

**Západočeská univerzita v Plzni**

**Fakulta aplikovaných věd**

**Katedra kybernetiky**

# **DIPLOMOVÁ PRÁCE**

**PLZEŇ, 2013**

**TOMÁŠ PŘINDA**

**ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE**  
(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: **Bc. Tomáš PŘINDA**  
Osobní číslo: **A10N0149P**  
Studijní program: **N3918 Aplikované vědy a informatika**  
Studijní obor: **Kybernetika a řídicí technika**  
Název tématu: **Výběr optimální konstelace družic v satelitních systémech určených pro navigaci**  
Zadávací katedra: **Katedra kybernetiky**

Z á s a d y p r o v y p r a c o v á n í :

1. Seznamte se s úlohou určení polohy pomocí satelitního navigačního systému.
2. Seznamte se s metodami výběru optimální konstelace družic.
3. Zvolené metody výběru optimální konstelace družic implementujte.
4. Porovnejte implementované metody na testovacích datech.

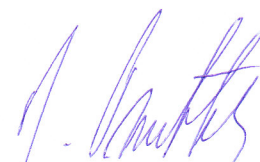
Rozsah grafických prací: **dle potřeby**  
Rozsah pracovní zprávy: **35-50 stránek A4**  
Forma zpracování diplomové práce: **tištěná**  
Seznam odborné literatury:  
**Dodá vedoucí diplomové práce**

Vedoucí diplomové práce: **Ing. Ondřej Straka, Ph.D.**  
Katedra kybernetiky

Datum zadání diplomové práce: **24. září 2012**  
Termín odevzdání diplomové práce: **17. května 2013**



Doc. Ing. František Vávra, CSc.  
děkan



Prof. Ing. Josef Psutka, CSc.  
vedoucí katedry

V Plzni dne 24. září 2012

## PROHLÁŠENÍ

Předkládám tímto k posouzení a obhajobě diplomovou práci zpracovanou na závěr studia na Fakultě aplikovaných věd Západočeské univerzity v Plzni.

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci vypracoval samostatně a výhradně s použitím odborné literatury a pramenů, jejichž úplný seznam je její součástí.

V Plzni dne 4.5.2013

.....  
*vlastnoruční podpis*

## **Abstrakt**

Práce se zabývá problémem odhadu polohy pomocí globálních družicových polohových systémů se zaměřením na problém výběru vhodných družic za účelem redukce výpočetní náročnosti samotného výpočtu polohy. V literatuře již existuje řada metod, zaměřených na výběr vhodných družic. Tato práce vybrané metody popisuje a porovnává je s ohledem na jejich numerickou náročnost a na jimi dosažený parametr geometrické přesnosti (GDOP). Dále je v práci jedna metoda výběru vhodných družic navržena. Práce uvádí u metod jejich algoritmy a metody porovnává prostřednictvím simulací. Na základě simulací pak předkládá doporučení pro volbu metod.

Klíčová slova:

globální družicový polohový systém (GNSS), GPS, Galileo, GLONASS, Compass, výběr satelitů, parametr geometrické přesnosti (GDOP)

## **Abstract**

The thesis deals with the problem of positioning using the global navigation satellite system and focuses on the problem of satellite selection to reduce computational costs of position computation. In literature there are many methods treating this problem. The thesis describes and compares selected methods with respect to their computational complexity and geometric dilution of precision parameter they achieve. Further, a method for satellite selection is proposed in the thesis. The thesis describes algorithms of the methods and compares them using simulations. Based on the simulations, the thesis provides recommendations for selecting the methods.

Key words:

Global navigation satellite system (GNSS), GPS, Galileo, GLONASS, Compass, satellite selection, geometric dilution of precision (GDOP)

# Obsah

<b>1</b>	<b>Úvod</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Definice základních pojmů</b>	<b>3</b>
2.1	Souřadnicové systémy používané v GNSS . . . . .	3
2.1.1	Souřadnicový systém ECEF . . . . .	3
2.1.2	Souřadnicový systém LLA . . . . .	3
2.1.3	Souřadnicový systém ENU . . . . .	3
2.2	Směrový vektor . . . . .	5
2.3	Horizont . . . . .	5
2.4	Azimut, elevace, zenit . . . . .	6
2.5	Elevační maska . . . . .	6
<b>3</b>	<b>Teorie satelitních navigačních systémů</b>	<b>7</b>
3.1	Obecná teorie GNSS . . . . .	7
3.1.1	Co je GNSS . . . . .	7
3.1.2	Kosmický segment . . . . .	8
3.1.3	Řídící segment . . . . .	12
3.1.4	Uživatelský segment . . . . .	12
3.1.5	Sledované vlastnosti GNSS . . . . .	13
3.1.6	Výpočet polohy . . . . .	14
3.1.7	Konstelace družic a GDOP . . . . .	16
3.2	Specifika jednotlivých GNSS . . . . .	18
3.2.1	GPS . . . . .	19
3.2.2	Galileo . . . . .	20
3.2.3	GLONASS . . . . .	20
3.2.4	Compass . . . . .	20
3.2.5	Kombinace více GNSS . . . . .	20
<b>4</b>	<b>Výběr satelitů</b>	<b>22</b>
4.1	Základní požadavky . . . . .	22
4.1.1	Počet satelitů . . . . .	22
4.1.2	Kritérium optimality . . . . .	22
4.1.3	Časové vlastnosti algoritmu . . . . .	22
4.1.4	Další požadavky . . . . .	23
4.2	Formulace problému . . . . .	23
4.3	Popis jednotlivých metod . . . . .	24
4.3.1	Metoda výběru satelitů hrubou silou . . . . .	24
4.3.2	Metoda náhodného výběru satelitů . . . . .	24
4.3.3	Rekurzivní metoda pro optimální výběr satelitů . . . . .	25

4.3.4	Metoda rychlého výběru satelitů . . . . .	26
4.3.5	Metoda pro kvazi-optimální výběr satelitů . . . . .	28
4.3.6	Metoda pro rekurzivní rychlý kvazi-optimální výběr satelitů . . . . .	29
4.3.7	Nová metoda pro výběr satelitů . . . . .	31
4.3.8	Metoda prohazujících se satelitů - navržená metoda . . . . .	33
4.3.9	Další metody pro výběr satelitů . . . . .	34
4.4	Porovnání výpočetní náročnosti . . . . .	34
<b>5</b>	<b>Simulace</b>	<b>35</b>
5.1	Popis simulace . . . . .	35
5.2	Parametry simulace a unifikace . . . . .	35
5.3	Výsledky . . . . .	38
5.3.1	Definice metriky $\xi$ . . . . .	38
5.3.2	Porovnání výsledků . . . . .	38
5.3.3	Testování navržené metody SSS . . . . .	40
5.4	Subjektivní hodnocení metod . . . . .	41
5.5	Zhodnocení výsledků . . . . .	41
5.6	Porovnání simulace s realitou . . . . .	42
<b>6</b>	<b>Závěr</b>	<b>43</b>
<b>A</b>	<b>Algoritmy jednotlivých metod</b>	<b>44</b>
<b>B</b>	<b>Histogramy výsledků jednotlivých metod</b>	<b>50</b>
<b>C</b>	<b>Tabulka parametrů pro testování navržené metody SSS</b>	<b>53</b>

## Seznam zkratek

GNSS	<i>Global Navigation Satellite Systems</i> - Globální satelitní navigační systém
GPS	<i>Global Positioning System</i> - Globální polohový systém
GLONASS	ГЛОбальная НАвигационная Спутниковая Система - Globální navigační satelitní systém
GDOP	<i>Geometric dilution of precision</i> - Parametr geometrické přesnosti
ECEF	<i>Earth-Centered Earth-Fixed</i> - Země centrovaná Země, fixovaná - souřadnicový systém
LLA	<i>Latitude, Longitude, Altitude</i> - zeměpisná šířka, zeměpisná délka, nadmořská výška - souřadnicový systém
WGS 84	<i>World Geodetic System 1984</i> - Světový geodetický systém 1984
ENU	<i>East, North, Up</i> - východ, sever, nahoru - souřadnicový systém
ISS	<i>International Space Station</i> - Mezinárodní vesmírná stanice
UTC	<i>Coordinated Universal Time</i> - koordinovaný světový čas
CDMA	<i>Code Division Multiple Access</i> - Kódový multiplex - metoda kódování signálů
DLL	<i>Delay Lock Loop</i>
DOP	<i>Dilution of precision</i> - Parametr přesnosti
PDOP	<i>Position dilution of precision</i> - Parametr poziční přesnosti
HDOP	<i>Horizontal dilution of precision</i> - Parametr horizontální přesnosti
VDOP	<i>Vertical dilution of precision</i> - Parametr vertikální přesnosti
TDOP	<i>Time dilution of precision</i> - Parametr časové přesnosti
SA	<i>Selective availability</i> - uměle zaváděná chyba v GPS
MEO	<i>Medium Earth orbit</i> - Střední oběžná dráha Země
SSSR	Svaz sovětských socialistických republik



BFSS	<i>Brute Force Satellite Selection</i> - Metoda výběru satelitů hrubou silou
RSS	<i>Random Satellite Selection</i> - Metoda náhodného výběru satelitů
RMOSS	<i>Recursive Method for Optimum Satellite Selection</i> - Rekurzivní metoda pro optimální výběr satelitů
FSS	<i>A Fast Satellite Selection Algorithm</i> - Metoda rychlého výběru satelitů
QOSS	<i>Quasi-optimal Satellite Selection Algorithm</i> - Metoda pro kvazi-optimální výběr satelitů
RQOSS	<i>A Recursive Quasi-optimal Fast Satellite Selection Method for GNSS Receivers</i> - Metoda pro rekurzivní rychlý kvazi-optimální výběr satelitů
NSS	<i>A New Satellite Selection Algorithm for Real-time Application</i> - Nová metoda pro výběr satelitů
SSS	<i>Switching Satellite Selection Method</i> - Metoda prohazujících se satelitů
RAIM	<i>Receiver autonomous integrity monitoring</i> - Technologie autonomního monitorování integrity v přijímači

# 1 Úvod

Práce se zabývá globálními satelitními navigačními systémy (GNSS - *Global Navigation Satellite Systems*).

V současné době se v drtivé většině přijímačů využívá příjem pouze z GPS (*Global Positioning System* - Globální polohový systém) družic, nicméně je spuštěn také ruský systém GLONASS (ГЛОбальная НАвигационная Спутниковая Система - Globální navigační satelitní systém) a další jsou vyvíjeny - evropský Galileo a čínský Compass. Rozvoj dalších GNSS umožňuje využít kombinaci více systémů pro odhad polohy, a tím zajistit vyšší přesnost odhadu a funkčnost i v částečně zastíněných oblastech.

Možnost přijímat a zpracovávat signál z více GNSS však s sebou přináší několik problémů. Jedním z nich je právě počet satelitů. Kombinace systémů GPS a Galileo poskytuje mezi 11 a 30 viditelnými satelity a kombinace všech systémů až 40 viditelných satelitů [1]. Řešením tohoto problému je použití určité metody pro výběr podmnožiny satelitů o určité mohutnosti ze všech viditelných satelitů. Podmnožinu je vhodné vybrat tak, aby vybrané satelity dosahovaly nejlepších výsledků vzhledem k určitým vlastnostem GNSS.

V této práci je uvažován výběr satelitů takovým způsobem, aby poté bylo dosaženo nejpřesnějšího odhadu. Jako kritérium optimality je použita metrika GDOP (*Geometric dilution of precision* - parametr geometrické přesnosti), jejíž minimalizace zajišťuje za splnění určitých podmínek nejmenší varianci chyby odhadu polohy.

Samozřejmě by bylo žádoucí určit optimální konstelaci, tedy podmnožinu satelitů s minimálním GDOP. K tomu by bylo nutné vypočítat GDOP pro všechny možné kombinace satelitů, což je při větším počtu viditelných satelitů velmi časově náročné, proto v přijímacích zařízeních nepřijatelné. Vždyť při 30 viditelných satelitech a požadavkem vybrat 12 satelitů existuje více než 85 mil. kombinací. Výpočet optimální podmnožiny satelitů pro tuto kombinaci může na stolním PC trvat i více než hodinu. Z tohoto důvodu vznikají metody suboptimální, které sice nezaručují, že jejich výstup je nejlepší možné řešení, nicméně se jejich výstup blíží optimálnímu řešení.

Cílem této práce je porovnání těchto metod z hlediska požadovaných kritérií, případně návrh vlastní metody pro výběr satelitů. Hlavními požadovanými kritérii jsou minimální GDOP a minimální výpočetní náročnost. Pro potřeby této práce budou všechny metody porovnány na základě simulačních dat.

Práce je rozdělena do několika kapitol. Následující kapitola definuje základní pojmy, jejichž znalost je vhodná pro pochopení dalších kapitol. Třetí kapitola se věnuje teorii satelitních navigačních systémů, kde je uveden obecný

princip funkce satelitních navigačních systémů, princip výpočtu polohy a je definována metrika GDOP. V závěru této kapitoly jsou uvedena specifika jednotlivých GNSS. Čtvrtá kapitola se zabývá metodami pro výběr satelitů. Jsou zde nejen popsány jednotlivé metody, ale jsou zde také uvedeny požadavky kladené na metodu. Kapitola pátá je zaměřena na simulaci. Simulace je zde nejprve popsána, poté jsou uvedeny výsledky a nakonec je simulace vyhodnocena a metody jsou porovnány.

## 2 Definice základních pojmů

V této kapitole budou nejprve definovány a vysvětleny základní pojmy z různých oblastí vhodné pro pochopení dalšího textu.

### 2.1 Souřadnicové systémy používané v GNSS

#### 2.1.1 Souřadnicový systém ECEF

Jedním ze souřadnicových systémů používaných v GNSS je ECEF. Jedná se o Kartézský trojrozměrný souřadný systém s osami  $[X, Y, Z]$ , který je používán v systémech GPS. Souřadnicový systém je nazýván ECEF jako zkratka *Earth-Centered Earth-Fixed*. První výraz znamená, že počátek soustavy souřadnic  $[0, 0, 0]$  je umístěn v těžišti Země (těžiště Země bylo zjištěno dlouhodobým pozorováním oběžných drah satelitů). Druhý výraz *Earth-Fixed* znamená, že souřadnicový systém je zafixován vůči Zemi. Souřadnicový systém se tedy otáčí společně se Zemí. Osa  $Z$  je ukazuje směrem k severnímu pólu, rovina  $XY$  je souhlasná s rovinou rovníku, osa  $X$  protíná průsečík nulového poledníku a rovníku.

#### 2.1.2 Souřadnicový systém LLA

Pro mnohé aplikace však není Kartézský souřadný systém vhodný a je vyžadován souřadný systém s běžnými polárními souřadnicemi LLA, *Latitude, Longitude, Altitude*, neboli zeměpisná šířka, zeměpisná délka, nadmořská výška<sup>1</sup>. To je zajištěno převodem ECEF na LLA s pomocí aproximace Země elipsoidem definovaným dle Světového geodetického standardu WGS 84 [2].

Souvislosti souřadnicových systémů ECEF a LLA jsou zobrazeny na obr. 2.1.

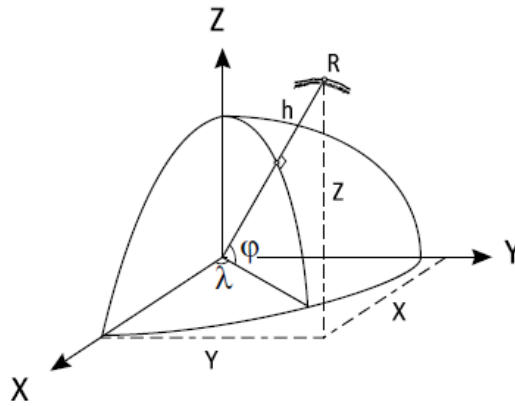
#### 2.1.3 Souřadnicový systém ENU

V mnohých aplikacích může být souřadnicový systém ENU (*East, North, Up* - východ, sever, nahoru) mnohem intuitivnější než ECEF, nebo LLA. Jedná se o lokální souřadnicový systém s kartézskými souřadnicemi. ENU je formován tečnou rovinou k referenčnímu elipsoidu Země, přičemž osa  $x$  míří směrem s východu, osa  $y$  směrem k severu a osa  $z$  směrem nahoru. Střed souřadnicového systému je v místě pozorovatele [3].

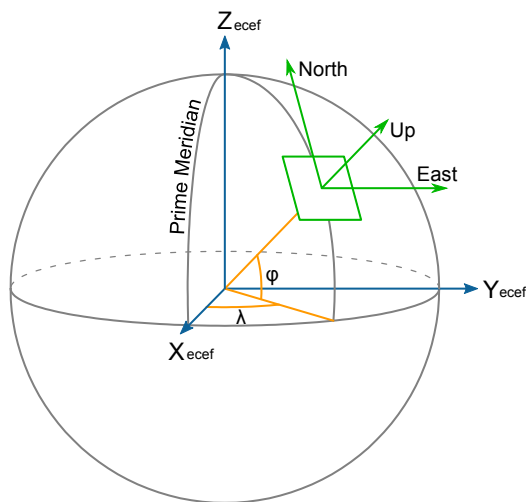
Souvislosti souřadnicových systémů ECEF a ENU jsou zobrazeny na obr. 2.2.

---

<sup>1</sup>Termín nadmořská výška bývá často používán jako svislá vzdálenost měřeného bodu od střední výšky moře. V případě souřadnicového systému WGS84, který je používán v GNSS je to však kolmá vzdálenost od referenčního elipsoidu.



Obrázek 2.1: Zobrazení souřadnic ECEF a LLA na referenčním elipsoidu.  $\varphi$  - zeměpisná šířka,  $\lambda$  - zeměpisná délka,  $h$  - výška nad elipsoidem,  $XYZ$  - souřadnice ECEF. Převzato z [2].



Obrázek 2.2: Zobrazení souřadnic ECEF a ENU na referenčním elipsoidu.  $\varphi$  - zeměpisná šířka,  $\lambda$  - zeměpisná délka,  $XYZ$  - souřadnice ECEF. Převzato z [3].

## 2.2 Směrový vektor

Pojem směrový vektor je v této práci použit pro vektor směřující z pozice přijímače k satelitu. Jednotkový směrový vektor  $\mathbf{l}_i$  směřující k  $i$ -tému satelitu je definován:

$$\mathbf{l}_i = \frac{r_i - r_u}{\|r_i - r_u\|} \quad (2.1)$$

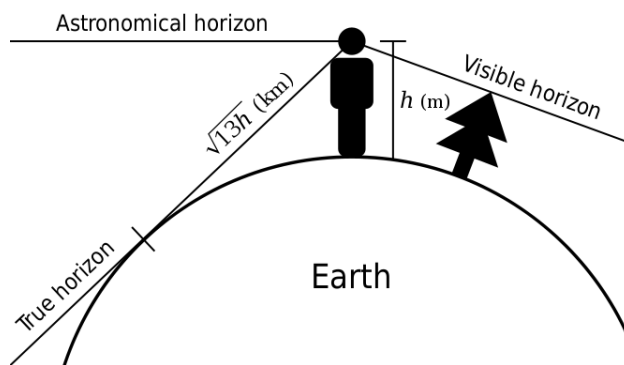
kde  $r_i$  je pozice  $i$ -tého satelitu a  $r_u$  je pozice přijímače.

## 2.3 Horizont

Existují tři typy horizontu:

1. *Astronomický* - rovina, protínající oko pozorovatele, rovnoběžná s tečnou rovinou referenčního elipsoidu.
2. *Viditelný* - tvořený například horami, stavbami, lesy a podobně.
3. *Pravý* - tvořený ideálním povrchem Země, například na moři [4].

V této práci budeme dále pod pojmem horizont uvažovat astronomický horizont.



Obrázek 2.3: Tři typy horizontu a výpočet vzdálenosti pravého horizontu. Převzato z [4].

## 2.4 Azimut, elevace, zenit

Pojmy azimut a elevace jsou používány k určení směru ve kterém se nachází satelit.

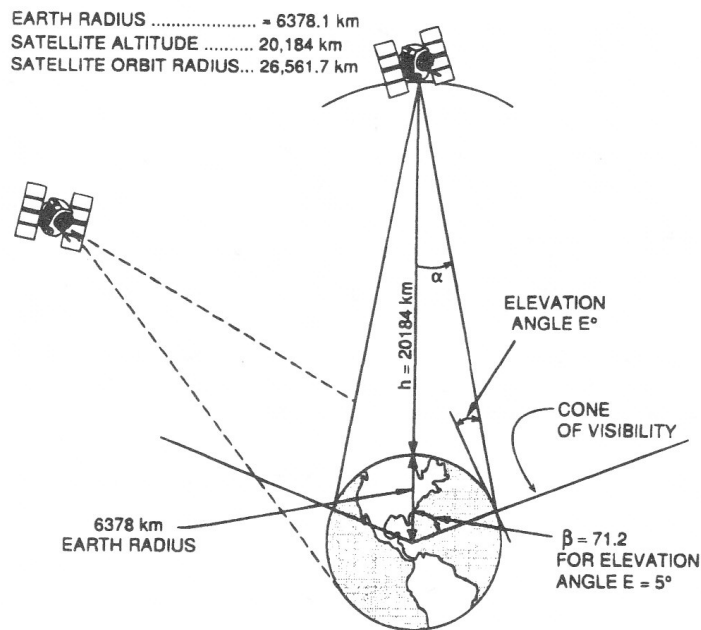
Azimut  $Az$  je úhel, který svírá směr satelitu od směru severního. Je měřen od severu směrem k východu - azimuty severu, východu, jihu a západu jsou tedy  $Az_s = 0^\circ$ ,  $Az_v = 90^\circ$ ,  $Az_j = 180^\circ$ ,  $Az_z = 270^\circ$ .

Elevace  $El$  je výškový úhel měřený od horizontu směrem nahoru.

Zenit, někdy nazývaný jako nadhlavník, je směr od pozorovatele vzhůru, tedy směr s elevací  $El_z = 90^\circ$ .

## 2.5 Elevační maska

Pojmem elevační maska je v této práci používán pro určení viditelných satelitů. Při uvažování elevační masky  $5^\circ$  jsou za viditelné satelity považovány takové, které jejichž elevace je  $El_m > 5^\circ$ . Pro objekty nad povrchem Země mohou být viděny i satelity pod astronomickým horizontem, elevační maska tedy může být i záporná.



Obrázek 2.4: Pokrytí Země signálem ze satelitů GPS. Uvažovaná elevační maska  $E = 5^\circ$ . Převzato z [5].

### 3 Teorie satelitních navigačních systémů

Tato kapitola je věnována základní teorii pro pochopení principu funkce GNSS. Kapitola je rozdělena na dvě podkapitoly.

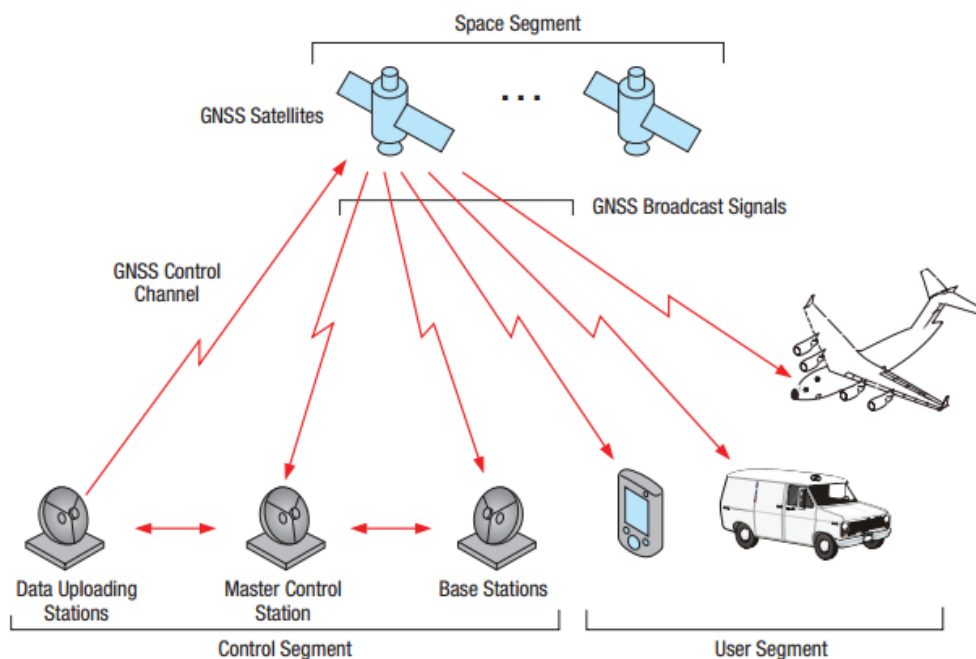
V první z nich jsou uvedeny obecné principy fungující ve většině GNSS. Jsou zde uvedeny jednotlivé segmenty GNSS, vybavení jednotlivých satelitů a popsány signály a informace odesílané mezi jednotlivými segmenty. Dále je naznačen algoritmus výpočtu polohy přijímače a v závěru této podkapitoly je podrobně vysvětlen vliv konstelace družic na přesnost odhadu polohy.

Ve druhé podkapitole jsou pak uvedena specifika konkrétních GNSS, přičemž větší pozornost je věnována nejznámějšímu systému GPS a novému evropskému systému Galileo. Zmínka bude ale i o dalších GNSS.

#### 3.1 Obecná teorie GNSS

##### 3.1.1 Co je GNSS

Globální satelitní navigační systém (GNSS) je systém umožňující určení trojrozměrné pozice uživatele s pomocí zařízení přijímající signál z družic obíhající kolem Země.



Obrázek 3.1: Segmenty GNSS. Převzato z [6].



Princip funkce systémů je takový, že satelity vysílají informaci o jejich poloze a o času vyslání signálu. Čas přijetí signálu je přibližně známý stejně jako rychlost šíření signálu. V přijímači se z uvedených dat vypočítají vzdálenosti k jednotlivým družicím, ze kterých je pak možné určit polohu přijímače.

Výše je uveden pouze princip funkce GNSS, v praxi nastává mnoho problémů, přičemž některé z nich jsou popsány dále v této kapitole.

Každý GNSS můžeme rozdělit na následující části: kosmický segment, řídicí segment a uživatelský segment, jejichž schéma je zobrazeno na obr. 3.1.

V této části bylo čerpáno z [7].

### 3.1.2 Kosmický segment

Kosmický segment se skládá z určitého množství (obvykle 20 – 30) satelitů pohybujících se po oběžných drahách Země.

#### Oběžné dráhy satelitů

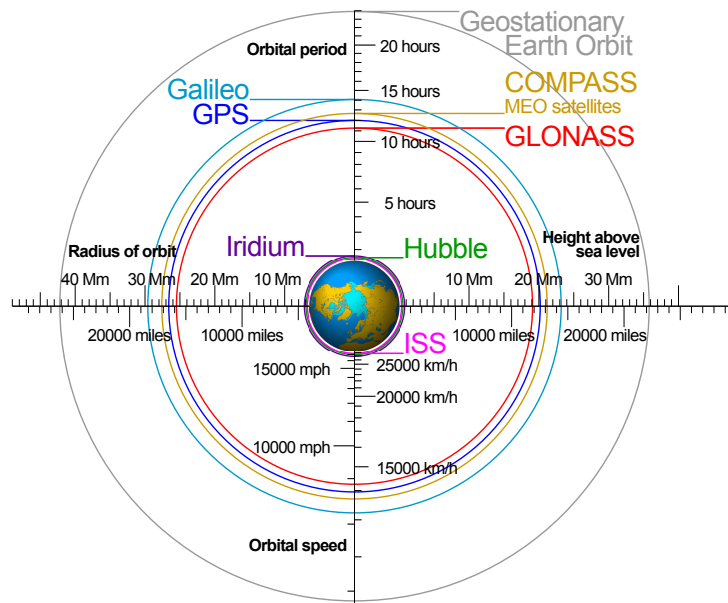
Oběžné dráhy jsou voleny tak, aby z každého místa na Zemi byly téměř vždy vidět alespoň 4 satelity, což je minimální množství pro určení trojrozměrné polohy a odchylky hodin přijímače. Satelity obíhají na střední oběžné dráze Země, přibližně ve výšce 20 000 - 24 000 km nad povrchem Země po téměř kruhových drahách [5, 6, 8]. Výšky oběžných drah jednotlivých družic jsou zobrazeny na obr. 3.2.

Oběžné dráhy jsou dle Keplerova modelu určeny šesti dráhovými elementy a v ideálním případě je možné z těchto elementů spočítat přesnou polohu družice v minulosti i v budoucnosti. Jelikož ale na družici působí i další vlivy (nehomogenní gravitační pole Země, gravitační pole jiných kosmických těles, srážky družice s jinými objekty na oběžné dráze, hvězdný vítr), dráha družice bývá popsána modifikovaným Keplerovým modelem, kdy jsou přidány další parametry a epocha. Epochu definuje čas ke kterému jsou ostatní elementy vztaženy [10]. Jednotlivé elementy mají tedy jen krátkou časovou platnost, v případě GPS je platnost parametrů 4 hodiny [5].

#### Anatomie satelitů

Velikost satelitů Galileo je přibližně 2.7m x 1.2m x 1.1m a váha 700kg. Na obr. 3.3 je fotografie těla satelitu GPS Block IIR. Satelity všech GNSS mají přibližně následující vybavení [11]:

- solární panel
- anténa pro komunikaci s řídicími stanicemi na Zemi,



Obrázek 3.2: Porovnání oběžných drah jednotlivých GNSS, Mezinárodní vesmírné stanice ISS a Hubblova vesmírného dalekohledu. Oběžná dráha Měsíce je v poloměru přibližně 9x větší než geostacionární dráha. Převzato z [9].



Obrázek 3.3: Tělo satelitu GPS Block IIR. Převzato z [6].

- anténa pro vysílání navigačních zpráv,
- infračervené senzory Země a Slunce - pro zajištění natočení antén na Zemi a natočení solárních panelů na slunce; detekují kontrast mezi teplotou Země (Slunce) a okolního vesmíru,
- odrazové sklo pro laser - umožňuje vysoce přesné měření pozice družice zpětným odražením laserového paprsku vyslaného ze Země,
- vyhřívání pro zajištění operační teploty pro jednotlivá zařízení
- dvoje atomové hodiny - vysoce přesné hodiny založené na principu atomové rezonance;
- jednotka pro generování navigačního signálu,
- gyroskop - pro měření otáčení satelitu,
- reakční kola (*reaction wheels*) - pro řízené otáčení satelitů (pokud se otáčí kolo, satelit se otáčí v opačné směru)
- cívky zajišťující krouživý moment pro reakční kola na základě magnetické síly (*magnetotorquers*)
- řídicí jednotka energie - spravuje elektrickou energii mezi solárními panely a bateriemi a distribuuje ji do dalších součástí satelitu
- řídicí počítač.

Vybavení jednotlivých satelitů se samozřejmě může lišit s ohledem na navigační systém i s ohledem na typ satelitů v jednom navigačním systému.

### **Atomové hodiny**

Klíčovou rolí při odhadu polohy hraje přesný čas, proto jsou satelity vybaveny několika atomovými hodinami s vysokou stabilitou. Atomové hodiny pracují na principu atomové rezonance. Atom se dostává střídavě do dvou různých energetických stavů přičemž, při přechodu mezi stavy atom uvolňuje mikrovlňný signál o určité velmi stabilní frekvenci [12]. V každém satelitu bývá umístěno několik těchto hodin k zajištění redundance v případě selhání. Navíc bývá u jednotlivých hodin použito různých technologií. Nejčastěji používané technologie jsou:

- cesium (starší družice GPS)
- rubidium - chyba 3.6ns za den (GPS, Galileo)
- passive hydrogen maser - chyba 0.9ns za den (Galileo) [5, 11].

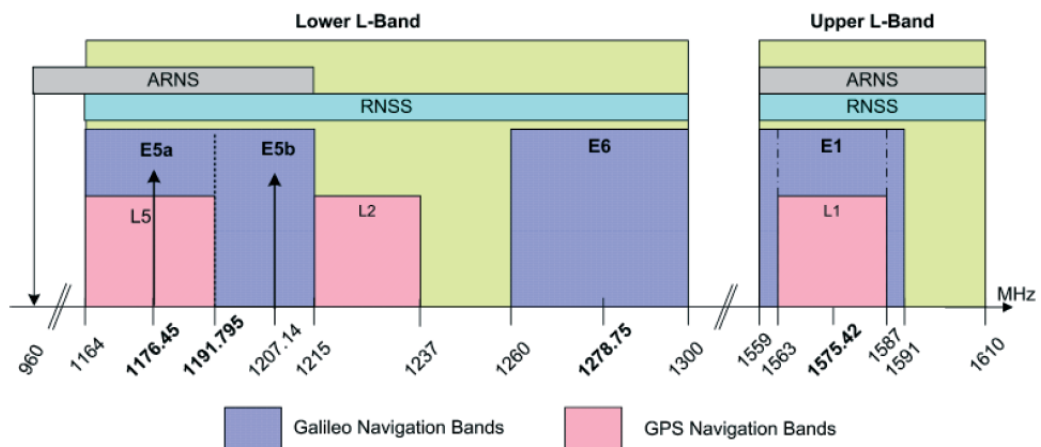
## Navigační zpráva

Navigační zprávy, které jsou vysílány kosmickým a přijímány uživatelským segmentem se dělí hierarchicky do několika celků (rámce, podrámce, stránky). Určitá data se v celcích opakují s určitou frekvencí, podle požadavků na jejich znalost. Navigační zprávy obsahují následující informace:

- efemeridy - data potřebná k výpočtu pozice satelitu
- informace o času - aktuální čas, parametry pro korekci času, parametry pro přepočet na časy jednotlivých GNSS, UTC čas, parametry pro výpočet ionosférické korekce
- servisní parametry - pro identifikaci satelitů, jejich funkčnosti apod.,
- almanach - pro identifikaci polohy všech satelitů s redukovanou přesností oproti efemeridům [6, 8].

## Navigační signály

Navigační zprávy jsou nejprve modulovány a poté vysílány na různých frekvenčních pásmech. Frekvenční pásma pro GPS a Galileo jsou zobrazena na obr. 3.4.



Obrázek 3.4: Využití frekvenční pásem pro GPS, Galileo. Převzato z [8].

Různá pásma jsou použita pro různé aplikace - pro civilní účely, vojenské účely, další funkce navigačního systému jako odhalování startů balistických střel, detekce jaderných výbuchů apod. Přijímání signálu z více pásem může také redukovat chyby způsobené ionosférickým efektem, jelikož ten je závislý

na frekvenci, a tak při přijímání signálů o různých frekvencích můžeme tento vliv kompenzovat [5, 6].

Všechny satelity jednoho GNSS vysílají signál na stejných frekvencích. Aby bylo možné od sebe oddělit signály z jednotlivých družic a přijímat signál z více družic najednou je použita metoda CDMA (Code Division Multiple Access) [5, 8]. Tato metoda zjednodušeně funguje tak, že zprávy z jednotlivých satelitů jsou zakódovány určitou posloupností. V přijímači je pak při požadavku na příjem z určitého satelitu předložena demodulátoru právě posloupnost požadovaného satelitu a výstupem demodulátoru je zpráva požadovaného satelitu. Posloupnosti musí mít určité vlastnosti k použití tohoto přístupu a to aby autokorelační funkce posloupnosti měla ostré maximum a posloupnosti jednotlivých satelitů byly nekorelované [13].

### 3.1.3 Řídící segment

Řídící segment zajišťuje následující funkce:

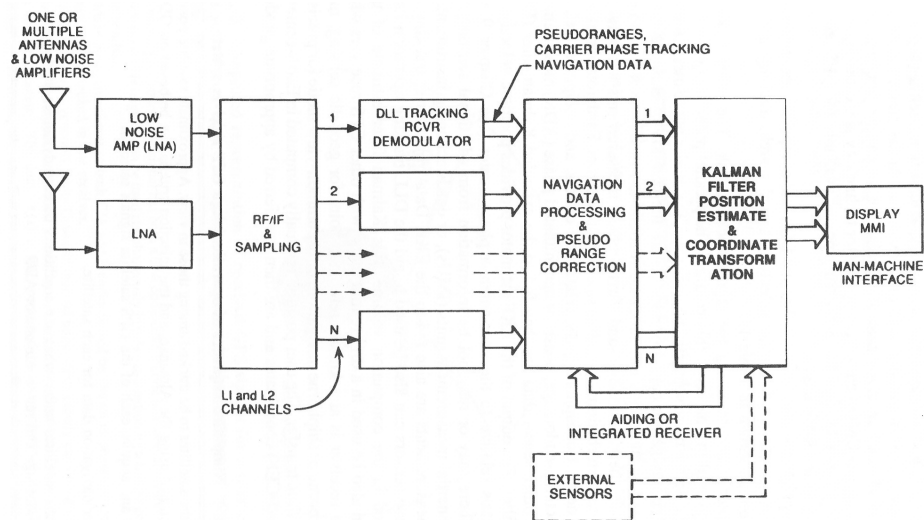
1. Zajišťuje, že satelity zůstávají na požadovaných oběžných drahách prostřednictvím zasílání příkazů k manévrování (není prováděno příliš často).
2. Vypočítává korekce času pro jednotlivé satelity.
3. Sleduje satelity a vypočítává navigační data pro všechny družice, která k nim poté odesílá.
4. Zajišťuje významnější přesuny satelitů v případě selhání jiného satelitu k minimalizaci vlivu tohoto selhání.

Řídící segment se skládá z několika monitorovacích stanic, nahrávacích stanic a z řídicího centra. Tyto stanice se rozprostírají po celé Zemi tak, aby pokryly veškeré zeměpisné délky.

Hlavními součástmi monitorovací stanice je GPS přijímač a atomové hodiny. Data ze všech satelitů jsou v monitorovacích stanicích přijata, předzpracována a odeslána do řídicího centra. Tam jsou data zpracována. Jsou z nich tedy vypočteny efemeridy, odchylky hodin a další navigační data jako např. servisní parametry. Tato data jsou dále odeslána družicím prostřednictvím nahrávacích stanic [5].

### 3.1.4 Uživatelský segment

Uživatelský segment se skládá z vybavení, které přijímá signál z jednotlivých viditelných družic, zpracovává ho a získává z něj informace o aktuální poloze přijímače.



Obrázek 3.5: Blokové schéma GPS přijímače s odděleným odhadem zpoždění a pozice. Přijímač umožňuje zpracovat signál z  $N$  satelitů. Převzato z [5].

Blokové schéma GPS přijímače je uvedeno na obr. 3.5. Základní části přijímače jsou:

- Anténa pro příjem signálu.
- Obvody pro předzpracování signálu - zesilovače, frekvenční filtry, A/D převodník.
- Sada bloků DLL (*Delay Lock Loop*) pro demodulaci signálů z jednotlivých satelitů - navigační zpráva, pseudovzdálenosti.
- Blok pro zpracování navigačních dat, ve kterém jsou provedeny korekce pseudovzdáleností z ostatních přijatých dat (chyba hodin v satelitech, ionosférické zpoždění, troposférické zpoždění, relativistický efekt a další) a vypočítány pozice satelitů z dat v efemeridech.
- Blok pro odhad polohy a rychlosti z opravených pseudovzdáleností a dalších navigačních dat (nejčastěji Kalmanův filtr) [5].

### 3.1.5 Sledované vlastnosti GNSS

V této části budou uvedeny čtyři základní vlastnosti, kterými je možné charakterizovat kvalitu GNSS. Základní vlastnosti jsou přesnost, dostupnost, kontinuita a integrita.

Přesnost je asi nejvíce zřejmý požadavek. Přesnost vyjadřuje, jak se liší odhadnutá poloha od polohy referenční. Referenční poloha může být např. geodetická značka.

Další požadovanou vlastností je dostupnost. Ta určuje schopnost funkčnosti systému s požadovanými parametry v předem specifikované oblasti. Ve většině případů systémová dostupnost znamená dostupnost signálu, která je vyjádřena jako procento času, při kterém je signál dostupný a použitelný k odhadu polohy.

Kontinuita je další požadovaná vlastnost GNSS. Je to schopnost systému fungovat bez přerušení v určité požadované době. Konkrétně kontinuita indikuje pravděpodobnost, že systém si zachová určitou úroveň vlastností po dobu operace. Ideálně by měl systém být uživatelům dostupný nepřetržitě, ale kvůli plánovaným údržbám, nebo neplánovaným výpadkům může být po určité dobu nedostupný.

Poslední požadovanou vlastností GNSS je integrita. Jinými slovy se jedná o důvěryhodnost dat. Integrita je schopnost poskytnout varování, pokud nastane nějaká chyba znemožňující dosáhnout deklarovanou přesnost. Z bezpečnostního pohledu je integrita nejdůležitější vlastností. Bez monitorování integrity nemáme jistotu, že výsledky, které dostáváme jsou správné [14].

V této práci se však zaměříme na maximalizaci přesnosti.

### 3.1.6 Výpočet polohy

Tato část se zabývá algoritmem pro odhad polohy. Nejprve bude uveden princip funkce pro snadné pochopení, přičemž budou uvedeny základní problémy, které znemožňují použití tohoto snadného přístupu. Dále budou uvedena možná řešení těchto problémů a ke konci této části budou zmíněna další možná navigační řešení.

Z předchozího zpracování signálů je k dispozici poloha satelitů vypočtena v bloku pro zpracování navigačních dat a dále opravené pseudovzdálenosti spočítané v bloku DLL. Pseudovzdálenosti jsou vypočítány dle vzorce

$$\rho = c(t_R - t_T),$$

kde  $\rho$  je pseudovzdálenost,  $c$  je rychlost šíření signálu (rychlost světla ve vakuu),  $t_R$  je čas v přijímači při přijetí signálu a  $t_T$  čas v družici při vyslání signálu.

Při znalosti polohy jedné družice a vzdálenosti od ní víme, že se přijímač nachází na kulové ploše, v jejímž středu je družice a jejíž poloměr je roven vzdálenosti od družice. Průsečíkem tří takových kulových ploch (tedy zpra-

cování signálu ze 3 satelitů) by za splnění určitých podmínek byla 2 řešení<sup>2</sup>, přičemž jedno z nich by mohlo být eliminováno kvůli své poloze (leželo by daleko ve vesmíru, nebo ve středu Země) [6].

Problémem ale v tomto případě je, že hodiny v přijímači nejsou stejně přesné, jako hodiny v satelitech a tak  $t_R - t_T$  není skutečná doba šíření signálu a  $\rho$  není skutečná vzdálenost. Výše uvedená teorie tedy neplatí. Tento problém se dá řešit tím způsobem, že odchylka hodin  $b_u \in \mathbb{R}$  je přidána k odhadovaným souřadnicím polohy  $\mathbf{r}_u \in \mathbb{R}^3$ . Jsou tedy odhadovány čtyři parametry (mluvíme o odhadovaném stavu  $\mathbf{x} = [\mathbf{r}_u^T, c \cdot b_u]^T \in \mathbb{R}^4$ ), k čemuž jsou potřeba minimálně čtyři rovnice. Ty jsou získány zpracováním signálů z minimálně čtyř satelitů.

Matematicky může být vztah mezi pseudovzdáleností  $\rho_i$  k  $i$ -tému satelitu, polohami satelitů  $\mathbf{r}_i \in \mathbb{R}^3$  a odhadovanými parametry  $\mathbf{r}_u, b_u$  zapsán následujícím způsobem:

$$\rho_i = |\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_u| + c \cdot b_u + \epsilon_{\rho_i}, \quad (3.1)$$

kde  $\epsilon_{\rho_i}$  je chyba výpočtu pseudovzdálenosti ovlivněna ionosférickým efektem, chybou určení efemeridů apod.

Nyní nastává problém, že vztahy jsou popsány nelineárními rovnicemi. To je často řešeno linearizací modelu v určité přibližné pozici (stavu) přijímače  $\hat{\mathbf{x}} = [\hat{\mathbf{r}}_u^T, c \cdot \hat{b}_u]^T$ .

Nyní může být vypočtena předpokládaná pseudovzdálenost (pseudovzdálenost satelitu od předpokládané pozice):

$$\hat{\rho}_i = |\mathbf{r}_i - \hat{\mathbf{r}}_u| + c \cdot \hat{b}_u + \hat{\epsilon}_{\rho_i}, \quad (3.2)$$

Chyba pseudovzdálenosti  $\Delta\rho_i = \hat{\rho}_i - \rho_i$  může být modelována lineární závislostí na chybě stavu  $\Delta\mathbf{x}$ . Odvozeno rozvojem v Taylorovu řadu v bodě  $\hat{\mathbf{x}}$ .

$$\Delta\rho_i = [-\hat{\mathbf{1}}_i^T \quad 1] \Delta\mathbf{x} + \Delta\epsilon_{\rho_i} \quad (3.3)$$

$$\Delta\mathbf{x} = \hat{\mathbf{x}} - \mathbf{x} \quad (3.4)$$

kde

$$\hat{\mathbf{1}}_i = \frac{\mathbf{r}_i - \hat{\mathbf{r}}_u}{|\mathbf{r}_i - \hat{\mathbf{r}}_u|}, \quad \Delta\epsilon_{\rho_i} = \hat{\epsilon}_{\rho_i} - \epsilon_{\rho_i} \quad (3.5)$$

přičemž  $\hat{\mathbf{1}}_i \in \mathbb{R}^3$  je jednotkový směrový vektor ukazující na  $i$ -tý satelit.

Při uvažování zpracování dat z  $n$  satelitů může být rovnice 3.5 rozepsána maticově:

$$\Delta\rho = \mathbf{G}\Delta\mathbf{x} + \Delta\epsilon_\rho \quad (3.6)$$

---

<sup>2</sup>obecně mohou mít 3 různé kulové plochy 0, 1, 2, nebo nekonečně mnoho společných bodů



$$\Delta\rho = \begin{bmatrix} \Delta\rho_1 \\ \Delta\rho_2 \\ \vdots \\ \Delta\rho_n \end{bmatrix}, \quad \mathbf{G} = \begin{bmatrix} -\hat{\mathbf{1}}_1^T & 1 \\ -\hat{\mathbf{1}}_2^T & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -\hat{\mathbf{1}}_n^T & 1 \end{bmatrix}, \quad \Delta\epsilon_\rho = \begin{bmatrix} \Delta\epsilon_{\rho_1} \\ \Delta\epsilon_{\rho_2} \\ \vdots \\ \Delta\epsilon_{\rho_n} \end{bmatrix}, \quad (3.7)$$

kde  $\mathbf{G} \in \mathbb{R}^{n \times 4}$  je nazývána jako matice geometrie.

Rovnice (3.6) je řešena metodou nejmenších čtverců, odhad chyby stavu  $\Delta\hat{\mathbf{x}}$  je tedy dán níže uvedeným vztahem.

$$\Delta\hat{\mathbf{x}} = (\mathbf{G}^T \mathbf{G})^{-1} \mathbf{G}^T \Delta\rho \quad (3.8)$$

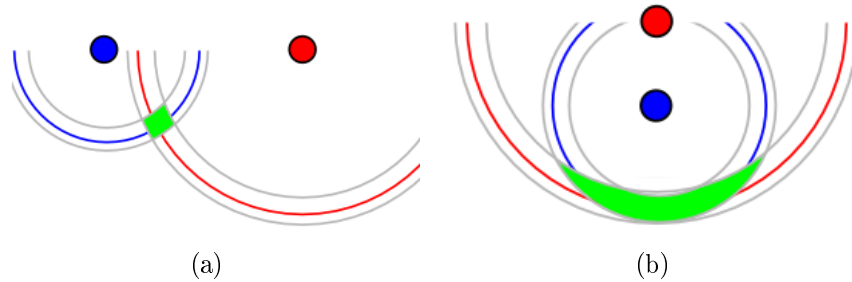
Odhad aktuální polohy  $\mathbf{x}$  je pak vypočten dle vztahu (3.4).

Výše bylo uvedeno řešení problému odhadu polohy pro nepohybující se objekty. Existují i další řešení odhadu polohy. Při předpokladu pohybujícího se objektu bývají do stavu přidány rychlosti v jednotlivých osách. Pro odhad stavu je pak využíván rozšířený Kalmanův filtr.

Tato část byla zpracována dle [5], kde jsou také uvedeny další možnosti odhadu stavu.

### 3.1.7 Konstelace družic a GDOP

Není těžké si představit, že konstelace, neboli rozmístění satelitů ovlivňuje přesnost odhadu polohy. Např. pokud jsou satelity blízko u sebe, nemohou být očekávány tak dobré výsledky jako v případě od sebe vzdálenějších satelitů. Je to patrné z obr. 3.6.



Obrázek 3.6: Ukázka (a) dobré a (b) špatné konstelace družic znázorněním chyby odhadu. Převzato z [15].

Kvantitativní nástroj, který udává závislost mezi konstelací družic a chybou odhadu se nazývá GDOP (*Geometric Dilution of Precision*). Při odvození GDOP se vychází z kovariance pozice.

$$\text{Cov}(\mathbf{x}) = E(\Delta\mathbf{x} \cdot \Delta\mathbf{x}^T) = (\mathbf{G}^T \mathbf{G})^{-1} \mathbf{G}^T \cdot E[\Delta\rho \cdot \Delta\rho^T] \cdot \mathbf{G} (\mathbf{G}^T \mathbf{G})^{-1}, \quad (3.9)$$

Vztah byl upraven tak, že za korekci odhadu polohy  $\Delta \mathbf{x}$  bylo dosazeno ze vztahu (3.8). Dále, jelikož  $\mathbf{G}$  není náhodná proměnná, byla vytknuta z operátoru střední hodnoty.

Nyní je předpokládáno, že pseudovzdálenosti od všech satelitů mají stejnou varianci a jsou mezi sebou nekorelované, tedy:

$$E(\Delta \rho_i \Delta \rho_i^T) = \sigma_R^2, \quad i = 1, \dots, n \quad (3.10)$$

$$E(\Delta \rho_i \Delta \rho_j^T) = 0, \quad i, j = 1, \dots, n; \quad i \neq j. \quad (3.11)$$

Nyní můžeme vztah (3.9) upravit následovně:

$$\text{Cov}(\mathbf{x}) = \sigma_R^2 (\mathbf{G}^T \mathbf{G})^{-1} \mathbf{G}^T \cdot \mathbf{I} \cdot \mathbf{G} (\mathbf{G}^T \mathbf{G})^{-1} = \quad (3.12)$$

$$= \sigma_R^2 \cdot (\mathbf{G}^T \mathbf{G})^{-1} \quad (3.13)$$

Matice  $(\mathbf{G}^T \mathbf{G})^{-1} \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$  je tedy jakási sada koeficientů, která přepočítává varianci pseudovzdálenosti na varianci polohy. Tato matice je závislá na konstelaci satelitů, jedná se tedy o nástroj, který je požadován. Nicméně se stále jedná o matici a ta není vhodná pro porovnávání různých konstelací. Vhodný je nějaký parametr, který lze snadno porovnat - reálné číslo. Nyní bude ukázáno, jakým způsobem je možné matici na číslo převést.

Nejprve předpokládejme, že máme veškeré pozice uvedené v souřadnicích ENU, tedy  $\Delta \mathbf{x} = [\Delta E, \Delta N, \Delta U, c \cdot \Delta b]^T$ , kde  $\Delta E$ ,  $\Delta N$  a  $\Delta U$  jsou korekce pozice ve směru východ, sever a nadmořská výška a  $c \cdot \Delta b$  je korekce chyby hodin. Pak kovarianční matice polohy je dána následujícím způsobem:

$$\text{Cov}(\mathbf{x}) = \sigma_R^2 \cdot (\mathbf{G}^T \mathbf{G})^{-1} = \quad (3.14)$$

$$= \begin{bmatrix} E(\Delta E^2) & E(\Delta E \Delta N) & E(\Delta E \Delta U) & E(\Delta E c \cdot \Delta b) \\ E(\Delta N \Delta E) & E(\Delta N^2) & E(\Delta N \Delta U) & E(\Delta N c \cdot \Delta b) \\ E(\Delta U \Delta E) & E(\Delta U \Delta N) & E(\Delta U^2) & E(\Delta U c \cdot \Delta b) \\ E(c \cdot \Delta b \Delta E) & E(c \cdot \Delta b \Delta N) & E(c \cdot \Delta b \Delta U) & E(c^2 \cdot \Delta b^2) \end{bmatrix}$$

Jednotlivé diagonální elementy tedy ukazují chybu postupně ve východním, severním, vertikálním směru a v čase. Nyní již může být definován GDOP, což je odmocnina ze součet všech diagonálních elementů matice  $(\mathbf{G}^T \mathbf{G})^{-1}$ . GDOP tedy zohledňuje chybu ve všech směrech i odhadovaném čase.

Kromě GDOP existují také jiné, méně obecné metriky DOP, které zohledňují pouze některé směry.

Jednotlivé metriky DOP jsou definovány jako:

$$\begin{aligned}
A &\equiv (\mathbf{G}^T \mathbf{G})^{-1} \\
GDOP &\equiv \sqrt{\text{trace}(A)} && \text{geometrický DOP} \\
PDOP &\equiv \sqrt{A_{11} + A_{22} + A_{33}} && \text{DOP pozice} \\
HDOP &\equiv \sqrt{A_{11} + A_{22}} && \text{horizontální DOP} \\
VDOP &\equiv \sqrt{A_{33}} && \text{vertikální DOP} \\
TDOP &\equiv \sqrt{A_{44}} && \text{časový DOP}
\end{aligned} \tag{3.15}$$

Pro nějaké situace je vhodné znát výpočet matice  $\mathbf{G}$  ze znalosti azimutu a elevace jednotlivých satelitů. Směrový vektor  $\mathbf{1}_i$  v lokálních souřadnicích ENU (*east, north, up*) může být vypočten následujícím způsobem:

$$\mathbf{1}_i^T = [\cos El_i \cdot \sin Az_i \quad \cos El_i \cdot \cos Az_i \quad \sin El_i] \tag{3.16}$$

pak matice  $\mathbf{G}$  může být vypočtena:

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} -\cos El_1 \cdot \sin Az_1 & -\cos El_1 \cdot \cos Az_1 & -\sin El_1 & 1 \\ -\cos El_2 \cdot \sin Az_2 & -\cos El_2 \cdot \cos Az_2 & -\sin El_2 & 1 \\ -\cos El_3 \cdot \sin Az_3 & -\cos El_3 \cdot \cos Az_3 & -\sin El_3 & 1 \\ -\cos El_4 \cdot \sin Az_4 & -\cos El_4 \cdot \cos Az_4 & -\sin El_4 & 1 \end{bmatrix}, \tag{3.17}$$

kde  $El_i$  resp.  $Az_i$  je elevace resp. azimut  $i$ -tého satelitu.

### Základní vlastnosti GDOP

Z výše uvedeného textu a vzorců vyplývá, že čím menší GDOP, tím lepší odhad stavu (pozice) přijímače.

Dále pak, že přidáním dalšího sledovaného satelitu je získán menší GDOP.

Pro 4 satelity je za předpokladu elevační masky  $E = 0^\circ$  (satelity nad horizontem) nejlepší rozmístění satelitů ve smyslu nejmenšího GDOP takové, že jeden satelit je na zenitu a ostatní rovnoměrně rozmístěny v azimutu s minimální elevací [5].

V této části bylo čerpáno z [5].

## 3.2 Specifika jednotlivých GNSS

Tato podkapitola je zaměřena na specifika jednotlivých GNSS jako jsou počty obíhajících družic, jejich orbitální dráhy, případně další zajímavosti. V současné době je kromě nejznámějšího amerického GPS také plně funkční ruský GLONASS. Dále stále ve fázi vývoje jsou evropský Galileo a čínský Compass. Oproti globálním navigačním satelitním systémům existují také lokální, těmi se však tato práce nezabývá.

### 3.2.1 GPS

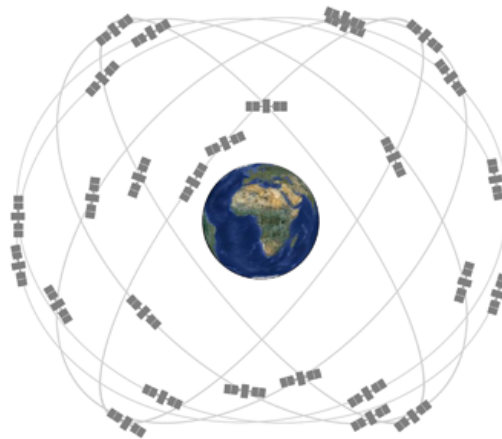
GPS byl celosvětově první GNSS systém, první GPS satelit by vypuštěn v roce 1978. Systém byl vyvinut americkou armádou. Zpočátku byl systém využíván pouze pro armádní účely, pro civilní použití byl zpřístupněn roku 1983. Do roku 2000 byla do civilních signálů GPS uměle zaváděna chyba tzv. *Selective availability* (SA), která způsobovala horizontální chybu okolo 50m a vertikální chybu okolo 100m. Tato chyba byla zaváděna, aby zabránila zneužití nepřátelskou armádou pro navigaci dálkových střel. [5]

GPS satelity obíhají na střední oběžné dráze Země (MEO) ve výšce přibližně 20 200km nad povrchem. Každý satelit oběhne Zemi 2x za den.

Satelity jsou rozmístěny v šesti rovnoměrně rozdělených orbitálních plochách, kde každá plocha obsahuje čtyři sloty pro satelity. Tato konstelace zajišťuje viditelnost alespoň čtyř satelitů z libovolného místa na povrchu Země.

Typicky Zemi obíhá více než 24 satelitů, pro zajištění funkčnosti i v případě, že u základních satelitů probíhá údržba. Záložní satelity mohou vylepšit funkci GPS, nicméně nejsou považovány za část základní konstelace.

V červnu 2011 bylo ukončeno rozšíření GPS konfigurace zvané „Expandable 24“, přičemž základní sloty byly posunuty a tři záložní satelity byly přidány do základní konstelace. To mělo za výsledek, že GPS pracuje nyní efektivněji s 27 satelity v základní konstelaci. Orbity satelitů jsou zobrazeny na obr. 3.7 [16].



Obrázek 3.7: Konstelace satelitů GPS podle konfigurace Expandable 24. Pohled z roviny rovníku. Převzato z [16].

### 3.2.2 Galileo

Galileo je GNSS vyvíjený Evropskou unií poskytující navigaci pro civilní účely. První 2 satelity byly na oběžnou dráhu vypuštěny v říjnu 2011. Galileo je stále v testovací fázi a jeho plné spuštění se předpokládá koncem tohoto desetiletí. Systém umožňuje spolupracovat s ostatními GNSS, konkrétně s americkým GPS a ruským GLONASS.

Plně funkční kosmický segment systému Galileo bude obsahovat 30 satelitů (27 základních + 3 aktivní záložní). Satelity budou obíhat taktéž na střední oběžné dráze Země ve výšce 23 222km nad povrchem Země. Satelity budou rozmístěny ve třech oběžných rovinách nakloněných o  $56^\circ$  od rovníku. Doba oběhu Země jedním satelitem je asi 14 hodin. [11]

### 3.2.3 GLONASS

GLONASS je satelitní systém vyvinutý v SSSR původně pro vojenské účely. V současné době jsou možné dva režimy - pro vojenské a pro civilní účely. První satelit byl na oběžnou dráhu vypouštěn v roce 1982. Do roku 1995 bylo na oběžnou dráhu umístěno všech 24 satelitů.

Satelity obíhají ve výšce 19 100km nad povrchem Země a jsou rovnoměrně rozmístěny do třech orbitálních ploch s nakloněním  $64.8^\circ$  od rovníku.

Oběžná perioda systému je  $8/17$ , tedy geometrie satelitů se opakuje po 8 dnech, přičemž za tu dobu oběhne družice Zemi 17 krát. [6,17]

### 3.2.4 Compass

Compass, nebo také Beidou-2 je čínský GNSS, který je od roku 2000 stále ve stádiu vývoje. V současné době poskytuje lokální pokrytí v oblasti Číny. Plná funkčnost, tedy globální pokrytí je předpokládáno do roku 2020. Systém bude poskytovat dva režimy - pro vojenské a pro civilní účely.

Systém má obsahovat celkem 35 satelitů, z nichž 5 má být umístěno na geostacionární dráze a zbytek ve čtyřech orbitálních rovinách s nakloněním  $55,5^\circ$  na střední oběžné dráze ve výšce 21 150 km nad povrchem Země. [6,18]

### 3.2.5 Kombinace více GNSS

S přibývajícími GNSS se nabízí možnost konstrukce přijímače, který bude schopný přijímat signál z více GNSS najednou. Díky tomu bude k dispozici větší množství viditelných satelitů, ze kterých je možné přijímat signál. To umožní funkčnost přijímače i v zastavěné oblasti města, kde mnohé družice bývají zastíněny překážkami (budovami).

Nicméně kvalita odhadu může být podstatně vylepšena i v nezastavěných oblastech díky zpracování signálu z více družic. Jak již bylo uvedeno v kapitole 3.1.7 dojde tím ke snížení GDOP a tím ke zpřesnění odhadu polohy.

Při příjmu z více GNSS ale nastává několik problémů.

### **Synchronizace času**

Jedním z problémů je synchronizace časů jednotlivých systémů, jelikož velmi přesný čas hraje klíčovou funkci v těchto systémech.

Jedním řešením tohoto problému je, že synchronizace je prováděna na straně řídicích segmentů jednotlivých systémů. Tak je tomu právě v případě systému Galileo, který určitým způsobem měří odchylku hodin v satelitech Galileo od hodin v systému GPS. Tuto odchylku pak vysílá družicemi v navigačních datech a tím je synchronizace systémů zajištěna [8].

Další možné řešení tohoto problému je takové, že v přijímači jsou odhadovány odchylky času přijímače od času jednotlivých systémů. Při tomto řešení se navyšuje minimální počet satelitů, ze kterých je nutné přijímat, jelikož je více odhadovaných proměnných. V případě kooperace GPS/GLONASS je tedy nutné přijímat signál nejméně z pěti satelitů [6].

### **Náročnost algoritmu pro odhad polohy**

Jak již bylo řečeno, čím více satelitů sledujeme, tím více snížíme GDOP a tedy zpřesníme odhad. Teoreticky bychom tedy mohli přijímat signál ze všech viditelných družic pro zajištění nejpřesnějšího odhadu. Toto však není realizovatelné z důvodu časové náročnosti algoritmu odhadu.

Proto je nutné z množiny všech viditelných satelitů vybrat určitou podmnožinu satelitů o určité velikosti tak, aby bylo možné polohu určit během dostatečně krátkého času. Právě výběr vhodné podmnožiny satelitů je hlavním tématem této práce a věnují se mu následující kapitoly.

## 4 Výběr satelitů

Jak již bylo uvedeno v předchozí kapitole, se zvyšujícím se počtem GNSS se nabízí možnost příjmu signálu ze satelitů různých GNSS. Tím pádem se počet viditelných satelitů rozrůstá a je nutné určitým způsobem vybírat podmnožinu satelitů, které budou využity k odhadu polohy. Tato kapitola se zabývá právě problémem výběru satelitů vhodných pro odhad polohy.

Nejprve budou uvedeny základní požadavky na algoritmus výběru satelitů a poté budou jednotlivé metody uvedeny a popsány.

### 4.1 Základní požadavky

#### 4.1.1 Počet satelitů

Přijímač vždy disponuje určitým výpočetním výkonem využívaným k odhadu polohy. Výpočetní výkon je však omezený a je tedy možné zpracovávat pouze signál z určitého počtu satelitů. Tento počet se v závislosti na různých parametrech (konstelace družic, poloha přijímače) příliš nemění a je tedy možné ho zafixovat. Od algoritmu je tedy požadováno určitým způsobem vybrat  $n$  satelitů pro odhad polohy z množiny  $N$  viditelných satelitů.

#### 4.1.2 Kritérium optimality

Základním požadavkem na algoritmus výběru satelitů je, aby vybraná podmnožina dosahovala nejpřesnějšího určení polohy přijímače. Při určení kritéria optimality vyjdeme z kovariance odhadu polohy  $\text{Cov}(\mathbf{x})$ . Za předpokladů uvedených v kap. 3.1.7 (pseudovzdálenosti od všech satelitů mají stejnou varianci a jsou mezi sebou nekorelované) platí vztah (3.13):

$$\text{Cov}(\mathbf{x}) = \sigma_R^2 \cdot (\mathbf{G}^T \mathbf{G})^{-1},$$

příčemž z druhé části součinu vycházejí jednotlivé metriky DOP.

Pro jednotlivé aplikace by tedy bylo možné volit různá kritéria. Např. pouze pro odhad polohy by bylo vhodné použít PDOP, pro navigaci lodí na moři HDOP, případně pro vědecké experimenty vyžadující přesný čas TDOP. V této práci bude však jako kritérium optimality uvažováno GDOP z důvodu největší obecnosti.

Optimalita vzhledem k tomuto kritériu však není požadována z důvodu výpočetní náročnosti, většina metod pracuje jako suboptimální.

#### 4.1.3 Časové vlastnosti algoritmu

Dalším důležitým parametrem algoritmu je jistě doba výpočtu  $t_c$ .

Dále je však důležité požadovat jakousi „časovou stabilitu“ algoritmu. Pokud by algoritmus při různých vstupních parametrech (různý počet a různé pozice viditelných satelitů) trval různou dobu, mohlo by nastat problém v aplikacích v reálném čase. Případně by se pro běh tohoto algoritmu musel vyhradit maximální možný čas běhu algoritmu.

#### 4.1.4 Další požadavky

Jednou z dalších vlastností která by mohla být žádána je jednoduchost.

Dále by bylo určitě výhodné, kdyby algoritmus dosahoval optimálních výsledků pro různá kritéria (např. GDOP, PDOP, VDOP, ...). To samozřejmě kvůli rozdílnosti kritérií není možné. Nicméně můžeme požadovat aby bylo možné nějakým jednoduchým způsobem algoritmus modifikovat tak, aby dosahoval optimálních (nebo suboptimálních) výsledků pro různá kritéria optimality.

## 4.2 Formulace problému

Cílem je nalézt algoritmus, který určí podmnožinu  $S' \subset S$  takovou, že  $|S'| = n, |S| = N, n < N$ , kde  $S'$  je množina vybraných satelitů,  $n$  je počet vybíraných satelitů,  $S = \{s_1, \dots, s_N\}$  je množina viditelných satelitů a  $N$  je počet viditelných satelitů. Na algoritmus klademe nároky na splnění výše uvedených požadavků. Vstupem algoritmu jsou následující parametry:

- apriorní odhad polohy přijímače  $\mathbf{r}_u$ ,
- požadovaný počet vybíraných satelitů  $n$ ,
- množina viditelných satelitů  $S$  a jejich pozice  $\mathbf{r}_i, \quad i = 1, \dots, N$ .

Z těchto vstupů je možno dopočítat azimut  $Az_i$  a elevaci  $El_i$  jednotlivých satelitů, proto budeme předpokládat i jejich znalost. Dále předpokládáme i znalost směrového vektoru od uživatele k  $i$ -tému satelitu  $\mathbf{l}_i$ , který může být spočítán dle vzorce (3.16) a matici geometrie  $\mathbf{G}$ , která může být dopočítána dle vzorce (3.17). Znalost apriorního odhadu polohy přijímače můžeme předpokládat, jelikož je využíván pro linearizaci navigačních rovnic. Výstupem algoritmu je:

- množina vybraných satelitů  $S' \subset S$ .



### 4.3 Popis jednotlivých metod

V této podkapitole jsou uvedeny popisy a vlastnosti jednotlivých metod.

Dále budou také odvozeny výpočetní nároky metod. U většiny metod je v průběhu algoritmu počítán GDOP, který bývá výpočetně nejnáročnější částí algoritmu. Proto bude výpočetní náročnost metod počítána jako počet výpočtů GDOP  $p_{GDOP}$  v závislosti na počtu viditelných satelitů  $N$  a počtu vybíraných satelitů  $n$ . Výpočet GDOP je nejnáročnější operací, jelikož obsahuje počítání inverzní matice. Velikost matice, ze které je počítána inverze je  $n$  u všech metod, kromě jedné.

Algoritmy metod jsou pak uvedeny v Příloze A.

#### 4.3.1 Metoda výběru satelitů hrubou silou

Tato metoda, anglicky nazývaná *Brute Force Satellite Selection* (BFSS), generuje všechny možné kombinace satelitů. Pro každou kombinaci satelitů je vypočítána hodnota GDOP a pokud je dosud nejlepší nalezená, je tato hodnota uložena spolu s příslušnou kombinací satelitů.

Metoda je optimální vzhledem k GDOP. Je využívána především k porovnávání výsledků ostatních metod. Pro praktické použití je tato metoda při příjmu z více GNSS nepoužitelná z důvodu velkého množství prováděných operací, a tím pádem vysokému výpočetnímu času.

#### Výpočetní náročnost

$$p_{GDOP}(N, n) = \binom{N}{n} = \frac{N!}{n!(N-n)!} \quad (4.1)$$

#### 4.3.2 Metoda náhodného výběru satelitů

Tato metoda, anglicky nazývaná *Random Satellite Selection* (RSS), vybírá satelity zcela náhodně. Metoda byla implementována z důvodu určení jakýchsi limitů všech algoritmů.

Metoda je jakýmsi opakem optimální metody BFSS a společně s ní určuje oblast, ve které se měly nacházet parametry všech metod. Předpokládá se, že ostatní metody budou dosahovat lepšího GDOP a horšího výpočetního času  $t_c$ . U BFSS metody je tomu naopak.

#### Výpočetní náročnost

Při výpočtu není počítán GDOP ani jednou, proto není náročnost uvedena.

### 4.3.3 Rekurzivní metoda pro optimální výběr satelitů

Metoda byla publikována v [19] pod názvem *Recursive Method for Optimum Satellite Selection* (RMOSS). Jedná se o metodu, která nalézá optimální řešení dle kritéria  $GDOP^2$  (jelikož  $GDOP > 0$ , jedná se i o optimální řešení dle kritéria  $GDOP$ ).

Metoda stejně jako BFSS prochází všechny možné kombinace satelitů, ale zefektivňuje počítání inverzní matice potřebné k určení  $GDOP^2$ . Jednotlivé kombinace jsou generovány pomocí algoritmu revolving door<sup>3</sup>. Samotné  $GDOP^2$  je pak počítáno rekurzivně z předchozí kombinace s využitím znalosti vstupujícího a vystupujícího elementu a s využitím maticového inverzního lemma. Celý výpočet  $GDOP^2$  je prováděn pouze při inicializaci.

Vstupem algoritmu je kromě obvyklých proměnných také  $\mathbf{R} = \text{diag}(r_1^p, \dots, r_N^p)$ , kde  $r_i^p$  je variance pseudovzdálenosti k  $i$ -tému satelitu. Řádky matice  $\mathbf{G}$  jsou označeny  $G_i$ .

V publikovaném článku je také uveden jednoduchý způsob, jaký lze použít při požadavku na omezení integrity. Je zde uveden způsob, jak výpočet opět zefektivnit pomocí maticového inverzního lemma.

Výhodou algoritmu by měl být fakt, že je zde snaha o snížení počtu operací při výpočtu  $GDOP$ . Nicméně algoritmus stále prochází všechny možné kombinace satelitů, a tak je doba výpočtu stále nepřijatelná pro reálnou aplikaci. Z tohoto důvodu a také z důvodu časové úspory při době běhu simulace tento algoritmus nebyl testován.

#### Výpočetní náročnost

V metodě je počítán  $GDOP$  pro všechny možné kombinace, podobně jako v metodě BFSS. Nicméně  $GDOP$  je počítán jiným způsobem, který není možné porovnat s ostatními. Proto není výpočetní náročnost uvedena.

---

<sup>3</sup>Vlastností algoritmu revolving door je, že další kombinace je vytvořena z předchozí tím způsobem, že je jeden satelit vypuštěn a jiný přidán.

#### 4.3.4 Metoda rychlého výběru satelitů

Tato metoda byla publikována v [20] pod názvem *A Fast Satellite Selection Algorithm* (FSS). Metoda nalézá suboptimální řešení dle kritéria GDOP.

V článku je nejprve provedena analýza souvislosti konstelace satelitů a GDOP. Analýza je prováděna takovým způsobem, že pro určité modelové konstelace sedmi satelitů je zkoumáno, jaký azimut a elevaci má mít osmý satelit, tak aby došlo k minimalizaci GDOP. Z této analýzy jsou poté vytvořeny jakési modelové optimální geometrie. Příklad takovéto optimální modelové geometrie pro 12 satelitů je, že čtyři z nich mají ležet na zenitu a ostatní mají být rovnoměrně rozloženy v azimutu při minimální elevaci [20]. Algoritmus této metody je navržen tak, aby vybrané satelity měly podobnou konstelaci jako je konstelace modelové situace. Modelové situace jsou uloženy v podobě jednoduché lookup tabulky (tab. 4.1).

Tabulka 4.1: Tabulka modelových konstelací. Počet vybíraných satelitů je označen  $n$ , počet satelitů na zenitu  $p$ . Ostatní satelity jsou rovnoměrně rozprostřeny v azimutu při minimální elevaci.

$n$	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
$p$	1	2	2	2	2	3	3	3	4	4	4	5	5

Algoritmus má jeden parametr  $t$  uváděný ve stupních, který odpovídá velikosti skupin satelitů (viz. dále).

Algoritmus pracuje tak, že je nejprve dle tabulky 4.1 na základě počtu vybíraných satelitů určen počet satelitů, které mají ležet na zenitu. Je tedy vybrán nejprve tento počet satelitů s největší elevací. Dále je vybrán satelit s nejmenší elevací. Zbytek satelitů je dle azimutu rozdělen do tolika skupin, kolik zbývá vybrat satelitů (skupiny se mohou překrývat - úroveň překrytí určuje parametr  $t$ ). V dalším kroku je vypočítán GDOP všech možných kombinací tak, že je vybrán vždy z každé skupiny jeden satelit. Vybrána je poté ta kombinace satelitů, která dosahuje nejlepšího GDOP.

Vstupní parametr algoritmu  $t$  byl v simulaci nahrazen parametrem  $t_1$ , který má jakýsi obecnější význam i při změněném  $n$ .  $t_1$  udává jakýsi překryv skupin satelitů, tedy při  $t_1 = 1$  se skupiny nepřekrývají, při  $t_1 = 2$  se skupiny překrývají tak, že každý satelit patří do dvou skupin. Přepočtení parametrů je dán vztahem:

$$t = \frac{180^\circ}{n - p - 1} \cdot t_1 \quad (4.2)$$

Algoritmus je zajímavý tím, že prohledává pouze ty kombinace satelitů, které mají jakýsi potenciál být nejlepšími. Pro každou tuto kombinaci počítá

přímo kritérium GDOP, proto má poměrně velkou šanci dosáhnout právě optimální konstelace.

Nevýhodou algoritmu je, že je poměrně komplikovaný. Navíc u něj mohou teoreticky nastat určité problémy. Jedním z nich může být teoretická situace, kdy veškeré satelity mají řekněme  $Az_i \in (0, 180)$ . Pak může nastat situace o které je zmínka ve čtvrtém kroku algoritmu, algoritmus je tedy přepnut do řešení BFSS. Pokud je ale množství satelitů velké, algoritmus může běžet hodiny, což by způsobilo zaseknutí přijímače.

### **Výpočetní náročnost**

GDOP je počítán ve 4. kroku algoritmu, při výběru satelitů z jednotlivých skupin. Počet skupin je dán vztahem  $n - p - 1$  a počet satelitů, které mají jsou rozděleny do těchto skupin je  $N - p - 1$ , kde  $p$  je určeno z tab. 4.2.

Při odvození výpočetní náročnosti budeme uvažovat rovnoměrné rozložení satelitů v azimutu. Počet satelitů v jedné skupině bude tedy  $\frac{N-p-1}{n-p-1} \cdot t_1$ . Počet kombinací a tedy počet výpočtů GDOP bude:

$$p_{GDOP}(N, n) = \left( \frac{N - p - 1}{n - p - 1} \cdot t_1 \right)^{n-p-1} \quad (4.3)$$

### 4.3.5 Metoda pro kvazi-optimální výběr satelitů

Algoritmus byl publikován v [21] po názvem *Quasi-optimal Satellite Selection Algorithm* (QOSS) a implementován dle [1]. Jak již název napovídá, jedná se o suboptimální algoritmus.

Tento algoritmus je založen na myšlence, že satelity, jejichž směrové vektory od přijímače jsou rovnoběžné (svírající úhel  $0^\circ$ , nebo  $180^\circ$ ) jsou redundantní. Díky této myšlence je zformulována váhová funkce satelitů  $i$  a  $j$ :

$$J_{i,j} = \cos 2\theta_{i,j} \quad (4.4)$$

kde  $\theta_{i,j}$  je úhel svíraný směrovými vektory od přijímače k  $i$ -tému a  $j$ -tému satelitu. Váhová funkce tedy nabývá maxima pro rovnoběžné vektory a minima pro kolmé vektory. Dále definujeme váhovou funkce  $i$ -tého satelitu:

$$J_i = \sum_{j=1}^N J_{i,j}. \quad (4.5)$$

Algoritmus funguje tak, že v prvním kroku je vypočítána váha  $J_i$  pro každý satelit. Satelit s nejvyšší vahou je odstraněn, váhy jsou přepočítány a postup se opakuje až dokud zbude požadovaný počet satelitů  $n$ .

Výhodou tohoto algoritmu je jistě jeho jednoduchost. Možnou nevýhodou by mohlo být, že váhová funkce byla určena pouze intuitivně a tudíž nemusí příliš odpovídat požadované minimalizaci GDOP.

### Výpočetní náročnost

Tato metoda nefunguje na principu opakovaného výpočtu GDOP, a tak nemůžeme výpočetní náročnost určit aby byla porovnatelná s ostatními metodami.

### 4.3.6 Metoda pro rekurzivní rychlý kvazi-optimální výběr satelitů

Metoda je publikována v [1] pod názvem *A Recursive Quasi-optimal Fast Satellite Selection Method for GNSS Receivers* (RQOSS) a jak je uvedeno v názvu, jedná se o suboptimální metodu.

Metoda v určitém smyslu vychází z algoritmu uvedeném v předchozí podkapitole, ale je založen na jiném jevu. Je založena na jevu, že optimální  $k$ -podmnožina (obsahující  $k$  satelitů) sdílí většinu elementů s optimální  $(k-1)$ -podmnožinou. Teto jev je ukázán v tab. 4.2.

Tento jev byl zpozorován na základě simulace, kdy pro jednu konstelaci  $N$  viditelných družic byly vypočítány optimální podmnožiny o velikostech  $n = N - 1, N - 2, \dots, 4$ . V tab. 4.2 jsou uvedeny satelity, patřící do jednotlivých optimálních podmnožin. V horní části tabulky je vidět následující jev: postupujeme-li po řádkách shoda dolů, všechny stávající satelity jsou zachovány, eliminován je pouze jeden (pro  $n = 12, \dots, 8$ ). Pro podmnožiny o menší velikosti toto již neplatí. Tato tabulka tedy ukazuje, že můžeme vybrat podmnožinu o  $k-1$  satelitech z předchozí množiny o  $k$  satelitech s velkou pravděpodobností zachování optimality. Teto proces je rekurzivně aplikován v následujícím algoritmu ke snížení počtu satelitů z  $N$  na požadované  $n$ .

Tabulka 4.2: Vybrané satelity patřící do optimální konstelace  $n$  družic. Převzato z [1].

$n$	vybrané satelity tvořící optimální konstelaci												
12	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	
11	2	3	4		6	7	8	9	10	11	12	13	
10	2	3	4			7	8	9	10	11	12	13	
9	2		4			7	8	9	10	11	12	13	
8	2		4			7	8	9	10	11	12		
7	2	3	4				8	9		11	12		
6	2		4					9	10	11	12		
5	1		4		6			9		11			
4	2		4			7				11			

Algoritmus pracuje v krocích. V každém kroku je odstraněn ten satelit, jehož vypuštěním je nejméně navýšen GDOP. Jsou tedy generovány všechny možné kombinace, které vzniknou vypuštěním jednoho satelitu a pro tyto kombinace je vypočítán GDOP. Tyto kroky se opakují, dokud není vybráno právě  $n$  satelitů.

Výstupem metody je kromě suboptimální množiny satelitů také tzv. reserve list  $R$ . Jedná se o posloupnost satelitů, kterými lze doplnit vybranou podmnožinu satelitů v případě výpadku jednoho z vybraných satelitů.

Nejvíce časově náročnou operací algoritmu je počítání GDOP, jelikož se jedná o počítání inverzní matice, což je časově náročná operace a navíc je výpočet prováděn opakovaně,  $k$ -krát v každém kroku. Pro zefektivnění výpočtu je možné použít určité časové optimalizace, na základě podobnosti všech podmnožin. Optimalizační detaily jsou uvedeny v článku [1].

Oproti metodě uvedené v předchozí podkapitole se u této metody zdá být výhoda, že pracuje přímo s kritériem GDOP, které má být minimalizováno. Dále také, že vychází z určitého podloženého jevu, který nastává při výběru optimálních podmnožin. Dle tohoto jevu se však zdá, že metoda dosahuje výborných výsledků, pouze pokud je počet vybíraných satelitů poměrně velký. Výhodou tohoto algoritmu je také jeho jednoduchost.

### Výpočetní náročnost

GDOP je v každém kroku vypočítáván  $k$ -krát, kde  $k = N, N - 1, \dots, n + 1$  je počet satelitů v daném kroku.

$$p_{GDOP}(N, n) = N + (N - 1) + (N - 2) + \dots + (n + 1) = \quad (4.6)$$

$$= \frac{1}{2} \cdot [N + (n + 1)] (N - n) = \quad (4.7)$$

$$= \frac{1}{2} \cdot (N^2 + N - n^2 - n) \quad (4.8)$$

Vztah (4.7) byl odvozen vzorcem pro součet prvních  $m$  členů aritmetické posloupnosti  $s_m = (a_1 + a_m) \cdot \frac{m}{2}$ , vztah (4.8) byl odvozen roznásobením.

Velikost inverze není stejný ve všech krocích. Velikost inverze v kroku  $k$  je  $k - 1$ .

### 4.3.7 Nová metoda pro výběr satelitů

Metoda byla publikována v článku [22] pod názvem *A New Satellite Selection Algorithm for Real-time Application* (NSS). Jedná se opět o metodu suboptimální.

Metoda vychází opět z algoritmu QOSS uvedeném v části 4.3.5. Z metody je převzatý její princip, že je snaha odstranit satelity, jejichž směrové vektory mají podobný směr. Ve výše uvedené metodě QOSS je však míra redundance satelitu měřena jako součet podobnosti směrových vektorů daného a ostatních satelitů přes všechny viditelné satelity.

V této metodě však redundance není definována jako součet přes všechny viditelné satelity, ale je počítána pouze podobnost směrových vektorů mezi všemi dvojicemi satelitů. Dále je vybrána dvojice satelitů s největší podobností. Jeden z těchto satelitů je pak z množiny odebrán. Je vybrán na základě udržení optimálního poměru počtu satelitů v horním a dolním elevačním pásu a to 1 : 3. Tento poměr byl určen na základě simulací.

Je zde však definována i jiná váhová funkce dvou satelitů jako

$$J_{ij} = \cos \theta_{ij}, \quad (4.9)$$

kde  $\theta_{ij}$  je úhel svíraný směrovými vektory od přijímače k  $i$ -tému a  $j$ -tému satelitu.

Podobnost všech dvojic satelitů je uvedena ve váhové matici:

$$D = los \cdot los^T = \begin{bmatrix} \cos \theta_{11} & \cos \theta_{12} & \dots & \cos \theta_{1N} \\ \cos \theta_{21} & \cos \theta_{22} & \dots & \cos \theta_{2N} \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ \cos \theta_{N1} & \cos \theta_{N2} & \dots & \cos \theta_{NN} \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

kde  $los$  je matice směrových vektorů jednotlivých satelitů a je definována vzorcem:

$$los = [\mathbf{1}_1 \quad \mathbf{1}_2 \quad \dots \quad \mathbf{1}_N]^T. \quad (4.11)$$

Tato metoda vylepšuje metodu QOSS z části 4.3.5 tím, že počítá váhovou funkci pouze přes dvojice satelitů a nepočítá váhovou funkci pro každý satelit zvlášť. V původním případě totiž mohl nastat případ, že dva satelity byly téměř na stejném místě, ale daleko od ostatních. V původním algoritmu by tyto satelity byly zachovány, jelikož dobrá váhová funkce vůči ostatním satelitům by eliminovala špatnou vůči blízkému satelitu. Oba satelity jsou však zbytečné, jelikož druhý z nich nepřináší téměř žádné vylepšení GDOP.

Další vlastností původního algoritmu bylo, že eliminoval satelity s nízkou elevací a tím snižoval horizontální přesnost. Tomuto je zde zabráněno pevným poměrem mezi počty satelitů s malou a velkou elevací.



### **Výpočetní náročnost**

Tato metoda nefunguje na principu opakovaného výpočtu GDOP, a tak výpočetní náročnost nemůže být určena, aby byla porovnatelná s ostatními metodami.

### 4.3.8 Metoda prohazujících se satelitů - navržená metoda

Navržená metoda, anglicky *Switching Satellite Selection Method* (SSS), určitým způsobem vychází z metody RQOSS uvedené v části 4.3.6 a jedná se opět o metodu suboptimální.

Předchozí metoda byla inicializována vybráním všech viditelných satelitů a poté byl každém kroku jeden odstraněn. Tato metoda funguje podobně s tím rozdílem, že na začátku algoritmu je určitým způsobem vybráno právě  $n$  satelitů a poté je v každém cyklu jeden satelit přidán a jeden odebrán. Odebrán je ten satelit, jehož vypuštěním dojde k nejmenšímu navýšení GDOP. Podobným způsobem je určen přidávaný satelit. Na konci každého kroku je testováno, zda došlo k vylepšení řešení a pokud ano, je nová množina uložena. Počet cyklů  $c$  je zadáván jako parametr.

Inicializační množina je vybírána jako množina satelitů s nejmenší elevací. Požadavek na inicializaci byl, aby se jednalo o jednoduchý výběr. Byl testován výběr satelitů s největší elevací, nejmenší elevací a náhodný výběr. Všechny inicializace však dosahovaly velmi podobných výsledků. Náhodný výběr byl však zavrhnut, aby algoritmus dával stejné výsledky pro každé spuštění.

Pokud by algoritmus byl nasazen v reálném GNSS přijímači, bude algoritmus spouštěn opakovaně. Proto při jednotlivých spuštěních může být algoritmus inicializován z předchozích výsledků. Za předpokladu, že se mezi jednotlivými spuštěními algoritmu konstelace příliš nezmění, k dostatečným výsledkům může postačovat spuštění např. s parametrem  $c = 2$ , a tím dojde ke snížení výpočetního času.

Metoda je poměrně jednoduchá a oproti metodě ze které vychází obsahuje parametr - počet cyklů  $c$ . Tím je možné algoritmus nepatrně přizpůsobit tak, aby výsledná množina dosahovala nižšího GDOP, nebo aby byl algoritmus rychlejší. Na základě simulace bylo zjištěno, že parametr je vhodné volit v rozmezí  $c \in \langle 3; 8 \rangle$  pro výběr  $n = 12$  satelitů.

#### Výpočetní náročnost

V každém kroku je prováděno  $N - n$  výpočtů GDOP pro přidání satelitu,  $n$  pro vypuštění satelitu a 1 po výměně satelitů. Počet kroků je  $c$ . Celkem tedy:

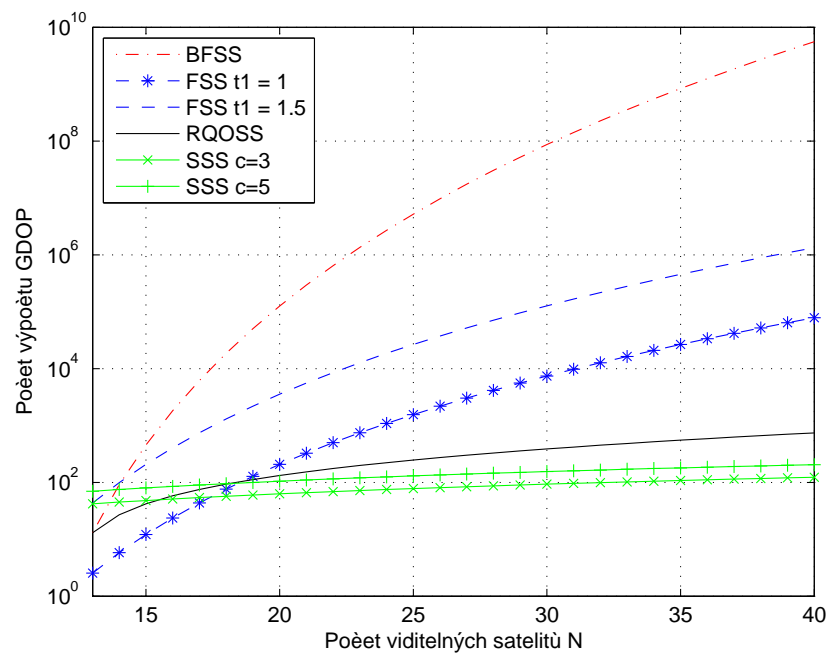
$$p_{GDOP}(N, n) = c \cdot (N + 1) \quad (4.12)$$

### 4.3.9 Další metody pro výběr satelitů

Další metodou pro výběr satelitů je metoda publikovaná v [23] pod názvem *Satellite Selection Method for Multi-Constellation GNSS Using Convex Geometry*. Tato metoda pracuje na principu podobnosti problémů minimalizace GDOP a maximalizace objemu mnohostěnu formovaného směrovými vektory od uživatele k jednotlivým satelitům. Tato metoda však pouze redukuje počet satelitů na  $k < N$ , nicméně  $k$  není vstup algoritmu, nemůže být tedy požadováno pro každý výpočet stejné  $k$ . Pro tuto práci tedy není daná metoda vhodná a nebudeme se jí dále věnovat.

## 4.4 Porovnání výpočetní náročnosti

Na obr. 4.1 je uvedena závislost výpočetní náročnosti na počtu viditelných satelitů.



Obrázek 4.1: Závislost počtu výpočtů GDOP na počtu viditelných satelitů  $N$  při běhu jednotlivých algoritmu. Počet vybíraných satelitů je  $n = 12$ .

## 5 Simulace

V této kapitole bude nejprve popsána simulace včetně uvedení jejích parametrů. Dále bude definována metrika  $\xi$ , která je používána pro přehledné porovnání výsledků. Poté budou uvedeny statistiky, použité pro porovnání výsledků a výsledky budou přehledně zobrazeny v grafu a tabulce. Dále bude otestována navržená metoda SSS. Ke konci kapitoly bude provedeno zhodnocení dosažených výsledků a budou diskutovány rozdíly simulace od reálného experimentu.

### 5.1 Popis simulace

Veškeré výše uvedené metody byly implementovány v prostředí Matlab a kromě metody RMOSS<sup>4</sup> otestovány na simulaci.

V simulaci byla nejprve vygenerována testovací data pomocí model GNSS. Model simuluje obíhání satelitů systémů GPS a Galileo kolem Země. Data byla vygenerována pro různé pozice přijímače a různé časové okamžiky. Každá sada těchto dat obsahovala pozici přijímače, pozici všech satelitů, viditelné satelity, jejich azimuty, elevace a matici geometrie  $\mathbf{G}$ .

Pro všechna vygenerovaná místa a všechny vygenerované časové okamžiky byl implementovanými algoritmy vybrán zvolený počet satelitů  $n$  ze všech viditelných satelitů  $N$ . V průběhu simulace byla zaznamenávaná následující data:

1. algoritmem vybrané satelity,
2. GDOP vypočtený z vybraných satelitů,
3. změřená doba běhu algoritmu.

V případě, že nastala situace kdy  $N \leq n$ , daná sada dat byla přeskočena. Celková doba běhu simulace byla asi 4 dny. Simulace byla prováděna paralelně na třech jádrech v programu Matlab 2012b na PC s parametry Intel® Core™ 2 Quad CPU Q9550 @ 2.83GHz, 8GB paměti.

### 5.2 Parametry simulace a unifikace

V této podkapitole budou uvedeny parametry simulace, aby v případě potřeby bylo možné simulaci opakovat. Dále budou uvedeny techniky, jimiž

---

<sup>4</sup>Tato metoda nebyla v simulaci testována z důvodu zkrácení doby běhu simulace. Tato metoda totiž prochází všechny možné kombinace satelitů, doba výpočtu by tedy byla podobná metodě BFSS, a tedy v praxi nepoužitelná.

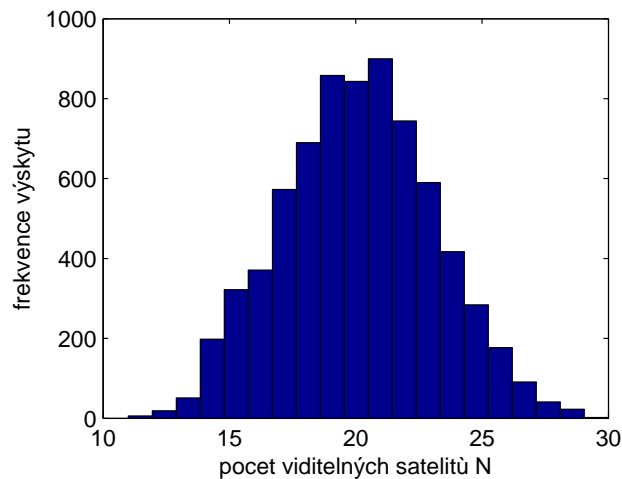
byla snaha unifikovat průběh simulace. Jinými slovy byla snaha o sjednocení podmínek pro průběhu simulace tak, aby nebyly výsledky ovlivněny určitými vlivy.

Počet vybíraných satelitů byl stanoven na  $n = 12$  dle požadavků zadavatele práce. Bylo testováno pouze jedno  $n$  z důvodu snížení počtu simulací. Zároveň je tento počet vhodný jak pro odhad polohy, tak pro RAIM (*Receiver autonomous integrity monitoring*) algoritmy.

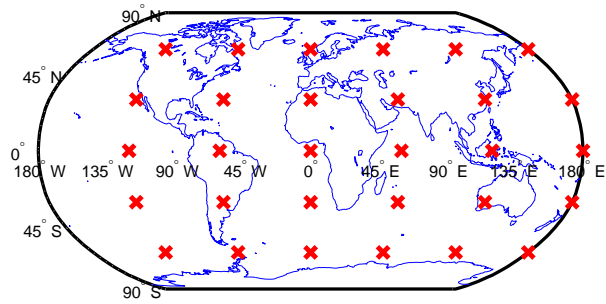
Elevační maska viditelných satelitů byla uvažována  $E = 5^\circ$ . Celkový počet satelitů byl 58 z toho 31 GPS a 27 Galileo. Histogram počtu viditelných satelitů pro celý běh simulace je uveden na obr. 5.1.

Simulace byla prováděna na 30 různých pozicích (obr. 5.2) rozprostřených přes různé zeměpisné šířky a délky. V každém místě byla simulace prováděna 240 krát po 1h (posun satelitů za 1h je na obr. 5.3), tedy po dobu 10 dní. Celkem tedy byla simulace provedena pro 7200 různých konstelací. Deset dnů v jednom místě bylo voleno, jelikož konstelace systému Galileo se opakuje po 10 dnech. Konstelace systému GPS se opakuje každých necelých 24 h.

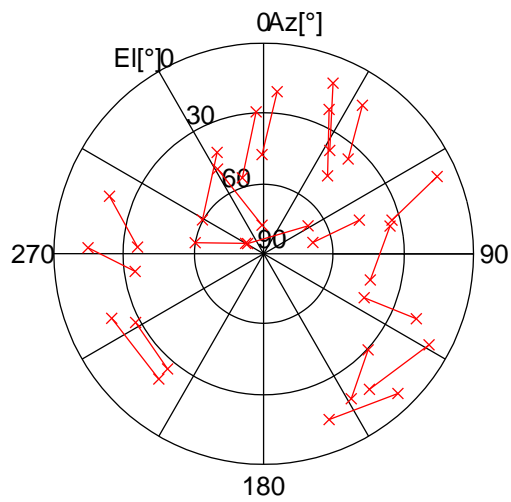
Při implementaci algoritmu bylo použito funkce Matlab Profiler, který ukazuje dobu výpočtu jednotlivých částí funkce. Tím bylo zajištěno, že doba běhu daného algoritmu je skutečně doba, po kterou běží uvedený algoritmus a ne doba běhu nějaké podpůrné funkce způsobené nevhodnou implementací programu.



Obrázek 5.1: Histogram počtu viditelných satelitů pro celý běh simulace.



Obrázek 5.2: Pozice přijímače ve kterých byla simulace prováděna.



Obrázek 5.3: Změna pozice satelitů za 1h.

## 5.3 Výsledky

Jak již bylo uvedeno v kapitole 4, hlavními požadovanými vlastnostmi jednotlivých metod jsou minimální GDOP a minimální doba výpočtu.

### 5.3.1 Definice metriky $\xi$

Více než samotný GDOP je však zájem o porovnání GDOPu vybraných satelitů u dané metody s optimálním GDOPem. Proto definujeme následující metriku:

$$\xi_m = \frac{GDOP_m}{GDOP_{BFSS}} \quad (5.1)$$

kde  $m$  značí použitou metodu výběru satelitů,  $GDOP_m$  značí GDOP vybrané množiny satelitů pomocí metody  $m$  a  $GDOP_{BFSS}$  značí GDOP množiny vybraných satelitů pomocí metody Brute Force Satellite Selection, tedy metody optimální.

Metrika  $\xi_m$  tedy značí relativní míru optimality metody. Jelikož hodnota  $GDOP_{BFSS}$  je pro danou konstelaci hodnota optimální, tak  $\xi_m \geq 1$ .

### 5.3.2 Porovnání výsledků

Jak již bylo řečeno, pro každou metodu a každou konstelaci byly zaznamenány hodnoty GDOP a  $t_c$ . Z hodnoty GDOP bylo dále pro každou metodu a konstelaci vypočteno  $\xi_m$ .

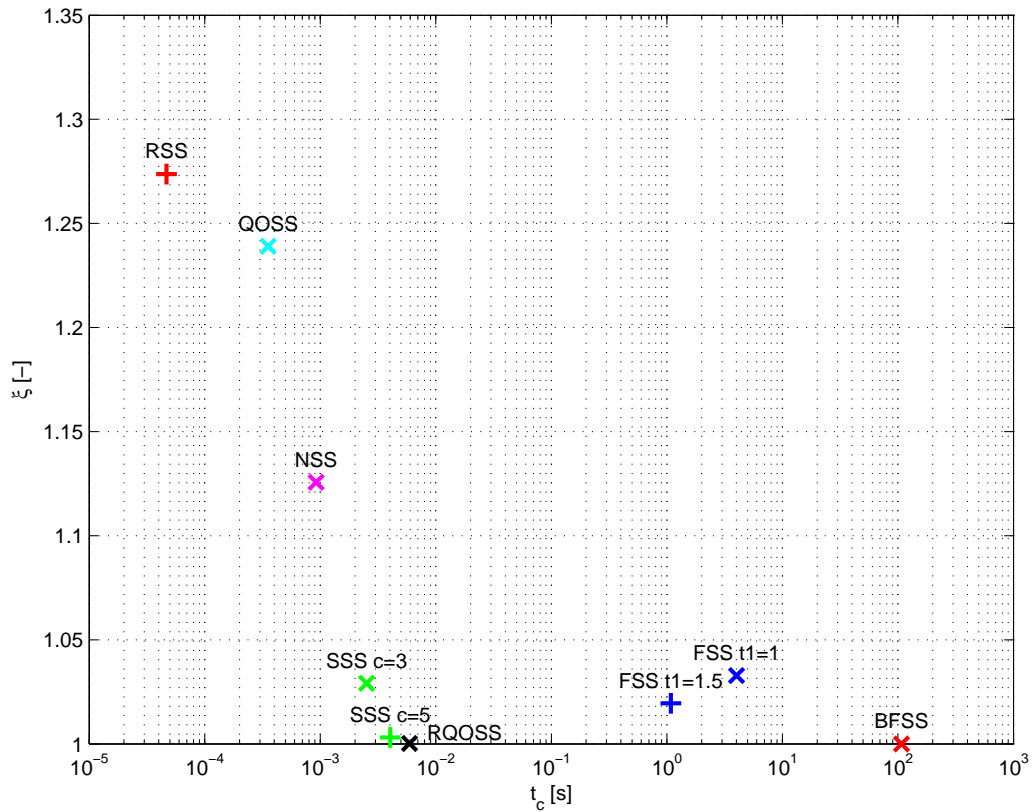
Dále byly přes všechny odsimulované konstelace vypočítány statistiky parametrů jednotlivých metod. Vypočtené statistiky jsou následující:

- $\overline{\xi_m}$  - střední hodnota  $\xi_m$  metody  $m$  [-],
- $\max \xi_m$  - maximální hodnota  $\xi_m$  metody  $m$  [-],
- $\overline{t_{c_m}}$  - střední hodnota výpočetního času metody  $m$  [s],
- $\max(t_{c_m})$  - maximální hodnota výpočetního času metody  $m$  [s],
- $opt_m$  - procento konstelací, ve kterých bylo u dané metody  $m$  dosaženo optimálního GDOP [%],
- $\overline{GDOP_m}$  - střední hodnota GDOP metody  $m$  [-],
- $\max(GDOP_m)$  - maximální hodnota GDOP metody  $m$  [-].

Statistiky výsledku simulací jsou uvedeny v tab. 5.1. Asi nejzajímavějšími statistikami z výše uvedených jsou  $\overline{\xi_m}$  a  $\overline{t_{c_m}}$ , jsou tedy vyneseny do grafu pro názorné porovnání (obr. 5.4). Histogramy jednotlivých parametrů jsou uvedeny v Příloze B.

Tabulka 5.1: Statistiky pro jednotlivé metody obdržené ze simulace. Tučně a kurzívou jsou pro každou statistiku znázorněny nejlepší hodnoty. Metody jsou seřazeny vzestupně dle  $\overline{\xi}_m$ .

	$\overline{\xi}_m$	$\max \xi_m$	$\overline{t}_{c_m}$	$\max(t_{c_m})$	$opt_m$	$\overline{GDOP}_m$	$\max GDOP_m$
BFSS	<i>1,0000</i>	1,000	107,4	6358	<i>100,0</i>	<i>1,380</i>	<i>2,435</i>
RQOSS	<b>1,0002</b>	<b>1,010</b>	0,0059	0,017	<b>85,1</b>	<b>1,380</b>	<b>2,435</b>
SSS $c=5$	1,0031	1,054	0,0040	0,010	45,3	1,384	<b>2,435</b>
FSS $t1=1.5$	1,0195	1,178	1,0847	393,2	14,2	1,406	2,453
SSS $c=3$	1,0291	1,236	0,0025	0,007	6,5	1,419	<b>2,435</b>
FSS $t1=1$	1,0328	1,212	4,0153	2270	17,6	1,424	2,567
NSS	1,1256	1,559	<b>0,0009</b>	<b>0,013</b>	0,2	1,551	2,970
QOSS	1,2390	2,811	0,0004	0,026	0,3	1,706	3,589
RSS	1,2737	3,507	<i>4,7E-05</i>	<i>0,002</i>	0,1	1,754	4,902

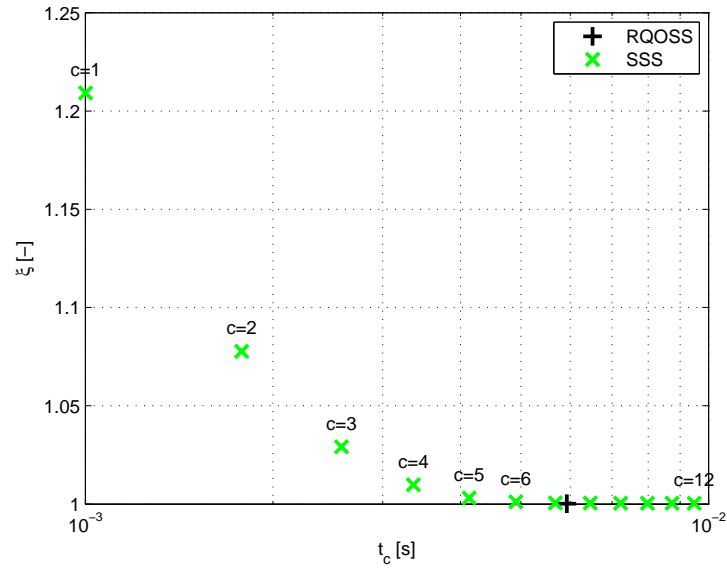


Obrázek 5.4: Porovnání parametrů  $\overline{\xi}_m, \overline{t}_{c_m}$  jednotlivých metod. Požadovány jsou co nejmenší hodnoty, tedy metody v levé dolní části grafu jsou nejlepší.



### 5.3.3 Testování navržené metody SSS

Navržená metoda byla otestována pro parametry  $c = 1, 2, \dots, 20$ . Výsledky jsou zobrazeny na obr. 5.5 a vypsány v tabulce v Příloze C.



Obrázek 5.5: Porovnání parametrů  $\overline{\xi_m}, \overline{t_{c_m}}$  navržené metody SSS s různými parametry s metodou RQOSS. Požadovány jsou co nejmenší hodnoty, tedy metody v levé dolní části grafu.

## 5.4 Subjektivní hodnocení metod

V tab. 5.2 je uvedeno subjektivní posouzení jednotlivých metod z hlediska různých kritérií.

Tabulka 5.2: Tabulka porovnání testovaných metod dle objektivních a subjektivních kritérií. + značí dobré vlastnosti, - špatné vlastnosti, 0 neutrální vlastnosti.

	Optimalita	Časová náročnost	Jednoduchost	Univerzalita
RQOSS	+ +	+	+	+
SSS	+	+	<b>0</b>	+
BFSS	+ +	- -	+	+
RSS	- -	+ +	+	<b>0</b>
FSS	+	-	-	<b>0</b>
NSS	-	+	+	<b>0</b>
QOSS	- -	+	+	-

## 5.5 Zhodnocení výsledků

Z údajů uvedených v tab. 5.1 a z obr. 5.4 je možné vyzorovat, že po optimální metodě BFSS nejlepších výsledků z hlediska  $\bar{\xi}_m$  a tedy i GDOP dosahuje metoda **RQOSS**.

Tato metoda dosahuje **optimální konstelace ve více než 85% případech**. Hodnota  $\xi_{RQOSS} = 1,0002$ . To znamená, že hodnota GDOP množiny satelitů vybrané pomocí této metody je **jen o 0,02% horší, než optimální GDOP**. Za průběh celé simulace bylo největší zhoršení GDOP o 1% oproti optimální hodnotě GDOP.

Tato metoda sice nedosahuje nejlepších výsledků z hlediska výpočetního času, nicméně i toto hledisko je stále dostatečné. **Průměrný čas výpočtu byl necelých 6ms**, maximální čas výpočtu pak necelých 20ms. Je sice nutné brát v potaz, že výpočty poběží na přijímacích zařízeních, které často budou méně výkonné, než počítač na kterém běžela simulace, nicméně tento výpočet není nutné provádět stejně často jako odhad polohy.

Metoda RQOSS je vhodná i z hlediska ostatních parametrů, jako je jednoduchost metody a univerzalita metody vzhledem k použitému kritériu.

Druhou metodou s dobrými výsledky je metoda SSS - metoda navržená v této práci. Metoda dosahuje nepatrně horších výsledků než RQOSS dle kritéria  $\bar{\xi}_m$ , ale lepších výsledků co se týká výpočetního času.

Metoda navíc obsahuje parametr  $c$ , kterým je možné nastavovat preferenci kvality či výpočetní doby. Praxe však vyžaduje co nejjednodušší použití

metody, a tak parametr navíc je spíše nevýhodou.

Výhodou však může být, že je možné metodu inicializovat libovolnou množinou satelitů. To může být vhodné v reálných aplikacích, kdy se konstelace mění postupně. Při druhém spuštění algoritmu bychom tedy vycházeli z vybraných satelitů z prvního běhu programu. Jelikož by už při inicializaci byla množina satelitů blízka optimalitě, postačoval by pouze malý počet cyklů, např.  $c = 2$ .

## 5.6 Porovnání simulace s realitou

Metody byly testovány pouze na simulačních datech. Při každé simulaci je nutné mít dostatečně odpovídající model pro zjištění požadovaných vlastností. Před nasazením do praxe je také nutné všechny kritické vlastnosti otestovat na reálných datech.

V našem případě byl použit dostatečný simulátor pro simulaci pozic satelitů. I kdyby pozice satelitů nebyly simulovány naprosto přesně, na porovnání metod by to velký vliv nemělo.

Jinou otázkou je, zda bylo zvoleno vhodné kritérium pro porovnání metod. Jako kritérium byla použita metrika GDOP. GDOP totiž uvažuje stejné chyby od všech satelitů, což často není splněno. Např. pseudovzdálenosti k satelitům s nízkou elevací často obsahují větší chyby než pseudovzdálenosti k jiným satelitům. Toto by mohlo být řešeno modifikací kritéria tak, aby uvažovalo i chyby jednotlivých pseudovzdáleností.

## 6 Závěr

Cílem této práce bylo porovnat metody na výběr satelitů z hlediska požadovaných kritérií, případně navrhnout metodu vlastní. Jako hlavní požadovanou vlastností GNSS byla uvažována vysoká přesnost, ta byla měřena zavedením kritéria minimálního GDOP. Další požadovanou vlastností metod byla nízká výpočetní náročnost.

V prostředí Matlab bylo implementováno 7 metod a 1 další byla navržena. Jednou z implementovaných metod byla metoda BFSS, která prohledává všechny možné kombinace a určuje podmnožinu s optimálním GDOP. Tato metoda byla implementována především kvůli určení minimálního GDOP, aby jej bylo možné srovnávat s ostatními metodami.

Další implementovanou metodou byla RSS, která vybírá satelity náhodně. Metoda byla implementována z důvodu určení limitů metod, a to nejlepšího výpočetního času a nejhorsího GDOP. Metoda RSS společně s BFSS určuje prostor, ve kterém by se měly nacházet parametry ostatních metod.

Implementované metody byly otestovány na simulaci 7200 různých konstelací. Při simulaci byl zaznamenáván GDOP výsledné množiny satelitů a výpočetní čas. Dále byla definována metrika  $\xi$ , která určuje relativní optimalitu dané metody. Při implementaci metod i při běhu simulace byla snaha o unifikaci, neboli sjednocení podmínek, aby výsledky nebyly ovlivněny nežádoucími vlivy. Toho bylo například dosaženo časovou analýzou algoritmů metod, nebo při simulaci umístěním přijímače v různých místech na Zemi.

Z dat jednotlivých simulací byly pro jednotlivé parametry vypočteny statistiky - střední a maximální hodnoty. Výsledky statistik byly zobrazeny v tabulce a grafu pro přehledné porovnání.

Na základě simulací jako nejlepší metoda z hlediska výpočetního času GDOP byla určena *Metoda pro rekurzivní rychlý kvazi-optimální výběr satelitů* (RQOSS). Metoda dosahovala optimálních výsledků ve více než 85% konstelací, ve zbytku konstelací došlo k zanedbatelnému navýšení GDOP. Střední hodnota výpočetního času se pohybovala okolo 6ms.

Navržená metoda, Metoda prohazujících se satelitů (SSS), dosahovala v GDOP nepatrně horších výsledků než RQOSS, ale lepších časových výsledků. Jednalo se o druhou nejlepší metodu. Tato metoda na rozdíl od RQOSS obsahuje parametr, kterým je možné přizpůsobit metodu pro preferenci kvality, či výpočetního času. Metoda byla otestována pro dostatečné rozmezí parametru a porovnána s výše uvedenou metodou RQOSS.

V další práci by jistě bylo nutné výsledky simulace ověřit na reálných datech. Dalším vhodným rozšířením práce by určitě bylo porovnání metod z hlediska zachování integrity.

## A Algoritmy jednotlivých metod

---

**Algoritmus 1:** Algoritmus metody Brute Force Satellite Selection

---

**Data:**  $n, N, S$

**Result:**  $S'$

```
gdopmin ← maxvalue (např.  $10^6$ );  
for  $S_2$  ← postupně  $\forall$  kombinace bez op.  $n$ -té třídy z  $N$  prvků do  
    | gdopval ← GDOP( $S_2$ );  
    | if gdopval < gdopmin then  
    | | gdopmin ← gdopval;  
    | |  $S' \leftarrow S_2$ ;  
return  $S'$ ;
```

---

---

**Algoritmus 2:** Algoritmus metody Random Satellite Selection

---

**Data:**  $n, N, S$

**Result:**  $S'$

```
 $r \leftarrow \text{randomPermutation}(N, n)$  ;  
 $S' \leftarrow S(r)$  ;  
return  $S'$ ;
```

---

---

**Algoritmus 3:** Algoritmus metody Recursive Method for Optimum Satellite Selection

---

**Data:**  $n, \mathbf{G} = [G_1^T, \dots, G_N^T]^T, \mathbf{R} = \text{diag}(r_1^p, \dots, r_N^p)$

**Result:**  $S'$

```
// inicializace
 $\beta \leftarrow \text{bignumber}$  (např.  $10^8$ );
 $P \leftarrow \beta I_4$ ;
for  $i \leftarrow 1$  to  $n$  do
     $a \leftarrow G_i P$ ;
     $k \leftarrow a^T / (a G_i^T + r_i^p)$ ;
     $P \leftarrow P - k a$ ;
 $G D O P^2 \leftarrow \text{trace } P$  ;
 $S' \leftarrow \{s_1, \dots, s_n\}$  ;
 $g d o p m i n \leftarrow G D O P^2$  ;

// projdi všechny kombinace algoritmem RD
 $S_2 \leftarrow S'$  ;
while existuje další kombinace do
     $[S_2, in, out] \leftarrow \text{nextCombRD}(S_2)$ ;
    //  $in$  ( $out$ ) je číslo sat., který je přidán (vypuštěn)
     $h_1 \leftarrow G_{in}, h_2 \leftarrow G_{out}$  ;
     $r_1 \leftarrow r_{in}^e, r_2 \leftarrow r_{out}^e$  ;
    for  $i \leftarrow 1$  to  $2$  do
         $a = h_i P$ ;
        if  $i == 1$  then  $k \leftarrow a^T / (a h_i^T + r_i)$ ;
        else  $k \leftarrow a^T / (a h_i^T - r_i)$ ;
         $P \leftarrow P - k a$ ;

    // zkontroluj, jestli je aktuální kombinace doposud nejlepší
     $G D O P^2 \leftarrow \text{trace } P$  ;
    if  $G D O P^2 < g d o p m i n$  then
         $g d o p m i n \leftarrow G D O P^2$ ;
         $S' \leftarrow S_2$ ;

return  $S'$ ;
```

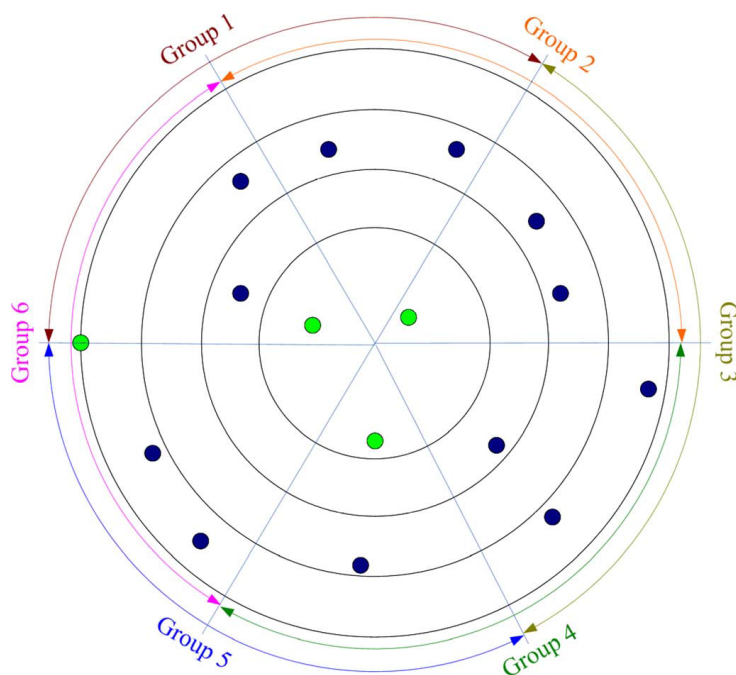
---

**Algoritmus:** Algoritmus metody A Fast Satellite Selection Algorithm

Data:  $S, N, n, t, Az_i, El_i$  ( $i = 1, \dots, N$ )

Result:  $S'$

1. Seřadte satelity dle elevace ve vzestupném pořadí.
2. Dle Tabulky 4.1 zjistěte počet satelitů na zenitu z požadovaného počtu vybraných satelitů  $n$ . Počet satelitů na zenitu označte  $p$ . Tedy  $p$  satelitů s největší elevací je vybráno a označeno  $s_1, s_2, \dots, s_p$ . Dále vyberte satelit s nejmenší elevací a označte ho  $s_{p+1}$ .
3. Rozdělte zbývající satelity do skupin dle jejich azimutů. Určete grupovací práh  $t$ . Dále je definován  $\Delta a_i$  jako rozdíl azimutu  $i$ -tého a  $s_{p+1}$  satelitu. Pokud  $|\Delta a_i - k(360/(n-p))| \leq t$ , tak  $i$ -tý satelit náleží do  $k$ -té skupiny. Tedy existuje  $n - p - 1$  skupin. Pokud celkový počet satelitů v  $k$ -té skupině je nula, násobte grupovací práh  $k$ -té skupiny dvěma, dokud zde není alespoň jeden satelit. Na obr. A.1 je zobrazen schématický diagram rozdělování satelitů do skupin.
4. Vybráním jednoho satelitu z každé skupiny a přidáním k satelitům vybraným v druhém kroku je určena vybraná podmnožina. Protože satelity z dvou různých skupin musí být různé, celkový počet podmnožin je menší než  $C_1 \times C_2 \times \dots \times C_{n-p-1}$ , kde  $C_i$  je počet satelitů v  $k$ -té skupině. Dále spočítáme GDOP pro všechny možné podmnožiny satelitů a vybereme ty satelity, které dosahují nejmenšího GDOP. Pokud není možné určit ani jednu podmnožinu tak, aby byly splněny výše uvedené požadavky (může nastat, pokud je jeden satelit sdílen dvěma skupinami, které neobsahují žádné jiné satelity), použijeme BFSS metodu k prohledání všech možných kombinací z viditelných satelitů. Toto si můžeme dovolit, jelikož počet viditelných satelitů je blízký  $n$ . Není nutné používat tuto metodu, pokud počet viditelných satelitů je velmi blízký k  $n$  [20].



Obrázek A.1: Znázornění 3. kroku algoritmu FSS při  $n = 10, p = 3, t = 60^\circ$ . Zelenými tečkami jsou znázorněny satelity vybrané v kroku 2 a modrými tečkami ostatní viditelné satelity. Satelity jsou vždy součástí dvou skupin. Převzato z [20].

---

**Algoritmus 4:** Algoritmus metody Quasi-optimal Satellite Selection  
Algorithm

---

**Data:**  $n, S$

**Result:**  $S'$

$S' \leftarrow S;$

**while**  $length(S') > n$  **do**

    spočítej váhovou funkci  $J_i$  pro všechny satelity v  $S$  ;

$s_m \leftarrow$  satelit s maximální vahou  $J_i$  ;

    z množiny  $S'$  odstraníme satelit  $s_m$

**return**  $S'$ ;

---



---

**Algoritmus 5:** Algoritmus metody A Recursive Quasi-optimal Fast Satellite Selection Method for GNSS Receivers (RQOSS)

---

**Data:**  $n, N, S$

**Result:**  $S', R$

$k \leftarrow N$ ;

$S' \leftarrow S$ ;

$R$  je prázdný reserve list;

**while**  $k > n$  **do**

Z  $S'$  generuj všechny  $(k - 1)$ -podmnožiny (má  $(k - 1)$  prvků, tedy je vypuštěn jeden satelit), celkový počet podmnožin je  $k$  ;

Spočítej GDOP (nebo jinou metriku) pro všechny podmnožiny ;

Označ podmnožinu s nejmenším GDOP  $S''$  (satelit který byl vypuštěn označ  $s_m$ ) ;

Do  $R$  přidej  $s_m$  ;

$S' \leftarrow S''$  ;

$k \leftarrow k - 1$  ;

**return**  $S'$ ;

---

**Algoritmus:** Algoritmus metody A New Satellite Selection Algorithm for Real-time Application

1. Spočítejte elevaci všech viditelných satelitů a rozdělte je do tří skupin:  $0^\circ - 30^\circ$ ,  $30^\circ - 60^\circ$ ,  $60^\circ - 90^\circ$ , označených jako dolní, střední a horní elevační pás. Poté určete počty satelitů v horním elevačním pásu a dolním elevačním pásu a označte je  $k_1$  a  $k_2$ .
2. Spočítejte matici  $D$  dle vzorce (4.10).
3. Určete  $i_m, j_m$  jako  $[i_m, j_m] = \arg \max_{(i,j)} J_{ij}$ ;  $i, j = 1, \dots, N$ ;  $i \neq j$
4. Odstraňte satelit  $i_m$  nebo  $j_m$ , tak aby byl zachován poměr  $k_1 : k_2 \approx 1 : 3$ .
5. Z matice  $D$  odstraňte řádek a sloupec odpovídající odstraněnému satelitu.
6. Obnovte  $k_1, k_2$  a opakujte kroky 3., 4., 5. dokud počet satelitů je různý od požadovaného počtu  $n$ .

---

**Algoritmus 6:** Algoritmus metody Switching Satellite Selection Method

---

**Data:**  $n, S, c$

**Result:**  $S'$

$S'' \leftarrow$  vyber  $n$  satelitů s nejmenší elevací z  $S$ ;

**for**  $i \leftarrow 1$  **to**  $c$  **do**

$s_o \leftarrow \arg \min_{s \in S''} GDOP(S''/s)$ ;

$s_i \leftarrow \arg \min_{s \in S''/S} GDOP(\{S'', s\})$ ;

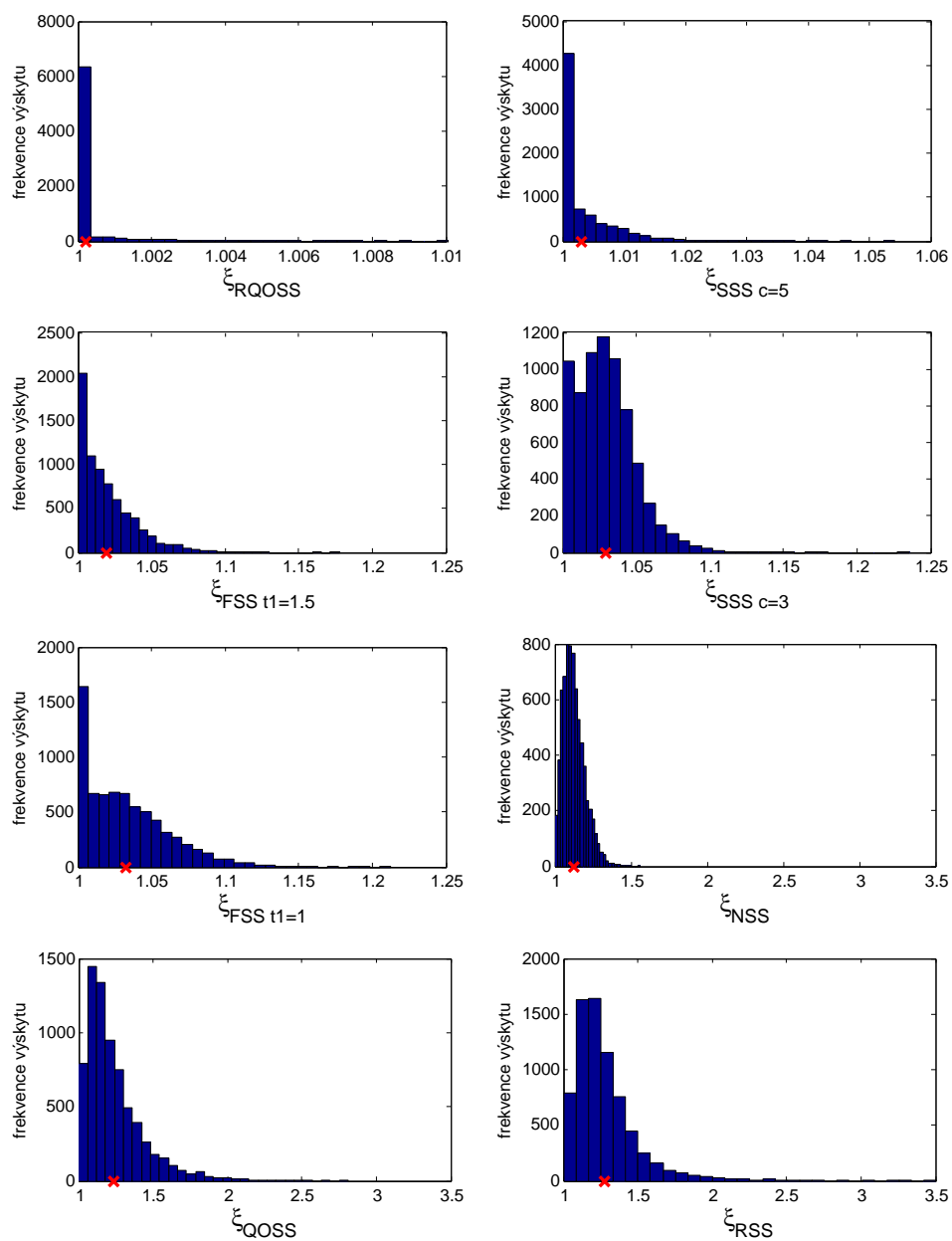
$S'' \leftarrow \{s_i, S''/s_o\}$ ;

$S' \leftarrow \arg \min_{S_i \in \{S', S''\}} GDOP(S_i)$ ;

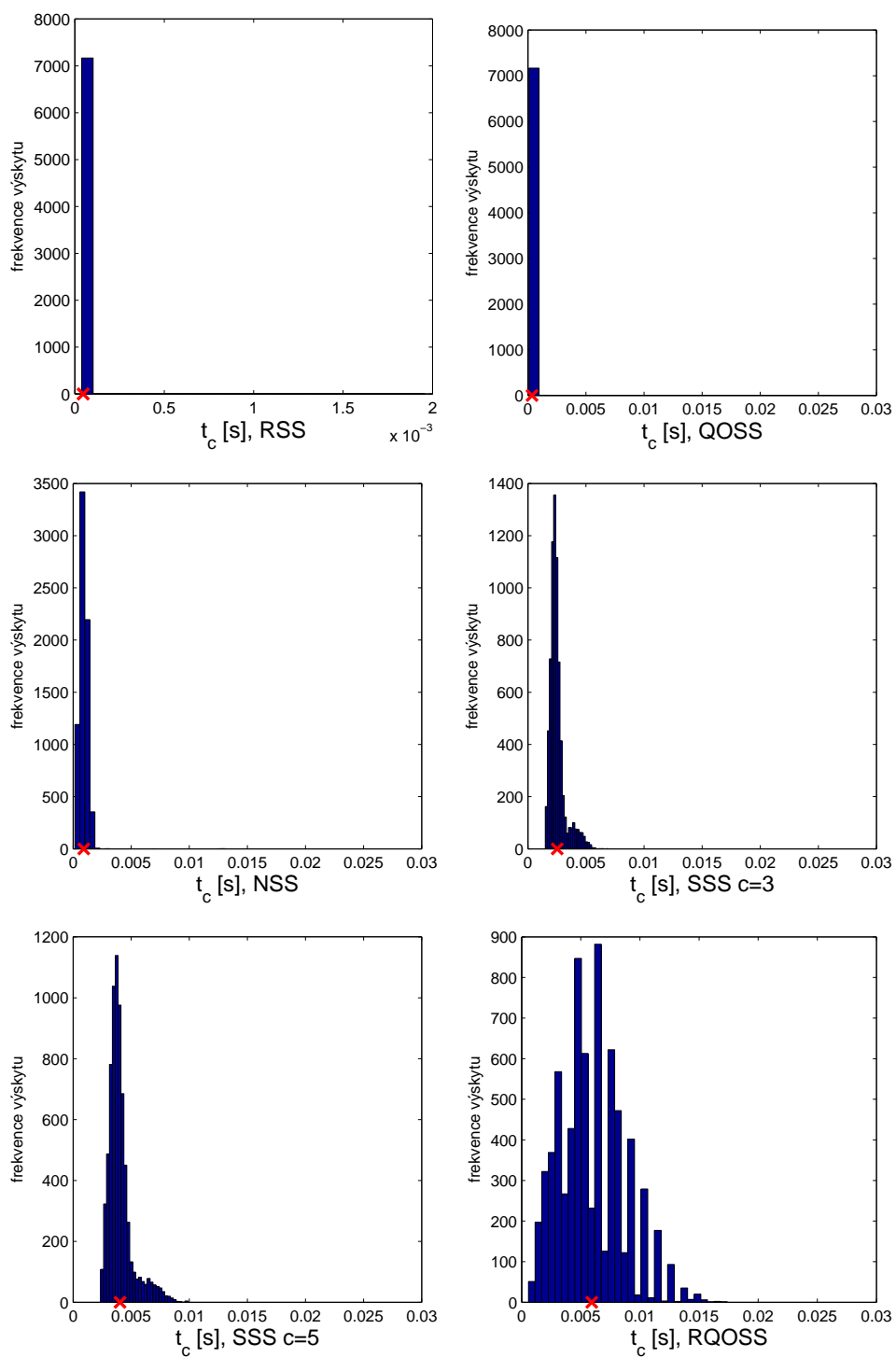
**return**  $S'$ ;

---

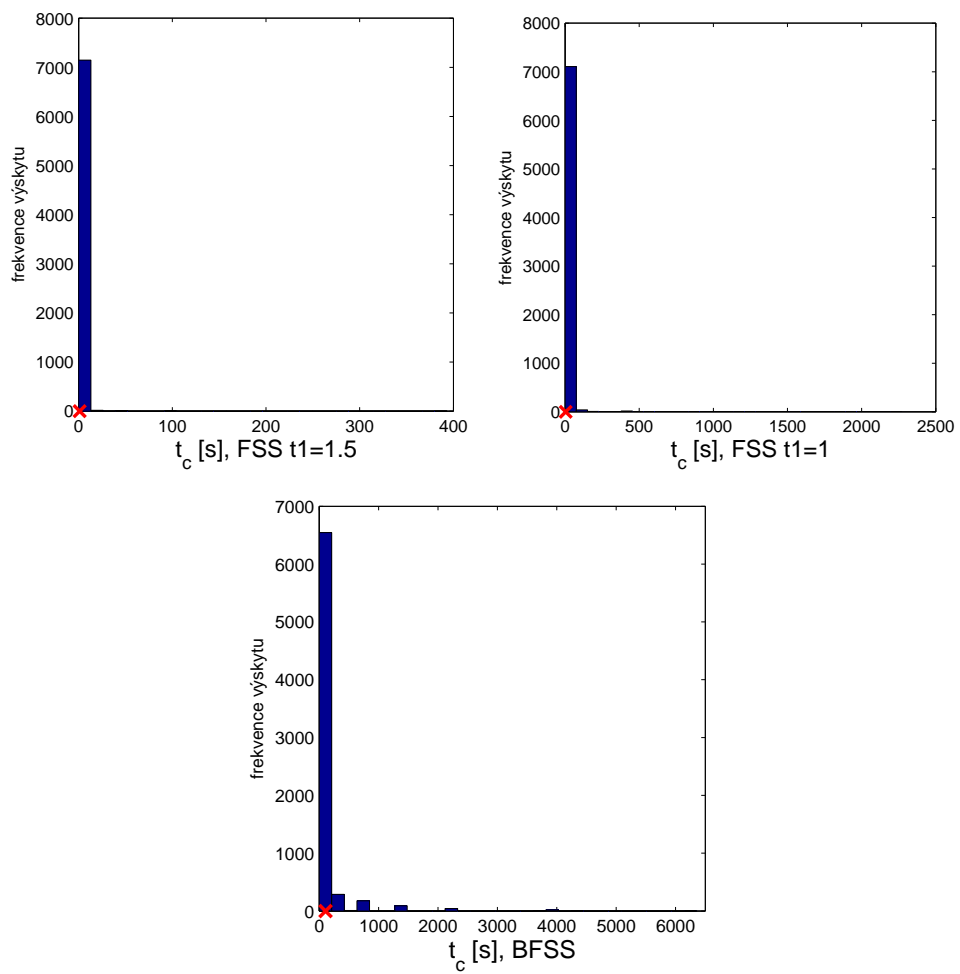
## B Histogramy výsledků jednotlivých metod



Obrázek B.1: Histogramy  $\xi_m$  jednotlivých metod. Seřazeno vzestupně dle  $\overline{\xi_m}$ , jednotlivé histogramy mají různá měřítka os.



Obrázek B.2: Histogramy  $t_{c_m}$  jednotlivých metod. Seřazeno vzestupně dle  $\overline{t_{c_m}}$ , jednotlivé histogramy mají různá měřítka os. Pokračování na další stránce.



Obrázek B.3: Histogramy  $t_{cm}$  jednotlivých metod. Seřazeno vzestupně dle  $\overline{t_{cm}}$ , jednotlivé histogramy mají různá měřítka os.

## C Tabulka parametrů pro testování navržené metody SSS

Tabulka C.1: Statistiky pro porovnání testované metody SSS s metodou RQOSS.

	$\bar{\xi}_m$	$\max \xi_m$	$\bar{t}_{c_m}$	$\max(t_{c_m})$	$opt_m$	$\overline{GDOP}_m$	$\max GDOP_m$
BFSS	1,0000	1,000	107,4263	6358	100,0	1,380	2,435
RQOSS	1,0002	1,010	0,0059	0,017	85,1	1,380	2,435
SSS $c=1$	1,2091	1,862	0,0010	0,003	0,6	1,664	2,753
SSS $c=2$	1,0777	1,502	0,0018	0,007	2,6	1,485	2,435
SSS $c=3$	1,0291	1,236	0,0026	0,006	6,5	1,419	2,435
SSS $c=4$	1,0098	1,149	0,0034	0,012	19,4	1,393	2,435
SSS $c=5$	1,0031	1,054	0,0041	0,013	45,3	1,384	2,435
SSS $c=6$	1,0011	1,025	0,0049	0,015	66,0	1,381	2,435
SSS $c=7$	1,0006	1,018	0,0057	0,017	75,6	1,381	2,435
SSS $c=8$	1,0005	1,018	0,0065	0,019	79,1	1,380	2,435
SSS $c=9$	1,0004	1,018	0,0072	0,024	80,1	1,380	2,435
SSS $c=10$	1,0004	1,018	0,0080	0,023	80,3	1,380	2,435
SSS $c=11$	1,0004	1,018	0,0087	0,022	80,4	1,380	2,435
SSS $c=12$	1,0004	1,018	0,0095	0,031	80,4	1,380	2,435
SSS $c=13$	1,0004	1,018	0,0103	0,032	80,4	1,380	2,435
SSS $c=14$	1,0004	1,018	0,0111	0,032	80,4	1,380	2,435
SSS $c=15$	1,0004	1,018	0,0119	0,035	80,4	1,380	2,435
SSS $c=16$	1,0004	1,018	0,0126	0,031	80,4	1,380	2,435
SSS $c=17$	1,0004	1,018	0,0134	0,039	80,4	1,380	2,435
SSS $c=18$	1,0004	1,018	0,0141	0,035	80,4	1,380	2,435
SSS $c=19$	1,0004	1,018	0,0149	0,038	80,4	1,380	2,435
SSS $c=20$	1,0004	1,018	0,0157	0,043	80,4	1,380	2,435

## Reference

- [1] Min Liu, MA Fortin, and R Landry Jr. A Recursive Quasi-optimal Fast Satellite Selection Method for GNSS Receivers. In *Proceedings of the 22nd International Technical Meeting of The Satellite Division of the Institute of Navigation (ION GNSS 2009)*, pages 2061–2071, 2001.
- [2] u-blox ag. Datum Transformation of GPS Positions. Technická zpráva, 1999.
- [3] Wikipedia. Geodetic datum — Wikipedia, The Free Encyclopedia, 2013. [Online; navštíveno 03.05.2013].
- [4] Wikipedie. Horizont — Wikipedie: Otevřená encyklopedie, 2013. [Online; navštíveno 29.03.2013].
- [5] Paul Zarchan, editor. *Global Positioning System: Theory & Applications (Volume One) (Progress in Astronautics and Aeronautics)*. AIAA (American Institute of Aeronautics & Ast, 1st edition, January 1996.
- [6] Charles Jeffrey. *An Introduction to GNSS*. NovAtel Inc., 2010.
- [7] Bohumír Kopecký. Stanovení polohy objektu s využitím dat satelitního navigačního systému. Diplomová práce, Západočeská univerzita v Plzni, 2008.
- [8] European GNSS (Galileo) Open Service - Signal In Space - Interface Control Document, 2010.
- [9] Wikipedia. Satellite navigation — Wikipedia, The Free Encyclopedia, 2013. [Online; Navštíveno 03.04.2013].
- [10] Wikipedie. Oběžná dráha — Wikipedie: Otevřená encyklopedie, 2013. [Online; navštíveno 16.02.2013].
- [11] What is Galileo. ESA, Leden 2013.  
[http://www.esa.int/Our\\_Activities/Navigation/The\\_future\\_-\\_Galileo/What\\_is\\_Galileo](http://www.esa.int/Our_Activities/Navigation/The_future_-_Galileo/What_is_Galileo).
- [12] Wikipedia. Atomic clock — Wikipedia, The Free Encyclopedia, 2013. [Online; navštíveno 17.02.2013].
- [13] CDMA Spectrum, 02 2013.  
<http://www.activexperts.com/asmssrvr/cellular/cdmaspectrum>.

- [14] Richard B. Brunswick. The integrity od GPS. GPS WORLD, 1999.
- [15] Wikipedia. Dilution of precision (GPS) — Wikipedia, The Free Encyclopedia, 2013. [Online; navštíveno 05.04.2013].
- [16] National Coordination Office for Space-Based Positioning Navigation and Timing. Official U.S. Government information about the Global Positioning System (GPS) and related topics, 03 2013.
- [17] Navigation Information Systems. NIS GLONASS, 03 2013.
- [18] Wikipedia. Beidou Navigation Satellite System — Wikipedia, The Free Encyclopedia, 2013. [Online; navštíveno 14.03.2013].
- [19] M.S. Phatak. Recursive method for optimum GPS satellite selection. *Aerospace and Electronic Systems, IEEE Transactions on*, 37(2):751 – 754, 04 2001.
- [20] Miaoyan Zhang and Jun Zhang. A Fast Satellite Selection Algorithm: Beyond Four Satellites. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 3:740–747, 2009.
- [21] Chan-Woo Park and Jonathan P. How. Quasi-optimal Satellite Selection Algorithm for Real-time Applications1. In *Proceedings of the 14th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GPS 2001)*, 2001.
- [22] Miaomiao Wei, Ju Wang, and Jiaqi Li. A new satellite selection algorithm for real-time application. In *Systems and Informatics (ICSAI), 2012 International Conference on*, pages 2567 –2570, may 2012.
- [23] N. Blanco-Delgado and F.D. Nunes. Satellite Selection Method for Multi-Constellation GNSS Using Convex Geometry. *Vehicular Technology, IEEE Transactions on*, 59(9):4289–4297, 2010.