

Posudek oponenta diplomové práce

Autor/Autorka

Název práce

Studijní obor

Oponent práce

Splnění cílů práce:

nadstandardně velmi dobře splněny s výhradami nebyly splněny

Odborný přínos práce:

nové výsledky netradiční postupy zpracování výsledků z různých zdrojů shrnutí výsledků z různých zdrojů bez přínosu

Matematická (odborná) úroveň:

vynikající velmi dobrá průměrná podprůměrná nevyhovující

Věcné chyby:

téměř žádné vzhledem k rozsahu přiměřený počet méně podstatné, větší množství podstatnější, větší množství závažné

Grafická, jazyková a formální úroveň:

vynikající velmi dobrá průměrná podprůměrná nevyhovující

Slovní hodnocení a dotazy:

viz příložený text

Práci doporučuji - nedoporučuji uznat jako kvalifikační (nehodící se škrtněte).

Navrhuji hodnocení známkou:

Datum, jméno a podpis:

11.6.2013

Multigrid with aggressive coarsening for elliptic problems in 2D

Pavla Fraňková

Cílem práce je verifikovat teoretický výsledek [18] numerickými testy pro dvoudimensionální problém na regulárních konečnoprvkových sítích. V [18] je dokázáno, že při požití speciálního polynomiálního hladiče stupně alespoň Ch_l/h_{l+1} na všech úrovních l , multigrid konverguje nezávisle na agresivitě zhrubování (t.j. velikosti hrubých prostorů). Výše uvedená numerická verifikace byla provedena zcela uspokojivým způsobem na velmi dobré úrovni.

Práce začíná úvodem do variační formulace eliptických rovnic. Jsou zavedeny prostory spojitých a integrovatelných funkcí a Sobolevovy prostory. Variační (slabá) formulace je diskutována pro Poissonovu rovnici. Jednoznačná řešitelnost je dokázána. Práce pak pokračuje úvodem do metody konečných prvků pro řešení skalárního eliptického problému druhého řádu. Je popsána assemblance matice tuhosti a jsou uvedeny základní interpolační odhady pro případ s plnou eliptickou regularitou. Následuje obsírný úvod do metody multigrid a některá základní odvození.

Hlavní (a skutečně tvůrčí) část začíná Kapitolou 3. V této kapitole jsou uvedeny detaily implementace metody a numerické experimenty. Příklady jsou správně voleny a jejich výsledky jsou prezentovány srozumitelně.

Autorka práce prokázala hluboké vědomosti z funkcionální analýzy, teorie funkčních prostorů, parciálních diferenciálních rovnic, lineární algebry a numerické analýzy. Implementace multigridu na hnížděných sítích v jazyce Matlab je rovněž na výborné úrovni. Práci hodnotím velmi vysoko a navrhuji nejvyšší možné ohodnocení.



Petr Vaněk

Posudek k diplomové práci Bc. Pavly Fraňkové, MSc.

„Multigrid with Aggressive Coarsening for Elliptic Problems in 2D“

Práce se zabývá geometrickým multigridem pro řešení soustav lineárních rovnic vzešlých z diskretizací eliptických úloh metodou konečných prvků ve 2 dimenzích. Zvláště se studuje agresivní zhrubování a polynomiální zhlazení. Kromě úvodu do metody konečných prvků, iteračních metod a multigridu jsou v práci vlastní numerické experimenty demonstrující nedávné teoretické výsledky dr. Vaňka a dr. Breziny. Téma diplomové práce je náročné a aktuální.

Práce je psána v angličtině. Je členěna do tří kapitol. V první kapitole autorka připomíná Sobolevovy prostory, variační formulaci Poissonovy rovnice, metodu konečných prvků a apriorní odhad chyby diskretizace. Druhá kapitola je věnována iteračním metodám pro symetrické pozitivně definitní soustavy lineárních rovnic a multigridu. Je ukázán zhlazující efekt iteračních metod. Dále je uvedeno několik variant multigridu a poznatky z analýzy. Závěr druhé kapitoly je klíčový, popisuje polynomiální zhlazení a hladkou prolongaci. Poslední kapitola je věnována implementaci a numerickým výsledkům, které jsou v souladu s prací Vaňka a Breziny.

Logická struktura kapitol 1 a 2 znalému čtenáři připomene základy variačních formulací 2d eliptických rovnic, aproximaci řešení metodou konečných prvků a efektivní numerické řešení multigridem. Popis hladkého zhlazení a prolongace je méně znám a z textu se ztěžuje vstřebává. Dle mého názoru tato část vyžadovala více než tři strany, anebo metodičtější výklad. Obávám se, že méně zasvěcený čtenář by měl potíže i s předcházejícím výkladem. Pro velké množství překlepů a nesouvislost výkladu usuzuji, že sepsování nebylo věnováno dostatek úsilí. Problematika multigridu je však velmi náročná a její metodický výklad v diplomové práci je ambiciózní úkol.

Po kompilační práci v kapitolách 1 a 2 popisuje třetí kapitola částečně vlastní implementaci metody a přináší původní numerické výsledky. Z nich lze usoudit, že agresivní zhrubování spolu s polynomiálním zhlazením je efektivní alternativou k tradičnímu multigridu. Zajímavé by bylo srovnání výpočetních a paměťových nároků a identifikace typů úloh, pro něž je navržená metoda lepší. Musím zde bohužel konstatovat, že třetí kapitola je sepsána ledabyle a vyžaduje po čtenáři velké úsilí k pochopení záměrů autorky. Namátkou uvádím tyto nedostatky:

1. V odstavci 3.1.1 je formulována úloha, na níž ve zbytku práce už není odkaz.
2. V odstavci 3.3 se hovoří o Neumannově úloze, přičemž uvedená okrajová podmínka je Dirichletova typu.
3. V textu jsem nenašel odkazy na obrázky 3.6-3.9 a 3.13.

4. Postrádám názvy tabulek. Na některé z nich nejsou z textu ani odkazy, což je činí nesrozumitelné.
5. Závěrečný odstavec o uložení řídkých matic je rušivý, hodil by se spíše do přílohy.

Práci Bc. Fraňkové doporučuji uznat jako kvalifikační. Práci hodnotím známkou velmi dobře.

Mám jediný dotaz. V konstrukci hladkého zhlazení se v Lemma 4 objevuje polynom s kořeny, které mají vztah ke kořenům Čebyševova polynomu. Je tato souvislost hlubší?

V Ludgeřovicích, 7. června 2013



.....
doc. Ing. Dalibor Lukáš, Ph.D.

VŠB-TU Ostrava

Posudek oponenta diplomové práce

Autor/Autorka

Pavla Fraňková

Název práce

Problematika agresivního zhrubování v metodě multigridu pro eliptické problémy ve 2D

Studijní obor

Matematické inženýrství / Aplikované vědy a informatika

Oponent práce

Ivana Pultarová

Splnění cílů práce:

nadstandardně velmi dobře splněny s výhradami nebyly splněny

Odborný přínos práce:

nové výsledky netradiční postupy zpracování výsledků z různých zdrojů shrnutí výsledků z různých zdrojů bez přínosu

Matematická (odborná) úroveň:

vynikající velmi dobrá průměrná podprůměrná nevyhovující

Věcné chyby:

téměř žádné vzhledem k rozsahu přiměřený počet méně podstatné, větší množství podstatnější, větší množství závažné

Grafická, jazyková a formální úroveň:

vynikající velmi dobrá průměrná podprůměrná nevyhovující

Slovní hodnocení a dotazy:

Předložená diplomová práce se věnuje problematice agresivního zhrubování sítě v metodě multigridu pro dvourozměrné eliptické rovnice. Práce je rozdělena do tří hlavních částí. V první části je uvedena řešená úloha, její variační formulace a základy metody konečných prvků. Ve druhé části autorka popisuje princip iteračních metod, metodu multigridu a v závěru se krátce věnuje novému pohledu na zhrubování sítě a zhlazený prolongátor. V poslední části nalezneme přehledy numerických řešení několika příkladů eliptických dvourozměrných úloh. Jsou zde porovnány počty cyklů a doby řešení Gaussovy-Seidelovy iterační metody a metody multigridu s Gaussovým-Seidelovým hladíčem a s polynomiálními hladíči různých stupňů. Numerické výsledky potvrzují, že rostoucí stupeň a vhodná volba polynomu pro hlazení dobře kompenzuje zpomalení konvergence vlivem větších agregátů. Závěrečná diskuse je věnována implementacím příslušných algoritmů v Matlabu a ve Fortranu, plánování řešení dílčích nicméně podstatných implementačních otázek a možnosti paralelizace výpočtu.

Splnění cílů práce:

Všechny deklarované cíle byly splněny. Navíc byly výpočty uskutečněny nejen v Matlabu ale i pomocí vlastních programů ve Fortranu. Implementaci ve Fortranu lze lépe využít pro další zdokonalení algoritmů.

Matematická (odborná) úroveň:

Práce zasahuje do několika oborů numerické matematiky: do teorie variačních metod a odhadů chyb a do numerického řešení metodou multigridu včetně nových teoretických výsledků pro zhlazené agregace. Autorka předvedla, že se v uvedených oblastech orientuje a že dokáže příslušné výsledky použít pro numerické výpočty.

Grafická, jazyková a formální úroveň:

Práce je napsána v anglickém jazyce, má vysokou grafickou a formální úroveň. Jediným nedostatkem je mnoho překlepů, které však téměř nebrání srozumitelnosti textu.

Celkové zhodnocení:

Práce je velmi zdařilá. Oceňuji, že se autorka dokázala seznámit se základní teorií variačních metod a metody multigridu a že současně prokázala schopnost realizovat související výpočty pomocí vlastních programů. To tvoří dobrý základ pro hlubší porozumění těmto metodám a pro získání dalších eventuálně i samostatných výsledků. Navrhuji známku výborně.

Otázky:

1. Lze na základě numerických výpočtů odhadnout vztah optimálního stupně polynomu pro zhlazené agregace a velikosti jednotlivých agregátů?
2. Může způsob výběru agregátů ovlivnit efektivitu výpočtu? Přesněji: Je geometrická blízkost dvou uzlů vždy dobrým kritériem pro zařazení příslušných stupňů volnosti do stejného agregátu?

Práci doporučuji – nedoporučuji uznat jako kvalifikační (nehodící se škrtněte).

Navrhuji hodnocení známkou:

výborně

Datum, jméno a podpis: 9. června 2013, Ivana Pultarová

