

Posudek oponenta na diplomovou práci Bc. Karolíny Kamenické

S-pakovací barvení a jeho varianty

Práce Karolíny Kamenické se zabývá *S*-pakovacím barvením grafů a jeho jednoduššími variantami. Lze ji zhruba rozdělit na tři části: první část (kapitoly 1–3) obsahuje úvod a základní definice, druhou část (kapitoly 4–6) tvoří přehled známých výsledků se vztahem k distančnímu, pakovacímu a *S*-pakovacímu barvení, a třetí část (kapitola 7) shrnuje nové výsledky, získané ve spolupráci autorky s prof. B. Brešarem a J. Ferme z Univerzity v Mariboru. Podle vyjádření prof. Brešara, přiloženého k diplomové práci, se diplomantka podílela na všech výsledcích a u většiny z nich je její podíl klíčový. Tyto výsledky jsou obsaženy rovněž v článku uvedených autorů *S*-packing colorings of distance graphs $G(\mathbb{Z}, \{2, t\})$, zasláném k publikaci v impaktovaném časopise *Applied Mathematics and Computation* a dostupném na serveru arXiv.

Práce přináší zejména následující výsledky týkající se grafu $G = G(\mathbb{Z}, \{2, t\})$:

- určení *S*-pakovacího chromatického čísla grafu G pro posloupnosti S tvořené prvky 1 a 2 (podkapitola 7.1),
- odhady pro d -distanční chromatické číslo grafu G (věty 7.5 a 7.6),
- určení 2-distančního chromatického čísla $\chi_2(G)$ pro všechny (liché) hodnoty parametru t (tvrzení 7.10 a věta 7.11).

Jedná se o netriviální výsledky, které zcela naplňují úroveň očekávanou od diplomové práce. K jejich získání bylo třeba provést podrobný a poměrně rozsáhlý rozbor případů, v jednotlivých případech zkonstruovat vhodné explicitní obarvení a využít obecných vlastností studovaných grafů k odvození dolních odhadů pro barevnost.

Shrnutí známých výsledků v přehledové části práce je důkladné a podle mého soudu zdařilé.

Moje hlavní výhrada k práci z jazykového hlediska se týká adjektiva ‘kartézský’, které je v textu chybně psáno s velkým počátečním písmenem. Vylepšení by si dále zasloužily např. formulace ‘graf s r (bez vnější) stěnami’ (str. 12), ‘odhadli d -distanční chromatické číslo rovinných grafů *na*...’ (str. 19), ‘Dále se domnívají...’ (str. 21), nadpis podkapitoly 5.2.1 nebo věta na str. 18 začínající spojkou ‘A’.

Několik věcných připomínek zejména k přehledové části:

- V úvodu práce jsou základní typy barvení zbytečně definovány víckrát (v každé z kapitol 1, 2, 3) a opakují se také pozorování ohledně jejich vztahu (d -distanční barvení jako speciální případ *S*-pakovacího barvení atd.)

- V tabulce na straně 8 jsou chybně uvedeny nerovnosti v horních odhadech.
- Ve větě 4.27 bych zvažoval jiný způsob zvýraznění než matoucí horní indexy.
- U věty 5.5 by neměl chybět odkaz na článek C. Thomassena (JCTB 128 (2018), 192–218), kde dokazuje Wegnerovu hypotézu pro rovinné kubické grafy a na rozdíl od článku [27] nejde o počítačové ověření.
- V tvrzení 6.20 a na jiných místech se objevuje nepřesná formulace výsledku s použitím konečné posloupnosti S — např. místo ' $S = (2, 2, 2, 2, 2)$ ' by mělo být řečeno ' S začíná posloupností $(2, 2, 2, 2, 2)$ '.
- Smysl poznámky pod tvrzením 6.11 není úplně zřejmý, navíc by bylo lépe použít stejné značení jako v samotném tvrzení (a místo ℓ).
- Definice roztržitěné sekvence na str. 25 by měla být formulována jasněji.
- V tvrzeních 6.18 a 6.22 je nejasně formulován vztah mezi posloupností S a nalezenými MPCS posloupnostmi.
- Obsah tvrzení 7.10 plyne z vět 7.5 a 7.6 (jak se konstatuje na str. 45 dole), proto není zřejmé, proč je tvrzení opět samostatně dokazováno.

Výše uvedené drobné nedostatky jsou snadno opravitelné a nemají podstatný vliv na mé hodnocení textu. Předložená práce Karolíny Kamenické je velmi kvalitní a naplňuje všechny požadavky kladené na diplomovou práci. **Doporučuji její přijetí k obhajobě a hodnocení stupněm výborně.**

V Plzni dne 13. července 2020.

Prof. RNDr. Tomáš Kaiser, DSc.
Katedra matematiky
Západočeská univerzita v Plzni