# ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI

FAKULTA EKONOMICKÁ


Bakalářská práce

# Složitější dopravní problém

# Complicated transportation problem


Ondřej Matrka



Cheb 2013

# Prohlášení

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci na téma

*„Složitější dopravní problém“*

Vypracoval samostatně pod odborným dohledem vedoucí bakalářské práce, za použití pramenů uvedených v přiložené bibliografii.

V Chebu, dne ……………………………

Podpis autora

# Poděkování

Na tomto místě bych rád poděkoval vedoucímu své bakalářské práce Mgr. Lence Gladavské, za její vstřícný přístup, rady a čas, který mi věnovala a doc. Dr. Ing. Miroslavu Plevnému za poskytnutí odborných rad, připomínek a konzultaci.

# Obsah

# Úvod

Téma bakalářské práce „složitější dopravní problém“ jsem si vybral z toho důvodu, protože si troufám tvrdit, že s operačním výzkumem a nástroji pro řízení manažerských problémů se budu v budoucnosti setkávat. Operační výzkum je mladý soubor vědních disciplín založených na matematickém modelování, statistických metodách a teorii grafů. Jako reakce na vojenské situace začal pronikat i do ekonomické sféry jako soubor nástrojů pro řízení ekonomických systémů, kde pomáhá zkvalitnit rozhodování, které vede k lepšímu fungování celého systému.

V teoretické části představím základy důležité pro pochopení dané problematiky, začátek uvedu charakteristikou, hlavně rozborem fází rozhodovacího procesu, kterým se budu řídit v praktické části. Na úvodní část navazuje matematické modelování distribučních úloh, kde se především zaměřuji na dopravní problém, okružní dopravní problém a rozvozní úlohu. Ve třetí kapitole se detailně věnuji popisu základních metod řešení dopravního problému. Čtvrtá kapitola následně popíše metody řešení okružního dopravního problému a rozvozní úlohy.

V praktické části představím podnik Petr Záruba a problém týdenních dodávek masa tomuto podniku. Pomocí získaných informací vytvořím daný model a navrhnu způsob řešení, který potom aplikuji.

V bakalářské práci jsem si stanovil několik cílů:

- Definování dopravního problému a metod řešení.
- Sestavení matematického modelu problému týdenních dodávek masa.
- Výběr metody řešení, která poslouží k nalezení řešení problému týdenních dodávek masa.

Pomocí získaných výsledků poté zformuluji závěr daného problému firmy a svoje doporučení.

# 1. Úvod k operačnímu výzkumu

## 1.1 Historie operačního výzkumu

V průběhu dvacátých let 20. století byl znatelný rozdíl mezi rychlým rozvojem výrobní techniky a pomalým zdokonalováním metod řízení. Důvodem většího rozvoje výrobní techniky byla především věda a výzkum. Vědečtí pracovníci se méně zaměřovali na praktické problémy řízení, a proto nebyl přínos vědy pro techniku řízení před druhou světovou válkou významný. Pokrok ve spojení vědy s praxí přinesla až druhá světová válka. V armádě vznikaly četné zásobovací problémy, rozsáhlá dělba práce a kooperace mezi různými jednotkami. Vznikaly otázky jak zásobovat různé vojenské operace s omezenými zdroji, začal se uplatňovat vědecký přístup při řešení těchto zdrojových, strategických a taktických problémů armády. Tímto výzkumem se zabývaly nové vznikající skupiny operačního výzkumu.

Během druhé světové války byly metody, jak účinně řídit rozhodnutí v armádě, naprosto nezbytné. Na zlepšování kvality těchto rozhodnutí bylo vymezeno velké množství finančních prostředků. Vznikaly skupiny zabývající se operačním výzkumem v letectví, námořnictvu i pozemní armádě. Tyto skupiny řešily problémy organizačního a ekonomického charakteru (např. využití omezených dopravních prostředků při maximalizaci přepravovaného množství pohonných hmot).

Úspěšný prvotní rozvoj operačního výzkumu v armádě měl za následek po druhé světové válce úspěšný průnik do civilního průmyslu. Týkalo se to zejména těchto odvětví průmyslu – ocelářský, textilní, energetický, chemický a strojírenský. Další podnět, který pomohl rozvoji operačního výzkumu, byl vývoj výpočetní techniky. V současné době je rozmach operačního výzkumu podporován vznikem nových nebo nahrazováním starých metod. (Moravcová, Baňařová, 2003)

## 1.2 Charakteristika operačního výzkumu

Operační výzkum popřípadě operační analýza je soubor vědních disciplín, které se soustředí na řešení rozhodovacích problémů vznikajících při řízení systémů. Snaží se o zdokonalování existujících systémů zlepšováním jednotlivých operací nebo jejich vzájemných vztahů. Operační výzkum také slouží k hledání optimálního řešení daného problému při dodržení určitých podmínek a omezení. (Jablonský, 2007)

Získané výsledky jsou využívány jako podklad pro řízení a napomáhají k řešení rozhodovacích situací, předpokladem je větší počet variant řešení, ze kterých se vybírá nejlepší. Operační výzkum vychází z vědních disciplín matematiky, statistiky a logiky.

Typickými charakteristikami operační analýzy jsou (Macek, Mainzová, 1995, str. 3):

- variantnost,
- systémovost,
- vědeckost,
- týmovost.

Operační analýza se člení podle tří klasifikačních hledisek (Macek, Mainzová, 1995, str. 4):

- oblast aplikace (předmět řešení),
- typ úlohy (druh modelu),
- metoda řešení (technika řešení modelu).

## 1.3 Rozhodovací proces

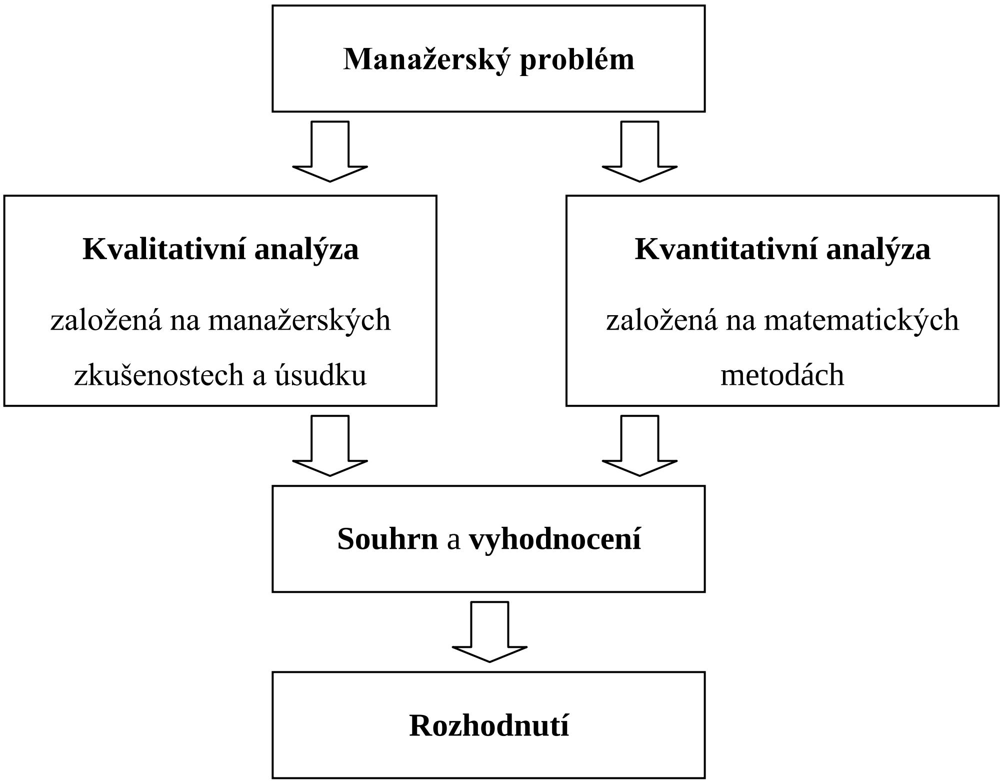
*„Rozhodovací proces je postup řešení rozhodovacích problémů, ve kterých je nutno zvolit jedno rozhodnutí z více možných variant řešení.“* (Šubrt, 2010, str. 116)

Cílem rozhodování je vybrat takové rozhodnutí, které bude z určitého hlediska nejvýhodnější. Rozhodovatel musí dobře znát jak věcnou stránku rozhodovacího procesu, která je dána oblastí řešeného problému, tak procedurální stránku rozhodovacího procesu, která obsahuje metody jeho řešení a upřesňuje postup.

Volba varianty řešení není závislá jen na splnění určitého kritéria, ale podstatný vliv má na její výběr i samotný rozhodovatel, který má pravomoc rozhodnout a dané rozhodnutí realizovat. Varianty rozhodnutí se navzájem vylučují, a proto při výběru jedné z nich, nemůže rozhodovatel současně zvolit jinou variantu.

*„Klíčem k řízení jakýchkoliv systémů je rozhodování.“* (Plevný, Žižka, 2010, str. 9)

Obr. č. 1.1: Rozhodovací proces




Zdroj: Vlastní zpracování, 2013, podle (Plevný, Žižka, 2010, str. 10)

Kvalitativní analýza – rozebírá manažerský problém s využitím zkušeností a znalostí.

Kvantitativní analýza – využívá se při problémech, s kterými nemá manažer zkušenosti, popřípadě je problém komplexní natolik, že potřebuje analýzu založenou na vědeckých základech. Kvantitativní analýza se dále uplatní při opakovaných problémech, kdy kvantitativní procedury šetří čas manažerovi. (Moravcová, Baňařová, 2003)

Na základě numerických dat a jejich vztahů je možné sestavit model daného problému, který zobrazuje požadované údaje. Před rozhodnutím je vhodné uskutečnit souhrn a vyhodnocení z kvalitativního nebo kvantitativního hlediska.

Existují čtyři typy rozhodovacích situací, kdy by kvantitativní metody měly být používány (Gros, 2003):

- Při řešení svou strukturou složitých rozhodovacích situací, kdy řešení problému ovlivňuje velké množství vnějších i vnitřních faktorů nebo má řešení rozsáhlý dopad na řízený systém.

- Při řešení problémů nových, problémů, které se dosud v praxi nevyskytly a nemáme s jejich řešením žádné zkušenosti.
- Při rozhodování v případech, kdy přijatá řešení mají zásadní vliv na ekonomické ukazatele podniku, ovlivňující výrazně náklady, tržby, zisk firmy apod.
- Při řešení opakovaných, rutinních standardních problémů a kdy lze algoritmus řešení zavést jako součást systému řízení určité oblasti firmy.

Problém jako předmět rozhodování je typický tím, že vyžaduje řešení rozporů mezi požadavky a zdroji a také existuje velké množství variant řešení, kdy výběr nejvhodnější varianty není v okamžiku jeho formulace zřejmý.

Rozhodovací proces lze rozdělit do následujících fází (Fábry, 2007, str. 8-10):

- Definice problému

V reálném systému se zjistí existence problému. Včasné rozpoznání může rozhodovacímu subjektu ušetřit finanční prostředky. Samozřejmě je nutné dokázat problém jasně a přesně definovat pro potřeby matematického modelování.

- Ekonomický model

Popis modelu nesmí být příliš složitý a musí vystihovat podstatné rysy. Rozhodnutí o tom, co je a co není podstatné, je často klíčovou otázkou této fáze, která může ovlivnit kvalitu rozhodnutí. Ekonomický model lze definovat jako podrobný slovní popis problému a částí, které s tímto problémem souvisí. Je zapotřebí popsat všechny procesy a činitele. Zpočátku je nutné klasifikovat cíl, kterého chce dosáhnout (zvýšení zisku, minimalizace nákladů apod.) v této fází je důležitý dialog mezi rozhodovatelem a analytikem, aby nedošlo k žádným nejasnostem.

- Matematický model

Vyjadřuje převedení ekonomického modelu do světa exaktních věd. Jednotlivé části ekonomického modelu se stávají parametry, proměnnými, funkcemi, rovnicemi, nerovnicemi, ale i síťovými grafy. Důležitý je výběr nejvhodnějšího a pokud možno co nejjednoduššího přístupu z jednotlivých disciplín matematického modelování, které nabízí nepřebernou škálu modelů, postupů a metod.

- Řešení úlohy

Samotné vyřešení úlohy je spíše technickou záležitostí. Problém analytik řeší pomocí výpočetní techniky a vhodného softwarového vybavení. Řešením úlohy rozumíme zápis matematického modelu v kódu či prostředí příslušného softwarového systému a následné spuštění určitého nástroje, který analytikovi poskytne požadované výsledky.

- Interpretace výsledků a verifikace modelu

Interpretací výsledků rozumíme slovní vyjádření či vysvětlení numerických výsledků získaných v předchozí fázi při řešení úlohy. Analytik musí správně formulovat odpovědi na otázky rozhodovatele. Při interpretaci se analytik vrací zpět přes matematický model až k ekonomickému modelu, jehož termíny jsou zadavateli problémů známé.

Verifikace modelu je ověření správnosti sestaveného modelu a posouzení reálnosti získaných výsledků. Již předem dokáže zkušený analytik odhadnout interval, ve kterém se budou dané hodnoty proměnných pohybovat. I u jednodušších modelů hrozí chyby zaviněné špatnou formulací modelu (např. opomenutí podmínky ovlivňující proces).

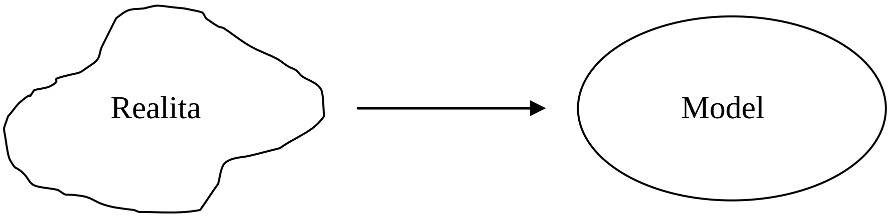
- Implementace

Poslední fáze následuje až po úspěšné verifikaci modelu a je to završení celého rozhodovacího procesu. Zadavatel získal od analytika reálné výsledky, kterým rozumí a je na něm, aby tyto výsledky uvedl do praxe. Cílem implementace je samozřejmě zlepšit fungování systému.

# 2. Matematické modelování distribučních úloh

Model představuje zjednodušenou formu reality. Zaměřuje se na části, které jsou z hlediska cíle analýzy důležité. Činnost zaměřená na konstrukci modelu se nazývá modelování.

Obr. č. 2.1: Model




Zdroj: Vlastní zpracování, 2013

Úspěch matematického modelování závisí na správně formalizovaných poznatcích o realitě. Matematický model objektivním způsobem znázorňuje jevy a procesy reálného světa matematickými prostředky. (Hebák, 2004)

Matematický model úlohy lineárního programování má stejnou strukturu jako model ekonomický (Jablonský, 2007, str. 21):

- Cíl analýzy je v lineárním matematickém modelu vyjádřen jako lineární funkce $z = f(x)$, jejíž extrém je třeba nalézt. Tato funkce se označuje jako účelová nebo kriteriální funkce.
- Každému procesu z ekonomického modelu je v matematickém modelu přiřazena jedna proměnná (tyto proměnné jsou označovány jako strukturní proměnné modelu). Hodnoty těchto proměnných lze potom interpretovat jako úrovně jednotlivých procesů.
- Činitelům odpovídají v matematickém modelu úlohy lineárního programování lineární rovnice či nerovnice.

Tyto lineární rovnice či nerovnice vyjadřují vlastní omezení daného problému, pomáhají vymezit množinu přípustných řešení. Kromě daných omezení se v modelu vyskytují i podmínky, které například zaručují nezápornost všech proměnných nebo jejich celočíselnost.

Distribuční úlohy

V této kapitole bude přiblížena speciální skupina úloh lineárního programování – distribuční úlohy. Bude představen jednostupňový i dvoustupňový dopravní problém, okružní dopravní problém a rozvozní úloha.

## 2.1 Obecná formulace dopravního problému

Dopravní problém je distribuční úloha, která řeší otázku přepravy určitého zboží či materiálu z výchozích do cílových míst při minimálních dopravních nákladech. Cílem řešení je navrhnout dopravu tak, aby byly uspokojeny požadavky cílových míst a nebyly překročeny limity zdrojů.

Předpoklady formulování dopravní úlohy (Liška, 2005):

- Přepravuje se stejnorodý produkt od dodavatelů k odběratelům.
- Mezi dodavatelem a odběratelem je nejvýše jedna dopravní cesta.
- Dopravní cesta nemá omezenou kapacitu.
- Dopravní náklady jsou přímo úměrné přepravovanému množství.

Tab. č. 2.1: Zápis dopravního problému

| Zdroje | Cílová místa | | | | Kapacity zdrojů |
|---|---|---|---|---|---|
| | $O_1$ | $O_2$ | … | $O_n$ | |
| $D_1$ | $c_{11}$ $x_{11}$ | $c_{12}$ $x_{12}$ | … | $c_{1n}$ $x_{1n}$ | $a_1$ |
| $D_2$ | $c_{21}$ $x_{21}$ | $c_{22}$ $x_{22}$ | … | $c_{2n}$ $x_{2n}$ | $a_2$ |
| … | | | … | | … |
| $D_m$ | $c_{m1}$ $x_{m1}$ | $c_{m2}$ $x_{m2}$ | … | $c_{mn}$ $x_{mn}$ | $a_m$ |
| Požadavky cíl. míst | $b_1$ | $b_2$ | … | $b_n$ | |

Zdroj: Vlastní zpracování, 2013, podle (Jablonský, 2007, str. 92)

Kde: $D_i$………….. $i$-tý dodavatel (zdroj)

$m$…………… počet dodavatelů

$O_j$………….... $j$-tý odběratel (cílové místo)

$n$……………. počet odběratelů

$a_i$………….... kapacita $i$-tého dodavatele

$b_j$…………… požadavek $j$-tého odběratele

$c_{ij}$…………… náklady na přepravu jedné jednotky zboží z $i$-tého zdroje na $j$-té cílové místo

$x_{ij}$…………… objem přepravy mezi $i$-tým zdrojem a $j$-tým místem

Matematický model vyrovnaného dopravního problému bude obsahovat $m*n$ proměnných $x_{ij}$ vyjadřující objem přepravy, dále bude obsahovat $m+n$ vlastních omezení. Prvních $m$ omezení představuje bilanci pro jednotlivé zdroje, zbývajících $n$ omezení přísluší jednotlivým cílovým místům. V dopravním problému, kde

$$\sum_i a_i \neq \sum_j b_j \tag{1}$$

se úloha musí převést do vyrovnaného dopravního problému přidáním fiktivního zákazníka nebo zdroje.

Převodem z nevyrovnaného na vyrovnaný dopravní problém se zajistí tyto vlastnosti (Dorda, 2011):

- Množina přípustných řešení vybilancované dopravní úlohy je konvexní.
- Vybilancovaná dopravní úloha má vždy přípustné i optimální řešení.
- Každé základní řešení se skládá pouze z celých čísel, jsou-li všechny kapacity dodavatelů a požadavky odběratelů celá nezáporná čísla.
- Účelová funkce nabývá minima v krajním bodě konvexního polyedru, který je množinou přípustných řešení dané úlohy. (Jestliže účelová funkce nabývá minima ve více než jednom krajním bodu, dosahuje stejných hodnot ve všech bodech, v nichž účelová funkce nabývá minima).

Z daného vzorce připadají v úvahu dvě varianty:

- Součet kapacit zdrojů převyšuje součet požadavků odběratelů.
- Součet kapacit zdrojů nedosahuje velikosti součtu požadavků odběratelů.

### Součet kapacit zdrojů převyšuje součet požadavků odběratelů

Formulace matematického modelu:

minimalizace účelové funkce

$$z = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij} \tag{2}$$

za podmínek:

- nepřekročení kapacity (nemusíme odvést všechno zboží)

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} \le a_i \qquad i = 1,2,\ldots,m \tag{3}$$

- uspokojení požadavků odběratelů

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j \qquad j = 1,2,\ldots,n \tag{4}$$

$$x_{ij} \ge 0 \qquad i = 1,2,\ldots,m;\ j = 1,2,\ldots,n \tag{5}$$

Problém nadbytku kapacit je možné odstranit přidáním fiktivního odběratele, jehož požadavek bude roven rozdílu mezi celkovými kapacitami zdrojů a celkovými požadavky odběratelů. V tabulce č. 2.1 se změna promítne přidáním nového sloupce. Ocenění nákladů na přepravu ($c_{ij}$) mezi zdrojem a odběratelem je u fiktivního odběratele rovno nule.

### Součet kapacit zdrojů nedosahuje velikosti součtu požadavků odběratelů

Problémem s nedostatečnými zdroji vznikají další možnosti (Plevný, 2010):

- pokud zadání vyžaduje uspokojení všech odběratelů, je problém neřešitelný;
- pokud zadání vyžaduje uspokojení jen určitých odběratelů, je nutné v modelu zabezpečit uspokojení odběratelů z původních existujících zdrojů;
- pokud zadání vyžaduje uspokojení odběratelů v maximální možné míře, je v podstatě jedno, kteří odběratelé budou uspokojení v plné míře.

Formulace matematického modelu:

minimalizace účelové funkce

$$z = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij} \tag{6}$$

za podmínek:

- využití celé kapacity

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = a_i \qquad i = 1,2,\ldots,m \tag{7}$$

- někteří zákazníci nebudou zcela uspokojeni

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} \le b_j \qquad j = 1,2,\ldots,n \tag{8}$$

$$x_{ij} \ge 0 \qquad i = 1,2,\ldots,m;\ j = 1,2,\ldots,n \tag{9}$$

Problém s nedostatečnými kapacitami zdrojů se vyřeší přidáním fiktivního zdroje, jehož kapacita bude rovna rozdílu mezi celkovými požadavky odběratelů a celkovými kapacitami zdrojů. V tabulce č. 2.1 se změna promítne přidáním nového řádku. Ocenění nákladů na přepravu ($c_{ij}$) mezi zdrojem a odběratelem je řešeno podle původního zadání následovně (Plevný, 2010):

- Pokud v úloze existuje prioritní odběratel, oceníme trasu z fiktivního zdroje k tomuto odběrateli vysokým kladným číslem, což má za následek, že tato trasa nebude použita a požadavky tohoto odběratele budou uspokojeny z reálných zdrojů. Jestliže v řešení i přes tuto pokutu bude použit fiktivní zdroj, znamená to, že není možné plně uspokojit tohoto odběratele.
- Pokud v úloze neexistují prioritní odběratelé, je ocenění nákladů na přepravu ($c_{ij}$) mezi fiktivním zdrojem a odběratelem rovno nule.

## 2.2 Vícestupňový dopravní problém

Cílem řešení optimalizačního dopravního problému je stanovení přepravního plánu tak, aby náklady na přepravu zboží od dodavatelů k odběratelům byly minimální. Tento plán se splní uspokojením požadavků odběratelů nebo vyčerpáním zdrojů.

Optimalizační dopravní modely lze rozdělit pomocí dvou hledisek (Šubrt, 2005):

- Počtu stupňů (jednostupňové, dvoustupňové, vícestupňové)
- Počtu rozměrů (dvourozměrné, vícerozměrné)

Počet stupňů představuje počet dopravních uzlů, kterými zboží (materiál, výrobek) musí při cestě mezi dodavatelem a odběratelem projít. Při přímé přepravě se jedná o jednostupňový dopravní problém, při cestě přes mezisklad se jedná o dvoustupňový dopravní problém, je-li nutno realizovat transport přes dva mezisklady, jedná se o úlohu vícestupňovou. Dvou a vícestupňové modely bývají též nazývány jako dopravní modely s tranzitem.

Počet rozměrů značí míru složitosti přepravy. Dvourozměrná dopravní úloha představuje dopravu mezi výchozím a cílovým místem. Třírozměrná dopravní úloha k tomu navíc sleduje i využití dopravních prostředků.

Předpokladem správného modelování dvoustupňového dopravního problému je splnění následujících podmínek (Šubrt, 2005):

- existence tras mezi každou dvojicí dodavatel-mezisklad a mezisklad-spotřebitel,
- dostatečná kapacita meziskladů pro realizaci přepravy,
- libovolná dělitelnost transportovaného materiálu,
- lineární závislost nákladů na množství transportovaného materiálu.

Formulace matematického modelu kde platí, že kapacity zdrojů se rovnají požadavkům spotřebitelů, kapacity překladišť jsou dostačující (Dorda, 2011):

minimalizace účelové funkce

$$z = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij} + \sum_{j=1}^{n} \sum_{k=1}^{r} d_{jk} y_{jk} \tag{10}$$

za podmínek:

- vyčerpání všech zdrojů

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = a_i \qquad i = 1,2,...,m \qquad (11)$$

- uspokojení požadavků spotřebitelů

$$\sum_{j=1}^{n} y_{jk} = b_k \qquad k = 1,2,\ldots,r \qquad (12)$$

- kapacita překladiště nesmí být překročena

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} \leq k_j \qquad j = 1,2,\ldots,n \qquad (13)$$

- to, co přivezu do překladiště, to musím i odvést z překladiště

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = \sum_{k=1}^{r} y_{jk} \qquad j = 1,2,\ldots,n \qquad (14)$$

$$x_{ij} \geq 0, y_{jk} \geq 0 \qquad i = 1,2,\ldots,m;\ j = 1,2,\ldots,n \qquad (15)$$

$$k = 1,2,\ldots,r$$

Kde: $a_i$…..………. kapacita *i*-tého zdroje

$b_k$……………požadavek k-tého spotřebitele

$k_j$…………… kapacita j-tého překladiště

$c_{ij}$……………náklady na přepravu jedné jednotky zboží z *i*-tého zdroje do *j*-tého překladiště

$d_{jk}$…………... náklady na přepravu jedné jednotky zboží z *j*-tého překladiště ke *k*-tému spotřebiteli

$x_{ij}$……………objem přepravy mezi *i*-tým zdrojem a *j*-tým překladištěm

$y_{jk}$…………... objem přepravy mezi *j*-tým překladištěm a *k*-tým spotřebitelem

*m, n, r*………počet zdrojů, překladišť a spotřebitelů

## 2.3 Okružní dopravní problém

Okružní dopravní problém, někdy označován jako úloha obchodního cestujícího či travelling salesman problem (TSP), má za úkol propojit místa okružním spojením s vybraným výchozím stanovištěm. Typický příklad je nalezení optimální trasy pro obchodního zástupce firmy, který musí navštívit všechny své klienty (na základě tohoto příkladu vzniklo dříve uvedené označení úloha obchodního cestujícího). Cílem okružního problému je nalezení nejkratšího cyklu mezi *n* místy. Snaží se najít takovou posloupnost, ve které se každé místo vyskytuje právě jednou a pak se vrací do výchozího místa, aby součet sazeb (vzdáleností, nákladů na cestu, celkový čas) v této posloupnosti byl minimální.

Okružní problém se dá rozdělit podle počtu okružních spojení na:

- jednookruhový
- víceokruhový

Matematický model lze popsat následovně (Fábry, 2006):

minimalizace účelové funkce:

$$z = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij} \qquad i \neq j \tag{16}$$

za podmínek:

- navštívení každého zákazníka právě jednou

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = 1 \qquad i = 1,2,\ldots,n;\ i \neq j \tag{17}$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij} = 1 \qquad j = 1,2,\ldots,n;\ i \neq j \tag{18}$$

- podmínka zamezující vznik cyklů neobsahující výchozí místo

$$u_i - u_j + n x_{ij} \leq n-1 \qquad i = 1,2,\ldots,n;\ j = 2,3,\ldots,n \quad i \neq j \tag{19}$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \qquad\qquad i, j = 1,2,\ldots,n \qquad\qquad (20)$$

Proměnná $x_{ij}$ je bivalentní nabývající hodnoty 1, pokud vozidlo jede z $i$-tého místa do $j$-tého místa. Miller, Tucker, Zemlin (MTZ) formulovali podmínku (19), která zamezuje vznik dílčích cyklů bez výchozího místa. Proměnné $u_i$ a $u_j$ jsou libovolná reálná čísla splňující tuto podmínku (hodnota $u_i$ vyjadřuje pořadové číslo ve kterém je $i$-té místo navštíveno).

Nalezení optimálního řešení je v okružním dopravním problému možné, pokud se vybere ze všech permutací ta s nejmenší hodnotou, avšak prozkoumání hodnot všech permutací je časově náročné. U některých komplexních a složitých problémů není přesná hodnota optimálního řešení nezbytná, jelikož i řešení s jinou hodnotou je dostačující. Proto se pro řešení okružního dopravního problému využívají převážně heuristické metody, které poskytují přípustná řešení. Kvalita těchto heuristických metod nebo postupů, přinášející přípustná řešení, je většinou měřena jejich rychlostí a přesností.

Dobrá heuristika by měla mít tyto čtyři vlastnosti (Cordeau a kol., 2002):

- přesnost,

Přesnost je měřena jako odchylka heuristického řešení od optimálního řešení popřípadě nejlepšího známého výsledku a souvisí s konzistencí. Řešitelé většinou dají přednost metodě, která přináší dobrá řešení před heuristikou s větším rozpětím kvality výsledků.

- rychlost,

Rychlost reaguje například na následující otázky: Jak je problém aktuální? Jak dlouhou dobu má řešitel na hledání nejlepšího řešení?

- jednoduchost,

Heuristická metoda, která je rychlá a přesná, nemusí být populární z důvodu obtížného zapsání kódu. Kód by měl být jednoduchý, krátký, nezávislý a rychle pochopitelný.

- flexibilita.

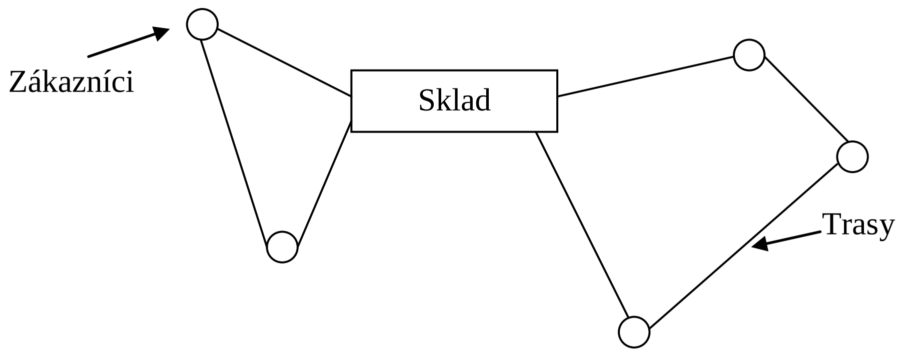
Dobrá heuristická metoda by se měla dobře přizpůsobovat různým omezením v reálných případech (reagovat na nová omezení nebo přidání nového zákazníka).

## 2.4 Rozvozní úloha

V zahraniční literatuře se rozvozní úloha označuje jako vehicle routing problem (VRP) a je určitou variací okružního dopravního problému. Vychází ze stejného základu, ale uvažuje nejen navštívení daného místa, ale i dodání určitého množství zboží z distribučního místa. Jedná se o kombinatorický optimalizační problém v distribučním plánování.

V rozvozní úloze je skupina zákazníků obsluhována vozidly s určitou kapacitou z vozového parku. Požadavky zákazníků musí být menší nebo stejně tak velké, jako je kapacita vozidla, aby každý zákazník mohl být obsloužen právě jedním vozidlem. Každé vozidlo začíná a končí svoji trasu ve výchozím místě. Ve většině případů je cílem minimalizace nákladů, což obvykle představuje minimalizaci najeté vzdálenosti.

Obr. č. 2.2: Grafická podoba rozvozní úlohy




Zdroj: Vlastní zpracování, 2013

Rozvozní úloha při formulaci matematického modelu vychází z okružního dopravního problému. Minimalizuje se stejná účelová funkce (16) a platí podmínky (17) a (18), které uvažují o navštívení každého zákazníka právě jednou. Podmínka (19) omezující vznik parciálních cyklů se musí upravit do následujícího tvaru, aby zároveň představovala i bilanci nákladu vozidla:

- podmínka zamezující vznik cyklů neobsahující výchozí místo

$$u_i + q_j - V(1 - x_{ij}) \le u_j \qquad i = 1,2,\dots,n;\ j = 1,2,\dots,n \quad (21)$$

- nepřekročení kapacity vozidla

$$q_i \le u_i \le V \qquad i = 2,3,\dots,n \quad (22)$$

$$u_1 = 0 \tag{23}$$

Kde: $q_i, q_j$………… požadavek *i*-tého respektive *j*-tého místa

$V$……………kapacita vozidla

$u_i, u_j$………… libovolná reálná čísla, která splňují podmínky (21) a (22)

Rovnice (23) představuje nulový náklad ve výchozím místě.

Varianty rozvozního problému jsou (Neo research group, 2006):

- kapacitně omezená rozvozní úloha,
- stochastická rozvozní úloha,
- periodická rozvozní úloha,
- rozvozní úloha s více sklady,
- rozvozní úloha s rozdělenými dodávkami,
- rozvozní úloha s možností vrácení zboží,
- rozvozní úloha s časovým omezením odběratelů.

Rozvozní problém lze rozdělit na (Fábry, 2006):

- rozvozní úloha s jedním vozidlem,
- rozvozní úloha s více vozidly v jednom výchozím místě,
- rozvozní úloha s více vozidly v několika výchozích místech,
- rozvozní úloha s dělenou dodávkou.

## Rozvozní úloha s dělenou dodávkou

Rozvozní úloha s dělenou dodávkou (SDVRP, split delivery vehicle routing problem) uvažuje oproti základní verzi rozvozní úlohy s možností, že požadavky alespoň jednoho ze zákazníků jsou větší než kapacita vozidla (nesplnění podmínky (22) v základní verzi rozvozní úlohy). Proto musí být zákazník, jehož požadavky převyšují kapacitu vozidla, navštíven více než jednou. Primární účel možnosti rozdělení dodávky zákazníkovi do více tras je redukování najeté vzdálenosti a celkového počtu tras. V případě že mají vozidla stejnou kapacitu, je minimální počet tras podíl celkových požadavků a kapacity vozidla. Cílem je minimalizace najeté vzdálenosti s uspokojením požadavků zákazníků a nepřekročením kapacity vozidel. (J. H. Wilck IV, T. M. Cavalier, 2012)

# 3. Popis základních metod řešení dopravního problému

Pro řešení dopravní úlohy se může použít simplexová metoda, sloužící k nalezení optimálního řešení úlohy lineárního programování (více o simplexově metodě píše Jablonský, 2010), nebo speciální metody sloužící k nalezení různě kvalitních řešení. Tyto metody jsou efektivnější při řešení daného problému vzhledem ke zvláštnostem matematického modelu úlohy.

V úvahu mohou připadat tři kategorie možných řešení (Plevný, 2010):

- Libovolné přípustné řešení

Nalezení jakéhokoli řešení, při kterém budou splněny požadavky odběratelů a nepřekročeny kapacity dodavatelů. Použitelné v případě, kdy budou přepravní náklady na všech trasách přibližně shodné a časově náročnější metody hledání optimálního řešení by ztrácely smysl.

Klasická a nejjednodušší metoda pro nalezení libovolného přípustného řešení je metoda severozápadního rohu.

- „Dobré“ přípustné řešení

Využití heuristických metod, které hledají přibližně nejlepší řešení (záleží na kvalitě metody), avšak nezaručují nalezení optimálního řešení. Jedná se o rychlé a poměrně jednoduché metody.

Mezi nejvíce používané heuristické metody patří indexová metoda a Vogelova aproximační metoda.

- Optimální řešení

Jedná se o speciální metody zaručující nalezení optima, kdy nalezené výchozí přípustné řešení určitým postupem vylepšují, až po několika krocích dospějí k optimálnímu řešení.

Nejznámější metoda, která hledá optimální řešení dopravní úlohy, je metoda MODI.

Všechny dále uvedené metody budou vycházet ze stejného zadání vyrovnané dopravní úlohy a bude názorně předveden jejich postup.

Tab. č. 3.1: Zadání dopravního problému

| Zdroje | Cílová místa | | | | | Kapacity zdrojů |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | $O_1$ | $O_2$ | $O_3$ | $O_4$ | $O_5$ | |
| $D_1$ | 13 | 11 | 10 | 14 | 7 | 750 |
| $D_2$ | 10 | 15 | 16 | 17 | 22 | 850 |
| $D_3$ | 6 | 11 | 8 | 14 | 10 | 500 |
| Požadavky cíl. míst | 400 | 250 | 550 | 400 | 500 | |

Zdroj: Vlastní zpracování, 2013

## 3.1 Metoda severozápadního rohu

Základní řešení se získá obsazováním buněk tabulky, kdy se začíná vyplněním levého horního rohu a postupuje se směrem zleva doprava a shora dolů bez ohledu na výši přepravních nákladů. Vždy se použije maximální možné množství, které je omezeno kapacitou zdroje nebo požadavkem cílového místa.

Tab. č. 3.2: Řešení pomocí metody severozápadního rohu

| Zdroje | Cílová místa | | | | | Kapacity zdrojů |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | $O_1$ | $O_2$ | $O_3$ | $O_4$ | $O_5$ | |
| $D_1$ | 13<br>400 | 11<br>250 | 10<br>100 | 14 | 7 | 750 |
| $D_2$ | 10 | 15 | 16<br>450 | 17<br>400 | 22 | 850 |
| $D_3$ | 6 | 11 | 8 | 14 | 10<br>500 | 500 |
| Požadavky cíl. míst | 400 | 250 | 550 | 400 | 500 | |

Zdroj: Vlastní zpracování, 2013

## 3.2 Indexová metoda

Indexová metoda vyhledává minimální přepravní náklady v dopravní tabulce, v případě úpravy nevybilancované dopravní úlohy ignoruje nově vzniklé trasy k fiktivnímu zákazníkovi popřípadě od fiktivního zdroje. Používá maximální možné množství až do výše požadavků odběratele nebo kapacity zdroje. Podle toho, jestli je omezeno požadavkem nebo zdrojem se škrtá daný sloupec nebo řádek. Indexová metoda až na výjimky přináší lepší řešení než metoda severozápadního rohu.

Problém může nastat na konci řešení při využití nadměrně drahé přepravy (např. k jednomu odběrateli vedou dvě nákladné cesty a jedna levnější cesta, tento zdroj může být ale vyčerpán v prvních krocích indexové metody).

Tab. č. 3.3: Řešení pomocí indexové metody

| Zdroje | Cílová místa | | | | | Kapacity zdrojů |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | $O_1$ | $O_2$ | $O_3$ | $O_4$ | $O_5$ | |
| $D_1$ | 13 | 11 | 10<br>250 | 14 | 7<br>500 | 750 |
| $D_2$ | 10 | 15<br>250 | 16<br>200 | 17<br>400 | 22 | 850 |
| $D_3$ | 6<br>400 | 11 | 8<br>100 | 14 | 10 | 500 |
| Požadavky cíl. míst | 400 | 250 | 550 | 400 | 500 | |

Zdroj: Vlastní zpracování, 2013

Postup řešení:

Krok 1: V dopravní tabulce je nalezen nejmenší prvek - $c_{31}$ (hodnota přepravních nákladů od dodavatele k odběrateli je minimální). Převážené množství zboží je omezeno požadavkem prvního odběratele. Po splnění požadavku odběratele se daný sloupec vyškrtává.

Krok 2: V upravené dopravní tabulce je nalezen nejmenší prvek – $c_{15}$. Převážené množství zboží je omezeno požadavkem pátého odběratele. Vyškrtává se pátý sloupec.

Krok 3: Následující nejmenší prvek je $c_{33}$. Převážené množství zboží je omezeno kapacitou třetího dodavatele. Vyškrtává se třetí řádek.

Krok 4: Minimální hodnotu má prvek $c_{13}$. Převážené množství zboží je omezeno kapacitou prvního dodavatele. Vyškrtává se první řádek.

Krok 5: Následně podle hodnoty dopravních nákladů na přepravu budou uspokojeni druhý, třetí a čtvrtý odběratel zbožím od druhého dodavatele.

## 3.3 Vogelova aproximační metoda

Vogelova aproximační metoda je heuristika, která počítá s diferencí prvků (rozdíl dvou nejnižších hodnot v každém řádku a sloupci), čímž odstraňuje případný problém indexové metody, která neuvažuje o druhé nejlepší variantě výběru trasy. Vybírá se řádek, sloupec s největší diferencí, kde rozdíl mezi první a druhou nejlepší variantou je nákladově nejnáročnější, zde se zvolí minimální sazba $c_{ij}$ a následně se celá tabulka přepočítá. V případě shody dvou nejnižších sazeb bude diference nulová. Metoda končí proškrtáním všech polí tabulky. (Plevný, 2010)

Tab. č. 3.4: Řešení pomocí Vogelovy aproximační metody

| Zdroje | Cílová místa | | | | | Kapacity zdrojů |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | $O_1$ | $O_2$ | $O_3$ | $O_4$ | $O_5$ | |
| $D_1$ | 13 | 11<br>200 | 10<br>50 | 14 | 7<br>500 | 750 |
| $D_2$ | 10<br>400 | 15<br>50 | 16 | 17<br>400 | 22 | 850 |
| $D_3$ | 6 | 11 | 8<br>500 | 14 | 10 | 500 |
| Požadavky cíl. míst | 400 | 250 | 550 | 400 | 500 | |

Zdroj: Vlastní zpracování, 2013

Postup řešení:

Krok 1: Největší diference v dopravní tabulce se nachází v druhém řádku, minimální hodnotu má prvek $c_{21}$. Převážené množství zboží od druhého dodavatele prvnímu odběrateli až do výše požadavku daného odběratele. Po splnění tohoto požadavku se škrtá první sloupec.

Krok 2: V upravené tabulce se přepočítávají diference. Největší diference se nacházejí v prvním řádku a pátém sloupci. Obě varianty vedou k výběru minimálního prvku $c_{15}$. Převážené množství zboží je omezeno požadavkem pátého odběratele, následně se pátý sloupec škrtá.

Krok 3: Největší diference se nachází ve třetím řádku. Minimální hodnotu přepravních nákladů má prvek $c_{33}$. Převážené množství zboží je omezeno kapacitou třetího dodavatele. Škrtá se třetí řádek.

Krok 4: Největší diference se nachází ve třetím sloupci. Převážené množství zboží od prvního dodavatele ke třetímu odběrateli se bude rovnat přepočtenému množství požadavku třetího odběratele. Požadavek daného odběratele je splněn a škrtá se třetí sloupec.

Krok 5: Následně jsou využity trasy s přepravními náklady $c_{12}$, $c_{22}$ a $c_{24}$, převážené množství zboží povede k uspokojení druhého a čtvrtého odběratele.

Při porovnání hodnot účelových funkcí lze zjistit postupné zlepšování. Dopravní náklady zjištěné metodou severozápadního rohu mají hodnotu 27950. Náročnější metody přinášejí zpravidla lepší řešení. Indexová a Vogelova aproximační metoda hodnotu účelové funkce snižují na 22950 respektive 21750.

## 3.4 Modifikovaná distribuční metoda

*„Tato metoda byla vyvinuta pro hledání optimálního řešení dopravní úlohy. Schéma je shodné se simplexovou metodou. Základní algoritmus lze popsat následovně:“* (Plevný, 2010, str. 142)

- Určení výchozího řešení

Výběr nedegenerovaného řešení (všechny základní proměnné jsou nenulové) pomocí jedné z předchozích metod.

- Test optimality

Pro každou proměnnou $x_{ij}$ máme k dispozici nerovnici $u_i + v_j \leq 0$

$u_i$ představuje ocenění kapacit

$v_j$ představuje ocenění požadavku

1) pro každou bazickou proměnnou $x_{ij}$ platí:

$$u_i + v_j - c_{ij} = 0 \qquad i = 1,2,\ldots,m;\ j = 1,2,\ldots,n \quad (24)$$

2) pro každou nebazickou proměnnou $x_{ij}$ platí:

$$u_i + v_j - c_{ij} < 0 \qquad i = 1,2,\ldots,m;\ j = 1,2,\ldots,n \quad (25)$$

Jedna duální proměnná se položí hodnotě 0 a ostatní se určí pomocí řešení soustavy lineárních rovnic (24). Pokud je splněna ostrá nerovnost pro nebazické proměnné, nalezené řešení je optimální, pokud tato podmínka není splněna, pokračuje se k dalšímu kroku.

- Výpočet nového bazického řešení

Nové bazické řešení musí mít lepší hodnotu kriteriální funkce. Zvolí se jedna z proměnných $x_{ij}$ jako vstupující proměnná, která má hodnotu ze vzorce (číslo rovnice) maximální se zatím neznámou hodnotou (+$t$). U bazických proměnných, na kterých se tato změna promítne, se najde proměnná s nejnižší hodnotou, kde se hodnota t odečítá. Následuje přepočet tabulky, upravení bazických proměnných a test optimality.

# 4. Metody řešení okružního dopravního problému a rozvozní úlohy

Nezbytná informace při řešení okružních dopravních problémů je vzdálenostní matice (pokud účelová funkce minimalizuje najetou vzdálenost), která má rozměry $n*n$. V matici nejsou uvedeny body na diagonále (představují trasu z *i*-tého místa do *i*-tého místa) nebo mají vysokou hodnotu, která znemožní tuto možnost při řešení.

V této kapitole bude představena exaktní metoda větví a mezí a heuristická metoda nejbližšího souseda. Exaktní metodou větví a mezí, heuristikami a metaheuristikami se zabývají Neo research group (2006) nebo tyto metody popisují Toth a Vigo (2002).

## 4.1 Metoda větví a mezí

Metoda větví a mezí se řadí mezi kombinatorické metody a vznikla pro řešení problému celočíselného programování. Podstatou této metody je postupný rozklad množiny a výběru větve, která je více perspektivní pro hledání optimálního řešení.

Největší problém při využití metody větví a mezí při řešení rozvozní úlohy je časová náročnost. Metoda větví a mezí (respektive každá exaktní metoda [exaktní metody jsou podle Laporteho a Noberta (1987) klasifikovány v přehledu do tří kategorií: (a) metody přímého procházení stromu (b) dynamické programování (c) celočíselné lineární programování]) není schopna vyřešit rozvozní úlohu s více než 50 zákazníky. Proto při složitých rozvozních problémech nemá v praxi tato metoda uplatnění. (Cordeau a kol., 2002)

*„Techniky tohoto zkoumání se v různých aplikacích metody odlišují, avšak vždy sledují horní, resp. dolní hranici hodnot účelové funkce pro každou vzniklou podmnožinu přípustných řešení.“* (Plevný, 2010, str. 157)

Postupný rozklad podmnožin se graficky znázorňuje ve tvaru stromu, jehož větve vznikají rozdělením původní množiny přípustných řešení. Rozdělené podmnožiny jsou disjunktní (nemají žádný společný průnik).

Při řešení problému obchodního cestujícího, který se snaží minimalizovat projetou vzdálenost mezi místy, se stanovují dolní meze účelové funkce na celé množině přípustných řešení pouhým sečtením řádkových a sloupcových minim z dané tabulky, kde větší číslo je přesnější dolní mez. Na dalších úrovních se poté větví a dále prohledávají uzly s nejnižšími hodnotami dolních mezí. Pokud je v nižším stupni uzlu menší hodnota dolní meze než v uzlu předchozím, není třeba tuto cestu dále rozvíjet, protože se optimální řešení v této části větve nenachází. (Macek, Mainzová, 1995)

## 4.2 Metoda nejbližšího souseda

Metoda nejbližšího souseda patří do skupiny heuristických metod, které většinou nedávají optimální řešení, ale mezi jejich největší výhody patří úspora času a výpočetní jednoduchost.

Princip této metody spočívá v tom, že se vybere jedno výchozí místo z *n* míst z matice vzdáleností. Z výchozího místa se poté tvoří okružní trasa takovým způsobem, že se vždy najde z aktuálního místa trasa s nejvýhodnějším spojením (většinou se jedná o nejkratší vzdálenost) do dosud nenavštívených míst. Až budou všechna místa navštívena, okružní trasa pokračuje do výchozího místa a je ukončena.

Pokud se tento postup zaznamenává přímo v matici vzdáleností, je v řádku s výchozím místem vybrána nejvýhodnější sazba. Okružní trasa pokračuje do místa, které této sazbě odpovídá a proškrtne se sloupec, v kterém sazba byla (každé místo je navštíveno právě jednou). V aktuálním řádku se vybírá nejvýhodnější sazba z dosud neproškrtaných sloupců a mimo výchozí místo (navštívení výchozího místa dříve by vedlo k předčasnému vytvoření okruhu). Poté se celý postup opakuje, dokud nejsou všechny sloupce kromě sloupce výchozího místa vyškrtány. Výpočet trasy končí vrácením se do výchozího místa. (Šubrt, 2005)

Postupně je všech *n* míst vybráno jako výchozí místo a ze vzniklých okružních tras se zvolí ta, která má výsledný součet vzdáleností nejmenší. V případě fixního výchozího místa se výsledná trasa okružního problému upraví tak, aby začátek a konec byl ve skutečném výchozím místě.

# 5. Praktická část

V této části bakalářské práce bude představen podnik Petr Záruba a jeho problém s týdenními dodávkami masa. Veškeré podklady sloužící k modelování dané situace byly získány při konzultacích s vlastníkem firmy.

Po definování problému bude následovat popsání modelu, postup řešení a interpretace výsledku.

## 5.1 Charakteristika podniku

| | |
|---|---|
| Název: | Petr Záruba |
| IČO: | 62195573 |
| Právní forma: | Fyzická osoba podnikající dle živnostenského zákona nezapsaná v obchodním rejstříku |
| Adresa: | Přemyslovců 623/22, 400 07, Ústí nad Labem |
| Datum vzniku: | 30. listopad 1994 |
| Počet zaměstnanců: | 3 |
| Hlavní předmět podnikání: | řeznictví a uzenářství |
| | koupě zboží za účelem jeho dalšího prodeje |

Firma Petr Záruba se zabývá zpracováním masa a jeho následným prodejem. V roce 2000 ke standardní distribuci masných výrobků v prodejnách v Ústí nad Labem přibyla i rozvozní činnost. Hlavní sortiment prodeje tvoří především tři druhy masa – kuřecí, vepřové a hovězí, které se nakupuje u různých dodavatelů a po zpracování se každý den rozváží v pojízdných masných prodejnách v okolí Ústí nad Labem.

## 5.2 Definice problému

Firma Petr Záruba se do roku 2012 dopravní optimalizací dovozu masa nezabývala. Nakupovala podle aktuálních požadavků zákazníků a využívala vozidla podle dostupnosti, což mělo za následek neefektivní využívání vozového parku.

## 5.3 Ekonomický model

Firma Petr Záruba řeší problém zásobování firmy čerstvým masem. Celková týdenní spotřeba je 1000 kg vepřového masa, 550 kg kuřecího masa a 900 kg hovězího masa. K dispozici má 6 různých dodavatelů, jejichž sortiment je zobrazen v tabulce č. 5.1 pomocí binárních hodnot. Přepravní náklady jsou úměrné vzdálenosti subjektů, jejichž vztahy upřesňuje tabulka č. 5.2. K přepravě využívá firma dva druhy vozidel, první s kapacitou 500 kg a druhé s kapacitou 800 kg. Přepravní náklady pomocí druhého vozidla se dále násobí koeficientem 1,4, který reaguje na větší spotřebu a větší pořizovací cenu automobilu. Dále musí firma nakoupit alespoň 500 kg vepřového masa od čtvrtého dodavatele a množství, které nabízí první dodavatel, nesmí překročit hranici 300 kg za týden.

Firma zpracovává maso 7 dní v týdnu. Za první čtyři dny musí nakoupit alespoň 40% celkových týdenních požadavků každého druhu masa a za poslední tři dny musí také nakoupit alespoň 40% celkových týdenních požadavků každého druhu masa, aby se zaručila čerstvost masa a plynulý zpracovatelský proces.

Tab. č. 5.1: Sortiment dodavatelů

| | Dubí | Lom | Teplice | Libochovice | Lovosice | V. Bukovina |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Kuřecí | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Vepřové | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| Hovězí | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |

Zdroj: Vlastní zpracování, 2013

Tab. č. 5.2: Matice vzdáleností

| | Ústí n/L | Dubí | Lom | Teplice | Libochovice | Lovosice | V. Bukovina |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Ústí n/L | 0 | 23 | 36 | 22 | 38 | 24 | 37 |
| Dubí | 23 | 0 | 15 | 6 | 42 | 30 | 55 |
| Lom | 36 | 15 | 0 | 15 | 41 | 36 | 68 |
| Teplice | 22 | 6 | 15 | 0 | 36 | 25 | 53 |
| Libochovice | 38 | 42 | 41 | 36 | 0 | 16 | 55 |
| Lovosice | 24 | 30 | 36 | 25 | 16 | 0 | 43 |
| V. Bukovina | 37 | 55 | 68 | 53 | 55 | 43 | 0 |

Zdroj: Vlastní zpracování, 2013

Tab. č. 5.3: Celkové týdenní požadavky firmy Petr Záruba (v kilogramech)

| Druh masa | Množství |
|---|---|
| Kuřecí | 550 |
| Vepřové | 1000 |
| Hovězí | 900 |

Zdroj: Vlastní zpracování, 2013

## 5.4 Matematický model

$$\min\ z = \sum_{v=1}^{m}\sum_{d=1}^{7}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} s_v c_{ij} x_{ij}^{vd} \tag{26}$$

Za podmínek:

$$a_v \geq \sum_{i=2}^{n}\sum_{k=1}^{l} y_{ki}^{vd} \qquad v = 1,2,\ldots,m;\ d = 1,2,\ldots,7 \tag{27}$$

$$b_k \leq \sum_{d=1}^{7}\sum_{v=1}^{m}\sum_{i=2}^{n} y_{ki}^{vd} \qquad k = 1,2,\ldots,l \tag{28}$$

$$y_{ki}^{vd} \leq \sum_{j=1}^{n} x_{ji}^{vd} * b_k \qquad i = 2,3,\ldots,n;\ k = 1,2,\ldots,l$$

$$v = 1,2,\ldots,m;\ d = 1,2,\ldots,7 \tag{29}$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij}^{vd} = \sum_{i=1}^{n} x_{ji}^{vd} \qquad j = 2,3,\ldots,n;\ v = 1,2,\ldots,m$$

$$d = 1,2,\ldots,7 \tag{30}$$

$$\sum_{v=1}^{m}\sum_{k=1}^{l}\sum_{d=1}^{7} y_{ki}^{vd} \leq 300 \qquad i = 2 \qquad (31)$$

$$\sum_{v=1}^{m}\sum_{d=1}^{7} y_{ki}^{vd} \geq 500 \qquad k = 2;\ i = 5 \qquad (32)$$

$$\sum_{d=1}^{4}\sum_{i=2}^{n}\sum_{v=1}^{m} y_{ki}^{vd} \geq 0{,}4 * b_k \qquad k = 1,2,\ldots,l \qquad (33)$$

$$\sum_{d=5}^{7}\sum_{i=2}^{n}\sum_{v=1}^{m} y_{ki}^{vd} \geq 0{,}4 * b_k \qquad k = 1,2,\ldots,l \qquad (34)$$

$$u_i^{vd} - u_j^{vd} + nx_{ij}^{vd} \leq n - 1 \qquad i = 1,2,\ldots,n;\ j = 2,3,\ldots,n\ \ i \neq j$$

$$v = 1,2,\ldots,m;\ d = 1,2,\ldots,7 \qquad (35)$$

$$x_{ij}^{vd} \in \{0{,}1\} \qquad i = 1,2,\ldots,n;\ j = 1,2,\ldots,n \qquad (36)$$

$$y_{ki}^{vd} \geq 0 \qquad v = 1,2,\ldots,m;\ d = 1,2,\ldots,7$$

$$k = 1,2,\ldots,l;\ i = 1,2,\ldots,n \qquad (37)$$

$$y_{14}^{vd} = 0; y_{15}^{vd} = 0; y_{16}^{vd} = 0; y_{17}^{vd} = 0 \qquad v = 1,2,\ldots,m$$

$$y_{22}^{vd} = 0; y_{24}^{vd} = 0; y_{32}^{vd} = 0; y_{35}^{vd} = 0 \qquad d = 1,2,\ldots,7 \qquad (38)$$

$$v_1 = 1; v_2 = 1{,}4 \qquad (39)$$

Kde: $s_v$…………… koeficient *v*-tého vozidla

$c_{ij}$……………přepravní náklady cesty z *i*-tého místa do *j*-tého místa

$x_{ij}^{vd}$ …………*v*-té vozidlo *d*-tého dne jede z *i*-tého do *j*-tého místa

$a_v$……………kapacita *v*-tého vozidla

$b_k$……………požadavek zákazníků na *k*-tý druh masa

$y_{ki}^{vd}$ …………množství *k*-tého druhu masa přivezeného z *i*-tého místa *v*-tým vozidlem *d*-tého dne

$u_i^{vd}, u_j^{vd}$ …….. libovolná reálná čísla, která splňují podmínku (35) *n* je počet míst, která můžou být navštívena *m*-tým vozidel *d*-tého dne (výchozí místo je označeno indexem 1). Proměnná $x_{ij}^{vd}$ je bivalentní proměnná nabývající hodnoty 1 v případě, že *v*-té vozidlo *d*-tého dne pojede z *i*-tého do *j*-tého místa jinak nabývá hodnoty 0. Účelová funkce (26) minimalizuje celkové přepravní náklady. Nerovnice (27) představuje kapacitu *v*-tého vozidla *d*-tého dne (model předpokládá, že *v*-té vozidlo pojede *d*-tého dne maximálně jednou). Nerovnice (28) zajišťuje splnění požadavků *k*-tého druhu masa. Nerovnice (29) znázorňuje situaci, kdy není možné z *i*-tého místa nakoupit *k*-tý druh masa, pokud trasa *v*-tého vozidla *d*-tého dne nejede do *i*-tého místa, zároveň maximální přivezené množství je omezeno celkovými požadavky *k*-tého druhu masa (pokud by se uvažovalo o možnosti nakoupení většího množství masa, než jsou celkové týdenní požadavky masa, musel by se k proměnné $b_k$ přidat koeficient [koeficient 1,2 by umožňoval nakoupit o 20% více, než je požadováno]). Podmínka (30) znázorňuje situaci, když *v*-té vozidlo přijede *d*-tého dne k dodavateli, musí od něho také odjet. Podmínka (31) omezuje množství nakoupeného masa z druhého místa (od prvního dodavatele). Podmínka (32) představuje minimální množství přivezeného vepřového masa z pátého místa. Podmínky (33) a (34) zajišťují minimální přivezené množství *k*-tého druhu masa. 40% celkových týdenních požadavků v prvních čtyřech dnech respektive na poslední tři dny. Podmínka (35) zabraňuje tvorbu dílčích cyklů bez výchozího místa. Jedná se o upravenou verzi Miller-Tucker-Zemlin podmínky. Omezení sortimentu dodavatelů vyplývá z Tab. č. 5.1 a v modelu je to vyjádřeno pomocí podmínek (36). Obligátní podmínka (37) představuje nezáporné dovezené množství masa. Sortiment dodavatelů je omezen podmínkami (38) a koeficienty vozidel jsou vyjádřeny rovnicemi (39).

## 5.5 Řešení úlohy

Při rozhodování výběru metody či postupu jak daný problém týdenních dodávek masa vyřešit, bylo uvažováno o dvou variantách:

- využití řešitele v excelu,
- upravení některé známé metody nebo postupu.

Problém při využití řešitele nastává při samotném zapsání daného modelu. K samotnému zapsání by muselo být využito 28 tabulek s rozměry 7x7. Polovinu tabulek by tvořily vzdálenostní matice s trasou na každý den v týdnu pro obě vozidla. Druhá polovina by byla tvořena maticemi s množstvím masa přivezeného od navštívených dodavatelů. Většina tabulek by byla prázdná, protože v dané situaci není potřeba využít ke splnění požadovaného množství masa tolik jízd.

Proto při řešení daného problému byla využita upravená metoda hledání nejbližšího souseda, která podává přijatelné řešení, lze ji nejjednodušeji upravit podle podmínek firmy a dokáže se přizpůsobit změně v modelu. Tato metoda je však horší při reakci na některé podmínky (např. změna kapacity vozidla se při využití řešitele v excelu zaznamená jednoduše jako změna buňky).

### Upravení metody hledání nejbližšího souseda

V kapitole 4.2 byla přiblížena charakteristika metody nejbližšího souseda, jejíž základní verze však při řešení dovozní úlohy není možné použít (metoda uvažuje o navštívení všech míst), proto musí být upravena do následujícího postupu:

Krok 1: Nalezení nejbližšího dodavatele pro každý druh masa. Vytvoření trasy s tímto dodavatelem a naložení masa.

Krok 2: Pokud je kapacita vozidla naplněna, trasa se ukončí vrácením vozidla zpět do výchozího místa a postupuje se ke čtvrtému kroku.

Krok 3: Jestliže je volná kapacita ve vozidle, hledá se dodavatel s jiným druhem masa, který má nejmenší náklady v upravené matici (Tabulka č. 5.4)*.

Krok 4: Milník v postupu představuje podmínka (33), po jejím splnění se sečtou délky všech variant tras a vybere se ta s nejmenšími náklady na dopravu.

Krok 5: Po splnění podmínky (33) se postup opakuje a první tři kroky se použijí za splnění podmínek (34) a (28). Musí být splněn nejen dovoz alespoň 40% každého druhu masa v dané části týdnu, ale také se musejí uspokojit celkové požadavky na každý druh masa, po splnění celkových požadavků je výpočet ukončen.

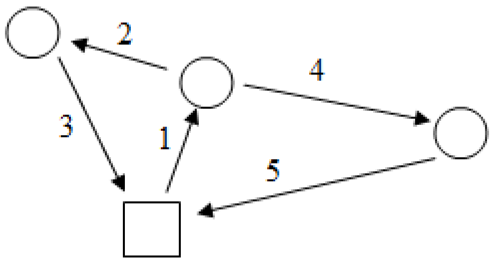
[* Využití upravené matice vyloučí trasu s většími náklady, kterou by mohla najít metoda nejbližšího souseda. Tato metoda uvažuje o navštívení nejbližšího místa bez ohledu na to, kde je výchozí místo, a proto by mohlo dojít k vytvoření okruhu s většími náklady. Pokud se však porovná vzdálenost do výchozího místa přes určité místo, což popisuje tato tabulka, vždy bude vybráno nejkratší spojení.]

Předpokládejme, že krok č. 1 našel *x*-tého dodavatele a vozidlo má volnou kapacitu. Tato upravená matice porovnává součet tras:

- mezi *j*-tým místem a *i*-tým místem,
- mezi *i*-tým místem a výchozím místem.

Kde proměnná je *i*-té místo, které nabývá hodnot 2,3,…,*n* a může nabývat stejné hodnoty jako *j*-té místo (dodavatel má oba druhy masa v sortimentu). Proměnná *x* je závislá na hodnotě *i*, jelikož platí vztah $x + 1 = i$ a nabývá hodnot 1,2,…,*n*-1

Obr. č. 5.1: Grafická podoba výběru druhého dodavatele




Zdroj: Vlastní zpracování, 2013

Kde spojení č. 1 již bylo provedeno a porovnává se celková vzdálenost tras, které vznikly připojením dalšího dodavatele (tzn. součet jízdy 2 a 3 respektive 4 a 5 atd.). Vybírá se takový dodavatel, který má celkový součet jízd nejmenší. V Tab. č. 5.4 se v řádku, který představuje první navštívené místo, vybírá nejmenší číslo. V případě, že tento dodavatel nabízí oba druhy masa, bude navštíveno jenom jedno místo.

Tab. č. 5.4: Upravená matice vzdáleností

| | Ústí n/L | Dubí | Lom | Teplice | Libochovice | Lovosice | V. Bukovina |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Ústí n/L | X | X | X | X | X | X | X |
| Dubí | X | 23 | 51 | 28 | 80 | 54 | 92 |
| Lom | X | 38 | 36 | 37 | 79 | 60 | 105 |
| Teplice | X | 29 | 51 | 22 | 74 | 49 | 90 |
| Libochovice | X | 65 | 77 | 58 | 38 | 40 | 92 |
| Lovosice | X | 53 | 72 | 47 | 54 | 24 | 80 |
| V. Bukovina | X | 78 | 104 | 75 | 93 | 67 | 37 |

Zdroj: Vlastní zpracování, 2013

Při nákupu metoda uvažuje o variantách nakoupení množství, které

- stačí k minimální hranici splnění podmínky (33) nebo (34),
- je omezeno kapacitou vozidla.

Při postupu má vozidlo s větší kapacitou prioritu před vozidlem s menší kapacitou.

## Vlastní řešení problému výpočtu tras a přivezeného množství

Komplikace při řešení nastává při splnění podmínky (32), kdy firma Petr Záruba potřebuje nakoupit 500 kg vepřového masa od dodavatele z Libochovic. Libochovice jsou podle Tab. č. 5.2 nejvzdálenější dodavatel vepřového masa. Proto ho heuristický postup nevezme jako první místo, do kterého by vozidlo mělo vyjet. Při kontrole Tab. č. 5.4, která porovnává délku trasy při vytvoření okruhu přes sloupcové místo do výchozího místa se Libochovice také nedostanou do výsledného řešení při použití upravené metody hledání nejbližšího souseda. Proto musí být tento dodavatel řešen přednostně. Jelikož vozidlo s menší kapacitou stačí k uspokojení požadavku firmy Petr Záruba a jedná se o nejvzdálenějšího dodavatele, je řešena tato podmínka použitím vozidla s menší kapacitou, které má nákladový koeficient 1.

Řešení je rozděleno na dva kroky, první krok musí splnit podmínku (33), druhý krok musí splnit podmínku (34). Jedná se o podmínky, které zaručují dovézt alespoň 40% množství každého druhu masa.

**Trasy dodávek masa na první čtyři dny**

## Trasa vozidla s menší kapacitou

a) přednostní splnění podmínky (32)

$v_1$ trasa Ústí nad Labem – Libochovice – Ústí nad Labem

Tato trasa měří 38+38=76 kilometrů, přivezené množství je 500 kg vepřového masa, které stačí ke splnění podmínky (33). Druhým vozidlem bude přivezeno hovězí a kuřecí maso.

## Trasy vozidla s větší kapacitou

$a_1$) první dodavatel bude s kuřecím masem

$v_2$ trasa Ústí nad Labem – Dubí – Teplice – Ústí nad Labem

Tato trasa měří 23+6+22=51 kilometrů, přivezené množství je 300 kg kuřecího masa z Dubí a 500 kg hovězího masa z Teplic.

$a_2$) první dodavatel bude s hovězím masem

$v_2$ trasa Ústí nad Labem – Teplice – Dubí – Ústí nad Labem

Jedná se o stejnou trasu, ale projetou v opačném směru. Jelikož je matice vzdáleností symetrická, bude mít trasa stejnou délku.

Tab. č. 5.5: Přivezeného množství a aktualizace požadavků firmy (v kilogramech)

| Druh masa | Přivezené množství | Požadavky firmy |
|---|---:|---:|
| Kuřecí | 300 | 250 |
| Vepřové | 500 | 500 |
| Hovězí | 500 | 400 |

Zdroj: Vlastní zpracování, 2013

**Trasy dodávek masa na poslední tři dny**

Podle upravené metody hledání nejbližšího souseda hledáme nejbližšího dodavatele s každým druhem masa a druhý dodavatel nabízející jiný druh masa. Vzniká šest různých variant, jakým pořadím lze řešit trasu vozidla s větší kapacitou.

## Trasy vozidla s větší kapacitou

**a)** první dodavatel bude s kuřecím masem, druhý dodavatel s vepřovým masem

$v_2$ trasa Ústí nad Labem – Lom – Ústí nad Labem

Tato trasa měří 36+36=72 kilometrů, přivezené množství je 250 kg kuřecího masa a 500 kg vepřového masa.

**b)** první dodavatel bude s kuřecím masem, druhý dodavatel s hovězím masem

$v_2$ trasa Ústí nad Labem – Lom – Ústí nad Labem

Tato trasa měří 36+36=72 kilometrů, přivezené množství je 250 kg kuřecího masa a 400 kg hovězího masa.

**c)** první dodavatel bude s vepřovým masem, druhý dodavatel s kuřecím masem

$v_2$ trasa Ústí nad Labem – Lovosice – Lom – Ústí nad Labem

Tato trasa měří 24+36+36=96 kilometrů, přivezené množství je 500 kg vepřového masa a 250 kg kuřecího masa.

**d)** první dodavatel bude s vepřovým masem, druhý dodavatel s hovězím masem

$v_2$ trasa Ústí nad Labem – Lovosice – Ústí nad Labem

Tato trasa měří 24+24=48 kilometrů, přivezené množství je 500 kg vepřového masa a 300 kg hovězího masa.

**e)** první dodavatel bude s hovězím masem, druhý dodavatel s kuřecím masem

$v_2$ trasa Ústí nad Labem – Teplice – Lom – Ústí nad Labem

Tato trasa měří 22+15+36=73 kilometrů, přivezené množství je 400 kg hovězího masa a 250 kg kuřecího masa.

**f)** první dodavatel bude s hovězím masem, druhý dodavatel s vepřovým masem

$v_2$ trasa Ústí nad Labem – Teplice – Lovosice – Ústí nad Labem

Tato trasa měří 22+25+24=71 kilometrů, přivezené množství je 400 kg hovězího masa a 400 kg vepřového masa.

## Trasy vozidla s menší kapacitou

Vozidlo $v_1$ nyní u každé varianty doveze zbylé požadavky firmy.

**a)** dovezení hovězího masa

$v_1$ trasa Ústí nad Labem – Teplice – Ústí nad Labem

Tato trasa měří 22+22=44 kilometrů, přivezené množství je 400 kg hovězího masa.

**b)** dovezení vepřového masa

$v_1$ trasa Ústí nad Labem – Lovosice – Ústí nad Labem

Tato trasa měří 24+24=48 kilometrů, přivezené množství je 500 kg vepřového masa.

**c)** dovezení hovězího masa

$v_1$ trasa Ústí nad Labem – Teplice – Ústí nad Labem

Tato trasa měří 22+22=44 kilometrů, přivezené množství je 400 kg hovězího masa.

**d)** dovezení kuřecího masa a hovězího masa

**$d_1$)** první bude navštíven dodavatel kuřecího masa

$v_1$ trasa Ústí nad Labem – Lom – Ústí nad Labem

Tato trasa měří 36+36=72 kilometrů, přivezené množství je 250 kg kuřecího masa a 100 kg hovězího masa.

**$d_2$)** první bude navštíven dodavatel hovězího masa

$v_1$ trasa Ústí nad Labem – Teplice – Lom – Ústí nad Labem

Tato trasa měří 22+15+36=73 kilometrů, přivezené množství je 250 kg kuřecího masa a 100 kg hovězího masa.

**e)** dovezení vepřového masa

$v_1$ trasa Ústí nad Labem – Lovosice – Ústí nad Labem

Tato trasa měří 24+24=48 kilometrů, přivezené množství je 500 kg vepřového masa.

**f)** dovezení kuřecího masa a vepřového masa

**$f_1$)** první bude navštíven dodavatel kuřecího masa

$v_1$ trasa Ústí nad Labem – Lom – Ústí nad Labem

Tato trasa měří 36+36=72 kilometrů, přivezené množství je 250 kg kuřecího masa a 100 kg vepřového masa.

**$f_2$)** první bude navštíven dodavatel vepřového masa

$v_1$ trasa Ústí nad Labem – Lovosice – Lom – Ústí nad Labem

Tato trasa měří 24+36+36=96 kilometrů, přivezené množství je 250 kg kuřecího masa a 100 kg vepřového masa

**Výsledná přepočtená délka tras dodávek masa na první čtyři dny:**

Vznikly dvě varianty jak dovážet požadované množství, které měly stejné náklady na dopravu, které jsou zachyceny v následující tabulce.

(Přepočtená délka počítá s různými koeficienty pro obě vozidla)

Tab. č. 5.6: Náklady na dopravu v první části týdne

| varianta | trasa $v_1$ | trasa $v_2$ | součet |
|---|---|---|---|
| $a_1$ | 76 | 71,4 | 147,4 |
| $a_2$ | 76 | 71,4 | 147,4 |

Zdroj: Vlastní zpracování, 2013

**Výsledná přepočtená délka tras dodávek masa na poslední tři dny:**

V druhé části týdne vzniklo osm variant dodávek masa, jejichž náklady jsou zachyceny v následující tabulce:

Tab. č. 5.7: Náklady na dopravu v druhé části týdne

| varianta | trasa $v_1$ | trasa $v_2$ | součet |
|---|---|---|---|
| a | 44 | 100,8 | 144,8 |
| b | 48 | 100,8 | 148,8 |
| c | 44 | 134,4 | 178,4 |
| $d_1$ | 72 | 67,2 | 139,2 |
| $d_2$ | 73 | 67,2 | 140,2 |
| e | 48 | 102,2 | 150,2 |
| $f_1$ | 72 | 99,4 | 171,4 |
| $f_2$ | 96 | 99,4 | 195,4 |

Zdroj: Vlastní zpracování, 2013

## 5.6 Interpretace výsledků

Pomocí upravené metody nejbližšího souseda vyšly náklady na dopravu v první části týdne na 147,4 jednotek a v druhé části týdne na 139,2 jednotek. Celkové týdenní náklady na dodávky masa jsou 286,6 jednotek.

Výsledné řešení je přípustné řešení a jeho hodnota respektive trasy jsou reálné, a proto předpokládám, že tato metoda i model byly správně sestaveny. Vznikly čtyři trasy (pro každé vozidlo dvě), které musejí být v týdnu uskutečněny.

Na první část týdne provést tyto trasy:

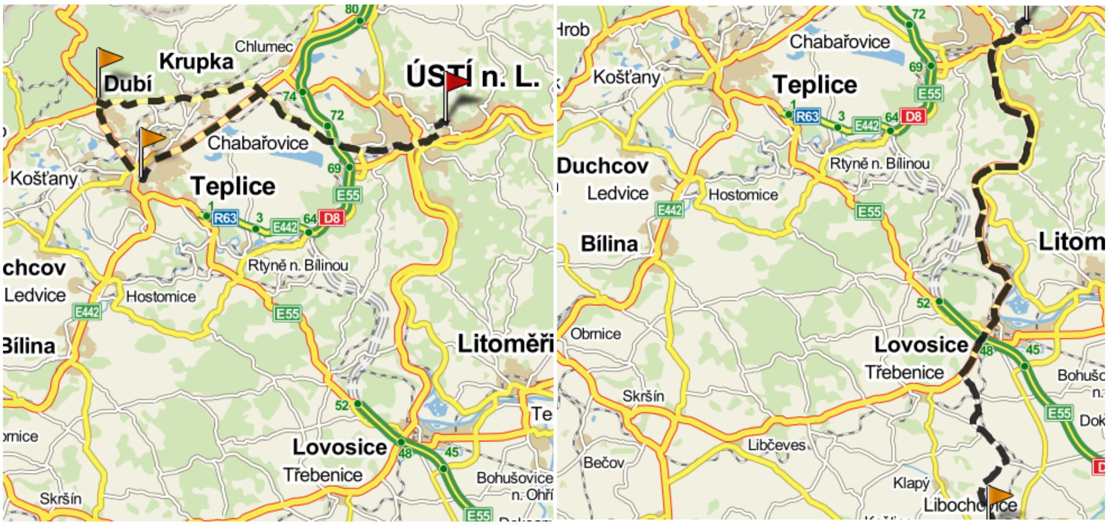
- První trasu procházející místy Ústí nad Labem – Libochovice – Ústí nad Labem realizovat vozidlem s kapacitou 500 kg a s nakoupením 500 kg vepřového masa.
- Druhou trasu procházející místy Ústí nad Labem – Teplice – Dubí – Ústí nad Labem realizovat vozidlem s kapacitou 800 kg a s nakoupením 500 kg hovězího masa a 300 kg kuřecího masa.

Na druhou část týdne provést tyto trasy:

- První trasu procházející místy Ústí nad Labem – Lom – Ústí nad Labem realizovat vozidlem s kapacitou 500 kg a s nakoupením 250 kg kuřecího masa a 100 kg hovězího masa.
- Druhou trasu procházející místy Ústí nad Labem – Lovosice – Ústí nad Labem realizovat vozidlem s kapacitou 800 kg a s nakoupením 500 kg vepřového masa a 300 kg hovězího masa.

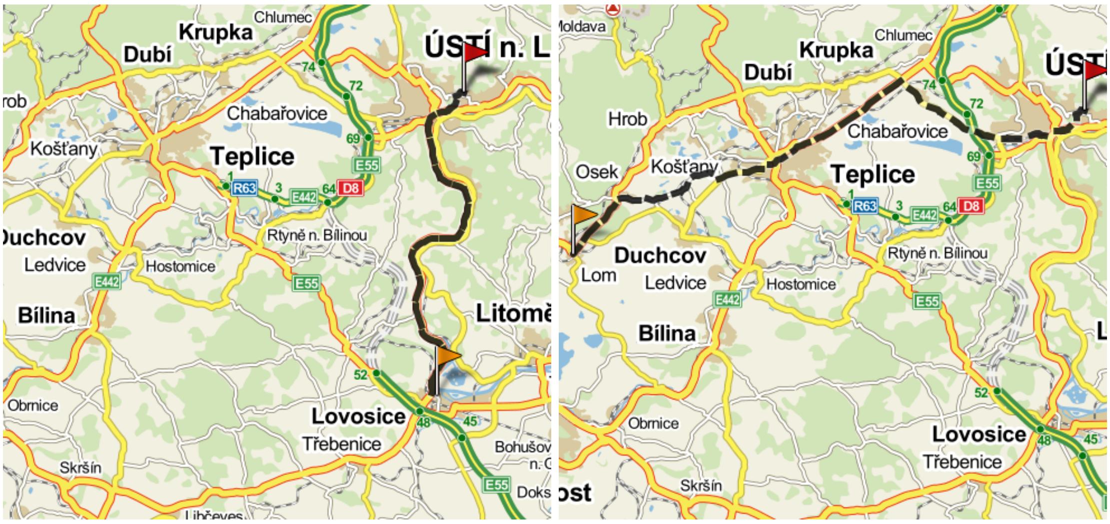
## 5.7 Grafická interpretace výsledků

Obr. č. 5.2: Dodávky masa na první část týdne




Zdroj: mapy.cz, 2013

Obr. č. 5.3: Dodávky masa na druhou část týdne




Zdroj: mapy.cz, 2013

# 6. Závěr

Bakalářská práce se zabývala představením vybraných distribučních úloh. Byly uvedeny základní charakteristiky, modely a metody řešení dopravního problému, okružního dopravního problému a rozvozní úlohy. Tyto základy byly důležité pro lepší pochopení problému týdenních dodávek masa firmy Petr Záruba.

V praktické části, která navazovala na teoretickou část, jsem představil podnik a definoval problém firmy. Pro řešení jsem použil upravenou metodu hledání nejbližšího souseda, pomocí které byly vypočítány dopravní náklady a zformulovány dopravní trasy firemních vozidel.

V úvodu jsem definoval základní cíle, kterých jsem chtěl dosáhnout. Na začátku jsem úspěšně charakterizoval jak dopravní problém, tak i jiné distribuční úlohy a představil metody řešení. Problém týkající se týdenních dodávek masa daného podniku jsem převedl do matematického modelu a upřesnil jsem použitou metodu. Tu jsem následně aplikoval na daný problém a zformuloval výsledky.

Řešení problému týdenních dodávek masa firmy Petr Záruba bylo úspěšně použito v praxi a mělo za následek změnu tras vozidel. Ovšem napadá mě i další případná změna v daném problému např. využití pouze vozidla s menší kapacitou a následné porovnání s výsledkem heuristické upravené metody hledání nejbližšího souseda.

Osobně si myslím, že řešení distribučních úloh má velký potenciál pro další případné práce, hlavně s příchodem nových nebo upravením existujících heuristik, které se dají na tyto problémy použít. Zajímavé by určitě bylo porovnání těchto heuristik při větším datovém obsahu.

# 7. Seznam tabulek a obrázků

# 8. Seznam použité literatury


FÁBRY, Jan. *Matematické modelování*. Vyd. 1. Praha: Oeconomica, 2007, 146 s. ISBN 978-80-245-1266-2.

GROS, Ivan. *Kvantitativní metody v manažerském rozhodování*. 1.vyd. Praha: Grada Publishing, 2003, 432 s. ISBN 80-247-0421-8.

HEBÁK, Petr. *Vícerozměrné statistické metody (1)*. 1. vyd. Praha: Informatorium, 2004, 239 s. ISBN 80-733-3025-3.

JABLONSKÝ, Josef. *Operační výzkum: kvantitativní metody pro ekonomické rozhodování*. 3. vyd. Praha: Professional Publishing, 2007, 323 s. ISBN 978-80-86946-44-3.

MACEK, Jan a Eva MAINZOVÁ. *Základní metody operační analýzy*. 1. vyd. Plzeň: Západočeská univerzita, 1995, 159 s. ISBN 80-708-2200-7.

MORAVCOVÁ, Eva a Jitka BAŇAŘOVÁ. *Operační výzkum*. 1. vyd. Ostrava: VŠB-TU, Ekonomická fakulta, 2003, 1 CD-ROM. ISBN 80-248-0365-8.

PLEVNÝ, Miroslav a Miroslav ŽIŽKA. *Modelování a optimalizace v manažerském rozhodování*. Vyd. 2. Plzeň: Západočeská univerzita v Plzni, 2010, 296 s. ISBN 978-80-7043-933-3.

ŠUBRT, Tomáš. *Ekonomicko matematické metody II: aplikace a cvičení.* Vyd. 2. Praha: ČZU PEF Praha ve vydavatelství Credit, 2005, 152 s. ISBN 80-213-0721-8.

ŠUBRT, Tomáš. *Ekonomicko-matematické metody*. Plzeň: Vydavatelství a nakladatelství Aleš Čeněk, 2011, 351 s. ISBN 978-80-7380-345-2.

TOTH, Paolo a Daniele VIGO. *The vehicle routing problem*. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, 2002, 367 s. ISBN 08-987-1498-2.

## 8.1 Internetové a jiné zdroje

CORDEAU, J-F, M GENDREAU, G LAPORTE, J-Y POTVIN a F SEMET. A guide to vehicle routing heuristics. *Journal of the Operational Research Society*. 2002, vol. 53, issue 5, s. 512-522. DOI: 10.1057/palgrave.jors.2601319. Dostupné z: http://kursinfo.himolde.no/forskningsgrupper/optimering/phdkurs/A%20guide%20to%20vehicle%20routing%20heuristics.pdf

DORDA, Michal. *Matematické modelování dopravní úlohy a analytické řešení dopravní úlohy*. [online] 2011-06-02 [cit. 2013-07-23]. Dostupné z: http://homel.vsb.cz/~dor028/Modely_dopravni_ulohy.doc

DORDA, Michal. *Matematické modely dopravní úlohy* [online] 2011-04-21 [cit. 2013-07-27]. Dostupné z: http://homel.vsb.cz/~dor028/Dopravni_uloha.pdf

FÁBRY, Jan. *Dynamické okružní a rozvozní úlohy.* Disertační práce, VŠE-FIS, Praha, 2006

LIŠKA, Miroslav. *Dopravní problém – formulace problému.* [online] 2005-12-22 [cit. 2013-03-13]. Dostupné z: http://www1.osu.cz/studium/mopv2/andrea/dp_form.htm

NEO RESEARCH GROUP. Networking and Emerging Optimalization. *Vehicle routing problem* [online]. 2006-06-09 [cit. 2013-04-07]. Dostupné z: http://neo.lcc.uma.es/vrp/

WILCK IV, Joseph Hubert a Tom M. CAVALIER. A Construction Heuristic for the Split Delivery Vehicle Routing Problem. *American Journal of Operations Research*. 2012, vol. 02, issue 02, s. 153-162. DOI: 10.4236/ajor.2012.22018. Dostupné z: http://www.scirp.org/journal/PaperDownload.aspx?DOI=10.4236/ajor.2012.22018

Abstrakt

MATRKA, O. *Složitější dopravní problém.* Bakalářská práce. Cheb: Fakulta ekonomická ZČU v Plzni, 49 s., 2013

**Klíčová slova:** operační výzkum, rozhodovací proces, dopravní problém, okružní dopravní problém, rozvozní úloha, hledání nejbližšího souseda

Tématem této bakalářské práce je složitější dopravní problém. Tato práce je rozdělena na pět hlavních částí. První část představuje úvod do operačního výzkumu. Čtenář se seznámí s řešením rozhodovacího procesu. Druhá část charakterizuje dopravní problém, okružní dopravní problém a rozvozní úlohu a ukáže jejich modelování. Třetí část popisuje základní metody řešení dopravního problému. Čtvrtá část navazuje s popisem metod řešení okružního dopravního problému a rozvozní úlohy. Poslední část je zaměřena na výpočet řešení vícekomoditní rozvozní úlohy firmy a návrhu nových tras vozidel.

# Abstract

MATRKA, O. *Complicated transportation problem.* Bachelor thesis. Cheb: The Faculty of Economics University of West Bohemia in Pilsen, 49 p., 2013

**Key words:** operational research, decision-making process, transportation problem, travelling salesman problem, vehicle routing problem, nearest neighbor search

The main topic of this bachelor thesis is the complicated transportation problem. This work is divided into five parts. The first part is an introduction to operational research. The reader is introduced to decision-making process. The second part characterizes the transportation problem, travelling salesman problem and vehicle routing problem and shows their modeling. The third part describes the basic methods for solving transportation problem. The fourth part continues with a description of methods for solving the travelling salesman problem and vehicle routing problem. The last section is focused on the calculation of the multicommodity vehicle routing problem of company and designs new routes of vehicles.