity velkých distorzí

Předložená disertační práce zpracovává zajímavé téma z oblasti modelování v nelineární mechanice kontinua, které má význam v popisu živých tkání, zejména v biomechanice růstu a remodelace, ale také v mnohých problémech souvisejících s modelováním technologických procesů, např. svařování, nebo vývoje nových materiálů. Předmětem zájmu je matematický popis kontinua, jehož materiálová konfigurace je silně nespojitá. V zásadě se jedná o známý problém multiplikativního rozkladu deformačního gradientu, v případě plastického kontinua $\mathbf{F} = \mathbf{F}_e \mathbf{F}_p$, kde \mathbf{F}_e a \mathbf{F}_p reprezentuje po řadě elastické a plastické deformace, tedy vliv dislokací. V této práci je $\mathbf{F}_p = \mathbf{F}_o$ deformace materiálu vůči fiktivní spojitě konfigurované konfiguraci a generuje nespojitě pole posuvů. Úloha spočívá v nalezení kompenzujícího pole posuvů a deformací, které zajistí “slepení” diskontinuit, tedy kompatibilitu celkové deformace. Autor se v minulosti věnoval problému popisu kontrakce srdeční tkáně, kde \mathbf{F}_o zastává právě roli kontrakce. Tento problém je ovšem možné řešit jinými patřičnějšími přístupy.

Dle autorova vyjádření je hlavní důraz práce kladen na porovnání několika formulací a jejich numerických implementací z hlediska potlačení nežádoucích oscilací řešení vyvolaných nespojitostí. Omezuje se na stacionární případ s uvažováním hyperelastického materiálu. Současně se zabývá případem omezené stlačitelnosti, který sám o sobě vyžaduje určitou relaxaci modelu nebo popis pomocí smíšené formulace. V práci jsou použity celkem tři formulace: tzv. “kompatibilní formulace”, tedy formulace v posuvech, smíšená formulace rozšířená o tlakové pole a formulace “de Veubeke-Hu-Washitzu”, kde stav je určen pohybem, deformací a napětím. Tyto formulace jsou předmětem diskuse z hlediska numerického řešení Galerkinovou metodou s použitím Lagrangeových konformních prvků, nebo nekonformní aproximace, jež umožňuje přirozeně respektovat nespojitost v napětí a elastické deformaci. Analýza problému je omezena jen na testování zmíněných formulací na několika příkladech, některé z nich připouští redukci dimenze a semianalytický výpočet deformačního a napěťového stavu.

Práce je rozčleněna do pěti kapitol, přičemž její podstata je náplní kapitoly 2., kde je představen popis diskontinuit a distorzí, stručné kapitoly 3., kde jsou představeny uvažované formulace, a kapitoly 5., kde jsou uvedeny testovací příklady a výsledky práce.

Celkové hodnocení práce

Téma numerického modelování kontinua s distorzemi a nespojitostmi má nesporný význam pro rozvoj výpočetních metod a algoritmů v mechanice a numerické analýze PDR vůbec. Výsledky této práce tvoří příspěvek k metodice studia daného problému a dílem rozšiřují poznání v této zatím ne příliš probádané oblasti, i když jejich zobecnění a vyvození závěrů na základě několika akademických příkladů se zdá poněkud problematické.

Autorův vlastní přínos lze spatřovat ve volbě diskretizačních schémat, konstrukci testovacích příkladů, nepochybně v implementaci některých vztahů ve výpočetním prostředí COMSOL a zřejmě i v samotném popisu mechaniky distorzí a odvození příslušných formulí

– tento posledně jmenovaný bod není ovšem v práci nijak zdůrazněn, některá odvození chybí a autor by měl svůj přínos v tomto ohledu během obhajoby konkretizovat.

Metody použité v práci lze považovat za adekvátní. Numerické metody použité k výpočtům jsou zmíněny jen okrajově a nejsou ani nijak zvlášť analyzovány a porovnávány paměťové a časové nároky pro jednotlivé formulace. Jistě je to dáno také použitím systému COMSOL, který patrně omezuje přístup k některým detailům kroků výpočetních procedur. Otázkou je porovnání metod a přístupů této práce s podobnými pracemi na dané téma. Bylo by dobré porovnat zejména vhodné testovací příklady.

Práce čítající kolem šedesáti stran textu je psána v Angličtině proměnné kvality. Její grafická úprava je velmi dobrá. Po stránce didaktické však spatřuji jisté nedostatky. Především se zdá nevyvážená proporce mezi částí shrnující vesměs známé skutečnosti z mechaniky kontinua a mezi částí, která se zabývá analýzou problému a uváděním výsledků. Chybí odvození některých, pro pochopení důležitých vztahů, jako je například výraz pro výpočet prvního Piolova-Kirchhoffova napětí v kontextu kinematiky distorzí. Uvádění základních formulí, které lze nalézt v každé solidní učebnici mechaniky kontinua, je tak vlastně samoúčelné, není-li pak náležitě demonstrováno použití tohoto aparátu. Podobně i uvažované formulace by zasloužili širší komentář a zasazení do kontextu variačního počtu. Právě absence výkladu a ne příliš logická výstavba textu zbytečně snižují celkové vyznění práce.

Závěrem ze konstatovat, že i přes shora uvedené nedostatky, cíle práce vytčené autorem byly splněny. Seznam autorových publikací obsahuje 2 časopisecké publikace, 2 příspěvky do kapitol v knize a 9 publikací ve sbornících konferencí. Ing. Svatoň nabyl jistě zkušenosti během dlouhodobých pobytů na zahraničním pracovišti, což je stvrzeno spoluautorstvím některých publikací. Jeho disertační práci **doporučuji** k obhajobě, při níž se autor vyjádří k otázkám a komentářům, které jsou uvedeny v příloze tohoto posudku.

V Plzni 3.8.2012



Prof. Dr. Ing. Eduard Rohan, DSc.
Katedra mechaniky
a Katedra matematiky,
Západočeská univerzita v Plzni

Příloha posudku disertační práce Ing. Tomáše Svatoně

Připomínky a dotazy.

1. V práci se vychází z podmínek rovnováhy pro 1. Piola-Kirchhoffův tenzor napětí. Jaký je důvod, či jaké jsou výhody oproti běžnějšímu použití 2. Piola-Kirchhoffova tenzoru, jenž je standardně používán s ohledem na jeho symetrii? Navíc používání symbolu S bývá vyhrazeno právě pro 2. Piola-Kirchhoffův tenzor.
2. Postrádám popis diskretizované verze formulací, tj. popis příslušných matic a jejich vlastností.
3. Formálně by se měla odlišit značení volné energie ψ jako funkce \bar{C} , resp. \bar{F} . S ohledem na objektivitu ψ je třeba uvažovat primárně závislost $\psi : C \mapsto \mathbb{R}$.
4. Aditivní rozklad volné (deformační) energie (2.57) není zcela samozřejmý.
5. Zavedení napětí S_o , S_e a S by mělo být lépe vysvětleno. Především pak chybí odvození vztahů (2.62), resp. (2.63), jelikož na ně navazují výpočty v kapitole 4. Snadno lze odvodit vztah pro 2. Piola-Kirchhoffův tenzor, $S_{iso}^{II} = J^{-2/3} \mu (I - 1/3(I : C_e) C_e^{-1}) = 2\partial\psi_{iso}/\partial C_e$, ovšem další manipulace s multiplikativním rozkladem by měla být konkretizována.
6. Kapitola 2.2.4 je nedostatečná a zbytečně vybočuje z rámce celé práce.
7. Formulace úloh, jako např. v (3.16), nejsou formálně správné, chybí informace o množině kinematicky přípustných posunutí. Značení prostorů $[V]^d$ na základě definice prostoru skalárních funkcí V je nevhodné, neboť znemožňuje použít obecnější a v praxi používané okrajové podmínky. Navíc způsob zavedení v (3.14) je nejasný. V kontextu značení v (3.18) pak působí poněkud chaoticky.
8. Chybí variační formulace, z níž vychází smíšená formulace a podobně tak pro dVHW metodu.
9. Na str. 37 je chybně nazýván vektor d jako "vnitřní síla". Vnitřní síly jsou síly akce a reakce, tedy odpovídají trakcím napětí.
10. Proč nejsou lineární Lagrangeovy prvky zavedeny podobně jako kvadratické? Viz rozdíl v (3.11) a (3.12).
11. V (3.3) je chyba.
12. Jaký je důvod používání označení $|u|, |F|$?
13. Otázkou zůstává aproximace napěťového pole pomocí DG (Dsc_1) metody. Je zřejmé, že projekce Cauchyova napětí do normály k řezu kontinuem by měly být spojité ve směru této normály. Jaké je v tomto kontextu odůvodnění aproximace složky napětí S_{33} v Tab. 4.2. pomocí nekonformních prvků?
14. V práci nejsou zmíněny duální formulace pomocí minima doplňkové energie a související aproximace napětí na bázi samorovnovážných prvků, viz [Haslinger J., Hlaváček I., Lovíšek J., Nečas J.: Solution of Variational Inequalities in Mechanics, Applied Mathematical Sciences, Springer-Verlag, 1988] Domnívám se, že pro ucelenost pohledu na různé možnosti smíšených a hybridních přístupů by toto téma mělo být alespoň zmíněno.

Doctoral Thesis Evaluation
Ing. Tomas Svaton
Mixed methods in problems of finite elasticity with large distortions

a) Evaluation of the thesis significance for the field of study.

The thesis deals with a very important issue: finite elasticity with large distortions. At present, elasticity involving large displacements and/or strains is thoroughly studied, from any point of view, ranging from analysis to numeric; on the contrary, a small number of papers tackle large distortions. Moreover, due to the increasing attention that is devoted to the mechanical modelling of soft matter, the theory of elasticity with distortions is gaining new momentum. Thus, in my opinion the present thesis has a large significance in the field of study.

b) Statement regarding the problem solution, methods used and fulfillment of the given aim.

The thesis begins by giving the fundamental notions of finite elasticity with distortions; then, it presents different formulations of the balance laws, posed in weak form. After assuming some specific constitutive relations for the elastic energy, the classical principle of virtual work is reformulated in the so-called compatible form (displacement is the unknown), in the mixed form (displacement and pressure are the unknowns), and using the de Eureka–Hun–Washes (dhow) form (displacement, displacement gradient, pressure and stress are the unknowns).

The different formulations are then benchmarked against some test cases. The problems being solved are quite severe: for a given body, a discontinuous distortion field is assigned; then a smooth elastic solution is sought using the Finite Element Method. As is well known, the sharp jump of the distortion yields large oscillations in the solutions, which are both interpolant- and mesh-sensitive. The results obtained give an overview about the performances of the different methods.

c) Point of view concerning the thesis results and the original specific contribution of the student.

The numerical results obtained with the dVHW method and the mixed method are similar, but the first method appears to be in general more robust than the second one; moreover it prevents the locking effect, which appears particularly severe in the case of anisotropic materials. Another advantage of the dVHW formulation relays in its ability to dampen out the oscillations across the discontinuities. A drawback of the method is its computational cost which in 3D calculations can be extremely high.

The contribution is original, as, to my knowledge, no other systematic analysis of FEM for non-linear elasticity with large distortions is present in the literature.

A weak point of the thesis is the lack of any theoretical analysis about the many interesting phenomena which appear during the numerical simulations. I think that this thesis would greatly benefit by an analytical discussions about some of the many interesting issues it tackles.

d) Possible further expression, e.g. systematic research, clarity, formal design and language standard of the doctoral thesis.

My first and only comment for this point concerns the language: it should be improved.

As far as I know, the student is multilingual (native, German, Italian, English, French); nevertheless, a good written and oral English is extremely important for scientific communications, and the student should work in order to achieve a far better English skills.

e) Statement to student's publications.

Student's publications appear on international journals and their quality is above the average.

f) Opponent's clear expression whether or not he recommends the doctoral thesis for the defense.

I recommend the doctoral thesis.

Actually, it contains some lack of style; nevertheless, the topics therein contained are very interesting and worth publishing.

Roma, 26-07-2012

Luciano Teresi

A handwritten signature in black ink, appearing to read 'Luciano Teresi', written in a cursive style.