

## Posudek oponenta diplomové práce

Autor: Bc. Radim Hošek  
Název práce: Analýza bistabilní rovnice a jejích zobecnění  
Studijní obor: Matematika  
Oponent práce: Ing. Petr Nečesal, Ph.D.

---

Splnění cílů práce:	nadstandardně
Odborný přínos práce:	nové výsledky
Matematická odborná úroveň:	vynikající
Věcné chyby:	téměř žádné
Grafická, jazyková a formální úroveň:	téměř vynikající
Použitý matematický aparát:	MA1, MA2, MA5, ODR, TGD1

Diplomová práce Radima Hoška je věnována studiu nelineární okrajové úlohy s Neumannovými okrajovými podmínkami

$$\begin{cases} -\varepsilon^2 u'' + F'(u) = 0 & \text{na } (0, 1), \\ u'(0) = u'(1) = 0. \end{cases}$$

Ve druhé kapitole je uvažován obecný vícedrožový hladký potenciál a jsou zkoumány kritické body odpovídajícího energetického funkcionálu. V této kapitole je celkem 12 tvrzení, dále 4 pomocná tvrzení a 2 věty. Všechna tvrzení jsou pečlivě zformulována a dokázána. Klíčovým momentem je zavedení funkce  $\varphi$ , která přiřazuje zvolené počáteční podmínce bod, ve kterém řešení počáteční úlohy nabývá svého maxima. V příloze B jsou dokázány základní vlastnosti této funkce  $\varphi$ , a to vlastnosti jejího definičního oboru a oboru hodnot, dále je prozkoumána její spojitost a monotonie.

Ve třetí kapitole jsou podrobně zkoumány kvalitativní vlastnosti diagramu řešení pro obecný vícedrožový hladký potenciál. Autor formuluje a dokazuje celkem 7 tvrzení, 3 pomocná tvrzení, 1 větu a 2 důsledky. Věta 3.11 obsahuje postačující podmínky pro monotonii jednotlivých větví diagramu řešení při uvažování hladkého potenciálu se dvěma zdroji. Tyto podmínky nejsou podmínkami nutnými, což autor dokazuje vhodným protipříkladem v příloze A. Tvrzení 3.15 podává kvalitativní popis větví diagramu řešení pro obecný vícedrožový hladký potenciál. Monotonie větví v případě vícedrožového potenciálu zůstává zajímavým otevřeným problémem.

Čtvrtá kapitola je věnována nehladkým potenciálům, obsahuje 4 tvrzení, 2 pomocná tvrzení a 6 vět. Ztráta  $C^2$  hladkosti potenciálu v bodech lokálních minim umožňuje vznik celého kontinua řešení okrajové úlohy. Při zkoumání otázky počtu různých variet stacionárních řešení autor formuluje daný problém pomocí teorie grafů. Každé kontinuum

řešení dimenze  $d$  je reprezentováno sledem délky  $d$  v orientovaném grafu. Počet různých sledů délky  $d$  je potom dán součtem všech prvků  $d$ -té mocniny matice sousednosti. Pro speciální případy nehladkých potenciálů autor dále získává jednodušší vyjádření celkového počtu všech přípustných sledů.

Poznámky a připomínky:

Funkce, která je konvexní na dvou intervalech, nemusí být ještě konvexní na jejich sjednocení (viz str. 3, 8 a 18). Chybný odkaz v popisu obrázku 1.2 (místo (2.7) má být (1.4)). V (2.3) chybí druhá mocnina u integrandu prvního integrálu. Místo  $F \in C^2(0, 1)$  má být  $F \in C^2(\mathbb{R})$  na str. 10. Není přehledné formulovat a dokazovat tvrzení v důkazu jiného tvrzení (lemma 2.7 v důkazu tvrzení 2.6, lemma 3.7 v důkazu tvrzení 3.6). Místo another stop má být another step na str. 17. Místo  $y(x)$  a  $p(x)$  raději psát jen  $y$  a  $p$  v řadě případů na str. 19, 20 a 21. V tvrzení 2.18 není zřejmé, co značí  $a$ . Množina  $B$  na str. 24 není  $\{-a\}$ , ale  $\text{Dom } \varphi$ . V důkazu tvrzení 2.22 není korektně určeno  $I_3$  ( $c$  v integrandu závisí na  $s$ ). V (4.2) má být  $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ . V definici  $F$  na str. 57 má být  $u$  místo  $x$ . Na str. 58 místo  $\stackrel{def}{=}$  raději použít jednotně  $:=$ . Od podkapitoly 4.2 použít jiné značení pro interval  $J$  vzhledem ke značení funkcionálu  $J_\varepsilon$ . V obrázku 4.5 chybí popisky os. Na str. 75 má být Theorem 4.17 místo Proposition 4.17.

Otázky:


1. Jak lze spravit určení  $I_3$  v důkazu tvrzení 2.22?
2. Jak bude vypadat diagram řešení v případě modifikace hladkého  $m$ -potenciálu se třemi zdroji (viz definici 2.14) tak, že

$$F(0) = 0 < m = F(\pm 1)?$$

Diplomová práce Radima Hoška naplňuje zadání práce, a to nadstandardním způsobem. V práci je řada původních výsledků, práce má vysokou matematickou kulturu. Text je přehledně strukturován, autorova angličtina je dobře srozumitelná, text obsahuje jen malý počet jazykových chyb. Předložená práce je důkazem matematické vyzrálosti jejího autora. Jednoznačně doporučuji diplomovou práci Radima Hoška k obhajobě a navrhuji hodnocení

**výborně.**

V Plzni, 10. června 2013

  
Ing. Petr Nečas, Ph.D.  
KMA FAV ZČU